**Contoh** **Anava:**

Terdapat 4 waktu (pagi, siang, sore dan malam) untuk menyampaikan pelajaran berhitung kepada anak-anak. Ingin diteliti apakah ada perbedaan efek perlakuan (waktu pengajaran) terhadap hasil pengajaran. Kecuali waktu pengajaran, faktor-faktor lain yang diduga akan mempengaruhi hasil belajar, seperti: cara mengajar, situasi kelas, dan lain-lain dibuat sama (dikontrol).

Dimisalkan ada 20 anak yang dijadikan sampel percobaan. Secara acak diambil 5 anak untuk setiap perlakuan (waktu pengajaran). Setelah percobaan selesai selanjutnya diadakan ujian, dan hasilnya sebagaimana terdapat pada tabel berikut:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Waktu pengajaran | Jumlah |
| Pagi (1) | Siang (2) | Sore (3) | Malam (4) |
| Hasil ujian | 5655506164 | 6059625556 | 4339454645 | 4143453942 |  |
| Σxj | 286 | 292 | 218 | 210 | Σxij = 1.006 |
| nj | 5 | 5 | 5 | 5 | Σnj = N = 20 |
| $$\overbar{X}\_{j}^{2}$$ | 16.478 | 17.086 | 9.536 | 8.840 | Σxij2 = 51.940 |
| $$\overbar{X}\_{j}$$ | 57,2 | 58,4 | 43,6 | 42,0 | $\overbar{X}$ = 50,3 |

Perhitungan jumlah kuadrat

$$JK\_{Tot}=\sum\_{}^{}x\_{ij}^{2}-\frac{\left(\sum\_{}^{}x\_{ij}\right)^{2}}{N}=51.940-\frac{\left(1006\right)^{2}}{20}=1388,2$$

$$JK\_{antar}=\frac{\left(\sum\_{}^{}x\_{1}\right)^{2}}{n\_{1}}+\frac{\left(\sum\_{}^{}x\_{2}\right)^{2}}{n\_{2}}+…+\frac{\left(\sum\_{}^{}x\_{k}\right)^{2}}{n\_{k}}-\left[\frac{\left(\sum\_{}^{}x\_{1}+\sum\_{}^{}x\_{2}+…+\sum\_{}^{}x\_{k}\right)^{2}}{N}\right]$$

$$JK\_{A}=\frac{\left(286\right)^{2}}{5}+\frac{\left(292\right)^{2}}{5}+\frac{\left(218\right)^{2}}{5}+\frac{\left(210\right)^{2}}{5}-\left[\frac{\left(1006\right)^{2}}{20}\right]⇒JK\_{A}=1135$$

JKdalam = JKD = JKtot – JKA = 1388,2 – 1135 → JKD = 253,2

Dengan k = 4 dan N = 20, maka selanjutnya harga-harga tersebut dimasukkan dalam tabel rangkuman Anava sebagai berikut:

Tabel Rangkuman Hasil Anava

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Sumber Variasi | dk | JK | RJK | F |
| Antar kelompokDalam kelompok | 316 | 1135 253.2 | 378.33 15.825 | 23.907 |
| Total | 19 | 1388.2 | - | - |

Sehingga diperoleh harga:

$$F\_{hitung}=\frac{RJK\_{A}}{RJK\_{D}}=\frac{378,33}{15,825}=23,907$$

Dari daftar distribusi F dengan α = 0.05; dk pembilang υ1 = k – 1 = 3 dan dk penyebut : υ2 = N – k = 20 – 4 = 16 diperoleh harga Ftabel = F(1-α); (υ1, υ2) = F0.05; (3,16) = 3,24

Ternyata bahwa Fhit > Ftabel → Ho ditolak

Kesimpulan : bahwa keempat waktu pemberian pengajaran berhitung tersebut akan mengakibatkan hasil pengajaran yang berbeda.

