

PENERAPAN PERSAMAAN DIFERENSIAL DALAM MASALAH RANGKAIAN LISTRIK

Berdasarkan hukum Kirchoff:

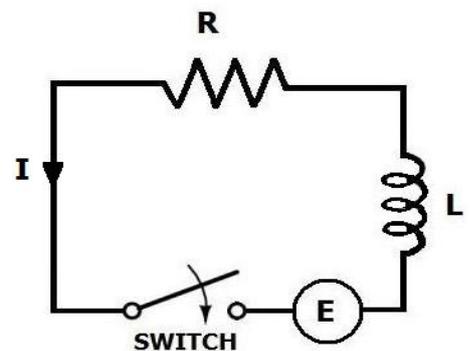
1. Jumlah arus yang mengalir ke dalam dan/atau keluar suatu simpul adalah nol
2. Jumlah potensial/tegangan yang dihasilkan sepanjang loop tertutup adalah nol.

Arus I yang diukur dalam ampere adalah laju perubahan muatan Q dalam kondensator yang diukur dalam coulomb $I = \frac{dQ}{dt}$

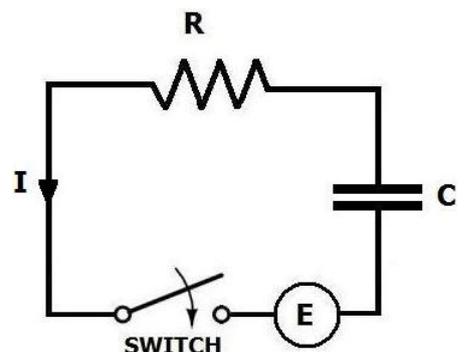
Dari dasar kelistrikan berkaitan dengan konsep tegangan/potensial, dipunyai rumus-rumus berikut: $V_R = I R$; $V_L = L \frac{dI}{dt}$; $V_C = \frac{Q}{C}$

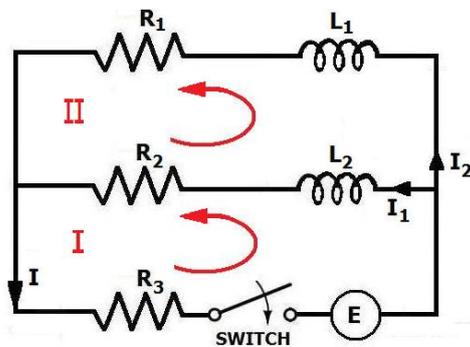
CONTOH:

1. Dipunyai suatu rangkaian listrik (lihat gambar di samping). Diketahui $R = 10 \Omega$, $L = 2 \text{ H}$, pada saat saklar ditutup arusnya nol ($t = 0$, $I = 0$). Tentukan arus (I) untuk $t > 0$ jika diketahui: (i) $E = 40 \text{ V}$
(ii) $E = 20 e^{-3t}$



2. Dipunyai suatu rangkaian listrik (lihat gambar di samping). Diketahui $R=5 \Omega$, $C=0,02 \text{ F}$, pada saat saklar ditutup muatan pada kondensator 5 coulomb ($t = 0$, $Q = 5$). Tentukan muatan (Q) dan arus (I) untuk $t > 0$ jika diketahui: $E = 100 \text{ V}$





3. Dipunyai suatu rangkaian listrik (lihat gambar di samping). Diketahui $R_1=20 \Omega$, $R_2=10 \Omega$, $R_3=20 \Omega$, $L_1=4 \text{ H}$, $L_2=2 \text{ H}$, pada saat saklar ditutup arusnya nol ($t = 0$, $I = 0$). Tentukan arus dalam berbagai cabang (I_1 , I_2 , dan I) untuk $t > 0$ jika diketahui: $E = 120 \text{ V}$

PENYELESAIAN:

Nomor 1.

Berdasarkan hukum Kirchoff:

$$V_R + V_L = E$$

(i). Untuk $E = 40 \text{ V}$, maka dipunyai:

$$IR + L \frac{dI}{dt} = E \Leftrightarrow 10I + 2 \frac{dI}{dt} = 40 \Leftrightarrow \frac{dI}{dt} + 5I = 20$$

merupakan PD Linear tingkat satu, dengan $P = 5$ dan $Q = 20$

selanjutnya untuk menyelesaikannya dicari dulu faktor integralnya, yaitu:

$$e^{\int 5 dt} = e^{5t}$$

Penyelesaiannya adalah:

$$I e^{5t} = \int 20e^{5t} dt + C \Leftrightarrow I e^{5t} = 4 e^{5t} + C \Leftrightarrow I = 4 + C e^{-5t}$$

diketahui untuk $t = 0$, $I = 0$ sehingga diperoleh

$$0 = 4 + C \cdot 1 \Rightarrow C = -4$$

Jadi harga I untuk $t > 0$ adalah

$$I = 4(1 - e^{-5t})$$

(ii). Untuk $E = 20 e^{-3t}$, maka dipunyai:

$$IR + L \frac{dI}{dt} = E \Leftrightarrow 10I + 2 \frac{dI}{dt} = 20e^{-3t} \Leftrightarrow \frac{dI}{dt} + 5I = 10e^{-3t}$$

merupakan PD Linear tingkat satu, dengan $P = 5$ dan $Q = 10 e^{-3t}$

selanjutnya untuk menyelesaikannya dicari dulu faktor integralnya, yaitu:

$$e^{\int 5 dt} = e^{5t}$$

Penyelesaiannya adalah:

$$I e^{5t} = \int 10e^{-3t} \cdot e^{5t} dt + C \Leftrightarrow I e^{5t} = 5 e^{2t} + C$$

$$\Leftrightarrow I = 5e^{-3t} + Ce^{-5t}$$

diketahui untuk $t = 0$, $I = 0$ sehingga diperoleh

$$0 = 5 \cdot 1 + C \cdot 1 \Rightarrow C = -5$$

Jadi harga I untuk $t > 0$ adalah

$$I = 5(e^{-3t} - e^{-5t})$$

Nomor 2.

Berdasarkan hukum Kirchoff:

$$V_R + V_C = E$$

Untuk $E = 100 \text{ V}$, maka dipunyai:

$$IR + \frac{Q}{C} = E \Leftrightarrow 5 \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{0,02} = 100 \Leftrightarrow \frac{dQ}{dt} + 10Q = 20$$

merupakan PD Linear tingkat satu, dengan $P = 10$ dan $Q = 20$

selanjutnya untuk menyelesaikannya dicari dulu faktor integralnya, yaitu:

$$e^{\int 10 dt} = e^{10t}$$

Penyelesaiannya adalah:

$$Q e^{10t} = \int 10 e^{10t} dt + C \Leftrightarrow Q e^{10t} = 2 e^{10t} + C \Leftrightarrow Q = 2 + Ce^{-10t}$$

diketahui untuk $t = 0$, $Q = 5$ sehingga diperoleh

$$5 = 2 + C \cdot 1 \Rightarrow C = 3$$

Jadi harga Q untuk $t > 0$ adalah

$$Q = 2 + 3e^{-10t}$$

Menentukan I (ingat: $I = \frac{dQ}{dt}$), sehingga diperoleh:

$$I = -30 e^{-10t}$$