

ISBN : 978-979-99314-6-7



## Prosiding Seminar Nasional

Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA  
02 Juni 2012, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Prosiding  
Seminar Nasional

Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA  
02 Juni 2012, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

### Kelompok Bidang :

- Matematika dan Pendidikan Matematika
- Fisika dan Pendidikan Fisika
- Kimia dan Pendidikan Kimia
- Biologi dan Pendidikan Biologi
- Ilmu Pengetahuan Alam



**Pemantapan Profesionalisme Peneliti, Pendidik dan Praktisi MIPA  
Untuk Membangun Insan yang Kompetitif dan Berkarakter Ilmiah**

**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
2012**



*Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA,  
Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 02 Juni 2012*



## **PROSIDING SEMINAR NASIONAL**

**Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA**

Tanggal 02 Juni 2012, FMIPA UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

ISBN: 978-979-99314-6-7

Bidang:

- Matematika dan Pendidikan Matematika
- Fisika dan Pendidikan Fisika
- Kimia dan Pendidikan Kimia
- Biologi dan Pendidikan Biologi
- Ilmu Pengetahuan Alam



Tema:

**Pemantapan Keprofesionalan Peneliti, Pendidik, dan Praktisi MIPA  
Untuk Membangun Insan yang Kompetitif dan Berkarakter Ilmiah**

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
Tahun 2012



## **PROSIDING SEMINAR NASIONAL**

**Penelitian, Pendidikan, dan Penerapan MIPA**

Tanggal 02 Juni 2012, FMIPA UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

ISBN: 978-979-99314-6-7

### **Tim Editor:**

1. Kismiantini, M.Si
2. Denny Darmawan, M.Sc
3. Erfan Priyambodo, M.Si
4. Agung Wijaya, M.Pd
5. Sabar Nurohman, M.Pd

### **Tim Reviewer:**

1. Dr. Agus Maman Abadi
2. Wipasar Sunu Brams Dwandaru, M.Sc, Ph.D
3. Dr. Endang Wijayanti
4. Dr. Heru Nurcahyo



Tema:

**Pemantapan Keprofesionalan Peneliti, Pendidik, dan Praktisi MIPA  
Untuk Membangun Insan yang Kompetitif dan Berkarakter Ilmiah**

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
Tahun 2012

## **Kata Pengantar**

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga Prosiding Seminar Nasional MIPA Universitas Negeri Yogyakarta (UNY) 2012 ini dapat selesai disusun sesuai dengan tenggat waktu yang telah ditentukan oleh panitia. Seluruh makalah yang ada dalam prosiding ini merupakan kumpulan makalah yang telah lolos proses seleksi yang dilakukan tim reviewer dan telah disampaikan dalam kegiatan seminar nasional yang diselenggarakan pada tanggal 2 Juni 2012 di Fakultas MIPA UNY.

Seminar Nasional MIPA UNY 2012 mengangkat tema “*Pemantapan Profesionalisme Peneliti, Pendidik dan Praktisi MIPA untuk Membangun Insan yang Kompetitif dan Berkarakter Ilmiah*”. Makalah utama yang ditampilkan dalam kegiatan ini adalah “*Publikasi Ilmiah Sebagai Produk Utama Aktivitas Penelitian Ilmiah*” yang disampaikan oleh Dr. Langkah Sembiring dari Fakultas Biologi Universitas Gadjah Mada dan “*Upaya Membangun Insan Berkarakter Ilmiah dan Kompetitif*” yang disampaikan oleh Sudjoko, M.Si., dari Jurusan Pendidikan Biologi Universitas Negeri Yogyakarta. Selain makalah utama, dalam seminar ini juga disampaikan hasil kajian dan penelitian dalam bidang MIPA dan Pendidikan MIPA yang dilakukan oleh para peneliti di universitas dan lembaga penelitian yang ada di Indonesia. Makalah-makalah yang disampaikan terbagi atas lima bidang utama, yaitu: bidang matematika dan pendidikan matematika, bidang fisika dan pendidikan fisika, bidang kimia dan pendidikan kimia, bidang biologi dan pendidikan biologi, serta pendidikan IPA.

Semoga prosiding ini dapat ikut berperan dalam penyebaran hasil kajian dan penelitian di bidang MIPA dan pendidikan MIPA sehingga dapat diakses oleh khalayak yang lebih luas dan bermanfaat bagi pembangunan bangsa.

Yogyakarta, Juni 2012

Tim Editor



## SAMBUTAN KETUA PANITIA

Assalamuallaikum wr. wb.

1. Yth. Rektor UNY,
2. Yth. Dekan dan para Wakil Dekan FMIPA UNY,
3. Yth. Para Pembicara Utama,
4. Yth. Bapak/Ibu Tamu Undangan
5. Yth. Para pemakalah dan peserta seminar sekalian,

Salam sejahtera,

Pertama-tama marilah kita panjatkan puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas segala karunia dan rahmatNya yang telah dilimpahkan kepada kita semua. Atas ijin-Nya pula, kita pada hari ini dapat berkumpul di sini, dalam keadaan sehat jasmani dan rohani, untuk mengikuti Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan FMIPA sebagai rangkaian kegiatan memperingati Dies Natalis ke- 48 Universitas Negeri Yogyakarta tahun 2012.

Perkembangan IPTEK yang sangat pesat di dunia memerlukan peningkatan kesadaran dan upaya pengembangan ilmu dasar seperti MIPA. Di sisi lain, globalisasi dan kemudahan komunikasi memberikan implikasi penyerapan budaya luar yang lebih banyak ditemui pada generasi muda. Peran nyata dunia pendidikan dan penelitian dalam membangun jatidiri bangsa yang mandiri, inovatif dan adaptif tanpa menghilangkan karakter budaya bangsa perlu ditingkatkan. Oleh karena, sesuai dengan tema seminar yang kami susun, seminar ini bertujuan untuk memantapkan profesionalisme peneliti, pendidik dan praktisi MIPA untuk membangun insan yang kompetitif dan berkarakter ilmiah.

Pada seminar ini, kami mengundang 3 pembicara utama yang akan menyampaikan makalah utama pada sidang pleno, yaitu Prof. Dr. Supriadi Rustad, M.Si (Direktur Diktendik, Dikti), Langkah Sembiring, M.Sc, Ph.D (Fakultas Biologi UGM) serta Sudjoko, M.Si (Staf Pengajar Jurdik Biologi UNY). Atas nama panitia, kami mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya atas kesediaan beliau bertiga hadir dalam acara ini. Ketiga pembicara akan menyampaikan makalah terkait dengan pengembangan pendidikan karakter dengan sudut pandang yang saling melengkapi, yaitu dari segi kebijakan pendidikan guru, publikasi ilmiah serta pelaksanaan pembelajaran.

Selain itu panitia juga telah menerima sekitar 169 makalah pendamping, dari berbagai Instansi di Indonesia, seperti UM Malang, UGM, Unpad, Univ. Terbuka, UNY, Unlam, Univ.Tanjungpura, ITS, UKSW, Sanata Dharma, Politeknik Semarang, UAD, UIN Suka, Unsri, Binus, Untirta, SMP 5 Wates, P4TK BMTI, SMA 2 Madiun, Univ.Mataram, UPI, SMA 5 Metro Lampung, Dinas Pendidikan KulonProgo, TK Masjid Syuhada, Univ.Negeri Manado, STKIP Siliwangi, IKIP PGRI Madiun, STIS serta karya PKMP mahasiswa FMIPA UNY.

Kegiatan Seminar Nasional MIPA tahun 2012 ini tidak dapat diselenggarakan dengan baik tanpa bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, kami mengucapkan terimakasih yang tak terkira kepada rektor Universitas Negeri Yogyakarta, Bapak Prof.Dr. Rochmat Wahab, M.Pd, M.A atas dukungannya serta Dekan FMIPA UNY, Bapak Dr. Hartono atas dorongan, dukungan dan fasilitas yang disediakan. Terimakasih kepada para sponsor dan semua pihak yang tidak dapat kami sebutkan satu per satu. Ucapan terimakasih juga kami sampaikan kepada teman-teman panitia yang telah bekerja keras demi suksesnya penyelenggaraan seminar ini

Kami juga mengucapkan terimakasih kepada Bapak, Ibu dan Saudara peserta yang telah berkenan mengikuti seminar ini hingga selesai nantinya. Atas nama panitia, kami mohon maaf yang sebesar-besarnya jika dalam kegiatan ini terdapat kesalahan, kekurangan maupun

hal-hal yang tidak/kurang berkenan di hati Bapak, Ibu dan Saudara sekalian. Akhir kata, semoga seminar ini dapat memberikan sumbangan yang signifikan bagi kemajuan bangsa Indonesia terutama dalam memajukan bidang MIPA dan Pendidikan MIPA. Terimakasih.

**SELAMAT BERSEMINAR!!**

Wassalamuallaikum wr. wb ,

Yogyakarta, Juni 2012  
Ketua Panitia

Wipsar Sunu Brams D, Ph.D



## SAMBUTAN DEKAN

Assalamualaikum Wr.Wb.

Para peserta seminar yang berbahagia, selamat datang di FMIPA UNY.

Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (MIPA) ini merupakan agenda rutin tahunan FMIPA UNY dan sekaligus memperingati Dies UNY yang ke 48 (enam windu).

Pada tahun ini tema seminar adalah Pemantapan Profesionalisme Peneliti, Pendidik & Praktisi MIPA untuk Membangun Insan yang Kompetitif dan Berkarakter Ilmiah. Tema ini selaras dengan tema Dies UNY ke 48 yaitu Membangun Insan Berkarakter dan Bermartabat.

Salah satu karakter yang terkait dengan keilmuan adalah kejujuran (jujur) dan orang yang jujur akan bermartabat. Akhir-akhir ini plagiarisme sangat marak, itu artinya karakter ketidak jujuran sedang marak juga. Disisi lain dengan berkembangnya IT kita akan semakin mudah apabila mau, bertindak sebagai plagiat. Akan tetapi kita juga dapat dengan mudah mengetahui apakah ada tindakan plagiarism atau tidak dengan bantuan IT tersebut. Misalkan, dengan mengupload karya kita secara online. Maka selain promosi tentang karya kita juga sekaligus membantu untuk mencegah maraknya plagiarism. Karena ada satu alat yang bisa membandingkan satu karya dengan karya yang lain untuk mengetahui berapa persen karya – karya tersebut saling beririsan.

Harapan kami proseding seminar ini juga akan diupload pada website UNY, sehingga bisa didownload dan semakin banyak dibaca orang.

Akhir kata saya ucapkan terimakasih atas partisipasi Bapak/ Ibu semua pada seminar ini dan mudah-mudahan kita semua bisa berkarakter dan bermartabat. Amien.

Selamat berseminar

Wassalamualaikum Wr.Wb.

Dekan FMIPA UNY

Dr. Hartono



## DAFTAR ISI

Tim Editor.....	i
Kata Pengantar.....	ii
Sambutan Ketua Panitia.....	iii
Sambutan Dekan.....	iv
Daftar Isi.....	v
Makalah Utama 1 (Langkah Sembiring).....	A
Makalah Utama 2 (Sudjoko).....	B

## MAKALAH PENDIDIKAN MATEMATIKA

EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN DENGAN PROGRAM *CABRI* IBANDING PEMBELAJARAN KONVENSIONAL PADA TOPIK JARAK GARIS ENGAN BIDANG DALAM BANGUN RUANG KELAS X SMA N 1 DEPOK SLEMAN (Ambar Tri Wahyuni dan M. Andy Rudhito)..... M-1

POLA KESALAHAN PADA OPERASI PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN : STUDI KASUS PADA 4 SISWA KELAS VII B SMP N 3 DEPOK SLEMAN TAHUN PELAJARAN 2008/2009 (Anik Yuliani, S.Pd., M.Pd.)..... M-7

PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOPERATIF TIPE *THINK TALK WRITE* TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH PADA SISWA SMA (Asep Ikin Sugandi )..... M-15

UPAYA MENGATASI KESULITAN BELAJAR TOPIK MENENTUKAN JARAK DALAM RUANG DIMENSI TIGA DENGAN PEMBELAJARAN REMEDIAL YANG MEMANFAATKAN PROGRAM *CABRI 3D* UNTUK SISWA KELAS X.3 SMA PANGUDI LUHUR YOGYAKARTA (Bella Wicasari dan M. Andy Rudhito)..... M-23

PEMANFAATAN PROGRAM *CABRI 3D* PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA MATERI PRISMA DAN LIMAS DI KELAS VIII C SMP JOANNES BOSCO YOGYAKARTA DALAM UPAYA MENINGKATKAN HASIL BELAJAR SISWA (Carolina Ndaru Pangestika dan M. Andy Rudhito)..... M-31

TEORI KECERDASAN MAJEMUK: APA DAN BAGAIMANA MENGAPLIKASIKANNYA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA (Djamilah Bondan Widjajanti )..... M-39

PENINGKATAN MOTIVASI BELAJAR KALKULUS DIFFERENSIAL MELALUI METODE EKSPOSITORI DENGAN PEMBERIAN KUIS (Dra Sumargiyani)..... M-47

KESALAHAN SISWA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA:TEMUAN BERHARGA BAGI PARA GURU DALAM KEGIATAN *LESSON STUDY* (Elly Arliani).....M-53

IMPLEMENTASI METODE <i>INQUIRY</i> DIPADUKAN DENGAN STRATEGI KOOPERATIF UNTUK MEMBANGUN KEMAMPUAN BERFIKIR KRITIS MATEMATIS PADA SISWA SMP (Endang L, Fitriana Yuli S., dan Wahyu S).....	M-57
PENERAPAN ANALISIS KONJOIN RANCANGAN KOMBINASI LENGKAP DENGAN JENIS RESPON <i>RATING</i> PADA PREFERENSI MAHASISWA TERHADAP KUALITAS DOSEN SEKOLAH TINGGI ILMU STATISTIK (Fitri Catur Lestari, S. Si., M. Si.).....	M-65
REMEDIASI MENGGUNAKAN PROGRAM FLASH PADA MATERI OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT (Hamidah, M.Pd. Dan Nursiah, S.Pd.).....	M-73
PENGARUH <i>SELF EFFICACY</i> TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK (Hamidah, M.Pd).....	M-79
PENINGKATAN MOTIVASI BELAJAR KALKULUS DIFFERENSIAL MELALUI METODE EKSPOSITORI UPAYA MENGATASI KESULITAN BELAJAR SISWA KELAS VII SMP KANISIUS PAKEM PADA POKOK BAHASAN SEGITIGA DENGAN MEMANFAATKAN PROGRAM <i>GEOGEBRA</i> DALAM PROSES PEMBELAJARAN REMEDIAL (Ignatius Candra Budhiawan dan M. Andy Rudhito).....	M-85
EVALUASI TERHADAP HASIL PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDIDIKAN KARAKTER DI INDONESIA (Ika Wahyu Anita, S.Pd., M.Pd).....	M-95
PEMANFAATAN PROGRAM <i>CABRI 3D</i> UNTUK MEMBANTU PEMBELAJARAN MATEMATIKA PADA POKOK BAHASAN MENENTUKAN BESAR SUDUT ANTARA DUA GARIS DALAM RUANG DIMENSI TIGA DI KELAS X SEMESTER II SMA MARSUDI LUHUR YOGYAKARTA (Maria Immaculata Ray Bastiani, dan M. Andy Rudhito).....	M-101
E-LEARNING READINESS TO E-LEARNING MATURITY (Nur Hadi Waryanto).....	M-109
MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA SMA MELALUI PENDEKATAN <i>OPEN-ENDED</i> DENGAN PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>COOP-COOP</i> (Rafiq Zulkarnaen).....	M-119
PEMBELAJARAN MATEMATIKA REALISTIK SEBAGAI UPAYA UNTUK MENUMBUHKEMBANGKAN KEPEDULIAN SISWA TERHADAP LINGKUNGAN (Rifka Zammilah).....	M-129
<i>PERFORMANCE ASSESSMENT</i> DALAM PERSPEKTIF <i>MULTIPLE CRITERIA DECISION MAKING</i> (Sri Andayani dan Djemari Mardapi).....	M-137

RANCANGAN DAN PENGEMBANGAN MODUL ELEKTRONIK PEMBELAJARAN PROGRAM LINEAR DENGAN PROGRAM *GEOGEBRA* PADA KELAS X TKJ B SMK N 2 DEPOK SLEMAN TAHUN AJARAN 2011/2012  
(Suko Baryoto Adi Raharjo dan M. Andy Rudhito).....M-147

PENGEMBANGAN KARAKTER BANGSA MELALUI INTEGRASI NILAI KEISLAMAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA  
(Suparni, S.Pd., M.Pd. ).....M-157

MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS DAN KREATIF MATEMATIK SISWA SMA MELALUI PEMBELAJARAN KOOPERATIF *THINK-TALK-WRITE* (TTW)  
(Wahyu Hidayat).....M-163

METODE *PEER LESSON* UNTUK MELATIHKAN KOMPETENSI PEDAGOGIK DAN PENDIDIKAN KARAKTER PADA MATA KULIAH *MICROTEACHING*  
(Wasilatul Murtafiah, S.Pd., M.Pd., Dan Ervina Maret S, S.Si., M.Pd.).....M-175

UPAYA MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA MENGGUNAKAN *MACRO MEDIA FLASH* SISWA KELAS V SD ISLAM TERPADU LUQMANUL HAKIM DAN SD ISLAM TERPADU AL-KHAIRAT YOGYAKARTA  
(Dra. Widayati, MSc.).....M-185

## **MAKALAH MATEMATIKA**

PENGGUNAAN METODE BAYESIAN OBYEKTIF DALAM PEMBUATAN GRAFIK PENGENDALI *p*-CHART  
Adi Setiawan ..... M-1

SISTEM KENDALI DAN NAVIGASI WAHANA BAWAH AIR TANPA AWAK UNTUK MENUNJANG PERTAHANAN DAN KEAMANAN NEGARA  
Annisa Dwi S., Fatma Ayu N.F.A., Putra S. B., Andri A., Muflih M. K.....M-9  
PENDEKATAN CART DAN REGRESI LOGISTIK PADA POLA TINGKAT KEPARAHAN KORBAN KECELAKAAN LALU LINTAS DI SURABAYA  
Atika Nurani Ambarwati, Heri Kuswanto, Ismaini Zain .....M-17

PREDIKSI SUKU BUNGA BANK INDONESIA (*BI RATE*) MENGGUNAKAN MODEL *NEURO FUZZY*  
Ayu Azmy Amalia, Agus Maman Abadi ..... M-27

STUDI MENGENAI MUNCULNYA BIFURKASI HOPF PADA MODEL DIFUSI PERIKLANAN  
Ayu Luhur Yusdiana Yati, Kus Prihantoso Krisnawan .....M-35

IDENTIFIKASI SINYAL OUT OF CONTROL PADA DIAGRAM KONTROL FUZZY MULTIVARIAT PADA PRODUKSI BOTOL RC COLA 800 ML PT. IGLAS (PERSERO) GRESIK  
Ayundyah Kesumawati, Muhammad Mashuri, Irhamah .....M-41

<i>MULTICLASS TWIN BOUNDED SUPPORT VECTOR MACHINE</i> UNTUK PENGENALAN UCAPAN Berny Pebo Tomasouw, S.Si., Prof. Dr. Mohammad Isa Irawan, MT. ....	M-49
EKSISTENSI DAN KETUNGGALAN DARI PENYELESAIAN PERSAMAAN EULER-LAGRANGE Ch. Enny Murwaningtyas, M.Si. ....	M-59
ANALISIS KEADAAN DINAMIK SISTEM LORENZ Dian Trendi Dwi P., Kus Prihantoso Kurniawan .....	M-65
PENGUNAAN MODEL <i>NEURO FUZZY</i> UNTUK PERAMALAN NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP YEN JEPANG Dian Tri Handayani, Agus Maman Abadi .....	M-71
LINEARISASI SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL PADA MODEL EPIDEMI SIR BERDASARKAN KELOMPOK UMUR Dwi Lestari, Widodo.....	M-79
KAJIAN TERHADAP METODE <i>RESPONSE SURFACE</i> PADA DESAIN BLOK Enny Supartini, Sri Winarni.....	M-87
PORTOFOLIO OPTIMAL MENGGUNAKAN <i>LIQUIDITY</i> <i>ADJUSTED CAPITAL ASSET PRICING MODEL (LCAPM)</i> Evri kurniawati, Retno Subekti .....	M-93
KENDALI OPTIMAL PENGobatan TUMOR DENGAN KOMBINASI KEMOTERAPI DAN IMMUNOTERAPI Fatanur Baity Tsulutsya, Subchan.....	M-99
DIFFICULTY IN OPTIMIZATION FUNCTIONS OF MATLAB AND HOW TO ANALYZE H.A Parhusip .....	M-109
METODE TLSAR BERBASIS REGRESI <i>TIME SERIES</i> DAN ARIMA UNTUK PERAMALAN BEBAN LISTRIK JANGKA PENDEK Ika Purnamasari, Suhartono.....	M-115
MODEL ALGORITMA PENGAMBILAN KEPUTUSAN MANAJERIAL DENGAN CPM/PERT PADA LEMBAR KERJA (SPEADSHEET) Iswanti.....	M-123
PERHITUNGAN HARGA OPSI EROPA MENGGUNAKAN METODE GERAK BROWN GEOMETRI Kristoforus Ardha Sandhy P., Bambang Susanto, Hanna Arini Parhusi.....	M-131
KETAKSAMAAN <i>CAUCHY-SCHWARZ</i> YANG DIPERUMUM Kus Prihantoso Krisnawan.....	M-139



APLIKASI PERHITUNGAN JARAK ANTARA DUA <i>WAYPOINT</i> PADA GOOGLE MAPS Kuswari Hernawati .....	M-143
METODE HIMPUNAN AKTIF UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PEMROGRAMAN KUADRATIK KONVEKS Yudith Kase, Lusia Krismiyati Budiasih.....	M-149
SYARAT CUKUP ORDE KEDUA DALAM OPTIMISASI KONVEKS Lusia Krismiyati Budiasih.....	M-157
SISTEM LINEAR MAX-PLUS INTERVAL WAKTU INVARIANT AUTONOMOUS M. Andy Rudhito.....	M-163
ANALISIS KESTABILAN PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK ( <i>MEASLES</i> ) DENGAN VAKSINASI MENGGUNAKAN MODEL ENDEMI <i>SIR</i> Marhendra Ali Kurniawan, Fitriana Yuli S, M.Si. ....	M-171
ANALISIS KOINTEGRASI DATA RUNTUN WAKTU INDEKS HARGA KONSUMEN BEBERAPA KOMODITAS BARANG KOTA DI JAWA TENGAH Mariani Jaya Saputra, Adi Setiawan, Tundjung Mahatma.....	M-177
PROTOKOL PERJANJIAN KUNCI BERDASARKAN MASALAH FAKTORISASI ATAS SEMIGRUP NON-KOMUTATIF Muhamad Zaki Riyanto.....	M-185
DESAIN KENDALI ROBUST DENGAN PENDEKATAN PERMAINAN DINAMIS UNTUK SISTEM LINEAR TIME INVARIANT (LTI) Muhammad Wakhid Musthofa.....	M-193
MODEL EFISIENSI DISTRIBUSI <i>HONEYWELL WINDTRONICS WIND TURBINE</i> PADA RADIUS TERTENTU Nabih Ibrahim Bawazir, Dwi Prihastuti .....	M-205
PENGUJIAN STRUKTUR MATEMATIKA GRUP BERBASIS OSP (OPEN SOURCE PROGRAM) Ngarap Im Manik, Don Tasman, Pretty Christyaningrum Turang.....	M-215
STRATEGI VAKSINASI <i>PULSE</i> UNTUK MENGATASI EPIDEMI PENYAKIT CAMPAK BERDASARKAN MODEL <i>SIR</i> Nikenasih Binatari, M.Si., Eminugroho Ratna Sari, M.Sc.....	M-223
PEMODELAN <i>STRUCTURAL EQUATION MODELING</i> (SEM) BERBASIS VARIANS PADA DERAJAT KESEHATAN DI PROPINSI JAWA TIMUR 2010 Noermayanti Hidayat, Dr.Bambang Widjanarko Otok, S.Si., M.Si.....	M-229

ANALISA STABILITAS MODEL INFEKSI HTLV-I PADA SEL CD4<sup>+</sup>T DENGAN LAJU INFEKSI NONLINIER DAN RESPON IMUN CTL YANG TERTUNDA

Nur Aini S., Subiono .....M-241

PEMILIHAN ALGORITMA HEURISTIK TERBAIK UNTUK SUATU MASALAH GRAF BERDASARKAN SIFAT/KARAKTERISTIKNYA (INSTANCE FEATURES)

Nur Insani, M.Sc .....M-251

SISTEM KENDALI RKK-200 LAPAN DENGAN PENGONTROL PID OPTIMAL

Putra S. B., Moh. Rifa'i, Nur Marisa Dewi, Ahmad Nur Shofa, Mohamad Mufti Setiawan .....M-257

..