**UJI LANJUT ANAVA:**

Bila hasil Anava menunjukkan Ho ditolak, maka perlu dilakukan uji lanjut Anava atau uji rata-rata sesudah Anava. Uji lanjut tersebut dapat dilakukan dengan beberapa cara sebagai berikut:

1. **KONTRAS ORTOGONAL**

Jika perbandingan atau kontras mengenai rerata perlakuan (kelompok) telah direncanakan sebelum eksperimen, maka dilakukan dengan metode kontras orthogonal. Dalam hal ini, jumlah kontras tidak boleh melebihi dk antar kelompok yaitu k-1.

Definisi :

1. Kontras antara rerata perlakuan (kelompok) ci untuk sejumlah perlakuan

$\overbar{x}\_{j} , j=1, 2,…,k$ didefiniskan sebagai

ci = ci1 + ci2 + … + cik

dengan syarat : ci1 + ci2 + … + cik = 0, atau Σcij = 0

1. Dua kontras cp dan cq dikatakan kontras orthogonal, jika :

$$cp=cp\_{1}∙\overbar{x}\_{1}+cp\_{2}∙\overbar{x}\_{2}+…+cp\_{k}∙\overbar{x}\_{k}$$

Dengan syarat :

$$\sum\_{j=1}^{k}cp\_{j}∙cq\_{j}=0 ⇒atau : \sum\_{}^{}c\_{ij}=0$$

**Contoh** :

Ada 4 perlakuan (waktu pemberian pengajaran), yaitu : pagi, siang, sore dan malam. Maka dk antar perlakuan (kelompok) = 4 – 1 = 3. Karenanya kita hanya dapat membentuk kumpulan kontras paling banyak 3 buah, misalnya sebagai berikut:

c1 = x1 - x4

c2 = x2 – x3

c3 = x1 – x2 – x3 + x4

c1, c2, dan c3 masing-masing merupakan sebuah kontras karena jumlah koefisien untuk ci (i = 1, 2, 3) masing-masing sama dengan nol. Kontras c1 membandingkan antara rerata kelompok (perlakuan) I dan IV, kontras c2 membandingkan antara rerata kelompok (perlakuan) II dan III, dan kontras c3 adalah membandingkan antara rerata perlakuan I dan IV dengan rerata perlakuan II dan III.

Dan untuk melihat apakah c1, c2 dan c3 tersebut membentuk kontras ataukah tidak maka perlu kita susun daftar koefisien kontras sebagai berikut:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Mean (Rerata) |
| $$\overbar{X}\_{1}$$ | $$\overbar{X}\_{2}$$ | $$\overbar{X}\_{3}$$ | $$\overbar{X}\_{4}$$ |
| $$c\_{1}$$$$c\_{2}$$$$c\_{3}$$ | +10+1 | 0+1-1 | 0-1-1 | -10+1 |

Jumlah hasil kali koefisien-koefisien c1 dan c2 adalah : (+1)(0)+(0)(+1)+(0)(-1) +(-1)(0) = 0, sehingga c1 dan c2 merupakan kontras orthogonal (karena Σcij = 0). Demikian pula c1 dan c3, serta c2 dan c3 juga membentuk kontras orthogonal. Dengan demikian c1, c2 dan c3 ketiga membentuk kumpulan kontras orthogonal.

Jumlah kuadrat kontras atau JK(ci) dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

 …………………………… (3)

nj = jumlah data pengamatan untuk tiap perlakuan (kelompok) yang dibandingkan

Harga RJK (ci) untuk tiap kontras ditentukan dengan membagi JK(ci) oleh dk kontras yang besarnya satu. Harga F(ci) dihitung dengan membagi RJK(ci) dengan RJK dalam (error) yang mempunyai dk = k(nj-1) = Σ(nj-1)=N-k, sehingga diperoleh :

…………………………… (4)

Harga F(ci) tersebut digunakan untuk menguji hipotesis null sebagai berikut:

Ho : ci = 0

Kriteria : tolak Ho : ci = 0, jika F(ci) > Ftabel atau Fα;(1, N-k), dan dalam hal lainnya Ho diterima.

