Mata Kuliah: Matematika Kode: TKF 201	Topik: Tipe Bilangan dan Sistem Bilangan	MAT 01

Kompetensi :

Dapat menerapkan konsep-konsep tipe dan sistem bilangan dalam mempelajari konsep-konsep keteknikan pada mata kuliah – mata kuliah program studi teknik elektro.

A. MATERI PERKULIAHAN

1. Tipe Bilangan

Bilangan yang kita gunakan di dalam matematika dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa kategori.

Bilangan natural yaitu bilangan mencacah dasar, dengan simbol: 1, 2, 3, 4, … dibatasi pada interval tertentu setiap satu unit (group tiga titik menunjukkan bahwa barisan dilanjutkan ke kanan).

Bilangan bulat (integer) adalah natural posistif atau negatif, dengan simbol berikut ini: …, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 … atau dapat pula dinyatakan sebagai berikut: $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \ldots$ dan ini mencakup semua bilangan dari $-\infty$ sampai $+\infty$ (simbol ∞ berarti tak berhingga).

Bilangan nyata (real) mencakup semua bilangan integer dan semua nilai diantaranya. contoh: –3,2; 0,7; 1,45; dan seterusnya.

Bilangan rasional adalah bilangan nyata yang dapat dinyatakan sebagai rasio dua integer misalnya: $1{,}25 = \frac{5}{4}$; $-2{,}3 = \frac{-23}{10}$ dan sebagainya. Beberapa integer adalah rasional jika dapat ditulis dengan unit denominator contoh $5 = \frac{5}{1}$

Bilangan irasional adalah bilangan nyata yang tidak dapat dinyatakan sebagai rasio dua bilangan bulat misalnya: $\sqrt{5} = 2{,}23606797; \pi = 3{,}14159265$ Bilangan irasional sebagai desimal tidak habis ataupun berulang.

Bilangan kompleks (*imajiner*) adalah suatu bilangan yang mempunyai bentuk berikut:

$z = a + b\,j$ dengan $a, b \in$ bilangan real dan $j = \sqrt{-1}$

Bilangan kompleks ini akan sangat bermanfaat bagi para ilmuwan dan teknikawan. Bilangan kompleks dan yang berhubungan dengan beberapa detailnya akan dibahas kemudian.

2. Aproksimasi 'pembulatan'

Dalam praktek bilangan irasional dapat diaproksimasi dengan penghilangan bilangan tempat desimal yang diperlukan. Contoh π dikatakan sebagai 3,14159; 3,1416; 3,142 sebagai yang tepat. Penghilangan bilangan mempunyai masalah jika angka tunggal yang dihilangkan adalah 5 sebagai Contoh: 1, 365 menjadi 1,36 ke 2 tempat desimal serupa dengan itu 4,8275 menjadi 4,828 ke 3 tempat desimal.

Penerapan ini hanya jika 5 tunggal yang dibulatkan. Sebagai contoh jika dipunyai 3,6458 dibulatkan sampai dua angka di belakang koma, ini jelas lebih besar setengah antara 3,64 dan 3,65 sehingga hasil pembulatannya adalah 3,65 untuk 2 tempat desimal.

Jadi sebagai latihan awal, bulatkan setiap nilai ke 3 tempat desimal

1. 2,5465
2. 1,7375
3. 0,62453
4. 7,4795
5. 6,4385
6. 3,7105
7. 4,6225
8. 0,43654
9. 5,32945
10. 8,0005

3. Angka Signifikan

Aproksimasi bilangan sering diperlukan untuk bilangan angka signifikan yang diketahui. *Angka signifikan* dihitung dari ujung kiri bilangan dan dimulai dengan digit bukan nol yang pertama.

Contoh :

23,672 mempunyai 5 angka signifikan; 0,00854 mempunyai 3 angka signifikan. Bulatkan semua nilai bilangan di bawah ini menurut angka signifikan dengan mengikuti prosedur yang sama untuk tempat desimal. Sebelumnya, dimana ada 5 tunggal harus dihilangkan, kita harus membulat ke atas atau ke bawah ke bilangan bulat terdekat.

Jadi

a. 426,83 sampai 4 tempat , hasilnya adalah 426,8
b. 0,07165 sampai 3 tempat , hasilnya adalah 0,0716
c. 1287599 sampai 4 tempat , hasilnya adalah 128800
d. 5,0295 sampai 4 tempat , hasilnya adalah 5,029
e. 0,0007845 sampai 3 tempat , hasilnya adalah 0,000784

4. Sistem Bilangan

a. Sistem desimal (dinari)

Ini adalah sistem dasar dengan ukuran besar atau kecil dapat ditunjukkan menggunakan simbol 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, bersama-sama dengan nilai tempat yang di tempat menurut posisinya.