PREDIKSI PRODUKSI IKAN LELE DI KABUPATEN SLEMAN DENGAN MODEL *NEURO FUZZY*

Putri Kartika Sari, Agus Maman Abadi .....M-273

PERILAKU *STEADY-STATE KALMAN FILTER* PADA *DIGITAL PHASE LOCK LOOP* UNTUK PELACAKAN SINYAL

Rini Satiti dan Erna Apriliani .....M-281

KENDALI OPTIMAL TEMPERATUR PADA PROSES PRODUKSI BIODIESEL

Rosalia Dewi Lestarini, M. Isa Irawan, Subchan.....M-289

ANALISIS PENDEKATAN HAMILTONIAN PADA MODEL *MULTIDIMENSIONAL SCREENING* UNTUK PENENTUAN TARIF OPTIMAL PADA PERUSAHAAN MONOPOLI

F.X. Satrijo Widyatmoko, Mahmud Yunus.....M-299

STUDI SIMULASI GRAFIK PENGENDALI BERDASARKAN ESTIMASI FUNGSI DENSITAS KERNEL BIVARIAT

Selfie Pattihahuan, Adi Setiawan, Leopoldus Ricky Sasongko.....M-303

PREDIKSI PENJUALAN SEPEDA MOTOR DI DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA (DIY) DENGAN MENGGUNAKAN MODEL *NEURO FUZZY*

Septiana Nur Rohmah, Agus Maman Abadi.....M-309

APLIKASI PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS (PCA) DALAM MENGATASI MULTIKOLINIERITAS UNTUK MENENTUKAN INVESTASI DI INDONESIA PERIODE 2001.1-2010.4

Soemartini .....M-315

PENERAPAN *FUZZY SERVICE QUALITY* DALAM ANALISIS KEPUASAN PELANGGAN LAYANAN INTERNET MAHASISWA UNY (LIMUNY)

Soffia Anisa H., Agus Maman Abadi .....M-321

APLIKASI METODE *TWO STEP CLUSTER* UNTUK PENGELOMPOKKAN MAHASISWA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS SRIWIJAYA (STUDI KASUS : MAHASISWA ANGKATAN 2010)

Sri Indra Maiyanti, Endro Setyo Cahyono, Weni Winata .....M-329

PENERAPAN *STATISTICAL PROCESS CONTROL* UNTUK MENGANALISIS MUTU PROSES TUGAS AKHIR (STUDI KASUS DI JURUSAN STATISTIKA FMIPA UNIVERSITAS PADJADJARAN )

Titi Purwandari .....M-337

PENGLASIFIKASIAN FUNGSI DISKRIMINAN PILIHAN PROGRAM STUDI MATEMATIKA DI FMIPA DAN FKIP UNIVERSITAS SRIWIJAYA

Yuli Andriani, Dian Cahyawati, Vivin Gusmaryanita .....M-343

SOLUSI TEORITIS KEKAKUAN DINAMIK UNTUK PREDIKSI KOEFISIEN ABSORPSI BUNYI DARI BUSA POLIURETAN

Zeth Arthur Leleury, S.Si., Prof. Dr. B. Widodo, M.Sc.,

Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng .....M-347

## Publikasi Ilmiah sebagai Produk Utama Aktivitas Penelitian Ilmiah

Langkah Sembiring

Laboratorium Mikrobiologi, Fakultas Biologi UGM  
Jl. Teknik Selatan, Sekip Utara, Kampus Bulaksumur, Yogyakarta

### ABSTRAK

Berdasarkan pemikiran bahwa tujuan utama penelitian ilmiah adalah mengembangkan teori ilmiah yang mampu menjelaskan fenomena alam maka pengetahuan ilmiah sebagai produk aktivitas penelitian ilmiah haruslah didokumentasikan secara lengkap dan dikomunikasikan secara efektif di kalangan komunitas ilmiah. Di samping dapat memenuhi rasa ingin tahu manusia, pengetahuan ilmiah juga sekaligus berpotensi memecahkan masalah nyata dalam kehidupan. Dalam konteks inilah publikasi ilmiah sebagai produk utama aktivitas penelitian memiliki peran sentral dalam komunikasi ilmiah yang dilakukan oleh komunitas ilmiah secara universal. Makalah ini akan membahas makna publikasi ilmiah sebagai produk utama aktivitas penelitian ilmiah untuk pengembangan ilmu tanpa mengabaikan potensi peluang aplikasi pengetahuan ilmiah tersebut dalam menghasilkan teknologi. Ketidaktepatan pemahaman mengenai perbedaan tujuan utama antara ilmu (*science*) dan teknologi (*technology*) seringkali menimbulkan kerancuan dalam bersikap dan menilai capaian suatu aktivitas penelitian ilmiah dan selanjutnya bermuara pada kurangnya apresiasi terhadap temuan ilmiah (*scientific discovery*) yang berupa publikasi ilmiah. Perbedaan mendasar antara tujuan utama ilmu dasar (*basic science*) yang hendak menemukan (*discovery*) penjelasan mengenai fenomena alam dan ilmu terapan (*applied science*) yang hendak menghasilkan teknologi (*invention*) akan diuraikan secara komprehensif. Oleh karena itu, secara lengkap akan dikaji mengenai kerancuan ekspektasi terhadap produk penelitian ilmiah, hakekat ilmu dan teknologi, hakekat penelitian, bentuk-bentuk karya ilmiah, dan penulisan ilmiah untuk publikasi akan dikaji pula secara mendalam. Hal ini perlu ditegaskan karena format dan proses publikasi berbeda dengan format penulisan laporan penelitian yang pada umumnya digunakan secara konvensional dalam penyusunan tugas akhir di Pendidikan Tinggi yaitu Skripsi, Tesis, dan Disertasi. Dengan memahami makna produk penelitian secara komprehensif, hakekat ilmu dan teknologi, penelitian, serta penguasaan ketrampilan penulisan publikasi ilmiah oleh para peneliti *basic science* diharapkan mampu menghasilkan publikasi dalam jurnal ilmiah yang berkualitas. Akhirnya, pemahaman akan makna publikasi sebagai produk utama penelitian ilmiah untuk pengembangan ilmu akan meningkatkan apresiasi terhadap publikasi ilmiah secara substansial dan proporsional. Artinya, dengan menghasilkan publikasi ilmiah di jurnal berkualitas, seorang peneliti telah diakui kontribusinya dalam pengembangan ilmu. Hanya dengan perspektif yang demikian inilah, dunia penelitian dapat lebih bergairah untuk meningkatkan publikasi ilmiah secara kualitatif maupun kuantitatif dalam jurnal berkualitas, baik di tingkat nasional maupun di tingkat internasional sehingga bangsa Indonesia tidak perlu lagi merasa tertinggal jauh dengan negara lain.



## Pengantar

Publikasi Ilmiah merupakan salah satu produk utama aktivitas penelitian ilmiah di samping potensi aplikasi pengetahuan ilmiah yang dihasilkan dalam bentuk teknologi. Oleh karena itu, aktivitas penelitian dapat dipandang sebagai ujung tombak yang bermata dua yang di satu sisi menghasilkan pengetahuan ilmiah (*scientific knowledge*) mengenai fenomena alam (*discovery*) sedangkan di sisi lain pengetahuan tersebut dapat memiliki potensi untuk dikembangkan menjadi teknologi (*invention*) yang mampu menghasilkan produk dan atau jasa (*goods & service*). Kedua produk penelitian ilmiah tersebut sangat berkaitan erat antara satu dengan yang lain karena di satu pihak, pengetahuan ilmiah yang ditemukan dapat membuka peluang untuk menghasilkan teknologi tetapi di pihak lain, teknologi yang dihasilkan pada gilirannya dapat pula memberikan umpan balik untuk mendorong kecanggihan penelitian ilmiah dalam melakukan penemuan mengenai penjelasan fenomena alam selanjutnya. Campbell (1953) dalam bukunya *What is Science ?* menyatakan hal berikut ini: “*Nevertheless, though pure science and practical science are inseparable and merely different aspects of the same study, it is necessary to remember the difference between them*”. Oleh karena itu, kedua aspek hasil penelitian ilmiah ini dapat pula dipandang sebagai dua sisi mata uang logam yang tidak dapat dipisahkan secara hitam putih.

Dalam makalah ini akan dikaji mengenai kerancuan ekspektasi terhadap produk penelitian, hakekat ilmu dan teknologi, penelitian, bentuk-bentuk publikasi karya ilmiah, serta kajian kritis mengenai publikasi sebagai produk utama penelitian sebagai upaya pengembangan ilmu. Adanya dua macam produk penelitian ilmiah (ilmu & teknologi) bersumber dari adanya dua hakekat ilmu yaitu (i) pengetahuan ilmu murni yang tidak berkaitan secara langsung dengan praktek nyata dalam kehidupan, dan (ii) pengetahuan yang bersifat aplikatif dalam praktek kehidupan nyata (Campbell, 1953). Kedua aspek ilmu tersebut sesungguhnya saling berkaitan tetapi berbeda sehingga perlu dipahami secara substansial dan proporsional. Berdasarkan perspektif adanya dua hakekat ilmu inilah, pemahaman hakekat produk penelitian ilmiah perlu diletakkan, terutama dari sisi pengembangan ilmu sehingga akan disadari betapa pentingnya memfokuskan aktivitas penelitian agar lebih efektif dan efisien untuk mencapai tujuan penelitian yang dilakukan. Ketegasan dalam menyikapi masalah ini akan memberi peluang untuk memfokuskan diri dalam aspek pengembangan ilmu sehingga memberikan modal bagi peneliti, terutama yang bergerak dalam bidang ilmu dasar (*basic science*) untuk mengembangkan kapasitasnya dalam menghasilkan produk penelitian berupa publikasi ilmiah dalam jurnal yang berkualitas, baik di tingkat nasional, maupun internasional.

## Kerancuan ekspektasi terhadap produk penelitian

Adanya kerancuan ekspektasi terhadap produk penelitian muncul sebagai akibat ketidakjelasan pemahaman mengenai hakekat produk penelitian khususnya *basic science* sehingga berakibat adanya penyikapan yang kurang proporsional. Oleh karena itu, perlu diuraikan secara jelas dan tegas mengenai hakekat produk penelitian agar dapat dipahami dengan lebih jelas dan tidak menimbulkan

kerancuan dalam penyikapan. Dengan demikian, apresiasi terhadap produk penelitian, penelitian *basic science* pada khususnya, baik dalam bentuk publikasi ilmiah maupun berupa teknologi dapat diberikan secara lebih proporsional dan substansial sesuai dengan hakekatnya masing-masing.

Di satu sisi, perbedaan antara kedua aspek produk penelitian ilmiah tersebut sangat perlu disadari oleh semua pihak sehingga para peneliti dapat menyikapi secara proporsional dan aktivitas penelitian ilmiah dapat lebih fokus dalam mencapai tujuannya masing-masing secara lebih efektif dan efisien kendatipun keduanya sangat terkait secara erat. Di sisi lain, pemisahan secara kaku antara ilmu dan teknologi juga dapat bersifat mengekang (*counterproductive*) karena keterkaitan antar keduanya yang jelas saling mendukung dan bersifat dinamis. Ketidakjelasan pemahaman mengenai perbedaan tujuan utama antara ilmu (*science*) dan teknologi (*technology*) misalnya, seringkali menimbulkan kerancuan dalam menilai capaian suatu aktivitas penelitian ilmiah dan bermuara pada kurangnya apresiasi terhadap temuan ilmiah (*scientific discovery*) yang berupa publikasi ilmiah. Sebagai konsekuensinya, gairah melakukan penelitian yang mampu menghasilkan produk berupa publikasi ilmiah menjadi kurang berkembang. Rendahnya apresiasi terhadap publikasi ilmiah mungkin telah berperan dalam menimbulkan kerancuan pemahaman mengenai tujuan utama publikasi ilmiah. Sebagai contoh, peneliti menjadi lebih bersikap pragmatis sehingga tujuan utama publikasi ilmiah seolah-olah hanyalah untuk memenuhi persyaratan kenaikan pangkat yang lebih bersifat administratif dari pada substantif. Padahal untuk dapat menghasilkan publikasi ilmiah yang berkualitas, seorang peneliti selain harus memiliki semangat kerja keras juga dituntut selalu mengasah ketrampilan menulis publikasi ilmiah (*scientific writing*). Jadi, perlu disosialisasikan secara gencar kepada semua pihak bahwa fungsi utama publikasi ilmiah dalam *basic science* adalah untuk pengembangan ilmu sedangkan penelitian dalam ilmu terapan (*applied science*) bertujuan untuk menghasilkan produk berpotensi komersial yang justru tidak akan dipublikasikan melainkan akan dipatenkan.

Kendatipun demikian, dalam prakteknya ada dua kecenderungan dalam memahami dan menyikapi hakekat hasil penelitian ilmiah tersebut. Di satu pihak ada yang menyikapi secara kaku bahwa hasil penelitian ilmiah hanya berupa pengetahuan ilmiah dan tidak perlu mempertimbangkan aspek aplikasi pengetahuan tersebut karena tugas kita adalah hanya menyingkap rahasia fenomena alam semata. Di lain pihak, ada pula yang menyikapi secara ekstrim bahwa penelitian ilmiah haruslah menghasilkan suatu produk berupa teknologi yang dapat memecahkan masalah secara nyata mengingat penelitian memerlukan biaya yang mahal.

Dalam konstelasi inilah muncul masalah yaitu ketidakjelasan penyikapan oleh peneliti dan masyarakat sehingga dapat mengganggu fokus penelitian ilmiah dan berakibat kurang produktifnya penelitian ilmiah dalam menghasilkan *output* yang diharapkan, baik berupa publikasi ilmiah maupun berupa teknologi. Oleh karena itu, perlu penyikapan secara lebih jelas dan tegas mengenai produk penelitian ini, khususnya dalam kaitannya dengan pengutamaan aspek produk penelitian yang hendak dicapai dalam setiap aktivitas penelitian.

Ketegasan dalam merumuskan fokus produk yang hendak dicapai sangat ditentukan oleh pemahaman akan hakekat kedua produk tersebut yaitu (i) pengembangan ilmu yang produknya dalam wujud publikasi hasil penelitian di jurnal ilmiah (ii) teknologi yang dikembangkan berdasarkan pengetahuan ilmiah tersebut untuk menghasilkan produk atau jasa, serta (iii) keterkaitan yang bersifat dinamis antara keduanya. Ketidajelasan dalam penyikapan terhadap masalah ini di Indonesia ditengarai telah menimbulkan kerancuan sikap di kalangan peneliti sehingga menjadi salah satu faktor penyebab rendahnya motivasi dan gairah penelitian sehingga kurang mampu menghasilkan publikasi ilmiah di jurnal berkualitas.

Di samping itu, adanya sementara pendapat yang menganggap bahwa penelitian harus menghasilkan produk yang berupa pemecahan masalah nyata telah mengabaikan arti penting produk penelitian yang berupa publikasi ilmiah. Alhasil, kedua macam produk penelitian tersebutpun ternyata juga kurang menunjukkan capaian seperti yang diharapkan sehingga muncul keprihatinan mendalam secara nasional mengenai ketertinggalan Indonesia dalam hal capaian publikasi ilmiah.

Produk publikasi yang sebenarnya hampir pasti dapat dicapai oleh semua penelitian yang dilakukan secara sungguh-sungguh pada kenyataannya juga tidak menunjukkan gairah yang tinggi mungkin karena apresiasi terhadap produk publikasi ilmiah juga masih belum memadai. Lebih menyedihkan lagi bahkan, seolah-olah produk publikasi di jurnal ilmiah hanyalah demi untuk memenuhi syarat kenaikan pangkat saja yang sebenarnya lebih bersifat administratif dari pada substantif. Situasi seperti ini jelas tidak akan mendorong semangat untuk melakukan penelitian berkualitas yang mampu menghasilkan publikasi ilmiah di jurnal berkualitas pula.

Fokus penelitian dengan tujuan yang jelas dalam menghasilkan publikasi akan mendorong para peneliti dalam mengasah ketrampilan penulisan ilmiah, termasuk penulisan publikasi di berbagai jurnal ilmiah. Sesungguhnya dari pengamatan keseharian di perguruan tinggi, banyak hasil penelitian yang berkualitas sebagai produk penelitian Tesis dan Disertasi yang tidak (belum) dipublikasikan karena (i) kurangnya apresiasi masyarakat ilmiah terhadap publikasi ilmiah (ii) kurangnya ketrampilan dalam penulisan publikasi ilmiah (iii) tuntutan kesungguhan upaya yang harus dilakukan untuk menyelesaikan proses publikasi yang cukup panjang dan berliku (iv) rendahnya jumlah jurnal berkualitas yang dapat mengakomodasi hasil penelitian.

Pemahaman hakekat produk penelitian ilmiah secara mendasar, diharapkan dapat menyadarkan dan mendorong para peneliti pada khususnya serta masyarakat ilmiah pada umumnya untuk memberikan apresiasi yang memadai bagi masing-masing produk penelitian ilmiah tersebut. Apresiasi yang proporsional terhadap hakekat ilmu akan menempatkan para peneliti pada pilihan fokus yang diambil dan dengan demikian mendorong gairah melakukan penelitian ilmiah, baik untuk tujuan pengembangan ilmu yang menghasilkan publikasi ilmiah maupun untuk tujuan menghasilkan produk berupa prototipe yang dapat dipatenkan.

## **Hakekat Ilmu dan Teknologi**

**Apakah ilmu (*science*) ?**

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI, 2012) “ *ilmu adalah pengetahuan tertentu suatu bidang yang disusun secara sistem menurut metode tertentu, yang dapat digunakan untuk menerangkan gejala tertentu di bidang (pengetahuan) itu*”. Namun demikian secara lebih jelas ilmu dapat dinyatakan sebagai kumpulan pengetahuan mengenai fenomena alam serta metode yang digunakan untuk memperoleh pengetahuan tersebut. Sebagai bagian dari pengetahuan maka ilmu memiliki tiga landasan filosofis (Suriasumantri, 1996) yaitu (i) landasan ontologis (ii) landasan epistemologis, dan (iii) landasan aksiologis.

Landasan ontologis adalah mengenai hakekat apa yang dikaji dalam ilmu atau dikenal pula dengan istilah objek material. Obyek kajian dalam ilmu pada hakekatnya adalah dunia empiris, yaitu dunia nyata yang dapat dialami dan dicerap oleh pancaindra manusia, misalnya dalam dunia Biologi yang menjadi objek kajiannya adalah dunia makhluk hidup (*biological realm*). Demikian pula bidang kimia dan fisika memiliki objek kajian berupa dunia fisikawi dengan segala aspeknya (*physical realm*) sedangkan interaksi manusia dalam masyarakat merupakan objek kajian ilmu sosial (*society realm*). Semua objek material tersebut jelas merupakan dunia nyata yang dapat dialami, dipahami, dan diketahui secara objektif.