**Contoh** : Akan kita gunakan pengujian dengan kontras orthogonal untuk menguji perbedaan rerata diantara 4 waktu pemberian pengajaran (perlakuan). Dalam hal ini, dk antar perlakuan (kelompok) = 3, sehingga dapat disusun tiga kontras sebagai berikut:

c1 = x1 - x4 c11 = +1 dan c14 = -1

c2 = x2 – x3 c22 = +1 dan x23 = -1

c3 = x1 – x2 – x3 + x4 c31 = +1 ; c32 = -1 ; c33 = -1 ; c34 = +1

Selanjutnya, rumusan hipotesis nullnya sebagai berikut:

1. Ho1 : c1 = 0 → Ho1 : μ1 = μ4, yakni membandingkan antara efek waktu pengajaran pagi dan malam.
2. Ho2 : c2 = 0 → Ho2 : μ2 = μ3, yakni membandingkan antara efek waktu pengajaran siang dengan sore.
3. Ho3 : c3 = 0 → Ho3 : μ1 + μ4 = μ2 + μ3, yakni membandingkan antara rata-rata efek waktu pengajaran pagi dan malam dengan rata-rata efek pengajaran siang dan sore.

Dari perhitungan Anava di atas diperoleh : $\overbar{x}\_{1}=57,2$ ;$ \overbar{x}\_{2}=58,4$ ; $\overbar{x}\_{3}=43,6$ ; $\overbar{x}\_{4}=42$. Dengan n = 5 (untuk masing-masing perlakuan/kelompok), maka dengan menggunakan rumus (3) diperoleh :

$$JK\left(c\_{1}\right)=\frac{\left(\overbar{x}\_{1}-\overbar{x}\_{4}\right)^{2}}{^{1}/\_{n\_{1}}∙c\_{11}^{2}+^{1}/\_{n\_{4}}∙c\_{14}^{2}}=\frac{\left(57,2-42,0\right)^{2}}{1/5(+1)^{2}+1/5(-1)^{2}}=577,6$$

$$JK\left(c\_{2}\right)=\frac{\left(\overbar{x}\_{2}-\overbar{x}\_{3}\right)^{2}}{^{1}/\_{n\_{2}}∙c\_{22}^{2}+^{1}/\_{n\_{3}}∙c\_{23}^{2}}=\frac{\left(58,4-43,6\right)^{2}}{1/5(+1)^{2}+1/5(-1)^{2}}=547,6$$

$$JK\left(c\_{3}\right)=\frac{\left\{\overbar{x}\_{1}-\overbar{x}\_{2}-\overbar{x}\_{3}+\overbar{x}\_{4}\right\}^{2}}{^{1}/\_{n\_{1}}∙c\_{31}^{2}+^{1}/\_{n\_{3}}∙c\_{32}^{2}+^{1}/\_{n\_{3}}∙c\_{33}^{2}+^{1}/\_{n\_{4}}∙c\_{34}^{2}}$$

$$JK\left(c\_{3}\right)=\frac{\left[57,2-58,4-43,6-42,0\right]^{2}}{1/5(+1)^{2}+1/5(-1)^{2}+1/5(-1)^{2}+1/5(+1)^{2}}=9,80$$

Berdasarkan tabel rangkuman Anava telah diperoleh harga RJKD = 15,825 dengan dk dalam = 16, maka dengan rumus (4) akan dapat dihitung harga F(ci) sebagai berikut:

$$F(c\_{1})=\frac{RJK(c\_{1})}{RJK\_{D}}=\frac{౸K(c\_{1})/1}{JK\_{D}/N-k}=\frac{577,6/1}{253,2/16}=36,499$$

$$F(c\_{2})=\frac{RJK(c\_{2})}{RJK\_{D}}=\frac{JK(c\_{2})/1}{JK\_{D}/N-k}=\frac{547,6/1}{253,2/16}=34,603$$

$$F(c\_{3})=\frac{RJK(c\_{3})}{RJK\_{D}}=\frac{JK(c\_{3})/1}{JK\_{D}/N-k}=\frac{9,8/1}{253,2/16}=0,619$$

Dengan α = 0.05 maka dari daftar distribusi F diperoleh harga Ftabel = F(1-α);( υ1, υ2) = F0.05;(1,16) = 4.49. oleh karenanya

F(c1) = 36,499 > Ftabel ⇒ Ho1 : μ1 = μ4 ditolak

F(c2) = 34,603 > Ftabel ⇒ Ho2 : μ2 = μ3 ditolak

F(c3) = 0,619 > Ftabel ⇒ Ho3 : μ1 + μ4 = μ2 + μ3 diterima.

