

No. 9 Kelas ELEKTRO

MENENTUKAN NILAI EIGEN

Ingat persamaan karakteristik: $|A - \lambda I| = 0$

A = matriks yang diketahui

I = matriks Identitas

λ = parameter

Dari matriks yang diketahui maka diperoleh:

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 & 1 \\ 1 & 3-\lambda & 2 \\ -1 & 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Dihitung menggunakan Aturan Sarrus, karena berukuran 3X3

Hasilnya adalah:

$$(11 - 16\lambda + 7\lambda^2 - \lambda^3) - (-3 + \lambda + 4 - 2\lambda + 2 - \lambda) = 0$$
$$8 - 14\lambda + 7\lambda^2 - \lambda^3 = 0 \quad \text{atau} \quad \lambda^3 - 7\lambda^2 + 14\lambda - 8 = 0$$

Akar-akar Persamaan Karakteristik dapat dicari menggunakan Horner

2	1	-7	14	-8
		2	-10	8
1	1	-5	4	0
		1	-4	
4	1	-4	0	
		4		
	1	0		

Akar-akar karakteristiknya adalah $\lambda = 1, 2, 4$

Jadi nilai eigennya adalah $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 4$

MENENTUKAN VEKTOR EIGEN

Untuk $\lambda_1 = 1$

$$(A - \lambda I) \cdot X = 0$$

$$\begin{pmatrix} (2-1) & 1 & 1 \\ 1 & (3-1) & 2 \\ -1 & 1 & (2-1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0$$

Didapat: $x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Leftrightarrow -x_1 = x_2 + x_3$ kemudian substitusikan ke pers. kedua

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow -(x_2 + x_3) + 2x_2 + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow x_2 = -x_3$$

$$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow -x_1 - 2x_3 + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$$

Jadi vektor eigennya adalah:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Untuk $\lambda_2 = 2$

$$(A - \lambda I) \cdot X = 0$$

$$\begin{pmatrix} (2-2) & 1 & 1 \\ 1 & (3-2) & 2 \\ -1 & 1 & (2-2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0$$

Didapat: $x_2 + x_3 = 0 \Leftrightarrow x_2 = -x_3$ kemudian substitusikan ke pers. kedua

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow x_1 - x_3 + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -x_3$$

$$-x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

Jadi vektor eigennya adalah:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Untuk $\lambda_1 = 4$

$$(A - \lambda I) \cdot X = 0$$

$$\begin{pmatrix} (2-4) & 1 & 1 \\ 1 & (3-4) & 2 \\ -1 & 1 & (2-4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0$$

Didapat: $-2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \Leftrightarrow x_2 = 2x_1 - x_3$ kemudian substitusikan ke pers. kedua

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow x_1 - (2x_1 - x_3) + 2x_3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3x_3$$

substitusikan ke hasil persamaan pertama di atas,

$$x_2 = 2(3x_3) - x_3 \Leftrightarrow x_2 = 5x_3$$

persamaan yang ketiga:

$$-x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \Leftrightarrow -x_1 + x_2 - 2(2x_1 - x_2) = 0 \Leftrightarrow 5x_1 = 3x_2$$

Jadi vektor eigennya adalah:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

No. 9 Kelas ELEKTRONIKA

Untuk yang kelas Elektronika langkahnya sama hanya mengganti matrik A sesuai dengan soalnya

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$