Landasan epistemologis adalah terkait dengan cara memperoleh pengetahuan mengenai objek material suatu cabang ilmu sehingga lebih merupakan sudut pandang atau metode yang digunakan untuk mempelajari objek material. Oleh karena itu, landasan epistemologis ilmu tidak lain adalah metode ilmiah yang digunakan untuk memperoleh pengetahuan ilmiah. Hal ini berarti bahwa yang membedakan antara cabang ilmu yang satu dengan cabang ilmu lain adalah landasan epistemologisnya karena dua cabang ilmu yang berbeda dapat saja menggunakan objek material yang sama.

Sebagai contoh, objek material berupa manusia dapat digunakan oleh berbagai cabang ilmu yaitu biologi, sosiologi, ekonomi, dan psikologi. Biologi manusia (Antropologi Ragawi), mempelajari aspek struktur dan fungsi manusia; Sosiologi, mempelajari manusia dalam aspek perilaku manusia sebagai kelompok masyarakat; Ekonomi, mempelajari manusia dalam hal bertransaksi barang dan jasa, sedangkan Psikologi mempelajari aspek kejiwaan manusia. Jadi, metode ilmiah yang digunakanlah yang kemudian membedakan antara satu cabang ilmu dengan cabang ilmu yang lain dalam mempelajari objek materialnya.

Landasan aksiologis adalah terkait dengan nilai kegunaan ilmu dan teknologi sebagai hasil penelitian ilmiah. Artinya, pengetahuan ilmiah dan teknologi yang dihasilkan dari pengetahuan ilmiah tersebut akan digunakan untuk apa dalam kehidupan manusia. Dalam hal ini sering kita dengar pertanyaan apakah ilmu itu bebas nilai atau tidak ? Jadi, apakah suatu ilmu dan teknologi boleh atau tidak dikembangkan berdasarkan pilihan moral ? Bagaimana kaitan antara ilmu dan teknologi dengan nilai-nilai kemanusiaan dan masa depan manusia ? Semua hal ini merupakan kajian dalam landasan aksiologis ilmu.



Peradaban modern manusia yang telah dicapai sampai hari ini tidak dapat dilepaskan dari peran ilmu dan teknologi tetapi juga tidak boleh dilupakan bahwa ilmu dan teknologi hanya salah satu elemen yang membangun peradaban manusia sehingga penting untuk dikaji mengenai peran ilmu dan teknologi dalam kehidupan manusia. Dalam perspektif ilmu yang dipahami secara utuh menyeluruh inilah diletakkan makna penelitian ilmiah yang merupakan pengoperasian metode ilmiah untuk menyingkap fenomena alam empiris.

Menurut Suriasumantri (1996) ilmu bermula dari filsafat karena pada awalnya hanya ada ilmu-ilmu alam (*natural philosophy*) dan ilmu-ilmu sosial (*social philosophy*) sehingga menurut Anonimus (2002), filsafat sering disebut sebagai ibu dari segala ilmu (*mater scientiarum*). Selanjutnya ilmu berkembang menjadi cabang-cabang ilmu seperti yang kita saksikan dewasa ini. Filsafat ilmu alam (*natural philosophy*) berkembang menjadi rumpun ilmu-ilmu alamiah (*natural sciences*) dan filsafat ilmu sosial (*social philosophy*) berkembang menjadi ilmu-ilmu sosial (*social sciences*).

Menurut salah satu pendapat (Suriasumantri, 1996) bahwa rumpun ilmu-ilmu alam terdiri dari dua yaitu (i) rumpun ilmu alami (*physical sciences*) dan (ii) rumpun ilmu hayati (*biological sciences*). Selanjutnya, rumpun ilmu alami terdiri dari Astronomi, Ilmu Kebumihan, Fisika, dan Kimia beserta turunannya seperti, Astrofisika, Kimia Fisika, Geofisika, Geokimia, dan Geografi sedangkan rumpun ilmu hayati terdiri dari Mikrobiologi, Botani, dan Zoologi, beserta turunannya seperti Biosfisika, Biokimia, dan Paleontologi.

Pengembangan ilmu ternyata dapat dilakukan dengan menggunakan metode ilmiah sebagai suatu instrumen yang terbukti ampuh dalam menimba pengetahuan mengenai fenomena alam. Dalam pengembangan ilmu tersebut perlu pula ditekankan bahwa untuk dapat berfikir secara ilmiah maka ilmuwan memerlukan sarana berfikir ilmiah yang mencakup (i) bahasa (ii) logika (iii) statistika, dan (iv) matematika.

Bahasa jelas sangat mutlak berperan sebagai sarana komunikasi terutama sarana penyampaian gagasan sehingga tanpa bahasa tidak mungkin ada komunikasi ilmiah yang bermakna. Selanjutnya, logika merupakan alat bernalar yaitu berpikir dengan alur sistematis untuk menarik simpulan. Dalam berpikir secara ilmiah untuk mencari kebenaran ilmiah digunakan gabungan antara (i) logika deduktif dengan sumber kebenaran rasio (akal) yang didukung oleh teori kebenaran koherensi dan (ii) logika induktif dengan sumber kebenaran fakta empiris yang didukung oleh teori kebenaran korespondensi. Berikutnya, Statistika adalah sarana berpikir kuantitatif- induktif untuk mendukung analisis hasil penelitian dengan dasar probabilistik sedangkan matematika adalah sarana berpikir kuantitatif-deduktif dalam melakukan analisis penelitian ilmiah.

### **Apakah teknologi ?**

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI, 2012) “*teknologi adalah metode ilmiah untuk mencapai tujuan praktis; ilmu pengetahuan terapan atau dapat pula diterjemahkan sebagai keseluruhan sarana untuk menyediakan barang-barang yang diperlukan bagi kelangsungan dan kenyamanan hidup manusia*”. Oleh karena itu, perkembangan ilmu yang berupa pengetahuan manusia

mengenai fenomena alam menyediakan peluang untuk dapat digunakan dalam menghasilkan suatu teknologi yang berguna dalam memecahkan masalah nyata dalam kehidupan.

Ilmu yang telah berkembang selanjutnya menyediakan pengetahuan mengenai fenomena alam fisikawi dan hayati yang dapat digunakan sebagai dasar aplikasi untuk memecahkan masalah nyata. Dengan demikian, berkembang ilmu terapan (Suriasumantri, 1996) di bidang ilmu alam yaitu ilmu keteknikan (*engineering*) yang mencakup teknik mesin, teknik aeronautika, teknik perkapalan, teknik nuklir, teknik kimia, teknik listrik, teknik metalurgi, dan teknik pertambangan. Demikian pula berkembang ilmu terapan di bidang ilmu hayati seperti pertanian, teknologi pertanian, kehutanan, peternakan, kedokteran hewan, dan perikanan. Khusus untuk ilmu terapan terkait dengan manusia berkembang kedokteran, kedokteran gigi, dan farmasi.

Semakin lama nampaknya interaksi antar berbagai cabang ilmu menciptakan dinamika baru untuk menghasilkan cabang ilmu baru yang lebih bersifat pendekatan interdisipliner dalam memecahkan masalah yang dihadapi. Misalnya, perkembangan biologi molekular dan Teknologi Informasi-Komunikasi (TIK) telah melahirkan cabang ilmu baru Bioinformatika yang memanfaatkan semua informasi berupa *sequence* asam nukleat dan protein dalam *data base* internasional (*ncbi: national center for biotechnological information*) untuk tujuan analisis potensi gen dan protein yang dihasilkan oleh suatu organisme tanpa menggunakan organisme secara langsung.

Berdasarkan pemikiran yang telah diuraikan di atas maka ilmuwan *applied science* (*engineer & inventor*) akan memiliki fokus penelitian yang lebih mengutamakan pencapaian produk berupa teknologi berpotensi komersial dalam bentuk prototipe yang dapat dipatenkan dibandingkan dengan ilmuwan *basic science* yang fokusnya lebih bersifat melakukan *discovery* untuk pengembangan ilmu melalui publikasi ilmiah. Namun demikian, tidak berarti pula bahwa ilmuwan *basic science* tidak dapat dan tidak boleh menghasilkan produk berupa teknologi, di samping penemuan ilmiah untuk pengembangan ilmu. Hal ini perlu ditegaskan karena ada sebagian pakar yang berpendapat bahwa penelitian ilmuwan *basic science* tidak perlu bahkan dianggap tidak tepat jika menghasilkan teknologi yang berpotensi komersial. Demikian pula berlaku hal yang sebaliknya, yaitu bahwa para peneliti *applied science* dalam situasi tertentu dapat saja menghasilkan penemuan ilmiah untuk pengembangan ilmu di samping menghasilkan teknologi terapan yang menjadi fokus penelitiannya. Hubungan antara keduanya tidaklah kaku tetapi lebih bersifat fleksibel dan dinamis serta saling mendukung dalam menyingkap rahasia alam sekaligus mengaplikasikannya untuk peningkatan kesejahteraan umat manusia.

Oleh karena itu, sebagai ilmuwan *basic science*, para peneliti harus selalu yakin bahwa hasil penemuan suatu penelitian ilmiah (*discovery*) niscaya mengandung potensi untuk dapat diaplikasikan dalam memecahkan masalah nyata (*invention*) meskipun dimensi aplikasi suatu temuan ilmiah belum tentu serta merta dapat diketahui atau diimplementasikan pada saat pengetahuan tersebut diperoleh. Dengan demikian, adalah terlalu naif apabila setiap penemuan ilmiah (*discovery*) harus selalu disertai dengan produk berupa teknologi pada saat itu juga. Hal ini perlu disadari karena dimensi aplikasi

suatu pengetahuan mengenai fenomena alam sangatlah rumit dan sangat terkait erat dengan dinamika inovasi dan kreativitas sehingga tidak dapat diperkirakan secara pasti. Artinya, potensi aplikasi suatu temuan informasi ilmiah walau sedahsyat apapun juga ternyata belum tentu serta merta dapat disadari dan diketahui sepenuhnya oleh penelitiannya pada saat yang sama. Seperti yang dikemukakan oleh Reece *et al.* (2011; p. 70) terkait dengan penemuan spektakular mengenai struktur *double-helix* molekul DNA oleh Watson dan Crick pada tahun 1951 berikut ini:

“...discovery of the structure of DNA by Watson and Crick 60 years ago and subsequent achievement in DNA science led to the technologies of DNA manipulation that are transforming applied field such as medicine, agriculture, and forensics. Perhaps Watson and Crick envisioned that their discovery would someday lead to important application, but it is unlikely that they could have predicted exactly what all applications would be”.

Artinya penemuan yang dilakukan oleh Watson dan Crick (1951) yang menyebabkan mereka memperoleh hadiah Nobel pada tahun 1953 tidaklah serta merta membuat mereka tahu persis semua potensi aplikasi yang mungkin diperoleh seiring dengan ditemukannya struktur molekul DNA sebagai molekul pembawa informasi genetik. Kendatipun demikian, sebagai peneliti mereka jelas telah dapat menyumbangkan temuannya yang diyakini kelak akan berguna dalam memecahkan masalah yang dihadapi manusia dalam bidang biologi. Seperti diketahui bahwa baru sekitar tahun 1970-an yaitu setelah 20 tahun kemudian berkembang bioteknologi molekular yang berbasiskan rekayasa genetika (*genetic engineering*) dan selanjutnya menjadi dasar lahirnya bioteknologi industri modern masa kini dalam bidang kesehatan, pertanian, lingkungan dan forensik.

Demikian pula dengan penemuan antibiotik penisilin oleh Alexander Flemming (1928) seperti yang diuraikan oleh Solomon *et al.* (2011) didahului oleh ditemukannya secara tidak sengaja isolat kapang *Penicillium* yang mengkontaminasi kultur *Staphylococcus* yang menghambat pertumbuhan bakteri tersebut. Akan tetapi, baru setelah lebih 10 tahun kemudian ketika Florey dan Chain (1939) menemukan cara untuk mengekstraksi dan memurnikan hasil temuan tersebut (penisilin) sehingga dapat diproduksi secara komersial untuk diaplikasikan dalam pengobatan infeksi tentara yang terluka dalam Perang Dunia II. Atas karyanya tersebut Florey dan Chain lalu menerima hadiah Nobel pada tahun 1945 dalam bidang Fisiologi atau Kedokteran.

Contoh penemuan ilmiah yang diuraikan di atas telah dengan jelas sekali menggambarkan bahwa penemuan ilmiah sebagai hasil penelitian *basic science* tidaklah serta merta menghasilkan teknologi pada saat yang sama. Namun untuk menghasilkan produk berupa teknologi jelas memerlukan waktu serta pemikiran dan upaya kerja keras oleh berbagai pihak dan belum tentu pula harus dilakukan oleh si penemunya sendiri. Hal ini kiranya dapat menyadarkan kita bahwa meskipun lahirnya teknologi sangat erat dengan temuan ilmiah yang mendasarinya tetapi adalah terlalu naif untuk menuntut para peneliti *basic science* harus menghasilkan teknologi bersamaan dengan hasil penelitian berupa publikasi ilmiah walaupun memang juga tidak tertutup kemungkinan untuk menghasilkan keduanya pada waktu yang bersamaan. Lagi pula, perlu diingat bahwa kedua produk penelitian ini sifatnya berbeda karena temuan ilmiah (*discovery*) harus dipublikasikan ke khalayak ilmiah agar dapat diketahui, diverifikasi dan digunakan sedangkan teknologi (*invention*) yang

memiliki potensi komersial justru tidak dipublikasikan tetapi dirahasiakan dan dipatenkan. Seperti juga yang dikemukakan oleh Wiggins dan Wynn (2003) berikut ini bahwa:

“*meskipun teknologi yang mendominasi peradaban modern didasarkan atas pemahaman ilmiah atas fenomena alam, namun teknologi dan ilmu (science) lahir dengan motivasi yang sangat berbeda. Sebelum suatu temuan ilmiah diterjemahkan menjadi bentuk teknologi diperlukan banyak pertimbangan mengenai teknologi apa yang akan dibuat, dan pertanyaan tersebut sesungguhnya tidak berada dalam kawasan ilmu melainkan kawasan etika.*”

Dengan demikian, setiap penelitian ilmiah dalam *basic science* sangatlah wajar jika dituntut untuk selalu mampu menghasilkan suatu produk (*discovery*) berupa publikasi di jurnal ilmiah. Produk publikasi ini harus dituntut sebagai tanggungjawab peneliti dalam menyebarluaskan pengetahuan di kalangan masyarakat ilmiah agar dengan demikian terbuka peluang untuk digali segala kemungkinan pemanfaatan potensi informasi ilmiah tersebut, baik untuk tujuan penelitian lebih lanjut dalam pengembangan ilmu maupun untuk tujuan aplikasinya (*invention*) di berbagai bidang.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa setiap penelitian ilmiah hampir pasti dapat dipublikasikan di jurnal ilmiah sehingga dapat diketahui masyarakat ilmiah untuk dapat digunakan. Jadi, tujuan utama penelitian dalam bidang *basic science* adalah menghasilkan publikasi ilmiah sebagai bagian dari tanggungjawab ilmuwan untuk mengembangkan ilmu. Artinya, suatu penelitian yang telah mampu menghasilkan publikasi ilmiah di jurnal yang berkualitas patut diapresiasi karena telah menunjukkan kontribusinya bagi pengembangan ilmu secara nyata, apalagi jika disertai dengan produk berupa teknologi yang dapat memenuhi kebutuhan nyata dalam kehidupan.

Dalam perspektif pemahaman ilmu dan teknologi yang demikian ini, jelas tidak ada alasan bagi setiap peneliti *basic science* untuk khawatir bahwa penelitiannya dianggap kurang berkualitas hanya karena belum menghasilkan teknologi (*invention*). Tetapi justru khawatirlah para peneliti *basic science* bahwa hasil penelitiannya kurang berkualitas sehingga tidak layak untuk dipublikasikan di jurnal ilmiah berkualitas.

Demikian pula, perlu kiranya ditegaskan di sini bahwa publikasi ilmiah memiliki fungsi utama dan terutama sebagai instrumen pengembangan ilmu sehingga kemanfaatannya sebagai kelengkapan kenaikan pangkat lebih bersifat administratif dari pada substantif. Oleh karena itu, meskipun penilaian karya ilmiah publikasi oleh tim penilai angka kredit diberikan secara kuantitatif sesuai dengan aturan yang ada tetapi nilai kontribusi pengembangan ilmu yang disandang oleh suatu publikasi ilmiah tidak dapat begitu saja direpresentasikan oleh nilai kuantitatif kredit poin tersebut. Artinya, walaupun misalnya nilainya kredit poinnya dikurangi secara formal kuantitatif tidak berarti serta merta akan berkurang kontribusi keilmuannya secara substantif dalam pengembangan ilmu. Apalagi sistem penilaian karya ilmiah oleh tim penilai angka kredit dalam proses kenaikan pangkat tidaklah selalu dapat dianggap sepenuhnya merupakan penilaian objektif-ilmiah murni tetapi lebih bersifat administratif dan manajerial institusional.

## **Hakekat penelitian ilmiah sebagai upaya memahami fenomena alam**

Penelitian pada hakekatnya adalah operasionalisasi metode ilmiah untuk memperoleh kebenaran ilmiah yang bersifat objektif, universal, sistematis dan metodik. Alur setiap penelitian ilmiah dapat dijelaskan secara sederhana yaitu selalu diawali dengan pertanyaan yang muncul dari hasil observasi, baik observasi lapangan, laboratorium, maupun observasi berupa penelusuran dalam dokumentasi ilmiah. Pertanyaan yang dirumuskan dengan jelas merupakan titik awal setiap penelitian.

Untuk dapat menjawab pertanyaan yang telah dirumuskan tersebut, para peneliti umumnya melakukan pencarian informasi yang relevan dari semua sumber dalam khasanah ilmu termasuk bahan tertulis berupa publikasi hasil penelitian di jurnal ilmiah, publikasi hasil kajian, monograf, buku bahkan termasuk para sesama ilmuwan melalui forum diskusi formal dalam seminar atau konferensi ilmiah maupun melalui diskusi informal. Semua hal itu dilakukan dengan tujuan utama agar duduk perkara (*state of the art*) pertanyaan ilmiah yang diajukan dapat diketahui secara jelas.

Selanjutnya, semua informasi yang diperoleh dicoba untuk dipahami secara komprehensif dengan penuh kekritisan agar pemahaman tersebut dapat dijadikan sebagai kerangka berpikir untuk merumuskan jawaban teoritis terhadap pertanyaan yang diajukan. Uraian berupa kajian pustaka yang ditemukan dalam format proposal dan atau laporan penelitian sesungguhnya merupakan karya ilmiah tersendiri yang dapat pula dipublikasikan sebagai karya ilmiah dalam jurnal *review* meskipun hal ini kurang disadari karena biasanya disampaikan dalam bentuk bab Tinjauan Pustaka. Kerangka berpikir yang telah disusun secara sistematis biasanya dituliskan sebagai Landasan Teori yang sesungguhnya berfungsi sebagai dasar merumuskan jawaban terhadap masalah penelitian. Jawaban teoritis terhadap masalah penelitian yang dirumuskan merupakan Hipotesis Penelitian.

Menurut Minkoff dan Baker (2001), hipotesis yang dirumuskan untuk menjawab permasalahan penelitian harus dapat diuji secara empiris, baik dalam arti dapat diverifikasi (*verifiable*) atau dibuktikan salah (*falsifiable*). Perumusan hipotesis tersebut dapat dilakukan dengan penalaran deduktif maupun induktif meskipun sesungguhnya masih banyak cara lain yaitu mencakup (i) intuisi dan imajinasi (ii) preferensi estetis (iii) gagasan filosofis (iv) analogi dan perbandingan dengan proses yang lain, bahkan termasuk (v) serendipitas, yaitu penemuan tidak sengaja karena sesuatu ditemukan ketika seseorang mencari hal yang lain. Dapat pula atas dasar gabungan antara satu atau lebih faktor-faktor yang telah disebut di atas. Bahkan dalam merumuskan hipotesis peran imajinasi sangat penting seperti yang dinyatakan oleh Einstein bahwa “*imagination is more important than knowledge*”.

Selanjutnya, hipotesis yang telah dirumuskan perlu diuji secara empiris karena kebenaran hipotesis yang disampaikan barulah berupa kebenaran logis teoritis atas dasar penalaran yang menggunakan logika deduktif-rasionalis dengan dukungan teori kebenaran koherensi. Pengujian hipotesis harus dirancang sebaik-baiknya yaitu untuk mengumpulkan data empiris (*data collection*) baik data kualitatif maupun kuantitatif yang relevan dengan hipotesis sehingga melalui rancangan metode penelitian yang jelas dan handal, hipotesis dapat diuji secara mantap. Data yang diperoleh

selanjutnya akan dianalisis, baik secara kuantitatif dengan aplikasi metode statistika maupun secara kualitatif kritis untuk selanjutnya dihadapkan pada hipotesis.