Kesimpulan: terdapat perbedaan yang berarti antara hasil pengajaran yang diberikan pagi dan malam, serta antara siang dan sore. Sedangkan rata-rata hasil pengajaran pagi dan malam dengan rata-rata hasil pengajaran siang dan sore tidak terdapat perbedaan yang berarti.

1. **PENGUJIAN RERATA SESUDAH ANAVA**

Jika pengujian perbandingan rerata antar perlakuan (kelompok) tersebut tidak direncanakan sebelum eksperimen dilakukan, maka dilakukan dengan metode yang khusus, diantaranya adalah : (1) Uji Rentang Newman Keuls; dan (2) Uji Scheffe.

1. **Uji Rentang Newman-Keuls**

Uji rentang Newman Keuls ini digunakan untuk menguji perbedaan rerata antara dua perlauan (kelompok) yang saling dipasang-pasangkan (uji joli). Dalam hal ini, pembandingan diantara rerata perlakuan berjumlah k/2 (k-1).

Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Susunlah k buah rata-rata kelompok (perlakuan) menurut urutan nilainya dari rerata yang paling kecil sampai rerata yang terbesar.
2. Berdasarkan perhitungan Anava di muka ambil harga RJK dalam /error beserta dk-nya.
3. Hitunglah simpangan baku rata-rata untuk tiap perlakuan (kelompok) dengan rumus sebagai berikut:

 ……………………………… (5)

1. Gunakan daftar rentang student (Daftar E dalam Sudjana, 1989), untuk α tertentu. Harga untuk Uji Newman Keuls diambil untuk υ = dk dalam kelompok (error) dan untuk p = 2, 3, …, k. harga-harga yang diperoleh untuk setiap pasangan υ dan p tertentu adalah sebanyak (k – 1) buah.
2. Kalikan harga-harga yang diperoleh dari Daftar Rentang Student (Daftar E) untuk setiap pasangan υ dan p tersebut dengan $s\overbar{x}j$-nya masing-masing sehingga diperoleh apa yang disebut Rentang Signifikansi Terkecil (RST)
3. Kemudian bandingkan (konsultasikan) harga-harga berikut dengan RST:
4. Selisih rerata terbesar – rerata terkecil dengan RST untuk p = k – 1.
5. Selisih rerata terbesar – rerata terkecil kedua dengan RST untuk p = k – 1.
6. Selisih rerata terbesar kedua – rerata terkecil dengan RST untuk p = k – 1.
7. Selisih rerata terbesar kedua – rerata terkecil kedua dengan RST untuk p = k – 2 dan seterusnya sehingga dperoleh sebanyak 1/2k (k – 1) buah pasangan rerata yang dibandingkan.

Kriteria: Jika selisih/perbedaan dua harga rerata yang dipasangkan tersebut lebih besar daripada harga RST-nya masing-masing, maka dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang berarti antar kedua harga rerata perlakuan (kelompok) yang dibandingkan tersebut.

**Contoh :**

Akan kita uji perbedaan diantara rerata hasil pengajaran yang diberikan pada waktu pagi, siang, sore dan malam sebagaimana telah dianalisis dengan Anava di atas. Dengan uji Newman Keuls akan diuji rerata kelompok mana saja yang berbeda, yakni sebagai berikut:

1. Rerata perlakuan (kelompok) disusun dari yang terkecil sampai yang terbesar

Rerata : 42,0 43,6 57,2 58,4

Perlakuan : 4 3 1 2

1. Dari tabel rangkuman hasil Anava diperoleh harga RJK dalam = RJKD = 15,825 dengan dk = 16
2. Simpangan baku rata-rata untuk tiap perlakuan dapat dihitung dengan rumus (5) sebagai berikut:

$$s\overbar{x}\_{j}=\sqrt{\frac{RJK\_{D}}{nj}}$$

Oleh karena jumlah sampel untuk tiap perlakuan (kelompok) sama, yaitu n = 5, maka simpangan baku rata-rata untuk tiap perlakuan adalah sama, yaitu:

$$s\overbar{x}\_{j}=\sqrt{\frac{15,825}{5}}=1,779$$

$$s\overbar{x}\_{1}=s\overbar{x}\_{2}=s\overbar{x}\_{3}=s\overbar{x}\_{4}$$

1. Berdasarkan Daftar Rentang Student (Daftar E, Sudjana, 1989), dengan υ =16 dan α = 0.05 diperoleh harga-harga sebagai berikut:

p = 2 3 4

Rentang = 3,00 3,65 4,05

1. Dengan mengalikan masing-masing harga rentang di atas dengan $s\overbar{x}j=1,779$ maka diperoleh RST untuk tiap p sebagai berikut:

p = 2 → RST = 3,00 × 1,779 = 5,337 (untuk p = k – 2)

p = 3 → RST = 3,65 × 1,779 = 6,493 (untuk p = k – 1)

p = 4 → RST = 4,05 × 1,779 = 7,205 (untuk p = k)

1. Mengkonsultasikan perbedaan antara dua rerata perlakuan yang dipasangkan dengan harga RST masing-masing :
2. Rerata terbesar – terkecil : 2 lawan 4 => Ho1 : μ2 = μ4 = (58,4 – 42,0) = 16,4 > 7,205 → Ho1 ditolak.
3. Rerata terbesar – terkecil kedua : 2 lawan 3 => Ho2 : μ2 = μ3 = (58,4 – 43,6) = 14,8 > 6,493 → Ho2 ditolak.
4. Rerata terbesar – terkecil ketiga : 2 lawan 1 => Ho3 : μ2 = μ1 = (58,4 – 57,2) = 1,2 < 5,337 → Ho3 diterima.
5. Rerata terbesar kedua – terkecil : 1 lawan 4 => Ho4 : μ1 = μ4 = (57,2 – 42,0) = 15,2 > 6,493 → Ho4 ditolak.
6. Rerata terbesar kedua – terkecil kedua : 1 lawan 4 => Ho5 : μ1 = μ3 ; selisih = (57,2 – 43,6) = 13,6 > 5,337 → Ho5 ditolak.
7. Rerata terbesar ketiga – terkecil : 3 lawan 4 => Ho6 : μ3 = μ4 = ; selisih (43,6 – 42,0) = 1,6 > 5,337 → Ho1 ditolak.

Dari sebanyak ½k (k – 1) = ½ . 4 . (4 – 1) = 6 buah pasangan harga rerata perlakuan yang dibandingkan berdasarkan uji rerata berpasangan (uji joli) tersebut dapat disimpulkan bahwa: terdapat perbedaan yang berarti antara hasil pengajaran yang dilakukan pada waktu siang dan malam, siang dan sore, pagi dan malam serta pagi dan sore. Sementara itu, perbandingan rerata yang lain, yaitu pagi dan siang serta sore dan malam tidak memberikan perbedaan yang berarti.

1. **UJI SCHEFFE**

Uji Scheffe dilakukan untuk melakukan perbandingan (kontras) kombinasi dari beberapa perlakuan.

Langkah-langkah yang perlu ditempuh untuk melakukan Uji Scheffe adalah sebagai berikut:

1. Susun kontras ci yang diinginkan lalu hitung harganya.
2. Dengan α tertentu, dk pembilang : υ1 = k -1 dan dk penyebut : υ2 = N – k, dicari harga Ftabel yaitu F(1 - α); (υ1, υ2).
3. Hitung besaran A, yakni : $A=\sqrt{\left(k-1\right)F}$, dimana harga F yang dimaksud adalah harga Ftabel atau F(1 - α);(k – 1),(N – k) sebagaimana didapat dari langkah 2 di atas.
4. Hitung kekeliruan (simpangan) baku untuk tiap kontras yang akan diuji dengan rumus:

……………………… (5)

1. Bandingkan (konsultasikan harga kontras ci dengan harga A x s(ci).

Kriteria : tolak Ho bahwa kontras antara rerata yang dibandingkan sama dengan nol, atau Ho : ci = 0, jika |ci| > A x s(ci), dan dalam hal lainnya Ho diterima.

