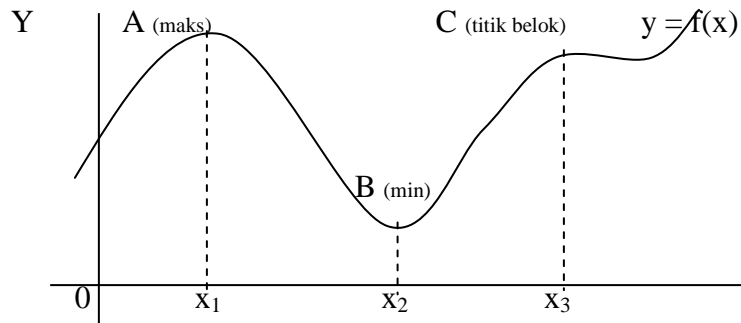


## H. FUNGSI NAIK DAN FUNGSI TURUN



Keterangan :

- A = harga maksimum (pada  $x = x_1$ ), karena harga  $y$  di titik ini lebih besar daripada  $y$  di kanan kirinya.
- B = harga minimum (pada  $x = x_2$ ), karena harga  $y$  di titik ini lebih kecil daripada harga  $y$  di kanan kirinya.
- C = titik belok/point of inflection yaitu dari lengkung kanan menjadi lengkung kiri (atau sebaliknya)

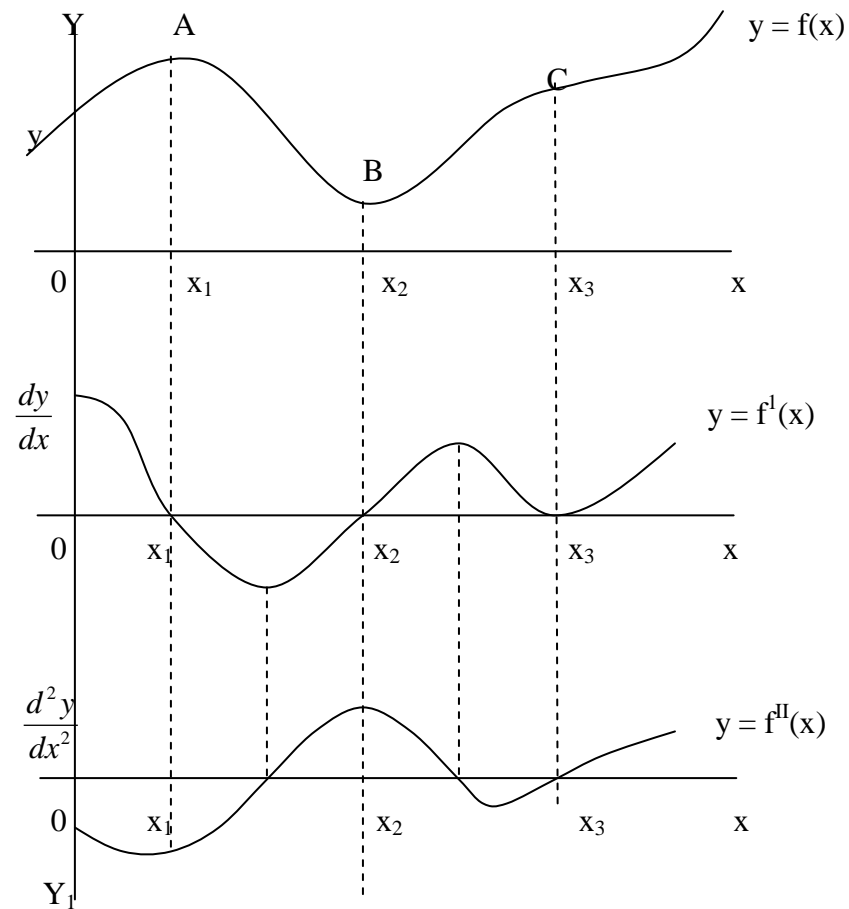
Cara mencari Harga Maksimum, Minimum dan Titik Belok