Akhirnya, penarikan simpulan dilakukan berdasarkan fakta empiris yang mendukung atau menolak hipotesis yang diajukan. Apabila fakta penelitian mendukung hipotesis maka berarti untuk sementara (tentatif) hipotesis tersebut dapat dipertahankan sebagai penjelasan terhadap masalah yang dipertanyakan sejauh belum ada fakta yang menolaknya. Namun, apabila fakta yang diperoleh dari penelitian ternyata menolak hipotesis yang diajukan maka berarti peneliti juga mendapatkan informasi penting bahwa ada hal yang perlu dicermati lagi dalam menyusun kerangka berpikir. Oleh karena itu, perlu ditinjau kembali kerangka berpikir yang telah disusun untuk dapat merumuskan kembali hipotesis yang selanjutnya siap diuji lagi dengan data empiris yang dikumpulkan, demikian seterusnya sehingga semakin lama pengetahuan dan pemahaman terhadap masalah yang dihadapi semakin berkembang dan dalam dinamika inovatif-kreatif yang berdasarkan gagasan cerdas tersebutlah terjadi penemuan ilmiah yang seringkali tidak direncanakan. Misalnya, penemuan tidak sengaja (*serendipity*) antibiotik penisilin oleh Alexander Fleming pada tahun 1928 (Reece *et al.*, 2011). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa keberhasilan metode ilmiah dalam menemukan fenomena alam didasarkan atas kombinasi dinamis-interaktif antara pengamatan dan gagasan cerdas si peneliti (Wiggins & Wynn, 2003).

Demikianlah hakekat penelitian ilmiah dalam upaya menemukan (*discovery*) penjelasan mengenai fenomena alam dari waktu ke waktu sehingga hasil-hasil penemuan telah terakumulasi sebagai khasanah pengetahuan ilmiah (*body of scientific knowledge*) serta teknologi yang telah berhasil ditemukan (*invention*) berdasarkan pengetahuan ilmiah tersebut. Pengetahuan ilmiah dapat berkembang dengan pesat karena selalu dikomunikasikan di antara komunitas ilmiah di seluruh dunia sehingga terbuka peluang untuk memanfaatkannya melalui daya inovatif-kreatif dari waktu ke waktu. Dalam konteks inilah publikasi hasil penelitian melalui jurnal ilmiah sangat berperan sentral dalam menyebarkan informasi kepada semua anggota komunitas ilmiah terlebih-lebih dalam era Teknologi Informasi-Komunikasi dewasa ini yang begitu dipublikasikan melalui media internet maka seketika itu pula dapat diakses secara global universal.

### **Bentuk-bentuk karya ilmiah sebagai produk aktivitas ilmiah**

Walaupun produk utama penelitian ilmiah adalah publikasi di jurnal ilmiah serta teknologi tetapi ada berbagai macam karya ilmiah yang dipublikasikan untuk mengkomunikasikannya kepada anggota komunitas ilmiah. Menurut McMillan (1997) karya tulis ilmiah meliputi (i) publikasi hasil penelitian di jurnal ilmiah (*Research Paper*) (ii) publikasi berupa oral atau publikasi poster di pertemuan seminar ilmiah (*Conference presentation*) (iii) Proposal Penelitian (*Research proposal*), dan (v) publikasi oral atau tertulis dalam jurnal suatu hasil kajian (*Review paper*). Namun demikian masih ada karya ilmiah dalam bentuk lain yaitu dalam format laporan penelitian yang secara konvensional diadopsi dalam penulisan tugas akhir berupa Skripsi, Tesis, dan Disertasi (Pechenik & Lamb, 1998)

Di antara semua bentuk karya ilmiah tersebut maka publikasi hasil penelitian di jurnal ilmiah (*Research paper*) dianggap merupakan kontribusi yang paling tinggi karena mengandung informasi ilmiah yang bersifat *original*. Adalah lazim juga dalam dunia ilmiah bahwa hasil penelitian telah dipresentasikan secara oral lebih dahulu (*conference paper*) yang lalu dilanjutkan dengan publikasi di jurnal ilmiah sebagai *research paper*. Hal ini perlu diperhatikan karena di Indonesia masih ada pihak atau jurnal yang menganggap bahwa makalah yang telah dipresentasikan dalam seminar tidak boleh dipublikasikan dalam jurnal ilmiah. Demikian pula jika pertimbangan bahwa hasil publikasi hanya bertujuan untuk melengkapi kenaikan pangkat saja maka hal ini juga sering dipermasalahkan oleh tim penilai angka kredit. Sesungguhnya, apabila kita menganggap bahwa tujuan utama penelitian ilmiah adalah publikasi demi pengembangan ilmu maka hal tersebut tidak perlu dipermasalahkan sama sekali.

Proposal penelitian di Indonesia jarang dianggap sebagai bagian karya ilmiah karena biasanya hanya dipresentasikan di depan para *reviewer* dalam kompetisi memperoleh dana penelitian. Namun demikian, proposal penelitian sesungguhnya adalah karya ilmiah karena mengandung kajian ilmiah yang dapat digunakan untuk proses pengembangan ilmu, baik secara langsung maupun secara tidak langsung.

Akhirnya, makalah kajian (*review paper*) merupakan bagian karya ilmiah karena dihasilkan melalui pengkajian ilmiah terhadap topik tertentu berdasarkan informasi ilmiah yang diperoleh dari sumber informasi yang dapat diandalkan termasuk di dalamnya karya *original* (*research paper*), dan sumber karya ilmiah yang lain. Meskipun makalah kajian bukan merupakan karya *original* tetapi umumnya mampu menghasilkan pemikiran dan gagasan yang *original* mengenai topik yang dikaji sehingga jelas merupakan bagian yang penting dalam upaya pengembangan ilmu.

Terkait dengan makalah kajian perlu ditegaskan bahwa bentuk karya ilmiah dalam format laporan penelitian yang diadopsi oleh Skripsi, Tesis, dan Disertasi mengandung Bab yang biasanya adalah Bab II yang disebut sebagai Tinjauan Pustaka (*Literature review*). Bab Tinjauan Pustaka ini sesungguhnya merupakan cikal bakal (*blue print*) makalah kajian (*review paper*) kendatipun jarang disadari oleh mahasiswa yang menyusunnya. Oleh karena itu, sering pula ditemukan bahwa kajian pustaka yang dihasilkan bukanlah merupakan kajian (*review*) yang sesungguhnya dan karena itu Nasution (1992) menyebutnya lebih sebagai “*kliping penggalan pendapat berbagai pakar yang disambung-sambung sedemikian rupa sehingga seolah-olah seperti cerita bersambung yang kalau dicermati ternyata ceritanya belum tentu nyambung*”. Hal ini terjadi karena memang para mahasiswa belum mendapatkan pemahaman yang komprehensif mengenai format dan makna laporan penelitian tersebut sehingga pada umumnya mahasiswa lebih bersifat menauladani (meniru) karya yang sudah ada sebelumnya tanpa dilandasi dengan pemikiran yang kritis. Bahkan ada sementara pakar yang berpendapat bahwa isi Tinjauan Pustaka tidak dapat dipublikasikan sebagai makalah kajian. Hal ini mencerminkan kekurangpahaman mengenai hakekat Tinjauan Pustaka yang sebenarnya merupakan *blueprint* suatu makalah kajian (*review*). Namun demikian, sebagai makalah kajian maka perlu

disadari bahwa semua pernyataan (kalimat) yang ditulis seharusnya dikaji secara kritis karena harus dapat dipertanggungjawabkan mengenai kejelasan sumber dan kebenaran isinya.

### **Publikasi dalam jurnal ilmiah sebagai upaya pengembangan ilmu**

Seperti yang telah dikemukakan sebelumnya bahwa publikasi hasil penelitian di jurnal ilmiah (*research paper*) dianggap sebagai karya ilmiah yang paling baik karena bersifat original dalam hal informasi ilmiah yang dikandungnya. Oleh karena itu, publikasi dalam jurnal ilmiah dianggap merupakan wujud kontribusi pengembangan ilmu yang paling langsung dan signifikan. Tidaklah mengherankan bahwa reputasi seorang peneliti sering dilihat dari kualitas dan kuantitas publikasi ilmiah yang telah dihasilkan sepanjang karirnya sebagai ilmuwan. Artinya, publikasi ilmiah merupakan suatu *track record* bagi sang ilmuwan, persis bagaikan produksi album atau film oleh seorang penyanyi atau bintang film dalam dunia seni.

Pentingnya publikasi hasil penelitian dapat digambarkan dengan baik oleh Day dan Gastel (2006) dalam bukunya yang berjudul *How to Write and publish a Scientific Paper* berikut ini:

*“Most people have no doubt heard this question: If a tree fall in the forest and there is no one there to here it fall, does it make a sound ? The correct answer is no. Sound is more than ‘pressure waves’, and indeed there can be no sound without a hearer”.*

Kemudian dilanjutkan dengan yang berikut ini:

*“Similarly, scientific communication is a two-way process, Just as a signal of any kind is useless unless it is perceived, a published scientific paper (signal) is useless unless it is both received and understood by its intended audience. Thus, we can restate the axiome of science as being: A scientific experiment is not complete until the results have been published and understood. Publication is no more than ‘pressure waves’ unless the published paper is understood. Too many scientific papers fall silently in the woods.”*

Uraian di atas menunjukkan bahwa begitu pentingnya publikasi hasil penelitian terutama di jurnal ilmiah agar semua hasil penelitian tersebut dapat dimengerti oleh komunitas ilmiah di seluruh dunia. Tanpa pembaca yang mengerti maka sama saja artinya bahwa hasil penelitian itu tidak ada bagaikan sebatang pohon yang tumbang di tengah rimba yang tidak ada pendengarnya maka suara rubuhnya pohon tersebutpun menjadi tidak ada.

Oleh karena itu, setiap peneliti haruslah memiliki kemauan dan kemampuan melakukan penulisan ilmiah terutama untuk tujuan publikasi di jurnal karena format penulisan serta proses yang harus dilalui sangat berbeda dengan penulisan laporan penelitian yang lebih biasa dikerjakan oleh para mahasiswa. Dengan demikian, para peneliti perlu melatih diri dalam memahami dan meningkatkan ketrampilan dalam menulis untuk publikasi di jurnal sehingga kemungkinan untuk diterima menjadi lebih besar.

Berdasarkan beberapa referensi mengenai penulisan publikasi di jurnal ilmiah (McMillan, 1997; Pechenik & Lamb, 1998; Day & Gastle, 2006) secara internasional, khususnya dunia ilmu (*science*) maka format yang digunakan sangat singkat yaitu yang dikenal dengan IMRAD (*Introduction, matrial and Methods, Results and Duscussion*). Panjang naskah publikasi yang dikirimkan ke redaksi jurnal berkisar dari 5 sampai 10 halaman. Cara penulisan harus mengikuti gaya selingkung (*in house*



*style*) masing-masing jurnal yang dituju karena ada variasi di antara satu jurnal dengan yang lain. Perlu diingat bahwa naskah yang dikirim akan ditelaah (*review*) oleh para mitra bestari (*peer reviewer*) secara anonim untuk menjaga objektivitas. Setelah ditelaah maka selanjutnya naskah akan dikomentari oleh mitra bestari untuk menentukan apakah diterima atau diterima dengan perbaikan, atau ditolak sama sekali. Oleh karena itu, peneliti harus dapat memperbaiki naskahnya dan meyakinkan para mitra bestari bahwa naskah yang dikirim adalah sangat baik dan layak untuk diterbitkan di jurnal.

Meskipun informasi dan penjelasan mengenai cara penulisan publikasi di jurnal cukup berguna tetapi pengalaman melakukan publikasi secara langsung merupakan pelajaran yang paling berharga bagi seorang peneliti. Kepuasan yang diperoleh peneliti sebagai akibat telah terpublikasinya hasil penelitian di jurnal berkualitas merupakan kebahagiaan tersendiri yang tidak dapat diukur dengan apapun juga. Perlu pula ditegaskan bahwa tugas sebagai mitra bestari merupakan komitmen sebagai ilmuwan yang bertanggungjawab dalam pengembangan ilmu dan karenanya tidak pernah menerima imbalan finansial. Demikianlah mengenai seluk beluk publikasi hasil penelitian di jurnal ilmiah yang begitu penting sehingga publikasi tersebut dapat dianggap sebagai produk utama dan terutama dari suatu aktivitas penelitian ilmiah karena fungsi utama penelitian ilmiah adalah pengembangan ilmu dan atau teknologi yang pada akhirnya dapat meningkatkan kesejahteraan umat manusia.

Begitu pentingnya pengetahuan dan ketrampilan penulisan publikasi hasil dalam jurnal ilmiah maka telah diupayakan penyusunan panduan untuk *science* pada umumnya (Day, 1988; Day & Gastle, 2006) dan dalam berbagai bidang keilmuan yaitu bidang biologi (McMillan, 1997; Pechenik & Lamb, 1998), biomedis (Zeiger, 2000), kedokteran (Huth, 1999), kimia (Ebel *et al.*, 2004), teknik (Michaelson, 1990), dan bidang psikologi (Sternberg, 2003). Namun demikian, pada prinsipnya format penulisannya secara substansial tetap mengikuti format IMRAD seperti yang telah dijelaskan sebelumnya.

## **Simpulan**

Berdasarkan kajian yang telah diuraikan mengenai kerancuan ekspektasi terhadap produk penelitian, hakekat ilmu dan teknologi, penelitian, bentuk-bentuk karya ilmiah, serta publikasi ilmiah sebagai produk utama penelitian untuk mengembangkan ilmu dapat disimpulkan bahwa (i) sebagai konsekuensi adanya dua hakekat ilmu maka penelitian ilmiah selalu memiliki dua sisi yaitu sisi penemuan (*discovery*) yang bermanfaat sebagai instrumen pengembangan ilmu jika dipublikasikan di jurnal ilmiah, dan (ii) sisi potensi aplikatif yaitu teknologi (*invention*) yang dapat berpotensi komersial sehingga bukan untuk dipublikasikan melainkan untuk dipatenkan.

Di samping itu perlu ditegaskan bahwa (i) setiap penelitian berkualitas pasti memiliki potensi aplikatif meskipun belum tentu serta-merta dapat diketahui pada saat ditemukan karena dimensi potensi aplikatif sangat terkait dengan daya inovasi dan kreativitas dalam hubungannya dengan dimensi ruang dan waktu serta etika (iii) aplikasi potensi suatu temuan ilmiah memerlukan waktu pemahaman dan pertimbangan yang dinamis sehingga mungkin saja dilakukan oleh peneliti lain yang

berhasil memanfaatkannya secara inovatif-kreatif (iv) setiap peneliti yang serius tidak perlu khawatir bahwa penelitiannya tidak akan diapresiasi hanya karena belum menghasilkan teknologi, asalkan dapat mencapai publikasi di jurnal ilmiah berkualitas (v) perlu disadari sepenuhnya bahwa publikasi ilmiah bertujuan untuk pengembangan ilmu dan bukan untuk sekedar fungsi administratif manajerial dalam memenuhi kelengkapan kenaikan pangkat-jabatan (vi) pemahaman terhadap produk penelitian *basic science* yang substansial dan proporsional akan mendorong gairah penelitian yang mampu menghasilkan publikasi dalam jurnal ilmiah berkualitas.

## Daftar Pustaka

- Anonimus. 2002. *Filsafat Ilmu*. Liberty, Yogyakarta.
- Campbell, N. 1953. *What is Science ?* Dover Publications, Inc., New York.
- Day, R.A. 1988. *How to Write and publish a Scientific Paper*. Third edition., Oryx Press., New York.
- Day, R.A. & Gastel, B. 2006. *How to Write and Publish a Scientific Paper*. Sixth Edition., Greenwood Press, Westport, USA.
- Ebel. H.F., Bliefert, C. & Russey, W.E. 2004. *The art of scientific writing: from student reports to professional publications in chemistry and related fields*. Second edition., Wiley-VCH, Weinheim, Germany.
- Huth, E.J. 1986. Guidelines on authorship of medical papers. *Annual of International Medicine*. **104**: 269-274.
- KBBI. 2012. *Kamus Besar bahasa Indonesia versi online*. <http://www.KamusBahasaIndonesia.org>. Diakses 19 Mei 2012.
- McMillan, V.E. 1997. *Writing Papers in the Biological Sciences*. Second Edition., Belford Books & Boston. USA.
- Michaelson, H.B. 1990. *How to write and publish engineering papers and reports*. Third edition Oryx Press Phoenix.
- Minkoff, E.C. & Baker, P.J. 2001. *Biology Today: An Issues Approach*. Second Edition., Garland Publishing, New York.
- Nasution, A.H. 1992. *Panduan Berpikir dan Meneliti secara Ilmiah bagi Remaja*. Grasindo, Jakarta.
- Reece, J.B., Urry, L.A., Cain, M.L., Wasserman, S.A., Minorsky, P.V. & Jackson, R.B. 2011. *Global Edition Campbell BIOLOGY*. Ninth Edition., Pearson., USA.
- Solomon, E.P., Berg, L.R. & Martin, D.W. 2011. *Biology*. Ninth Edition., Brooks/Cole Cengage Learning, USA.
- Sternberg, R.J. 2003. *The psychologist companion: a guide to scientific writing for students and researchers*. Fourth edition., Cambridge University Press, New York.
- Suriasumantri, J.S. 1990. *Filsafat Ilmu: Sebuah Pengantar Populer*. Pustaka Sinar Harapan. Jakarta.
- Pechenik, J.A. & Lamb, B.C. 1998. *How to write about biology*. Longman. UK.
- Wiggins, A.W. & Wynn, C.M. 2003. *Lima Masalah Terbesar Sains yang Belum Terpecahkan* (terjemahan oleh Z. Nuraini, Judul asli: *The Five Biggest Unsolved Problems in Science*, Terbitan John Wiley & Sons, Inc.) Pakar Raya Pakarnya Pustaka, Bandung.
- Zeiger, M. 2000. *Essentials of writing biomedical research papers*. Second edition. McGraw-Hill, New York.

# UPAYA MEMBANGUN INSAN BERKARAKTER ILMIAH DAN KOMPETITIF

Oleh : SUDJOKO, M.S.  
Jurdik Biologi FMIPA UNY.

## ABSTRAK

Karakter ilmiah pada diri seseorang timbul karena pencerminan karakter sains, sehingga seseorang akan berusaha keras untuk mewujudkan karakter ilmiah tersebut. Karakter ilmiah yang sangat penting berkaitan dengan karakter sains adalah : (1) bagaimana mewujudkan harapan dan angan-angan tentang sains di dalam dunia modern?, (2) bagaimanakah seharusnya jati-diri seorang ahli sains?, dan (3) bagaimanakah seharusnya sains itu berlaku?

Belajar dari sejarah penemuan sains, seperti yang telah terjadi pada Isaac Newton (hukum gravitasi), Archimedes (tenggelam-melayang-terapung), dan Kekule (rumus bangun benzene), kunci utama jati-diri yang dimiliki oleh tiga ahli penemu sains tersebut adalah *prepared of mind* (kesiagaan pikir). Insan yang dalam keadaan siaga pikir, setiap melihat fenomena alam akan memberikan rangsangan untuk menghubungkannya dengan hal lain, bertanya (merumuskan masalah), menganalisis, dan mencari pemecahan, sehingga diperoleh simpulannya, dan kemungkinan merupakan hal yang baru dan kreatif (unik dan asli).

Upaya pembelajaran yang bertujuan untuk menjadikan peserta didik memiliki karakter ilmiah adalah jika pembelajaran diorganisasi oleh guru dengan landasan tiga ide dasar pembelajaran sains sebagai proses : (1) persepsi manusia terhadap alam (Margenau), (2) pola pikir induktif-deduktif (Frank), dan (3) jalur untuk memperoleh pengetahuan (Royce). Implementasi ide dasar pertama adalah model pembelajaran konstruktivisme yang diperkuat dengan model kontekstual. Ide dasar kedua dengan organisasi materi pembelajaran induktif-deduktif yang pada prinsipnya mengintegrasikan antara kegiatan teori dengan praktika (lapangan). Implementasi ide dasar ketiga dengan kegiatan belajar yang bervariasi dan disusun dalam urutan yang tersistematis : informasi (terbatas, atau pada saat konfirmasi/klarifikasi), observasi, analisis data hasil observasi, penarikan simpulan (konsep esensial), dan pemaknaan hasil simpulan (penilaian baik-buruk/indah-jelek/salah-benar/berguna-tak berguna, dan tindak lanjut/pengembangan).

Kemampuan kompetitif dilandasi oleh kemampuan untuk melaksanakan setiap langkah kegiatan dalam rangkaian proses belajar dan hasil yang telah dicapai bermakna bagi diri-sendiri dan orang lain (masyarakat). Penanaman karakter ilmiah yang kompetitif pada diri peserta didik merupakan proses pendidikan/pembelajaran jangka panjang melalui akumulasi pembiasaan-pembiasaan sebagai efek *nurturant* yang terbentuk selama proses pembelajaran peserta didik. Kegiatan pembelajaran yang dapat merangsang karakter kompetitif, antara lain : lomba, pameran, resital di bidang sains yang dilaksanakan peserta didik di bawah bimbingan guru.

## **PRAWACANA**

Setiap lembaga pendidikan formal bertujuan untuk mengembangkan agar lulusannya memiliki kemampuan akademik, di samping kemampuan aspek-aspek lain (keterampilan, sosial, dan interaktif). Aspek-aspek pada kemampuan tersebut merupakan unsur pendukung ketercapaian Tujuan Pendidikan Nasional (TPN), yang merumuskan bahwa TPN sebagai : “membentuk manusia (Indonesia) seutuhnya”. Aspek-aspek tersebut tidak berdiri sendiri, tetapi merupakan keharusan yang saling berkaitan dan tumpang-tindih. Lembaga pendidikan yang mampu mengembangkan dengan baik kemampuan-kemampuan ini kepada setiap lulusannya akan merupakan nilai keunggulan.

Keunggulan akademik berbeda dengan sekedar lulus ujian. Keunggulan akademik mencakup di dalamnya, cinta akan ilmu, kemampuan berpikir kritis, teguh pada pendirian, serta mau mengubah pendirian itu setelah memiliki pertimbangan dan argumentasi yang matang, memiliki keterbukaan akan pemikiran orang lain, berani terus menerus melakukan evaluasi dan kritik diri, terampil mengomunikasikan gagasan, pemikiran, melalui bahasa yang berlaku dalam ruang lingkup dunia akademik, mengembangkan rasa kepenasaranan intelektual yang menjadi kunci serta pintu pembuka bagi hadirnya ilmu pengetahuan. Dari kecintaan akan ilmu inilah akan tumbuh inovasi, kreasi dan pembaharuan dalam bidang keilmuan (Doni Koesoema, 2012).