**Contoh:** misalkan berdasarkan hasil perhitungan Anava di muka, kita bermaksud membandingkan rata-rata efek perlakuan kedua, serta membandingkan efek perlakuan kesatu dengan rata-rata efek dari tiga perlakuan lainnnya. Maka kontrasnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$c\_{1}=\overbar{x}\_{1}-\overbar{x}\_{2}$$

$$c\_{2}=3\overbar{x}\_{1}-\overbar{x}\_{2}-\overbar{x}\_{3}-\overbar{x}\_{4}$$

Nampak bahwa kontras c1 dan c2 di atas adalah tidak orthogonal (karena Σcij ≠ 0). Untuk menguji kedua kontras yang tidak orthogonal tersebut akan digunakan Uji Scheffe dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Dari tabel rangkuman hasil Anava di muka, diperoleh : $\overbar{x}\_{1}=57,2$; $\overbar{x}\_{2}=58,4$; $\overbar{x}\_{3}=43,6$; dan $\overbar{x}\_{4}=42,0$, maka :

$$c\_{1}=\left(+1\right)\left(57,2\right)+\left(-1\right)\left(58,4\right)=-1,2$$

$$c\_{2}=\left(+3\right)\left(57,2\right)+\left(-1\right)\left(58,4\right)+\left(-1\right)\left(43,6\right)+\left(-1\right)(42,0)=27,6$$

1. Dari tabel rangkuman Anava dimuka diperoleh : v1 = 4 – 1 = 3 dan v2 = N – k = 20 – 4 = 16; RJK dalam = 15,825.

Dengan α = 0.05 maka diperoleh harga F0.95 ; (3,16) = 3,24

1. Maka harga $A=\sqrt{\left(k-1\right)F\_{tab}}=\sqrt{\left(4-1\right)\left(3,24\right)}=3,12$
2. Harga simpangan baku untuk masing-masing kontras adalah :

$$s\left(c\_{1}\right)=\sqrt{RJK\_{D}×\sum\_{}^{}^{1}/\_{nj}∙cij^{2}}=\sqrt{15,825×\left\{1/5(+1)^{2}+1/5(-1)^{2}\right\}}$$

$$s\left(c\_{1}\right)=\sqrt{15,825×2/5}=2,516$$

$$s\left(c\_{2}\right)=\sqrt{RJK\_{D}×\left\{1/5(3)^{2}+1/5(-1)^{2}+1/5(-1)^{2}+1/5(-1)^{2}\right\}}$$

$$s\left(c\_{2}\right)=\sqrt{15,825×(9/5+1/5+1/5+1/5)}$$

$$s\left(c\_{2}\right)=\sqrt{15,825×12/5}=6,163$$

1. Harga kritik untuk c1 = A x s(c1) = 3,12 x (2,516) = 7,85.

Maka : |c1| < A x s(c1) ⇒ |-1,2| < 7,85 sehingga Ho1 : μ1 = μ2 diterima (gagal ditolak).

Kesimpulan : bahwa efek perlakuan kesatu dan efek perlakuan kedua tidak berbeda secara berarti. Dalam hal ini adalah juga sesuai dengan hasil uji Newman Keuls.

Harga kritik untuk c2 = A x s(c2) = 3,12 x (6,163) = 19,229

Maka harga c2 > A x s(c2) = 27,6 > 19,229

Ho2 : 3μ1 = μ2 + μ3 + μ4 ditolak

Kesimpulan : bahwa efek perlakuan kesatu mempunyai perbedaan yang berarti dengan rata-rata dari tiga efek perlakuan lainnya.