KUNCI → Harga maks, min dan titik belok tercapai bila turunan pertama fungsi tsb berharga = 0

atau

$$\frac{dy}{dx} = y' = 0$$

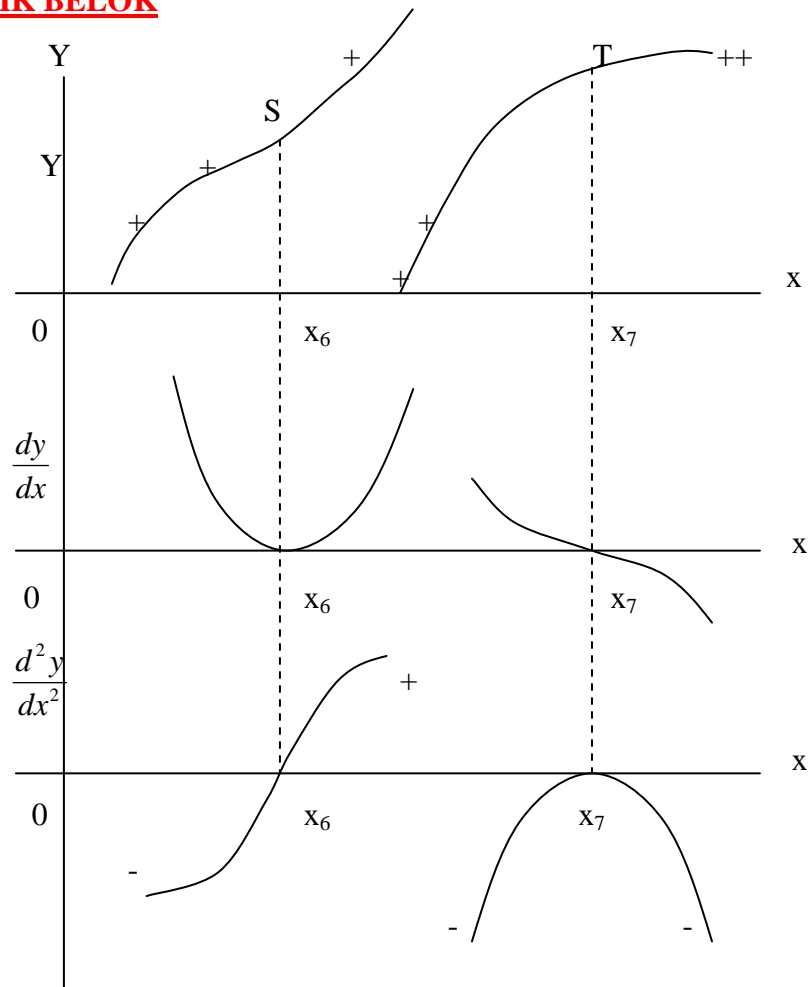
Perhatikan gambar di bawah ini :



Kesimpulan :

1. Harga maks, min dan titik belok tercapai bila  $dy/dx = 0$
2. Untuk harga y maksimum (titik A), maka turunan ke-dua  $d^2y/dx^2 =$  negatif
3. Untuk harga y minimum (titik B), maka turunan ke-dua  $d^2y/dx^2 =$  positif
4. Untuk titik belok (titik C), maka turunan ke-dua  $d^2y/dx^2 = 0$

## TITIK BELOK



### KETERANGAN :

- Kedua grafik pada turunan keduanya, titik  $S$  &  $T$  sama-sama  $= 0$
- Titik  $S$  merupakan titik belok, sebab terdapat perubahan tanda, yaitu di kiri  $x_6$  (-) dan di kanan  $x_6$  (+)
- Titik  $T$  bukan merupakan titik belok, sebab tidak ada perubahan tanda, yaitu di kiri  $x_7$  (-) dan di kanan  $x_7$  (-)

## Langkah-langkah mencari harga maks, min dan titik belok suatu fungsi

1. Harga maks dan min didapat dengan mencari turunan pertamanya = 0 atau  $\frac{dy}{dx} = 0$

dari persamaan tersebut akan didapat harga x nya.