Karakter ilmiah yang dimiliki oleh seseorang adalah berbasis pada kemampuan akademik yang diperolehnya selama menempuh pendidikan. Selama ini yang juga menjadi wacana di kalangan para pendidik (sebagai pelaku) dan pengamat pendidikan merasakan kebelumberhasilan sepenuhnya TPN pada umumnya dan karakter akademik pada khususnya. Beberapa fenomena yang terjadi, seperti : standar kelulusan nilai UN, upaya siswa mendapatkan bocoran soal UN, ketidakjujuran sekolah dalam menyelenggarakan UN, adalah indikator rendahnya keunggulan akademik yang justru dimulai oleh para pelaku pendidikan (guru, kepala sekolah, kepala dinas, dst) yang berimbas pada anak didik untuk melakukan hal sama. Maka persoalan yang aktual pada saat ini adalah bagaimana upaya meningkatkan keunggulan akademik pada insan-insan terdidik, khususnya bagi guru dan mahasiswa calon guru sehingga di dalam kinerjanya mampu menghasilkan lulusannya memiliki karakter ilmiah (akademik) yang unggul. Jika cara cara belajar peserta didik,

melalui instruksional yang benar oleh guru, kemampuan akademik akan dapat mengimbangi pada terbetuknya ranah-ranah tujuan pendidikan secara keseluruhan.

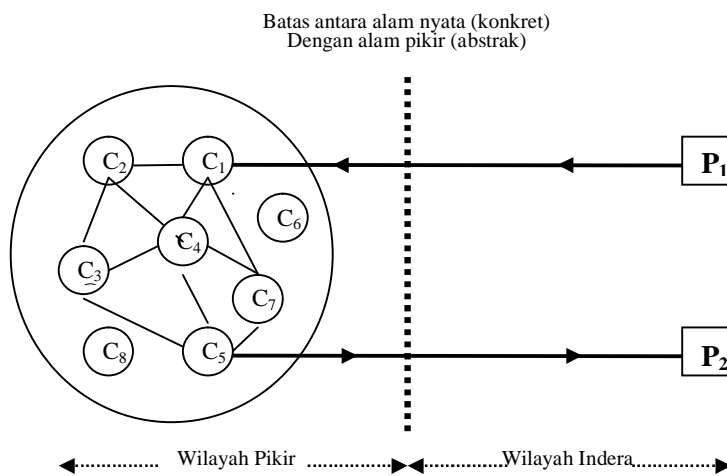
### WACANA

#### 1. Potensi Dasar Manusia untuk Belajar

Ungkapan klasik tentang tujuan pendidikan (dan pembelajaran) adalah "Memanusiakan Manusia". Spesies manusia secara Biologi disebut dengan nama *Homo sapiens*. Homo adalah nama makhluk dalam genus manusia, sebab menurut Biologi selain manusia yang sekarang ada, diperkirakan pernah ada manusia lain seperti *Homo neanderthalensis*, *Homo wajakensis*, *Homo pekinensis*, dsb. *Sapiens* mempunyai arti bijaksana, sempurna, berbudaya, sehingga ungkapan memanusiakan manusia bermakna bahwa pendidikan harus mampu menghasilkan manusia yang arif-bijaksana yang berbeda dengan manusia (homo) yang lainnya.

Setiap individu manusia memiliki potensi yang dapat dikembangkan ke arah karakter yang sejalan dengan ungkapan *sapiens* tersebut. Teori-teori yang dikembangkan oleh *Margenau*, tentang persepsi manusia terhadap alam; *Frank*, tentang pola berpikir induktif-deduktif; dan *Royce*, tentang jalur-jalur untuk memperoleh pengetahuan, merupakan tiga buah dasar penting yang menunjukkan potensi setiap (Suyoso, 2009 : 4 - 6).

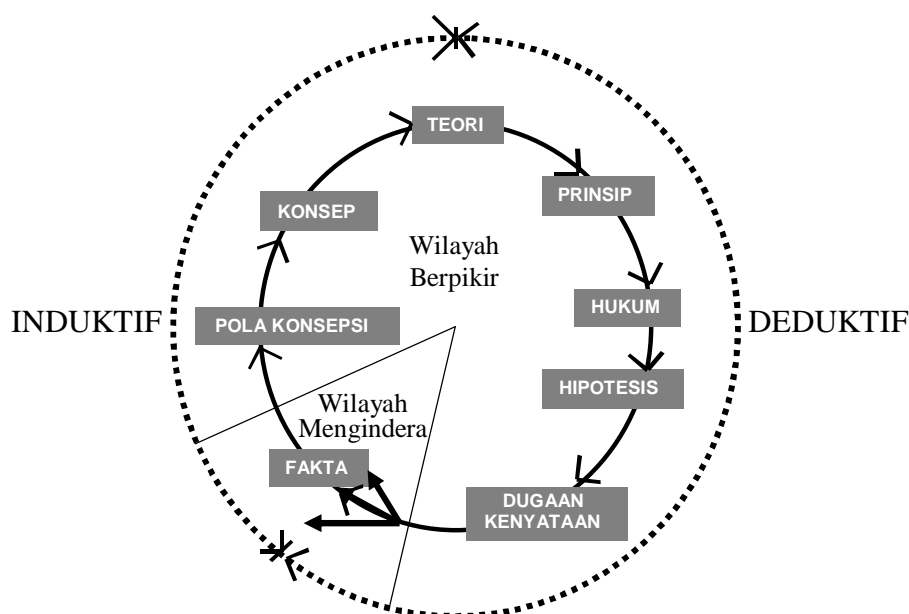
Persepsi manusia tentang alam dapat digambarkan sebagai bagan sebagai berikut :



Gb.1. Persepsi Manusia terhadap Alam, menurut

Benda alam dilambangkan sebagai  $P_1$ , sedangkan  $C_1$  sampai  $C_8$  melambangkan konstrak (*construct*), yaitu bangunan pengetahuan yang ada (telah dan akan ada) dalam otak (pemikiran) manusia. Konstrak adalah rekaman pengetahuan yang diperoleh seseorang dari pengalaman sepanjang hidupnya. Apa yang ditangkap oleh indera, berupa fenomena benda alam, merupakan informasi yang akan dibawa masuk ke dalam otak. Selanjutnya informasi diolah dalam bentuk mencari hubungan dengan konstrak yang telah ada, sehingga membentuk jaringan hubungan atau sistem konstrak. Hasil pengolahan ini berupa pernyataan tentang benda alam itu yang dilambangkan dengan  $P_2$ . Dalam pembelajaran sains,  $P_2$  adalah sebagai interpretasi fakta, konsep, atau teori.

Cara berpikir sains oleh Frank dirumuskan sebagai proses berpikir induktif – deduktif, seperti yang terlihat dalam bagan gambar 2.



Gambar 2. Proses Induktif - Deduktif dalam Sains menurut Frank

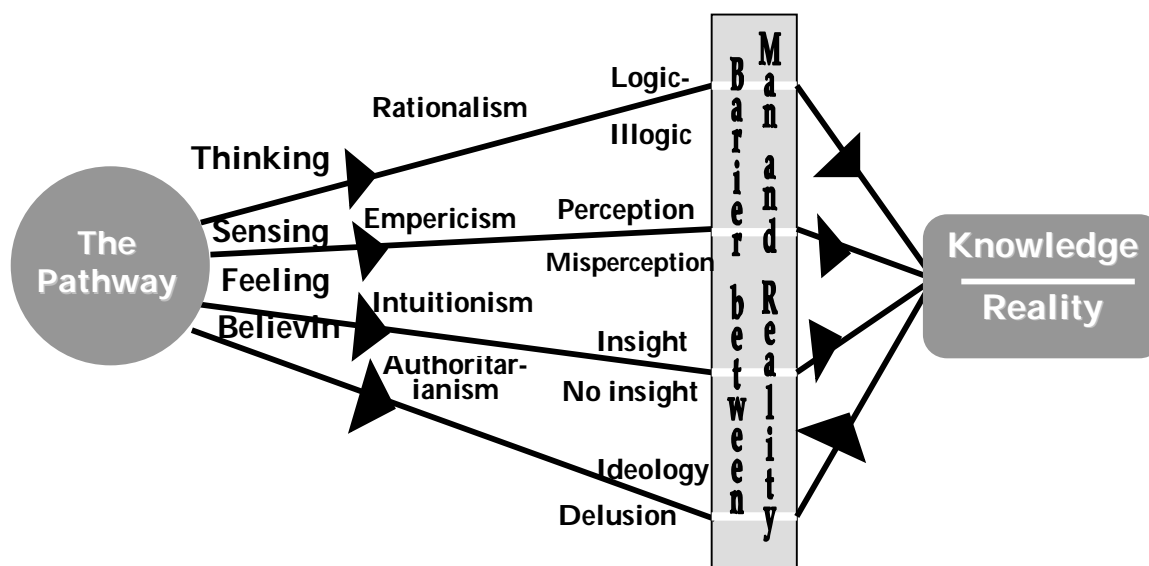
Pada bagan gambar 3 tampak bahwa pengamatan untuk memperoleh **fakta** berada dalam wilayah penginderaan (bagian juring dari lingkaran). Kegiatan yang dilakukan di sini adalah menggunakan seluruh indera yang dimiliki oleh seseorang untuk melakukan pengamatan (observasi) terhadap fenomena alam. Kegiatan seperti : pengamatan (studi) lapangan, kerja laboratorium pada saat melakukan percobaan adalah contoh proses sains pada wilayah penginderaan, maka produknya adalah fakta

atau dapat pula sebagai data jika fakta diorganisasi menurut kebutuhan. Berdasarkan fakta yang ditemukan, dan dengan memadukan pengalaman atau pengetahuan yang sebelumnya telah dimiliki oleh seseorang, dimulailah kegiatan berpikir yang diawali dengan secara sistematis dan selektif menyusun **pola (kerangka) konsepsi** dan berlanjut menjadi rumusan **konsep** dan **teori**. Kegiatan memperoleh fakta sampai dengan merumuskan teori inilah yang oleh Frank disebut cara **berpikir induktif**.

Selanjutnya, berbagai teori yang satu dengan lain memiliki kaitan yang relevan dapat dirumuskan **prinsip**. Demikian pula beberapa prinsip yang relevan dapat dirumuskan sebagai **hukum**. Secara berjenjang dari teori – prinsip – hukum sifat “kebenarannya” (kebelakuannya) menjadi makin besar atau makin umum. Maka proses penarikan rumusan, sejak dari fakta sampai hukum disebut sebagai **generalisasi**.

Produk-produk sains yang berupa konsep, teori, prinsip, dan hukum jika selanjutnya dipadukan dengan pengetahuan dan pengalaman seseorang dan ada dasar-dasar asumsi kuat pada peubah (variabel) atau faktor tertentu, dapat dikembangkan menjadi **hipotesis** dan berlanjut dengan operasionalisasi kata-kata kunci (variabel, faktor) dalam hipotesis dapat dinyatakan **dugaan-dugaan kenyataan**. Kebenaran dugaan kenyataan akan diuji kembali dengan memperoleh **fakta-fakta baru** (lihat pada bagan jumlah anak panah dari dugaan kenyataan ke fakta !). Kegiatan berpikir yang diawali dengan teori sampai hukum, untuk kemudian akan dikembangkan untuk memperoleh fakta baru sebagai pendukung atau pengembangan fakta yang relevan, disebut berpikir **deduktif**. Maka tampaklah bahwa antara antara induktif dan deduktif merupakan proses yang tiada akhir karena merupakan kegiatan yang terus berulang. Inilah yang menyebabkan produk ilmu menjadi semakin besar, atau dengan kata lain ilmu selalu berkembang dengan penemuan-penemuan baru.

Subyek belajar pada hakikatnya adalah manusia atau seseorang yang melakukan proses belajar untuk memperoleh pengetahuan. Bagaimanakah pengetahuan (*knowledge*) atau kenyataan (*reality*) diperoleh manusia? Joseph L. Royce menggambarkannya dalam bagan sebagai berikut (Sudjoko dan Siti Mariyam, 2010 : 18) :



Potensi	Jalur	Sifat Belajarnya	Hasilnya	Hambatan	Hasil Akhir
---------	-------	------------------	----------	----------	-------------

Gambar 3. Bagan Jalur untuk Memperoleh Pengetahuan, menurut Royce

Setiap orang memiliki potensi yang berupa kepemilikan dan mampu menggunakan 4 jalur : (1) pikiran (*thinking*), (2) pengideraan (*sensing*), (3) perasaan (*feeling*, bukan dengan indera pengecap tetapi dengan perasaan, kalbu), dan (4) kepercayaan (*believing*) terhadap (informasi dari) orang lain.

Berpikir adalah suatu kegiatan yang dilakukan oleh otak berupa menghubungkan hal, informasi, pengertian satu dengan yang lain, sehingga diperoleh pengertian baru. Pengertian baru yang diperoleh dapat sebagai suatu kebulatan (berpikir induktif : sintesis, generalisasi) maupun sebagai penggalan (berpikir deduktif : analisis) tetapi masih berada dalam kerangka kebulatan itu.

Mengindra merupakan kegiatan yang merupakan “pintu” pertama kali manusia melakukan kontak atau berinteraksi dengan lingkungannya. Hasil mengindra merupakan persepsi. Hubungkanlah pengertian persepsi ini dengan skema Margenau. Tentang persepsi manusia terhadap alam.

Menggunakan perasaan sering juga disebut melakukan internalisasi, yaitu menimbang-nimbang informasi, pengertian, suatu hal tentang buruk - baik, indah - jelek, sesuai – tak sesuai, berguna – tak berguna, atau semua itu sering disebut sebagai **nilai**. Nilai akan menjadi wawasan bagi seseorang karena akan mendasari pada setiap sikap, keputusan, dan perilakunya.



Mempercayai terhadap sesuatu merupakan sifat sejak manusia pertama berada di bumi, sehingga karena kepercayaan timbullah agama, isme, ideologi. Karena kepercayaan pulalah terbangun interaksi yang positif antara individu dalam masyarakat. Dalam kaitan dengan belajar, kepercayaan yang dimaksudkan adalah seseorang bersedia menerima informasi dari orang lain melalui berbagai media.

Hasil akhir (dari setiap episode) pembelajaran adalah pengetahuan (*knowledge*) atau sebagai sesuatu yang diyakini sebagai kenyataan dan kebenaran (*reality*). Namun hasil ini dapat berbeda pada tiap-tiap perorangan (individu) karena adanya hambatan-hambatan. Bukankah potensi atau "kadar" setiap jalur itu berbeda pada setiap orang? Di samping itu, dalam hal-hal tertentu masyarakatpun, sebagai kelompok yang terdiri dari banyak perorangan dapat merupakan penghambat untuk mencapai pengetahuan atau kenyataan yang paling benar. Contoh : pendidikan seks, yang menurut kajian ilmiah sangat penting dan harus dikembangkan pada remaja, sebelum era keterbukaan tidak dapat dilakukan karena masyarakat menganggap tabu untuk membicarakan masalah seks itu sendiri secara terbuka luas.

## **2. Implementasi dalam Pembelajaran Sains untuk Pembentukan Karakter Ilmiah**

- Sains pada hakikatnya merupakan ilmu induktif. Dalam sejarah sains, pada awal penemuan sains berkembang dari mitos yang lebih dulu telah terbangun dalam pikiran manusia. Namun di dalam prakteknya, tidak selamanya mitos itu sesuai dengan realitas yang dialami oleh manusia. Sebagai contoh, apabila perorangan atau sekelompok masyarakat agraris telah melakukan upacara ritual, maka hasil panen akan berlimpah. Namun pada kenyataan, suatu ketika upacara telah dilakukan hasil tidak seperti yang diharapkan, maka mulailah manusia melakukan penyelidikan dengan observasi terhadap fenomena-fenomena yang terjadi untuk menemukan penyebab kegagalan. Maka mulailah orang meninggalkan mitos dan melakukan observasi kepada obyek-obyek yang berkait dengan kepentingan dalam kehidupannya. Observasi dan hasilnya adalah seperti yang dinyatakan oleh Margenau (lihat gambar 1, tentang Persepsi manusia terhadap Alam !).

Pengembangan konsep Margenau dalam pembelajaran sains adalah dalam bentuk Model Pembelajaran Konstruktivisme, yang pada prinsipnya siswa harus

dihadapkan langsung dengan obyek sains yang berupa benda alam dan fenomenanya ( $P_1$ ) dan siswa akan melakukan proses menghubungkan-hubungkan dengan konstrak (C) yang telah dimiliki dan kemudian merumuskannya sebagai  $P_2$ . Proses inilah yang dinyatakan sebagai prinsip pembelajaran konstruktivisme, bahwa "siswa membangun pengetahuannya sendiri" dalam proses belajarnya. Pembiasaan siswa melakukan proses belajar menurut sintaks model pembelajaran konstruktivisme akan menumbuhkan karakter : teliti dan jujur (selalu berlandaskan pada fakta), sebagai *nurturant effect* dari proses siswa.

- Berpikir induktif-deduktif tercermin di dalam organisasi sajian materi pembelajaran yang didisain oleh guru. Kenyataan yang masih berlangsung sampai saat ini, pembelajaran sains dilaksanakan dalam teori dan praktikum selalu menempatkan praktikum dilakukan setelah teori diperoleh siswa. Seharusnya, sesuai dengan model pembelajaran konstruktivisme pengetahuan seharusnya dibangun oleh siswa sendiri, maka ketika siswa diajak berpikir induktif prinsip urutan proses belajar adalah siswa memperoleh (mengamati) fenomena (fakta) – mengorganisasi hasil pengamatan – dan menyatakan interpretasinya (simpulan, konsep, definisi, dsb) sebagai persepsi siswa terhadap obyek yang sedang dipelajarinya. Kegiatan siswa dalam memperoleh fakta dapat berupa pengamatan lapangan, praktikum, atau demonstrasi.

Strategi pembelajaran dengan pendekatan deduktif diawali dengan siswa memperoleh abstraksi (konsep, teori, definisi) yang dapat diperolehnya dari informasi guru, hand out, atau sumber bacaan. Selanjutnya, juga sesuai dengan prinsip siswa membangun sendiri, diikuti dengan kegiatan untuk mengidentifikasi kata-kata kunci dalam abstraksi tersebut dan dilanjutkan dengan konkretisasi (definisi operasional) setiap kata kunci. Jika setiap kata kunci telah jelas operasionalnya, kegiatan dilanjutkan dengan cara-cara untuk memperoleh fakta-fakta yang mendukung kata kunci (sehingga cara ini dapat disusun/ditemukan siswa melalui kegiatan diskusi yang intensif dan efektif). Pada akhirnya siswa diminta untuk mencari/menyebutkan fakta-fakta yang terjadi pada obyek-obyek yang lain, sesuai dengan abstraksi yang diperoleh pada tahap awal, berdasarkan pada pengalaman (konstrak) yang telah dimiliki siswa sebelumnya.

- Jika dalam belajar mengimplementasikan 4 Jalur untuk Memperoleh Pengetahuan model Royce (lihat gambar 3!), maka hubungan antara jalur, sifat, dan hasil belajarnya dapat dijelaskan pada tabel 2 berikut ini :

Tabel 1. Hubungan antara Jalur, Sifat, dan Hasil dalam Belajar

Jalur	Sifat Belajarnya	Hasil Belajarnya	Contoh Kegiatan/ Metode
Pikiran	Rasionalisme	Sesuatu (pengetahuan) yang bersifat <b>logis</b> (dapat diterima akal) atau sebaliknya, <b>tidak logis</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diskusi dengan persoalan/tema yang jelas, tidak sekedar menjawab pertanyaan yang mengungkap kembali konsep/istilah.</li> <li>• Tanya-jawab dengan pertanyaan/LKS yang disusun urut menggiring dalam pola induktif atau deduktif.</li> </ul>
Pengideraan	Emperisisme	Sesuatu (pengetahuan) yang merupakan <b>persepsi</b> yang benar atau sebaliknya, <b>salah persepsi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pengamatan terhadap fenomena dan interpretasinya</li> </ul>
Perasaan	Intuisiisme	Sesuatu (pengetahuan) yang merupakan <b>wawasan</b> atau sebaliknya, <b>tidak dapat</b> digunakan sebagai wawasan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Membuat simpulan.</li> <li>• Menentukan (memilih) tindak-lanjut setelah menyelesaikan pembelajaran pada materi pokok tertentu.</li> </ul>
Kepercayaan	Otoritarianisme	Sesuatu (pengetahuan) yang <b>dapat dianut</b> (dipercayai) atau sebaliknya, <b>kebohongan/ kepalsuan</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menerima informasi, melalui verbal-visual atau media lain. *)</li> </ul>

\*) dalam implementasi empat jalur secara terpadu, materi yang diterima oleh peserta didik bukanlah materi yang lengkap, akan tetapi merupakan bagian/fragmen yang kemudian dilanjutkan dengan kegiatan yang mengimplementasikan jalur-jalur yang lain.

### 3. Problem Based Learning sebagai Inti Penanaman Karakter Ilmiah

Berbagai model, metode, dan teknik-teknik pembelajaran dapat dipilih oleh instruktur (guru, dosen) untuk melaksanakan tugas mengajar, namun dari semua itu PBL memiliki keunggulan yang lebih lengkap. Oleh sebab itu pada tataran tingkat yang telah dianggap cukup, PBL baru dapat diterapkan dalam pembelajaran.

Pendekatan PBL pertama kali diperkenalkan pada pendidikan kedokteran di Universitas McMaster pada pertengahan tahun 1970 (Barrows and Tamblyn, 1980).