Contoh:	2	7	6	5	,	3	2	1	mempunyai
nilai tempat	10^3	10^2	10^1	10^0		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	
	1000	100	10	1		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	

Dalam kasus ini nilai tempat adalah pangkat 10 yang memberikan nama dinari (atau desimal) pada sistem. Sistem dinari dikatakan mempunyai basis sepuluh. Memang anda benar-benar mengenal sistem bilangan ini tetapi sistim yang tercakup disini mengarah ke sistem bilangan lain yang mempunyai tipe struktur yang sama tetapi dengan menggunakan nilai tempat yang berbeda.

b. Sistem biner

Ini digunakan secara luas pada semua bentuk pemakaian persaklaran . Simbol yang digunakan hanya 0 dan 1 dan nilai tempat adalah pangkat dari 2 yaitu sistem mempunyai basis 2.

Contoh:	1	0	1	1	,	1	0	1_2	mempunyai
nilai tempat	2^3	2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	
atau	8	4	2	1		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	
Jadi	1	0	1	1	,	1	0	1_2	pada sistem
desimal	1x8	0x4	1x2	1x1		$1\text{x}\frac{1}{2}$	$0\text{x}\frac{1}{4}$	$1\text{x}\frac{1}{8}$	

$$8 + 0 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} = 11\frac{5}{8} = 11{,}625$$

sehingga dalam sistem dinari $\therefore 1011{,}101_2 = 11{,}625_{10}$

Indeks 2 dan 10 yang kecil menunjukkan kedua sistem. Dengan cara yang sama ekuivalen dari $1\ 1\ 0\ 1,\ 0\ 1\ 1_2$ adalah $13{,}375_{10}$

Untuk	1	1	0	1	,	0	1	1_2
=	8 +	4 +	0 +	1 +	0 +	$\frac{1}{4}$ +	$\frac{1}{8}$	

$$= 13\frac{3}{8} = \underline{13{,}375_{10}}$$

c. Sistem oktal (basis 8)

Sistem ini menggunakan simbol: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, dengan nilai tempat yang ada pangkat 8.

Contoh:	3	5	7	,	3	2	1	pada sistem
oktal mempunyai	8^2	8^1	8^0		8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}	
nilai tempat atau	64	8	1		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{512}$	

$$\therefore\ 3\ 5\ 7\ ,\ 3\ 2\ 1_8$$

$$= 3\text{x}64 + 5\text{x}8 + 7\text{x}1 + 3\text{x}\frac{1}{8} + 2\text{x}\frac{1}{64} + 1\text{x}\frac{1}{512}$$

$$= 192 + 40 + 7 + \frac{3}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{512}$$

$$= 239\tfrac{209}{512} = 239{,}4082_{10}$$

$$\therefore \underline{357{,}321_8 = 239{,}408_{10}}$$

Seperti anda lihat dengan metode seperti sebelumnya, perbedaannya hanya pada basis nilai tempat. Dengan cara yang sama 263, 452_8 dinyatakan dalam bentuk dinari adalah $179{,}582_{10}$

Untuk 2 6 3 , 4 5 2_8

$$= 2 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 3 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2} + 2 \times 8^{-3}$$

$$= 2 \times 64 + 6 \times 8 + 3 \times 1 + 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{64} + 2 \times \frac{1}{512}$$

$$= 128 + 48 + 3 + \frac{1}{8} + \frac{5}{64} + \frac{1}{256}$$

$$= 179\tfrac{149}{256} = \underline{179{,}582_{10}}$$

d. Sistem Duodesimal (basis 12)

Dengan basis 12, kolom unit memerlukan simbol tertentu sampai 11 sebelum penyimpanan kolom kedua terjadi. Namun sayang, simbol dinari hanya sampai 9 sehingga kita harus menambah dua simbol untuk mewakili nilai 10 dan 11. Beberapa saran telah dicetuskan di masa lalu tetapi kita akan mengambil simbol X dan $\wedge$ untuk 10 dan 11. Yang pertama mengacu ke bilangan romawi 10 dan simbol $\wedge$ diambil dari penyatuan dua angka 11 bersama 1 1 dipersatukan di atas. Sehingga sistem duodesimal menjadi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, X, $\wedge$ dan mempunyai nilai tempat yang berpangkat dari 12.

<u>Contoh</u> :	2	X	5 ,	1	3	6_{12}
mempunyai nilai tempat	12^2	12^1	12^0	12^{-1}	12^{-2}	12^{-3}
atau	144	12	1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{144}$	$\frac{1}{1728}$

Untuk 2 X 5 , 1 3 6 $_{12}$ $= 2 \times 144 + 10 \times 12 + 5 \times 1 + 1 \times \frac{1}{12} + 3 \times \frac{1}{144} + 6 \times \frac{1}{1728}$

$$= 288 + 120 + 5 + \frac{1}{12} + \frac{1}{48} + \frac{1}{288} = 413\tfrac{31}{288}$$

$$\therefore \underline{2X5{,}136_{12} = 413{,}108_{10}}$$

e. Sistem heksadesimal (basis 16)

Sistem ini sering dipakai untuk aplikasi komputer. Simbol disini memerlukan nilai dinari ekuivalen sampai 15. Sehingga setelah 9, huruf alfabet digunakan sebagai berikut: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F Nilai tempat sistem ini adalah pangkat dari 16.