Contoh:

$$\text{Grafik fungsi } y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$$

$$\text{Maka } \frac{dy}{dx} = x^2 - x - 2 = 0 \text{ dan } \frac{d^2y}{dx^2} = 2x - 1$$

Sehingga :

$$dy/dx = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ dan } x = -1$$

2. Harga y dicari dengan mensubstitusikan harga x ke dalam fungsi y.

$$\text{Contoh : } x = 2 \rightarrow y = \frac{1}{3} \cdot 2^3 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 5$$

$$= 8/3 - 4/2 - 4 + 5 = 1 \frac{2}{3}$$

$$x = -1 \rightarrow y = \frac{1}{3} \cdot (-1^3) - \frac{1}{2} \cdot (-1^2) + 2 + 5$$

$$= -1/3 - 1/2 - 2 + 5 = 6 \frac{1}{6}$$

$$\text{jadi titik baliknya di } (2, 1 \frac{2}{3}) \text{ dan } (-1, 6 \frac{1}{6})$$

3. Untuk mengetahui Jenis titik baliknya (minimum atau maksimum), maka harga x dimasukkan ke persamaan turunan keduanya.

Kalau  $d^2y/dx^2 = (+)$  → titik balik minimum

= (-) → titik balik maksimum

contoh :

$$x = 2 \rightarrow d^2y/dx^2 = 2x - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \text{ (positif)}$$

∴ titik balik  $(2, 1 \frac{2}{3})$  = titik balik minimum

$$x = -1 \rightarrow d^2y/dx^2 = 2(-1) - 1 = -3 \text{ (negatif)}$$

∴ titik balik  $(-1, 6 \frac{1}{6})$  = titik balik maksimum

4. Untuk mengetahui titik beloknya, maka harga turunan keduanya di nolkan, atau  $d^2y/dx^2 = 0$ , Sehingga didapat harga x.

Contoh :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2x - 1$$

$$0 = 2x - 1$$

$$x = 1/2$$

5. Untuk menguji titik beloknya, diambil satu titik di sebelah kiri x dan satu titik sebelah kanan x. Titik yang diambil tersebut dimasukkan ke turunan kedua. Maka harga x merupakan absis titik belok.

Contoh :

Diketahui  $x = 1/2$

- Ambil titik di kiri x, misal  $x = 0$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2x - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = -1 \text{ (negatif)}$$

- Ambil titik di kanan x, misal  $x = 1$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2x - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \text{ (positif)}$$

∴  $x = 1/2$  adalah absis dari titik belok

6. Untuk mencari ordinat dari titik beloknya, harga x dimasukkan ke persamaan  $y = f(x)$

Contoh :

$$x = 1/2 \rightarrow y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$$

$$y = \frac{1}{3}(1/2)^3 - \frac{1}{2}(1/2)^2 - 2(1/2) + 5 = 3\frac{11}{12}$$

∴ titik beloknya  $\left(\frac{1}{2}, 3\frac{11}{12}\right)$

7. Gambar grafik.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$$

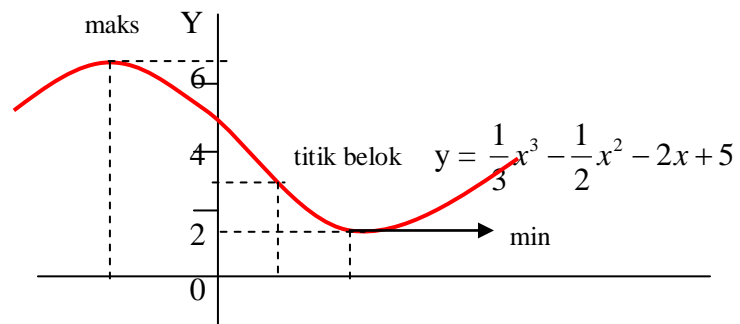
Grafik tersebut memotong sumbu y di  $x = 0$

Sehingga

$$y = 0 - 0 - 0 + 5$$

$$y = 5$$

∴ Grafik tersebut memotong sumbu y dengan titik potong  $(0, 5)$



Data :

- titik balik maksimum  $(-1, 6\frac{1}{6})$
- titik balik minimum  $(2, 1\frac{2}{3})$
- titik belok  $(\frac{1}{2}, 3\frac{11}{12})$
- memotong sumbu y  $(0, 5)$