PBL adalah cara belajar yang hasilnya diperoleh dari proses kerja (aktivitas) untuk memahami atau memecahkan suatu masalah (persoalan). Masalah ditemukan (dihadapi) oleh pembelajar pada awal poses belajar.

PBL merupakan metode mengajar yang dapat menggunakan berbagai format : tutorial kelompok kecil, kuliah berdasar persoalan, diskusi kelompok besar (kelas), dan kerja laboratorium berbasis persoalan (Kaufman, 1995). Pada umumnya PBL digunakan untuk kelompok kecil dengan bantuan seorang fasilitator. Prinsip metode PBL meliputi 3 langkah : (1) Menghadapkan siswa pada persoalan, (2) melibatkan siswa pada belajar bebas dan (3) kembali pada persoalan semula (Wilkerson & Feletti, 1989).

#### Rasional Problem-Based Learning

##### Psikologi Kognitif

Schmidt (1993) mengemukakan 3 prinsip dari psikologi kognitif yang sangat menunjang PBL :

*Pertama*, aktivasi pengetahuan awal siswa, yang bertujuan untuk merumuskan persoalan yang akan dipelajari. Pengetahuan awal dapat berupa pengalaman langsung dari lapangan, pengalaman yang telah tersimpan, atau informasi baru yang diterima siswa pada awal proses pembelajaran.

*Kedua*, saat siswa mendiskusikan pemecahan masalah, mereka melakukan elaborasi melalui pengetahuan yang telah ada dan pengetahuan baru dari kontribusi anggota kelompok. Kemudian siswa membangun asosiasi (pengetahuan) baru dari konsep yang telah ia miliki dengan jaringan pengetahuan yang berasal dari berbagai sumber,

sehingga terjadi perkembangan antara konsep lama dengan konsep baru. Maka siswa juga terbiasa dengan membangkitkan kembali memori yang telah tersimpan.

*Ketiga*, PBL menyajikan persoalan yang benar-benar terjadi pada situasi yang aktual. Proses belajar terjadi di dalam konteks yang sama dan dapat diterapkan bagi seseorang. Persoalan dan pemecahannya memberi isyarat (“petunjuk”) ketika di suatu saat siswa menjumpai persoalan yang sama dalam kehidupan sehari-hari. Isyarat ini akan disusun dalam memori sebagai pengetahuan awal yang setiap saat dapat diakses.

### **Pinsip Pembelajaran untuk Dewasa**

PBL sangat kuat mencakup prinsip-prinsip belajar orang dewasa. Orang dewasa lebih termotivasi untuk belajar ketika kebutuhan (*need*) dan pengalamannya menjadi semakin meningkat pada saat pembelajaran mulai, dan ketika pusat perhatian belajar sangat relevan dengan situasi kehidupan. Mereka juga akan termotivasi ketika pengalaman diri digunakan sebagai sumber yang secara langsung dapat diakses pada saat pembelajaran (Knowles & Associates, 1984).

### **Kebutuhan Praktis Profesional**

Cervero (1990) mengemukakan alasan bahwa pengenalan karakteristik pada hal-hal yang bersifat praktis adalah sebagai kegiatan awal pengarahan (orientasi). Alasan kebutuhan profesional yang harus tertanam pada diri siswa merupakan tindakan bijak seorang pendidik daripada sekedar siswa dapat menyatakan jawaban dari pertanyaan “apakah yang disebut sebagai ...” (Buchmann, 1984).

Mereka lebih setuju untuk “meletakkan suatu yang benar” daripada “kebenaran yang tak terungkap” (INGAT : NATO, *no action talking only* !!). Pandangan tentang penerapan secara praktis ini akan menjadikan seseorang lebih profesional akan berlanjut dalam membuat keputusan yang memadai dari situasi yang khusus. Untuk meningkatkan kemampuan kerja praktik dan kemampuan profesional selalu dibutuhkan kemampuan untuk membuat keputusan yang tepat. Penelitian yang dilakukan dengan cermat dan profesional, seperti layaknya seorang ahli, akan memberi dukungan yang kuat bahwa tanpa pengetahuan yang dibangun dari pengalaman praktis tidak akan mungkin membentuk tindakan yang bijaksana (Cervero, 1990).

Nilai-nilai yang dapat diperoleh dari praktik(bertindak) adalah : (1) bahwa segala peristiwa itu melekat erat dengan ruang, waktu, dan situasi yang spesifik, (2) keputusan atau tindakan yang diambil oleh seseorang harus selalu memiliki konteks dengan situasi tersebut (Kennedy, 1987). Dengan demikian cara berpikir dan bertindak seseorang harus selalu didasarkan pada hal-hal yang realistik.

### **Kelebihan Pembelajaran PBL**

Banyak keuntungan yang dapat diperoleh dari penglibatan siswa pada kerja atau tugas yang didasarkan pada pendekatan yang berbasis pada studi kasus. Dari penelitian yang dilakukan oleh Korenmann dan Shipp (1994) diperoleh kesimpulan dan rekomendasi yang masih harus didiskusikan lebih lanjut, yaitu :

1. memberi kesempatan siswa untuk lebih peka pada hal-hal yang berkaitan dengan sistem nilai yang dimiliki oleh perseorangan;
2. memberi kesempatan siswa untuk mengekspresikan pendapatnya berlandaskan pada nilai-nilai itu, dan membandingkannya dengan orang lain;
3. menguji kebijakan etis dan petunjuk yang telah dikembangkan secara komprehensif dan sah;
4. menyediakan butir-butir acuan untuk perorangan ketika pengalaman mereka sejalan dengan persoalan dan pemecahannya yang mereka lakukan;
5. memungkinkan personel yang dilatih, sekolah, dan staf terlibat dalam diskusi dengan menggunakan dasar acuan yang sama ;
6. memungkinkan persoalan pokok disusun dan disajikan dengan titik-pandang yang beragam; dan,
7. memungkinkan timbulnya kewaspadaan bahwa persoalan yang bersumber atau yang dihadapi oleh perorangan sering kali dianalisis tanpa menggunakan (menghubungkan dengan) pengetahuan yang telah ada dan menyerap sebanyak-banyaknya informasi dari lapangan.

## **Keberhasilan Problem-Based Learning**

Keberhasilan PBL terletak pada bagaimana PBL itu dapat “menawarkan” pendidikan yang penuh pertimbangan dan penuh fleksibilitas. Siswa dan guru terlibat di dalam proses penemuan secara bersama-sama, melakukan eksplorasi, bekerja dengan sikap yang baik prasangka, dan memahami konflik prinsip-prinsip etika. Keberhasilan metode ini tergantung pada diskusi antara guru dengan siswa. Guru berperan sebagai fasilitator, yang mungkin selama ini belum “akrab” dengan kerja guru sebelumnya (Kaufman & Holmes, 1996). Oleh sebab itu Korenman & Shipp (1994) menyarankan, sebaiknya guru atau sekolah secara bersama-sama melakukan diskusi atau lokakarya untuk memperjelas operasionalisasi peran guru dalam hal :

- meningkatkan kemampuan merangsang siswa agar mampu melakukan dialog di antara mereka daripada sekedar mendengarkan informasi;
- memungkinkan penemuan jati diri siswa dari pada sekedar sebagai ahli di bidang ilmu;
- menyela diskusi siswa yang hanya dilakukan untuk mengarahkan kembali fokus persoalan;
- menyediakan sumber-sumber bagi siswa daripada sekedar memberikan keputusan akhir, melakukan refleksi dan menyadarkan akan beberapa keterbatasan; dan
- meningkatkan daya baca siswa terhadap bahan pelajaran dan kesempatan yang sebesar-besarnya untuk keterlibatan dalam kegiatan.

## **4. Kompetitif**

Kemampuan kompetitif dilandasi oleh kemampuan untuk melaksanakan setiap langkah kegiatan dalam rangkaian proses belajar dan hasil yang telah dicapai bermakna bagi diri-sendiri dan orang lain (masyarakat). Produk (temuan) yang dihasilkan akan bernilai kompetitif apabila memiliki kriteria daya beda dan daya saing (unggul) terhadap produk orang lain.

Penanaman karakter ilmiah yang kompetitif pada diri peserta didik merupakan proses pendidikan/pembelajaran jangka panjang melalui akumulasi pembiasaan-pembiasaan sebagai efek *nurturant* yang terbentuk selama proses pembelajaran peserta didik. Kegiatan pembiasaan pembelajaran yang dapat merangsang karakter kompetitif, antara lain : lomba, pameran, resital di bidang sains yang dilaksanakan peserta didik di bawah bimbingan guru. Kegiatan ini harus dilaksanakan bukan hanya oleh satu matapelajaran (matakuliah), namun harus merupakan sistem terpadu program-program pembelajaran oleh lembaga pendidikan.

## 5. Kompetitif

Kemampuan kompetitif dilandasi oleh kemampuan untuk melaksanakan setiap langkah kegiatan dalam rangkaian proses belajar dan hasil yang telah dicapai memberikan makna bagi diri-sendiri dan orang lain (masyarakat). Kebermaknaan apa yang telah diperbuat oleh seseorang inilah yang merupakan produk atau kinerja yang unggul. Produk (temuan) yang dihasilkan akan bernilai kompetitif apabila memiliki kriteria daya beda dan daya saing (unggul) terhadap produk orang lain.

Penanaman karakter ilmiah yang kompetitif pada diri peserta didik merupakan proses pendidikan/pembelajaran jangka panjang melalui akumulasi pembiasaan-pembiasaan dalam berbuat (proses belajar), sebagai efek *nurturant* yang terbentuk selama proses pembelajaran peserta didik. Kegiatan pembiasaan pembelajaran yang dapat merangsang karakter kompetitif, antara lain : lomba, pameran, resital di bidang sains yang dilaksanakan peserta didik di bawah bimbingan guru. Kegiatan ini harus dilaksanakan bukan hanya oleh satu matapelajaran (matakuliah), namun harus merupakan sistem terpadu program-program pembelajaran oleh lembaga pendidikan.

## PASCAWACANA

Pembentukan karakter ilmiah yang kompetitif pada peserta didik melalui pembelajaran adalah proses jangka panjang, karena karakter yang dimiliki seseorang diperoleh sebagai efek nurturan yang melekat pada proses belajar. Dibutuhkan kompetensi instruktur (guru, dosen) untuk mampu mengimplementasikan falsafah dalam pembelajaran : (1) Persepsi Manusia tentang Alam diimplementasikan ke dalam model



pembelajaran konstruktivisme, yang tidak selalu berorientasi kepada hasil yang harus benar (politik pencitraan?), tetapi pada proses kegiatan siswa yang bermakna; (2) Pola berpikir Induktif-deduktif diimplementasikan pada organisasi materi bahan ajar dalam urutan yang dikaitkan dengan berpikir; dan (3) Jalur untuk Memperoleh Pengetahuan diimplementasikan kepada pemilihan (organisasi) kegiatan belajar peserta didik dalam skenario pembelajaran yang sesuai dengan sintaks-sintaksnya.

Seorang instruktur harus memiliki komitmen (berani “bertanggung-gugat”) untuk mendedikasikan tugas-tugasnya dalam membelajarkan peserta didik, dengan membekali dirinya dengan karakter ilmiah juga, antara lain dengan : (1) paham sepenuhnya karakter disiplin ilmunya, (2) *prepared of mind*, (3) melakukan pembaharuan, dan (4) tidak menghindari masalah keilmuan dan tugas yang sulit, akan tetapi selalu memikirkan, berusaha mencari pemecahan, mewacanakan, dan menyeminarkan dalam kelompok profesinya.

### Pustaka

- Barrows H.S. & Tamblyn R.M. (1980) *Problem-Based Learning: An Approach to Medical Education*. New York: Springer Publishing Company, p.1.
- Buchmann M. (1984) “The use of Research Knowledge in Teacher Education and Teaching”. *American Journal of Education* 92, 421-439.
- Cervero R.M. (1990) “The Importance of Practical Knowledge and Implications for Continuing Education”. *The Journal of Continuing Education in the Health Professions* 10, 85-94.
- Doni Kusuma, <http://www.pendidikankarakter.org/12%20Pilar.html>., diunduh tgl 30 April 2012.
- Kaufman, D.M. (1995). *Preparing Faculty as Tutors in Problem-based Learning : Teaching Improvement Practices—Successful Strategies for Higher Education* (eds. W. A. Wright & Associates), 101-125. Bolton, MA: Anker Publishing Company, Inc.
- Kaufman D.M. & Holmes D.B. (1996). *Tutoring in Problem-based Learning : Perceptions of teachers and students*. *Medical Education* 30, 371-377.
- Kennedy M.M. (1987). “Inexact Sciences : Professional Education and The Development of Expertise”. *Review of Research in Education*, 14, 133-167. Washington, DC: American Educational Research Association.
- Knowles M.S. & Associates (1984). *Andragogy in Action: Applying Modern Principles of Adult Learning*. San Francisco : Jossey-Bass, Inc.
- Korenman S.G. & Shipp A.C. (1994). *Teaching the Responsible Conduct of Research Through a Case Study Approach— A Handbook for Instructors*. Washington, DC: Association of American Medical Colleges.
- Schmidt H.G. (1993). “Foundations of Problem-based Learning: Some Explanatory Notes”. *Medical Education* 27, 422-432.
- Suyoso, dkk. (2009). *Ilmu Alamiah Dasar (Diktat Kuliah)*. Universitas Negeri Yogyakarta.
- Sudjoko dan Siti Mariyam (2010). *Strategi dan Model Pembelajaran Biologi (Modul PPG)*. Universitas Negeri Yogyakarta.

## EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN DENGAN PROGRAM *CABRI 3D* DIBANDING PEMBELAJARAN KONVENSIONAL PADA TOPIK JARAK GARIS DENGAN BIDANG DALAM BANGUN RUANG KELAS X SMA N 1 DEPOK SLEMAN

Ambar Tri Wahyuni<sup>1)</sup> dan M. Andy Rudhito<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: [vlocwety@yahoo.com](mailto:vlocwety@yahoo.com)

<sup>2)</sup> Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: [arudhito@yahoo.co.id](mailto:arudhito@yahoo.co.id)

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui Efektivitas Pembelajaran dengan Program *Cabri 3D* Dibanding Pembelajaran Konvensional pada Topik Jarak Garis dengan Bidang Dalam Bangun Ruang Kelas X SMA” di Kelas XE dan XF SMA N 1 Depok Yogyakarta Tahun Ajaran 2011/2012. Metode penelitian yang digunakan adalah dekriptif-kuantitatif dan kualitatif. Data penelitian dikumpulkan dengan cara observasi langsung dan tidak langsung, kuisioner, dan wawancara. Penelitian ini dilaksanakan di dua kelas yang berbeda dengan masing – masing kelas 3 kali pertemuan, dimana 1 kali pertemuan adalah 1 jam pelajaran. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pembelajaran dengan program *Cabri 3D* dalam topik jarak garis dengan bidang dalam bangun ruang lebih efektif dibanding pembelajaran konvensional, hal ini dapat diamati dari hasil belajar yang dicapai antara kelas yang menggunakan program *Cabri 3D* lebih tinggi daripada kelas yang tidak menggunakan program *Cabri 3D*. Selain itu keefektifan dapat dilihat dari proses belajar mengajar, hasil kuisioner, hasil wawancara.

**Kata-kata kunci:** Efektivitas, Program *Cabri 3D*, Jarak Garis ke Bidang, Bangun Ruang.

### PENDAHULUAN

Di dalam dunia pendidikan, matematika memiliki banyak permasalahan yang kerap kali muncul menjadi perhatian banyak orang, salah satunya adalah proses belajar dan mengajar. Kegiatan belajar mengajar merupakan bagian penting dalam proses belajar yang terjadi dua arah yakni, terjadinya interaksi antara murid dan penganjar. Dapat kita saksikan bahwa kegiatan belajar mengajar yang terjadi sekarang ini masih cenderung berpusat kepada guru, sehingga gurulah yang menjadi titik pusat di dalam kegiatan pembelajaran dan mempunyai peran sangat penting yang sangat mempengaruhi proses belajar siswa. Di Indonesia, para pendidik masih cenderung memakai metode pembelajaran secara tradisional, dengan demikian peran siswa seperti yang dinyatakan oleh Silver (Turmudi, 2009) bahwa pada pembelajaran tradisional (konvensional), aktivitas siswa sehari-hari umumnya menonton gurunya menyelesaikan soal-soal di papan tulis kemudian meminta siswa bekerja sendiri dalam buku teks atau lembar kerja siswa (LKS) yang disediakan. Dengan adanya kegiatan belajar mengajar yang seperti ini maka tujuan pembelajaran yang ingin dicapai menjadi kurang optimal, karena komunikasi yang terjadi adalah komunikasi satu arah yaitu dari guru ke siswa dengan metode ceramah dan demonstrasi. Siswa sebagai penerima informasi tidak bisa menyampaikan gagasan untuk membentuk konsep dalam pikiran mereka, melainkan mereka langsung menerima konsep jadi yang telah diberikan oleh guru mereka. Guru melakukan pengevaluasian terhadap hasil belajar siswa cenderung lebih menekankan pada bagaimana pengetahuan dapat diserap oleh siswa dalam bentuk penguasaan materi, sementara pengembangan potensi siswa diabaikan. Dalam mengikuti kegiatan pembelajaran di sekolah, siswa diibaratkan seperti wadah yang kosong yang akan diisi secara penuh oleh guru. Siswa tidak mempunyai bekal,

berupa materi yang akan di ajarkan ketika mereka berangkat ke sekolah, sehingga mereka tidak mengerti apa tujuan dan manfaat pembelajaran yang mereka dapatkan. Dampak dari keadaan tersebut akan membuat siswa tidak dapat menikmati proses pembelajaran yang berlangsung dengan baik, ditambah lagi dengan materi matematika yang bersifat abstrak dan sulit untuk dipahami.

Salah satu materi belajar matematika yang dianggap sulit adalah geometri. Berdasarkan wawancara dengan Ibu Rini yang merupakan salah satu guru matematika SMA N 1 Depok dikatakan bahwa siswa kelas X memiliki pengetahuan atau pengalaman yang sedikit sekali mengenai jarak bangun ruang geometri, khususnya jarak garis ke bidang. Penyampaian materi pada biasanya hanya bersifat verbal, sehingga siswa sering mengalami kesulitan untuk menangkap materi yang disampaikan. Pengalaman melalui lambang verbal (Wina,2006:168), merupakan pengalaman yang sifatnya lebih abstrak. Disini peran media pembelajaran sangat penting, dengan pengalaman langsung melalui media maka kemungkinan kesalahan persepsi akan dapat dihindari. Salah satu media pembelajaran adalah perangkat lunak (*software*), *software* ( Wina:2006;164) adalah isi program yang mengandung pesan seperti materi yang disajikan dalam bentuk bagan, grafik, diagram, dsb. Salah satu program yang digunakan untuk membantu proses pembelajaran matematika pada materi geometri adalah program *Cabri 3D*.

Program *Cabri 3D* merupakan program komputer yang dapat menampilkan variasi bentuk geometri dimensi tiga, memberi fasilitas untuk melakukan eksplorasi, investigasi, interpretasi dan memecahkan masalah matematika dengan cukup interaktif (Oldknow and Tetlow, 2008). Salah satu kelebihan program ini yaitu dapat membuktikan apa yang tidak bisa dibuktikan pada papan tulis. Tampilan *Cabri 3D* dapat diputar – putar dari berbagai sudut sehingga mengurangi terjadinya perbedaan persepsi dari beberapa siswa.

Dari penjelasan para ahli di atas, penulis terdorong untuk melihat keefektifitasan penggunaan program *Cabri 3D* dalam materi geometri untuk siswa SMA dengan membandingkan hasil belajar siswa kelompok eksperimen (siswa yang mengikuti pembelajaran dengan program *Cabri 3 D*) dengan hasil belajar siswa kelompok kontrol (siswa yang mengikuti pembelajaran dengan tanpa menggunakan program *Cabri 3D*). Perbandingan ini maksudnya, apakah hasil belajar siswa kelompok eksperimen sama (berarti tidak ada pengaruhnya) atau lebih baik (berarti ada pengaruhnya) dalam pokok bahasan jarak dalam bangun ruang. Alasan pemilihan materi ini karena menurut asumsi penulis materi bangun ruang tiga dimensi kerap kali menjadi masalah bagi siswa yang kemampuan tilik ruangnya rendah. Dalam penelitian ini melalui penerapan langkah-langkah pemecahan masalah menggunakan program *Cabri 3D* diharapkan mampu meningkatkan hasil belajar siswa. Dalam penelitian ini yang dijadikan sampel adalah siswa-siswa kelas X SMA N 1 Depok Yogyakarta yang telah memadai fasilitas *IT*-nya. Hal ini dikarenakan pembelajaran ini membutuhkan fasilitas *IT* yang memadai sehingga pembelajaran dengan Program *Cabri 3D* bisa maksimal. Oleh karena itu dalam penelitian ini penulis memberi judul “Efektifitas Pembelajaran dengan Program *Cabri 3D* Dibanding Pembelajaran Konvensional pada Topik Jarak Garis dengan Bidang Dalam Bangun Ruang Kelas X SMA”.

## METODE

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif-kuantitatif dan kualitatif. Penelitian ini digunakan untuk mendeskripsikan efektivitas pembelajaran dengan Program *Cabri 3D* dibanding pembelajaran konvensional pada topik jarak garis ke bidang dalam bangun ruang.

Subjek Penelitian adalah siswa kelas XE dan XF SMA N 1 Depok Yogyakarta yang masing – masing terdiri dari 36 siswa, pada semester genap tahun ajaran 2011/2012. Adapun hal yang diamati adalah efektivitas antara dua pembelajaran yaitu pembelajaran dengan Program *Cabri 3D* dan pembelajaran konvensional pada topik jarak garis ke bidang dalam bangun ruang kelas X SMA N 1 Depok Sleman. Kegiatan pembelajaran dilakukan sebanyak tiga kali pertemuan dan dilaksanakan di dalam kelas.