<u>Contoh</u> :	2	A	7 ,	3	E	2_{16}
mempunyai nilai tempat	16^2	16^1	16^0	16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}
atau	256	16	1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{4096}$

Hasilnya :

$$2\,A\,7\,,\,3\,E\,2_{16} = 2 \times 256 + 10 \times 16 + 7 \times 1 + 3 \times \frac{1}{16} + 14 \times \frac{1}{256} + 2 \times \frac{1}{4096}$$

$$= 679\,\tfrac{497}{2048} = \underline{269{,}243_{10}}$$

$$\therefore 2\;\;A\;\;7\;\;,\;\;3\;\;E\;\;2_{16} = 679{,}243_{10}$$

Contoh soal 1: (*diselesaikan*)

Selesaikan soal berikut ke dalam bentuk dinari

(1) $3 \wedge 4,\, 265_{12}$

(2) $3\,C\,4\,,\,21\,F_6$

Hasilnya :

(1)	3	$\wedge$	4 ,	2	6	5 $_{12}$
Nilai tempat	144	12	1	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{144}$	$\frac{1}{1728}$

$$= 3 \times 144 + 11 \times 12 + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{12} + 6 \times \frac{1}{144} + 5 \times \frac{1}{1728}$$

$$= 432 + 132 + 4 + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{5}{1728}$$

$$= 568\,\tfrac{365}{1728} \quad = 568{,}211_{10}$$

$$\underline{\therefore 3 \wedge 4{,}256_{12} \quad = 568{,}211_{10}}$$

(2)	3	C	4 ,	2	1	F_{16}
Nilai tempat	256	16	1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{4096}$

$$= 3 \times 256 + 12 \times 16 + 4 \times 1 + 2 \times \frac{1}{16} + 1 \times \frac{1}{256} + 15 \times \frac{1}{4096}$$

$$= 768 + 192 + 4 + \frac{1}{8} + \frac{1}{256} + \frac{15}{4096}$$

$$= 964\,\tfrac{543}{4096} = 964{,}133_{10}$$

$$\therefore 3C4{,}21F_{16} = 964{,}133_{10}$$

Sampai sekarang kita telah mengubah bilangan pada berbagai basis ke dalam bilangan dinari ekuivalen dari sistem pertama. Cara lain untuk mencapai hasil yang sama adalah dengan menggunakan fakta bahwa dua kolom berdekatan berbeda nilai tempatnya dengan faktor yang menjadi basis sistem tertentu.

Contoh :

Selesaikanlah oktal $357,121_8$ ke dalam bentuk dinari.

Pertama-tama kita akan memperhatikan bilangan bulat 357_8. Mulai dari paling kiri, kalikan kolom pertama dengan basis dari sistem oktal yaitu 8, dan tambahkan hasil ke entri kolom berikutnya (menjadi 29).

$$
\begin{array}{rcrcr}
3 & & 5 & & 7 \\
\times\ 8 & & 24 & & 232 \\
\hline
\underline{\underline{24}} & & 29 & + & \underline{\underline{239}} \; + \\
& & \times\ 8 & & \\
& & \underline{\underline{232}} & &
\end{array}
$$

Ulangi cara tersebut. Kalikan total kolom kedua dengan 8 dan tambahkan hasilnya ke kolom berikutnya. Hasil akhirnya adalah 239 pada kolom satuan.

$$\therefore\ \underline{357_8 = 239_{10}}$$

Bagian desimal dari sistem bilangan oktal, dilakukan dengan cara yang hampir sama dengan bagian bulatnya, sebagai berikut:

$$
\begin{array}{ccrcr}
0\ , & 1 & 2 & & 1 \\
& \times\ 8 & 8 & & 80 \\
\hline
& \underline{\underline{8}} & 10 & + & \underline{\underline{81}} \; + \\
& & \times\ 8 & & \\
& & \underline{\underline{80}} & &
\end{array}
$$

Mulai dari kolom paling kiri kemudian titik desimal dikalikan 8 dan ditambahkan hasilnya ke kolom berikutnya. Ulangi proses ini, akhirnya mendapat total 81 di kolom akhir. Kemudian dilihat nilai tempat dari 81 tersebut kolom yaitu 8^{-3}, sehingga nilai dinari $0,121_8$ adalah 81 x 8^{-3} atau 81 x $\frac{1}{8^3} = \frac{81}{512} = 0{,}1582_{10}$. Jadi hasil akhirnya adalah menyatukan hasil kedua bagian bersama-sama, diperoleh:

$$\underline{357{,}121_8 = 239{,}1582_{10}}$$