

**MAKALAH**  
**TEORI PERSANDIAN**  
**“Syndrome Decoding Untuk Kode Linear“**



Disusun oleh:

KELOMPOK 5

Dzaki Zaki Amali	08305144016
Agung Wicaksono	08305144017
Mas Roat	08305144019
Putri Kartika Sari	08305144022
Muhammad Fajar Dwi NZ	08305144023

**MATEMATIKA SWADANA 2008**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

**2011**

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

Pengiriman data yang biasanya dibuat dalam bentuk kode-kode, tidak semua dapat diterima sesuai dengan kode yang dikirimkan. Ada kalanya kode-kode yang diterima berbeda dengan kode yang dikirim dari pusatnya, sehingga data yang ditampilkan tidak sesuai dengan apa yang diharapkan dikarenakan terjadi error pada kode-kode saat dikirim.

Pada skema decoding yang diberikan dalam metode sebelumnya yaitu, standard array. Meskipun skema tersebut sangat sederhana, tetapi sangat tidak efisien. Metode yang digunakan dalam standard array tidak praktis untuk kode-kode yang besar. Pada tabel yang menggunakan metode standard array, solusi yang dihasilkan adalah solusi nontrivial atau banyak solusi. Dalam makalah ini, akan dibahas mengenai syndrome decoding yang merupakan metode yang lebih mudah untuk menyelesaikan decoding untuk sebuah kode linear, jika dibandingkan dengan metode standard array.

Kata syndrome berasal dari bahasa Yunani yang berarti kombinasi. Ini adalah nama yang tepat untuk vector biasa yang berhubungan dengan vector dari koset. Untuk menyederhanakan skema decoding standard array yang diberikan sebelumnya dapat menggunakan standard array, yaitu dengan membangun korespondensi 1-1 antara coset leader dan syndrome.

## BAB II

### PEMBAHASAN

#### Definisi.

H merupakan matriks parity-check untuk sebuah kode-(n, k) atas F. Untuk  $x \in V_n(F)$ , syndrome s pada x didefinisikan sebagai  $s = Hx^T$ .

#### Contoh:

Misalkan  $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  merupakan matriks parity-check untuk sebuah kode-(5,2) atas

$Z_2$ . Carilah syndrome s pada x jika diketahui  $x = (00110)$ .

Jawab:

$$x = (00110), \text{ maka } x^T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Syndrome s pada x adalah  $s = Hx^T$ , diperoleh

$$\begin{aligned} s &= Hx^T \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

### Teorema.

Diberikan  $H$  sebagai matriks parity-check untuk kode linear  $C$ . Dua vector  $x$  dan  $y$  adalah koset yang sama pada  $C$  jika dan hanya jika keduanya memiliki syndrome yang sama ( $Hx^T = Hy^T$ ).

Bukti:

Jika  $x$  dan  $y$  dalam koset yang sama pada  $C$ , maka  $x = I + c_i$  dan  $y = I + c_j$  untuk suatu codeword  $c_i, c_j \in C$  dan untuk suatu coset leader  $I$ .

$$Hx^T = H(I + c_i)^T = HI^T + Hc_i^T = HI^T$$

Dimana  $Hc_i^T = 0$ . Dengan menggunakan cara yang sama, maka

$$Hy^T = H(I + c_j)^T = HI^T + Hc_j^T = HI^T, \text{ dengan } Hc_j^T = 0.$$

Oleh sebab itu,  $Hx^T = Hy^T$ .

Dianggap  $Hx^T = Hy^T$ , maka  $Hx^T - Hy^T = 0$  dan  $H(x - y)^T = 0$  menyatakan bahwa  $x - y \in C$  adalah sebuah codeword. Oleh karena itu,  $x \equiv y \pmod{C}$ , dimana  $x$  dan  $y$  pada koset yang sama.

Algoritma dalam syndrome decoding untuk kode linear:

Buat korespondensi 1-1 antara coset leader and syndrome. Diberikan  $r$  sebagai vector penerima, dan  $H$  sebagai matriks parity-check.

- 1) Hitung syndrome  $s = Hr^T$  pada  $r$ .
- 2) Tentukan coset leader  $I$  yang bersesuaian dengan  $s$ .
- 3) Koreksi  $r$  ke  $r - I$ .

Contoh:

Untuk kode-(6,3) pada tabel 2, dapat membangun korespondensinya.

Coset Leader	Syndrome
000000	000
000001	101
000010	011
000100	110
001000	001
010000	010
100000	100
001100	111

Teorema 3.9 diketahui bahwa semua vector berbobot-1 harus menjadi coset leader dan oleh karena itu, dengan jelas coset intinya yang terakhir yaitu, (001100). Salah satu cara menemukan coset leader ini dengan mencoba semua vector berbobot 2 sampai dengan satu syndrome yang jelas dari tujuh syndrome pertama yang ditemukan. Andaikan  $r = (1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1)$  adalah matriks yang diterima, maka  $Hr^T = (0\ 1\ 0)^T$ . Karena  $(0\ 1\ 0)$  adalah matriks yang berhubungan dengan coset leader  $I = (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0)$ , koreksi r ke

$$r - I = (1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1) - (0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0) = (1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1)$$

Misalkan untuk r yang lain, yaitu  $r = (1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)$  adalah matriks yang diterima, maka  $Hr^T = (1\ 1\ 1)^T$ . Karena  $(1\ 1\ 1)$  adalah matriks yang berhubungan dengan coset leader  $I = (0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0)$ , koreksi r ke

$$r - I = (1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0) - (0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0) = (1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)$$

Jika C adalah biner (70,50)-kode, maka C memiliki  $2^{50}$  codeword. Jumlah coset adalah  $2^{70}/2^{50} = 2^{20}$ . Salah satu cara untuk mengimplementasikan algoritma akan direvisi untuk menyimpan 70 bit untuk setiap coset leader dan 20 bit untuk setiap syndrome. Hal ini akan membutuhkan

$$70 \times 20^{20} + 20 \times 20^{20} = 90 \times 20^{20}$$

Bits, sekitar 11 megabyte.

## **BAB III**

### **PENUTUP**

#### A. Kesimpulan

Dari uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa menyelesaikan decoding dengan standard array memang sederhana, tetapi tidak efisien untuk digunakan terutama untuk kode-kode yang besar. Maka untuk lebih memudahkan menyelesaikan decoding, dapat mencari syndrome dari vector penerima.

#### B. Daftar Pustaka

Vanstone, Scott A. and Paul C. van Oorschot.1989.*An Introduction to Error Correcting Codes with Application*.Norwell:Kluwer Academic Publishers.