Data penelitian diperoleh dengan cara observasi langsung, observasi tidak langsung, data pengamatan , kuisioner, dan wawancara. Observasi langsung dilakukan dengan mengamati kegiatan yang terjadi selama pembelajaran di kelas, dan ditulis dalam data pengamatan. Sedangkan observasi tidak langsung dilakukan dengan mengamati hasil rekaman kegiatan pembelajaran yang telah direkam menggunakan alat perekam “*handy-cam*” secara menyeluruh dan yang selalu

menyala saat pembelajaran berlangsung. Kegiatan pembelajaran dilaksanakan selama enam kali pertemuan, masing – masing kelas tiga kali pertemuan, tiap pertemuan berlangsung maksimal 2 jam pelajaran (1JP=45menit). Materi pembelajaran yang diamati adalah jarak garis ke bidang dalam bangun ruang kelas X. Kegiatan analisis data dilakukan dengan mendeskripsikan seluruh data penelitian dan mencari kesimpulan dari beberapa data penelitian.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

### 1. Hasil Penelitian

#### a. Perencanaan

Pada penelitian ini peneliti merancang dua kegiatan belajar mengajar dengan menggunakan dua metode yang berbeda untuk dua kelas berbeda dimana memiliki kemampuan akademis yang sama dengan tujuan untuk melihat efektivitas dari kedua metode pada topik “Jarak Garis ke Bidang dalam Bangun Ruang”. Metode pertama, peneliti merancang pembelajaran dengan menggunakan Program *Cabri 3D*. Metode kedua, peneliti merancang pembelajaran dengan pembelajaran konvensional. Peneliti menggunakan metode pertama karena peneliti ingin melihat apakah hasil belajar siswa pada topik “Jarak Garis ke Bidang dalam Bangun Ruang” akan lebih baik daripada metode kedua yaitu pembelajaran konvensional seperti yang diterapkan di Sekolah – sekolah. Sebelum melakukan penelitian, peneliti merancang RPP sebagai acuan dalam kegiatan belajar mengajar sehingga kegiatan belajar mengajar menjadi lebih terorganisir. Dalam RPP kedua kelas diberi 5 soal yang sama, untuk kelas XF selain merancang RPP, peneliti juga merancang tampilan – tampilan *Cabri 3D*. Beberapa tampilan yang disajikan didalam kelas adalah: (i) jarak garis ke bidang, (ii) tampilan situasi soal no 1, (iii) tampilan situasi soal no 2, (iv) tampilan situasi soal no 3, (v) tampilan situasi soal no 4, (vi) tampilan situasi soal no 5

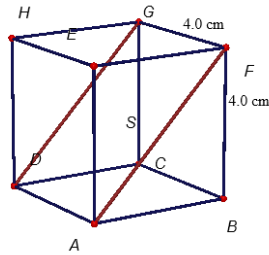
#### b. Pelaksanaan

Pada bagian ini akan disajikan proses pembelajaran yang terjadi antara dua kelas dan data yang diperoleh dari kedua kelas.

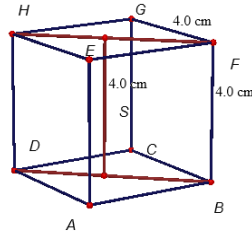
Peneliti mendapatkan dua kelas yang berbeda dengan kemampuan akademis yang sama yaitu kelas XE dengan nilai rata – rata semester ganjil adalah 57,4 dan kelas XF dengan nilai rata – rata semester ganjil adalah 56,02. Pelaksanaan penelitian untuk kelas XF pada tanggal 1 – 3 Mei 2012 dan untuk kelas XE 7 – 9 Mei 2012. Pertemuan pertama dan pertemuan kedua diisi dengan penyampaian materi kemudian latihan soal. Berikut latihan soal yang peneliti sajikan :

1. Sebuah kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 4 cm. Tentukan:
  - a. jarak garis AF dan bidang CDHG
  - b. Jarak garis FH ke bidang ABCD
2. Diketahui balok ABCD.EFGH dengan panjang rusuk – rusuk  $AB = 10$  cm,  $BC = 8$  cm, dan  $AE = 6$  cm. hitunglah jarak antara garis AE dan bidang BCGF
3. Pada limas segi empat beraturan T. ABCD,  $AB = 8$  cm dan tinggi  $4\sqrt{6}$  cm. Jika P dan Q berturut – turut merupakan titik tengah TA dan TB, jarak PQ ke bidang ABCD ..... cm
4. Balok ABCD.EFGH berukuran 8 cm x 10 cm x 6 cm. Titik P pada EH dan Q pada AD dengan  $EP : PH = 3 : 2$  dan  $AQ : AD = 3 : 5$ . Jarak garis CG terhadap bidang BFPQ adalah.....
5. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. Titik P dan Q berturut – turut di tengah EH dan EF. Tentukan jarak PQ terhadap bidang DBG.

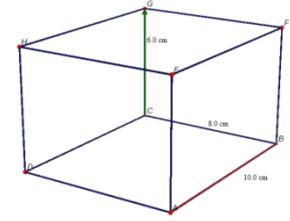
Untuk kelas XF penyelesaian latihan soal disajikan dengan program *Cabri 3D*. Di bawah ini disajikan penyelesaian latihan soal dengan Program *Cabri 3D*:



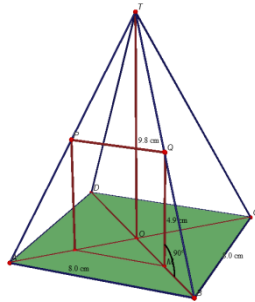
Gambar 1. Penyelesaian soal no1a



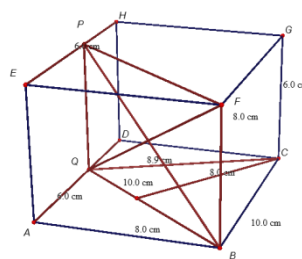
Gambar 2. Penyelesaian soal no1b



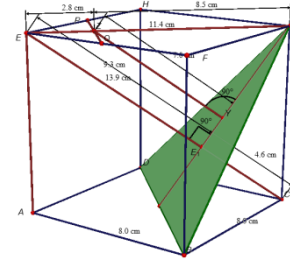
Gambar 3. Penyelesaian soal no 2



Gambar 4. Penyelesaian soal no 3



Gambar 5. Penyelesaian soal no 4



Gambar 6. Penyelesaian soal no 5

### Hasil tes tertulis

Hasil tes tertulis dari kelas XF dimana pembelajaran dengan bantuan program *Cabri 3D* dan dari kelas XE dimana pembelajaran secara konvensional adalah sebagai berikut:

1. Kelas XF dari 36 siswa mendapatkan nilai rata – rata 81.555556
2. Kelas XE dari 35 siswa mendapatkan nilai rata – rata 54.085714

### Hasil Kuisisioner

Kuisisioner diberikan kepada kelas XF yang menggunakan program *Cabri 3D*, dari hasil kuisisioner yang diisi ada 4 siswa yang menyatakan bahwa program *Cabri 3D* tidak membantu pemahaman siswa terhadap materi jarak garis ke bidang dalam bidang ruang, dimana artinya bahwa 32 siswa menyatakan bahwa program *Cabri 3D* membantu dalam memahami materi jarak garis ke bidang.

Tabel 1. Rincian Angket

	Banyak Siswa	Alasan
Membantu	32	<ul style="list-style-type: none"> <li>- gambar pada program <i>Cabri 3D</i> dapat diputar dan dilihat dari segala arah sehingga lebih jelas</li> <li>- melalui program <i>Cabri 3D</i> siswa dapat dengan mudah menentukan diagonal sisi, diagonal bidang, proyeksi garis ke bidang</li> <li>- melalui program <i>Cabri 3D</i> siswa dapat dengan mudah mengetahui panjang garis</li> <li>- program <i>Cabri 3D</i> lebih efisien sehingga tidak menyita waktu untuk menggambar banyak bangun yang akan dipelajari</li> </ul>

<b>Tidak Terlalu</b>	2	- tidak semua dapat dikerjakan dengan program <i>Cabri 3D</i> , karena dengan manualpun bisa mencari sendiri
<b>Tidak Membantu</b>	2	- program ini membuat siswa bingung karena banyak garis dan diputar - putar

### Hasil Wawancara

Wawancara dilakukan pada tanggal 11 Mei 2012, setelah peneliti melihat hasil post tes dan hasil kuisisioner, diamati apakah ada hubungan yang positif antara keduanya. Jika terjadi perbedaan antara post tes dan hasil kuisisioner maka dilakukan wawancara, peneliti mewawancarai 5 siswa dari kelas XF yang mewakili seperti hasil post tes tinggi namun hasil kuisisioner menyatakan Program *Cabri 3D* tidak membantu pemahaman dan hasil post tes rendah namun hasil kuisisioner menyatakan Program *Cabri 3D* membantu pemahaman. Hasil wawancara menyatakan bahwa siswa yang menyatakan paham tetapi mendapat nilai kurang itu dikarenakan persepsi mereka yang salah, mereka kurang paham akan materi dan kurang memperhatikan dengan sungguh – sungguh. Sedangkan untuk siswa yang menyatakan tidak paham dengan program *Cabri 3D* dan merasa tidak terbantu dengan program *Cabri 3D* tetapi mendapatkan nilai yang diatas standar, hal ini dikarenakan siswa terbiasa dengan manual dan kemampuan untuk memahami keruangan dengan 3D tidak terlalu bagus seperti yang lainnya. Karena tidak semua siswa mempunyai kemampuan yang sama dalam menangkap keruangan 3D. Selain kelas XF ada 3 siswa dari kelas XE yang diwawancarai bertujuan untuk mengetahui apa yang menjadi kendala mereka dalam mengerjakan soal yang telah diberikan dengan pembelajaran secara konvensional. Dari jawaban 3 siswa menyatakan bahwa mereka merasa bingung dalam memahami materi, mereka bingung dalam membayangkan situasi dan merasa perlu adanya alat bantu seperti media untuk membantu pemahaman mereka.

### PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan diuraikan pembahasan hasil dari penelitian secara keseluruhan. Hasil observasi secara tak langsung dari guru untuk mendapatkan dua kelas yang mempunyai kemampuan yang sama dilihat dari nilai rata – rata semester lalu, didapat kelas XE dan kelas XF dengan nilai rata – rata kelas XE adalah 57,4 dan nilai rata – rata kelas XF adalah 56,02. Perbedaan dua kelas tersebut hanya 1,38, dari kedua kelas tersebut dapat disimpulkan bahwa kedua kelas mempunyai nilai rata – rata kelas yang sama dan memenuhi syarat untuk menjadi obyek penelitian. Kelas XE kegiatan pembelajaran menggunakan metode konvensional dan kelas XF menggunakan program *Cabri 3D*.

Kelas XE dan kelas XF mempunyai kegiatan belajar mengajar yang sama hanya saja XE tidak menggunakan program *Cabri 3D*. Kegiatan belajar mengajar masing – masing kelas 2 x pertemuan, dan berakhir dengan tes tertulis.

Menurut (Wina,2006: 162), Wina berpendapat bahwa dengan menggunakan media komunikasi bukan saja dapat mempermudah dan mengefektifkan proses pembelajaran, akan tetapi juga membuat proses pembelajaran menjadi lebih menarik. Dari hasil tes tertulis menunjukkan bahwa kelas XE (tidak menggunakan program *Cabri 3D*) mendapatkan nilai rata – rata 54.085714 dan kelas XF(menggunakan program *Cabri 3D*) mendapatkan nilai rata – rata 80.361111. Dari hasil tes tertulis kedua kelas tersebut terlihat bahwa ada perbedaan yang jauh dari kedua kelas, dimana kedua kelas mempunyai selisih nilai 26.275397 dengan keunggulan didapat oleh kelas yang menggunakan program *Cabri 3D*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penelitian ini sejalan dengan teori tersebut.

Dari hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran dengan program *Cabri 3D* lebih efektif dibanding pembelajaran dengan konvensional, karena dalam topik jarak garis ke bidang dimana itu adalah bangun ruang memerlukan suatu media untuk membantu siswa dalam memberikan gambaran yang lebih nyata daripada hanya sekedar gambar manual 2 dimensi yang membuat mereka kurang paham akan materi yang diajarkan.

## SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis data dapat disimpulkan bahwa:

1. Pembelajaran dengan bantuan program *Cabri 3D* lebih efektif dibanding pembelajaran dengan konvensional pada topik jarak garis ke bidang dalam bangun ruang, hal ini ditunjukkan dengan nilai rata – rata kelas XF yang jauh lebih tinggi dibanding nilai rata – rata kelas XE. Selain itu dengan menggunakan program *Cabri 3D* siswa lebih mudah dalam memahami situasi soal, dan juga mudah dalam menentukan proyeksi dimana kedua hal tersebut yang sering menjadi kesulitan siswa.
2. Hasil kuisioner menyatakan bahwa siswa merasa terbantu dengan adanya program *Cabri 3D*, dimana program *Cabri 3D* dapat membantu mereka mengatasi kesulitan – kesulitan di materi jarak garis ke bidang. Namun ada beberapa siswa yang mengalami kesulitan dengan adanya media tiga dimensi, siswa mengalami kebingungan ketika bentuk tiga dimensi diputar – putar dalam mempresentasikan dan siswa mengalami kesulitan karena dalam proses pembuatan situasi soal dengan program *Cabri 3D* akan banyak garis yang digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut sehingga siswa merasa bingung ketika mereka belum benar – benar paham tentang penggunaan program *Cabri 3D*. Selain harus paham dengan program *Cabri 3D*, perlu diingat bahwa kemampuan siswa untuk memahami gambar berbeda – beda.
3. Hasil wawancara menunjukkan bahwa siswa memerlukan media untuk membantu memahami materi jarak garis ke bidang, pernyataan ini diperoleh dari 3 siswa kelas XE yang diwanwancarai.

Untuk penelitian dan implementasi yang akan datang, lebih baik lagi jika siswa yang akan diberi program *Cabri 3D* dikenalkan terlebih dahulu tentang program *Cabri 3D* supaya siswa tidak kaget ketika menerima penjelasan melalui program *Cabri 3D*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Sri Kurnianingsih, Kuntarti, Sulistiyono, 2007. *Matematika SMA dan MA untuk kelas X semester 2*. Jakarta: Esis
- <http://blog.uin-malang.ac.id/abdussakir/2011/03/06/pembelajaran-geometri-dan-teori-van-hiele/> (diakses pada 15 Februari 2012)
- <http://blog.uin-malang.ac.id/abdussakir/category/pendidikan-matematika/> (diakses pada 15 Februari 2012)
- Kartika Budi, Fr. 2001. *Penelitian tentang efektivitas dan efisiensi proses pembelajaran dengan metode demonstrasi dan metode eksperimen*. USD: Widya Dharma edisi April 2002.
- Kasmina, dkk. 2008. *Matematika Program Keahlian Teknologi, Kesehatan, dan Pertanian untuk SMK dan MK Kelas XI*. Jakarta: Erlangga.
- Drs. Sujono. 1988. *Pengajaran Matematika Untuk sekolah Menengah*. Jakarta: P2LPTK
- Drs. E.T. Ruseffendi, M.Sc. 1979. *Pengajaran Matematika modern untuk Orang tua Murid, Guru dan SPG*. Bandung: Tarsito
- Prof. Dr. H. Wina Sanjaya, M.Pd. 2006. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Bandung: Kencana Prenada Media
- Sri Esti Wuryani Djiwandono. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Grasindo. 2006
- Muhibbin Syah, M.Ed. *Psikologi Belajar*. 2003. Jakarta: Raja grafindi persada
- John w. santrock. 2009. *Psikologi pendidikan educational psychology edisi 3 buku 2*. Jakarta: Salemba hamunika
- Aksin, Nur. dkk. 2010. *Matematika untuk SMA/MA kelas X semester 2*. Klaten: Intan Pariwara.
- Wiroidikromo, Sartono. 2008. *Matematika untuk SMA kelas X semester 2*. Jakarta: Erlangga
- Forum, Mathematics. 2009. *Mathematics for senior high school year X*. Jakarta: Yudhistira.



**POLA KESALAHAN PADA OPERASI PEMBAGIAN BILANGAN PECAHAN :  
STUDI KASUS PADA 4 SISWA KELAS VII B SMP N 3  
DEPOK SLEMAN TAHUN PELAJARAN 2008/2009**

**Anik Yuliani, S.Pd., M.Pd.**

[anik\\_yuliani070886@yahoo.com](mailto:anik_yuliani070886@yahoo.com)

**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pola kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan beberapa siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Tahun Pelajaran 2008/2009 serta faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan tersebut. Instrumen yang digunakan untuk mengumpulkan data adalah tes dan wawancara. Dari hasil analisis dapat disimpulkan bahwa pola kesalahan yang ditemukan pada operasi pembagian bilangan pecahan dikelompokkan dalam dua jenis kesalahan yaitu:

1). Kesalahan pada pemahaman algoritma dasar pembagian bilangan pecahan.

Pola kesalahan yang diungkap yaitu: a) Siswa menganggap bahwa pembagian bilangan pecahan dengan bilangan bulat, dimanapun letak bilangan pecahannya maka bilangan pecahan tersebutlah yang harus dibalik. b) Siswa menganggap bahwa cara penyelesaian operasi pembagian bilangan pecahan sama dengan menyelesaikan operasi penjumlahan pada bilangan pecahan yaitu dengan menyamakan penyebut. c) Siswa menyelesaikan operasi pembagian bilangan bulat dengan bilangan pecahan dengan cara langsung membagi bilangan-bilangan tersebut.

2). Kesalahan pada pemahaman algoritma dasar perkalian bilangan pecahan.

Pola kesalahan yang diungkap yaitu: a) Siswa berasumsi bahwa perkalian antara bilangan bulat dengan bilangan pecahan atau sebaliknya sama dengan mengubah bentuk pecahan campuran ke dalam bentuk pecahan biasa. b) Siswa berasumsi bahwa dalam menyelesaikan perkalian bilangan bulat dengan bilangan pecahan, siswa mengalikan bilangan bulat dengan pembilang dan juga bilangan bulat dengan penyebutnya.

Sedangkan faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan tersebut meliputi: Penerapan hukum dan strategi yang tidak relevan; kurangnya pemahaman konsep dasar perkalian dan pembagian antara bilangan bulat dengan bilangan pecahan; kurangnya penguasaan keterampilan prasyarat pada bilangan pecahan.

**Kata Kunci** : Pola Kesalahan, Operasi Pembagian Bilangan Pecahan

**PENDAHULUAN**

Pecahan merupakan materi dasar dalam matematika, oleh karena itu sangat penting bagi semua siswa untuk dapat menguasai materi tersebut. Dalam kehidupan sehari-hari pecahan digunakan dalam konteks anak yang belum sekolah misalnya mengambil setengah bagian makanan sering dipandang tidak mempunyai arti jika dibandingkan dengan mengambil seluruh bagian. Pembahasan materi pecahan secara formal dipelajari di sekolah dasar sejak kelas III semester 2 dengan penekanan pada pengembangan konsep dasar bilangan pecahan melalui benda-benda konkret kemudian dengan model-model atau gambar. Sementara di sekolah menengah, materi pecahan kembali dibahas pada kelas VII semester 1 dengan penekanan pada melatih cara berfikir dan bernalar serta mengembangkan kemampuan memecahkan masalah mengenai bilangan pecahan yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

Mengingat bilangan pecahan sangat dekat sekali dengan kehidupan kita maka diharapkan siswa mampu memahami dan menerapkan pecahan dalam kehidupan sehari-hari. Hasil wawancara penulis dengan guru matematika yang mengajar di kelas VII SMP N 3 Depok memberikan indikasi bahwa penguasaan konsep pecahan masih tergolong rendah, serta masih banyak siswa yang



melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal cerita yang terkait dengan konsep dan sifat operasi bilangan pecahan.

Dalam *Teaching and Learning Mathematics*, Bergeson (2000) menemukan beberapa kesalahan konsep, salah satu kesalahan konsep yang ditemukan adalah menggunakan konsep perkalian dalam pembagian bilangan pecahan. Misalnya pada pembagian bilangan bulat dengan bilangan pecahan siswa langsung mengalikan bilangan bulat dengan bilangan pecahan kemudian siswa membaginya.

Sejalan dengan Bergeson (2000), Newstead & Murray (1998) juga menemukan adanya kesalahan pada pembagian bilangan bulat dengan bilangan pecahan. Kesalahan ini terjadi dari kesalahan siswa yang tidak disengaja serta kesalahan berdasar pada pengetahuan formal yang dimiliki oleh siswa. Ketidakmampuan siswa untuk menginterpretasikan soal  $2 \div \frac{1}{2}$  sebagai "

berapa banyak  $\frac{1}{2}$  yang ada dalam 2".

Pengetahuan dasar mengenai bilangan pecahan yang dimiliki siswa akan bermanfaat dalam pemahaman dan penguasaan konsep pecahan pada jenjang pendidikan berikutnya. Konsep pecahan yang telah dipelajari sebelumnya akan digunakan sebagai modal untuk mempelajari konsep selanjutnya. Jika konsep awal yang dipelajari oleh siswa salah maka untuk penerapan konsep itu pada pengetahuan selanjutnya akan salah juga. Hal tersebut akan menimbulkan berbagai kesalahan.

Penting bagi seorang guru untuk mengetahui pola kesalahan yang sering muncul dan faktor penyebab terjadinya kesalahan tersebut, sehingga mereka dapat membantu siswa untuk memperbaiki kesalahan yang mereka alami. Berdasarkan uraian di atas, penulis ingin lebih mengetahui pola kesalahan yang terkait dengan operasi pembagian bilangan pecahan serta faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan dari beberapa siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Sleman Tahun pelajaran 2008 / 2009.

## **RUMUSAN MASALAH**

Masalah yang diajukan dalam penelitian ini, adalah sebagai berikut:

1. Apa saja pola kesalahan yang terkait dengan operasi pembagian bilangan pecahan dari beberapa siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Sleman Tahun pelajaran 2008/2009?
2. Apa faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan dari beberapa siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Sleman Tahun pelajaran 2008/2009?

## **TUJUAN PENELITIAN**

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui :

1. Pola kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan pada beberapa siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Sleman Tahun Pelajaran 2008/2009.
2. Faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan pada beberapa siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Sleman Tahun Pelajaran 2008/2009.

## **MANFAAT PENELITIAN**

Dengan diadakannya penelitian ini, diharapkan dapat bermanfaat :

1. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi bagi siswa mengenai pola kesalahan yang mereka miliki selama ini dan mampu mengatasi kesalahan tersebut, sehingga siswa terdorong untuk mempelajari kembali konsep-konsep yang benar mengenai bilangan pecahan.
2. Hasil penelitian akan memberikan informasi tentang pola kesalahan terkait dengan operasi pembagian bilangan pecahan sehingga dapat dijadikan sebagai masukan bagi calon guru matematika untuk merancang pembelajaran yang dapat mengatasi kesalahan khususnya pada materi pokok pecahan.
3. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran kepada guru tentang pola kesalahan terkait dengan operasi pembagian bilangan pecahan, sehingga diharapkan guru dapat mengajarkan konsep yang benar sehingga tidak terjadi kesalahan-kesalahan lagi.

## **KONSEP, KATEGORI KESALAHAN DAN FAKTOR PENYEBAB KESALAHAN**

### **1. Konsep**

Sebagian besar siswa hanya menghafalkan definisi konsep tanpa mengetahui hubungan antara konsep satu dengan konsep-konsep yang lainnya. Akibatnya konsep yang baru menjadi tidak berhubungan dengan konsep sebelumnya. Ausubel et al (1978, dalam Berg, 1991: 8) mendefinisikan "konsep adalah benda-benda, kejadian-kejadian, situasi-situasi, atau ciri-ciri yang memiliki ciri-ciri khas dan yang terwakili dalam setiap budaya oleh suatu tanda atau simbol". Sementara itu menurut Gagne (dalam Ruseffendi, 1980) konsep adalah ide abstrak yang memungkinkan kita mengelompokkan benda-benda (objek) ke dalam contoh dan non contoh.

Dari pengertian konsep yang telah diuraikan di atas, maka dapat disimpulkan bahwa konsep adalah ide abstrak dan untuk mengelompokkan objek-objek biasanya dinyatakan dalam suatu istilah yang kemudian dituangkan ke dalam contoh dan bukan contoh. Penguasaan akan suatu konsep sangatlah penting, karena konsep merupakan alat dalam belajar untuk penguasaan materi. Dengan adanya penguasaan konsep yang baik, diharapkan siswa akan dapat memperoleh ilmu pengetahuan yang tidak terbatas.

### **2. Kategori Kesalahan**

Berg (1991:101) mengemukakan bahwa kesalahan siswa dalam matematika dapat dibagi dalam berbagai jenis kesalahan antara lain:

- 1) Ralat yang terjadi secara acak tanpa pola tertentu,
- 2) Salah ingat atau hafal,
- 3) Kesalahan yang terjadi secara konsisten, terus-menerus dan menunjukkan pola tertentu.

Pada penelitian ini penulis hanya akan memfokuskan pada kesalahan siswa menurut Berg (1991) yaitu kesalahan yang terjadi secara konsisten, terus-menerus dan menunjukkan pola tertentu. Untuk menentukan subyek penelitian, penulis akan memilih beberapa siswa yang memenuhi kriteria melakukan kesalahan secara konsisten, terus-menerus dan menunjukkan pola tertentu tersebut.

#### **a. Kesalahan-kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan.**

Tirosh (2000) dalam tulisannya yang berjudul "Enhancing Prospective Teachers' Knowledge of Children's Conceptions: The Case of Division of Fractions" meneliti tiga puluh calon guru sekolah dasar tentang konsepsi anak pada pembagian pecahan. Tirosh (2000), mengklasifikasikan kesalahan yang dibuat oleh partisipan ketika membagi pecahan dalam tiga kategori yaitu

##### **1) Algoritma berbasis kesalahan**

Berbagai cara dalam menghitung pembagian termasuk dalam kategori ini. Hal umum prosedur yang termasuk membalikkan pembagian sebagai ganti pembagi atau pembalikan sebelum perkalian pembilang dan penyebut (see, e.g., Ashlock, 1990; Barash & Klein, 1996). Kesalahan ini biasanya menjelaskan hasil dari hafalan algoritma. Ketika algoritma memaparkan sebuah langkah yang tidak berarti, memungkinkan siswa lupa akan langkah tersebut atau merubah caranya yang justru bisa menjadi suatu kesalahan.

##### **2) Kesalahan yang tidak disengaja**

Penelitian tentang cara operasi pembagian menunjukkan bahwa siswa dalam menyeimbangkan operasi dengan bilangan bulat pada pecahan dan untuk menjelaskan pembagian primer menggunakan cara lama, dalam keseluruhan model pembagian. Dalam model pembagian ini sebuah obyek membagi ke dalam angka terpisah atau kumpulan terkecil (e.g., Lima anak membeli 15 buah roti dan membaginya sama rata. Berapa nilai roti yang masing-masing anak dapatkan?). Cara lama, keseluruhan model pembagian memaksakan tiga batasan dalam operasi pembagian: a). Pembagi harus angka genap; b). Pembagi harus lebih kecil dari bilangan yang dibagi; c). Hasil bagi harus lebih kecil dari bilangan yang dibagi. Keunggulan cara lama, keseluruhan model menunjukkan dengan sungguh batas kemampuan anak dan tingkat kemampuan calon guru dalam mengoreksi jawaban pada masalah pembagian yang menyertakan pecahan (e.g., Fischbein, Deri, Nello, & Marino, 1985; Greber, Tirosh, dan

Glover, 1989 dalam *Journal for Research in Mathematics Education* 2000, Vol 31, No. 1, 5-25). Data juga menyarankan bahwa respon anak dalam menyertakan pembagian pecahan dipengaruhi oleh model ini.

3) Kesalahan berdasar pada pengetahuan formal

Kesalahan pada pemikiran yang terbatas tentang dugaan pecahan dan kurangnya pengetahuan dalam menghubungkan operasi termasuk dalam kategori ini. Kurangnya pengetahuan mungkin adalah sumber dari hasil buruk responsi pada berbagai tugas termasuk pembagian pecahan. Hart (1981) mengemukakan siswa berpikir bahwa pembagian pecahan merupakan

komutatif bahwa  $1 \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  karena  $1 \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2}$ . Sebagai contoh siswa percaya bahwa

$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = 2$  seperti dalam algoritma (e.g.,  $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{2} = 2$ ), atau kurangnya pengetahuan

formal (e.g., pembagian komutatif dan berikut  $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$ ). Faktor lain mungkin

yang akan menjadi respon yang baik. Seorang guru yang memperkenalkan dengan berbagai sumber pada kesalahan respon siswa seharusnya membantu guru dalam mengidentifikasi sumber spesifik kesalahan siswa dan yang sesuai intruksi.

### 3. Faktor Penyebab Terjadinya Kesalahan.

Menurut Radatz, H. (1978, dalam Krismayanti, 2006) menemukan beberapa faktor penyebab kesalahan yaitu:

1) Kesulitan Konsep

Ketika seorang siswa mengalami kesulitan bahasa maka siswa tersebut akan mengalami kendala besar dalam pemahaman suatu konsep. Kesulitan bahasa meliputi tidak bisa mengartikan kata-kata, kalimat atau istilah tertentu yang digunakan dalam matematika. Misalnya siswa tidak mengerti apa yang dimaksud dengan konstanta, variabel, gradien dan lain-lain.

2) Kesulitan memahami informasi tentang ruang

Kesulitan memahami informasi tentang bangun ruang adalah kesulitan yang disebabkan karena siswa mengalami kesulitan untuk mengenali bentuk-bentuk visual dan memahami sifat-sifat keruangan yang berkaitan dengan soal-soal matematika.

3) Kesulitan karena kurangnya penguasaan keterampilan prasyarat, fakta-fakta dasar dan konsep (algoritma). Untuk menguasai konsep yang mempunyai tingkat kesulitan tinggi, terlebih dahulu siswa harus menguasai fakta-fakta dasar (konsep-konsep yang lebih dasar), keterampilan prasyarat meliputi: keterampilan menghitung, keterampilan menginterpretasikan data atau simbol dan lain sebagainya.

4) Ketidaktepatan penggabungan

Kesulitan ini lebih melibatkan kemampuan kognitif siswa, karena disini siswa harus bisa menemukan cara lain atau alternatif penyelesaian masalah jika soal tersebut tidak bisa diselesaikan dengan satu cara.

5) Penerapan hukum atau strategi yang tidak relevan

Dalam menyelesaikan soal-soal matematika biasanya kita menggunakan hukum-hukum, dalil-dalil dan teorema-teorema. Karena ketidaktepatan siswa dalam menerapkan hukum-hukum, dalil-dalil, teorema-teorema atau definisi-definisi siswa pasti akan mengalami kesulitan untuk menyelesaikan soal.

Penulis akan menggunakan pendapat dari Radatz (1978, dalam Krismayanti, 2006) sebagai landasan teori untuk menganalisa faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan.

## **JENIS PENELITIAN DAN SUBYEK PENELITIAN**

Dalam penelitian ini penulis menggunakan penelitian kasus atau studi kasus. Menurut Maxfield (1930, dalam Nazir, 1985). Subyek penelitian dapat saja individu, kelompok, lembaga, maupun masyarakat. Penelitian kasus ini menggunakan penelitian deskriptif kualitatif. Menurut Bogdan dan Taylor (dalam Moleong, 2006: 4).

## **INSTRUMEN PENELITIAN**

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes uraian dan wawancara.

Data yang dikumpulkan dalam penelitian ini adalah :

- a. Data tentang pola kesalahan yang dilakukan oleh empat siswa SMP N 3 Depok kelas VII B yang terkait dengan operasi pembagian bilangan pecahan. Data ini diperoleh dari pemilihan jawaban siswa yang melakukan kesalahan secara konsisten, terus-menerus dan menunjukkan pola tertentu serta dari hasil analisa wawancara.
- b. Data tentang faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan empat siswa SMP N 3 Depok kelas VII B yang dapat diperoleh dari hasil tes uraian serta hasil analisa wawancara.

## **ANALISIS DATA DAN PEMBAHASAN**

Berdasarkan data yang terkumpul dari 35 siswa terdapat siswa yang mengerjakan soal dengan benar, mengerjakan soal dengan salah dan tidak mengerjakan soal. Penulis hanya menampilkan jawaban yang salah saja untuk mempermudah dalam melakukan analisis selanjutnya. Dengan adanya kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh siswa dalam mengerjakan soal-soal yang diberikan, maka penulis memilih beberapa siswa yang melakukan kesalahan paling banyak.

Berikut ini rangkuman pola kesalahan yang ditemukan oleh penulis pada operasi pembagian bilangan pecahan dan juga faktor penyebab terjadinya kesalahan tersebut.

- a. Kesalahan pada pemahaman algoritma dasar pembagian bilangan pecahan.

Pada kesalahan pemahaman algoritma dasar pembagian bilangan pecahan, penulis menemukan beberapa pola kesalahan yaitu:

- 1) Siswa menganggap bahwa pembagian bilangan pecahan dengan bilangan bulat, dimanapun letak bilangan pecahannya maka bilangan pecahan tersebutlah yang harus dibalik.

Pola kesalahan yang dilakukan dapat dilihat dari jawaban yang diberikan oleh siswa misalnya  $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{3}{1} \times 2$ . Pola kesalahan tersebut sesuai dengan hasil penelitian Tirosh (2000). Kesalahan ini terjadi karena kurangnya pemahaman konsep dasar pembagian bilangan pecahan dengan bilangan bulat.

- 2) Siswa menganggap bahwa cara penyelesaian operasi pembagian bilangan pecahan sama dengan menyelesaikan operasi penjumlahan pada bilangan pecahan yaitu dengan menyamakan penyebut.

Pola kesalahan yang dilakukan dapat dilihat dari jawaban yang diberikan oleh siswa

yaitu  $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{3} = \frac{6}{3} = 2$ , siswa tersebut menggunakan konsep penjumlahan

yaitu  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$  dalam menyelesaikan operasi pembagian pada bilangan pecahan.

Pola kesalahan tersebut sesuai dengan hasil penelitian Tirosh (2000). Kesalahan ini terjadi karena adanya penerapan hukum dan strategi yang tidak relevan yaitu siswa menggunakan konsep penjumlahan pecahan dalam menyelesaikan operasi pembagian pada bilangan pecahan.

- 3) Siswa menyelesaikan operasi pembagian bilangan bulat dengan bilangan pecahan dengan cara langsung membagi bilangan-bilangan tersebut.

Pola kesalahan yang dilakukan dapat dilihat dari jawaban yang diberikan oleh siswa

yaitu  $6 \div \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ . Pola kesalahan tersebut sesuai dengan hasil penelitian yang diungkapkan oleh Naiser (2004). Kesalahan ini terjadi karena kurangnya pemahaman konsep dasar pembagian bilangan pecahan dengan bilangan bulat atau sebaliknya, serta kurangnya pemahaman konsep dasar pembagian bilangan bulat.

- b. Penulis juga menemukan adanya pola kesalahan lain yang berkaitan dengan kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan yaitu:

Kesalahan pada pemahaman algoritma dasar perkalian bilangan pecahan.

Pola kesalahan yang penulis temukan ini tidak terdapat pada rumusan kategori pola kesalahan yang penulis buat pada bab 3. Penulis menganggap bahwa pola kesalahan yang ditemukan ini merupakan kategori pola kesalahan yang lain. Pada kesalahan pemahaman algoritma dasar perkalian bilangan pecahan, penulis menemukan beberapa pola kesalahan yaitu:

- 1) Siswa berasumsi bahwa perkalian antara bilangan bulat dengan bilangan pecahan atau sebaliknya sama dengan mengubah bentuk pecahan campuran ke dalam bentuk pecahan biasa.

Pola kesalahan yang dilakukan oleh Angga dapat dilihat dari jawaban yang diberikan oleh Angga yaitu  $6 \div \frac{3}{5} = 6 \times \frac{5}{3} = \frac{23}{3}$ . Penulis memandang bahwa pembagian pada bilangan pecahan memiliki kaitan yang erat dengan perkalian pada bilangan pecahan. Hal ini dapat dilihat dari definisi pembagian pada bilangan pecahan yaitu membagi suatu pecahan sama dengan mengalikan dengan kebalikan dari pecahan pembaginya.

Berdasarkan hasil analisis di atas, kesalahan tersebut terjadi karena adanya penerapan hukum dan strategi yang tidak relevan yaitu siswa menganggap bahwa pecahan campuran itu merupakan bentuk lain dari perkalian antara bilangan bulat dengan bilangan pecahan. relevan serta kurangnya pemahaman konsep dasar perkalian bilangan bulat dengan bilangan pecahan.

- 2) Siswa berasumsi bahwa dalam menyelesaikan perkalian bilangan bulat dengan bilangan pecahan, siswa mengalikan bilangan bulat dengan pembilang dan juga bilangan bulat dengan penyebutnya.

Pola kesalahan ini dapat dilihat dari jawaban yang diberikan oleh Hagi yaitu  $6 \times \frac{5}{3} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9}$  pada tabel 4.12. Dasar pemikiran siswa sehingga muncul cara ini yaitu didasarkan pada cara penyelesaian perkalian pecahan dengan pecahan dimana pembilang dikalikan dengan pembilang dan penyebut dikalikan dengan penyebut  $\frac{n}{a} \times \frac{m}{b} = \frac{n \times m}{a \times b}$ .

Berdasarkan hasil analisis di atas, faktor penyebab terjadinya kesalahan ini adalah kurangnya penguasaan keterampilan prasyarat yaitu siswa tidak mengetahui bahwa bilangan bulat dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan. Selain itu faktor yang lainnya yaitu kurangnya pemahaman konsep perkalian antara bilangan pecahan dengan bilangan bulat.

## KESIMPULAN

Dari perumusan masalah yang dirumuskan oleh penulis pada bab I maka penulis dapat menjawab perumusan masalah tersebut yaitu sebagai berikut:

1. Apa saja pola kesalahan yang terkait dengan operasi pembagian bilangan pecahan dari siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Tahun pelajaran 2008 / 2009?
  - a. Kesalahan pada pemahaman algoritma dasar pembagian bilangan pecahan. Pola kesalahan yang dapat diungkap yaitu sebagai berikut:
    - 1) Siswa menganggap bahwa pembagian bilangan pecahan dengan bilangan bulat, dimanapun letak bilangan pecahannya maka bilangan pecahan tersebutlah yang harus dibalik.
    - 2) Siswa menganggap bahwa cara penyelesaian operasi pembagian bilangan pecahan sama dengan menyelesaikan operasi penjumlahan pada bilangan pecahan yaitu dengan menyamakan penyebutnya.

- 3) Siswa menyelesaikan operasi pembagian bilangan bulat dengan bilangan pecahan dengan cara langsung membagi bilangan-bilangan tersebut.
- b. Dalam penelitian ini penulis juga menemukan adanya pola kesalahan lain yang berkaitan dengan kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan yaitu sebagai berikut:  
kesalahan pada pemahaman algoritma dasar perkalian bilangan pecahan.  
Pola kesalahan yang diungkap dalam penelitian ini adalah:
  - 1) Siswa berasumsi bahwa perkalian antara bilangan bulat dengan bilangan pecahan atau sebaliknya sama dengan mengubah bentuk pecahan campuran ke dalam bentuk pecahan biasa.
  - 2) Siswa berasumsi bahwa dalam menyelesaikan perkalian bilangan bulat dengan bilangan pecahan, siswa mengalikan bilangan bulat dengan pembilang dan juga bilangan bulat dengan penyebutnya.
2. Apa faktor penyebab terjadinya kesalahan pada operasi pembagian bilangan pecahan dari siswa kelas VII B SMP Negeri 3 Depok Tahun pelajaran 2008 / 2009?
  - a. Penerapan hukum dan strategi yang tidak relevan.  
Salah satu contoh bukti adanya penerapan hukum dan strategi yang tidak relevan yaitu siswa menggunakan konsep penjumlahan pecahan dalam menyelesaikan operasi pembagian pada bilangan pecahan.
  - b. Kurangnya pemahaman konsep dasar perkalian dan pembagian bilangan bulat dengan bilangan pecahan.
  - c. Kurangnya penguasaan keterampilan prasyarat pada bilangan pecahan. Misalnya siswa tidak mengetahui bahwa bilangan bulat dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bergeson, Terry. (2000). *Teaching and Learning Mathematics, Using Research to Shift From the "Yesterday" Mind to the "Tomorrow" Mind*. State Superintendent of Public Instruction. Dalam <http://www.k12.wa.us/research/pubdocs/pdf/mathbook.pdf>. Diakses pada tanggal 3 Desember 2008.
- Krismayanti, D. F. (2006). *Miskonsepsi Bilangan dan Operasinya Siswa kelas VII di SMP Kanisius Pakem*. Makalah. USD Yogyakarta.
- Kuhnelt, H. (1989). *Interdisciplinary Aspects of Physics Education*. Austria: Universitas Wien Almunster.
- Naiser, E. A. (2004). *Understanding Fractional Equivalence and the Differentiated Effect on Operations with Fraction*. Dalam <http://txspace.tamu.edu/bitstream/handle/1969.1/1469/etd-tamu-2004C-EDCI-Naiser.pdf?seq> . Diakses pada tanggal 9 Juni 2008.
- Nazir, M. (1985). *Metode Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Newstead, K. & Murray, H. (1998). *Young students' Construction of Fraction*, Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education: vol 3(pp.295-302). Stellenbosch, South, dalam <http://academic.sun.ac.za/mathed/MALATI/Files/Fractions98.pdf>. Diakses pada tanggal 9 Juni 2008.
- Ruseffendi. (1980). *Pengajaran Matematika Modern untuk Orangtua Murid dan SPG*. Tarsito, Bandung.
- Tirosh, D. (2000). *Enhancing Prospective Teachers Knowledge of Children's Conceptions: The case of Division of Fractions*. Tel-Aviv University. Israel.
- Van Den Berg, E. (1991). *"Miskonsepsi Fisika dan Remediasi"*. Sebuah Pengantar Berdasarkan

*Anik Y/Pola kesalahan pada*

Lokakarya yang Diselenggarakan di Universitas Kristen Satya Wacana Salatiga, 7-10 Agustus 1990. Universitas Kristen Satya Wacana Salatiga Indonesia 50711.

\*) Anik Yuliani, (Penulis) adalah Dosen Tetap di STKIP Siliwangi Bandung, lahir di Cilacap, 7 Agustus 1986; S1 Pend. Matematika Universitas Sanata Dharma Yogyakarta, S2 Pend Matematika SPs UPI.

## **PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOPERATIF TIPE *THINK TALK WRITE* TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH PADA SISWA SMA**

**Asep Ikin Sugandi**

*STKIP Siliwangi, Asepikinsugandi@yahoo.co.id*

### **Abstrak**

Artikel ini melaporkan hasil temuan suatu kuasi eksperimen dengan disain tes awal dan akhir kelompok kontrol untuk menelaah pengaruh pembelajaran Kooperatif tipe *Thik Talk Write* dan kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis. Studi ini melibatkan 81 siswa darisatu SMA level sedang di kota Cimahi. Instrumen penelitian terdiri dari 5 set tes pemecahan masalah dan aspe-aspeknya. Penelitian menemukan bahwa Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis yang meliputi tiap dan keseluruhan aspek yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Thik Talk Write* lebih baik dari pada konvensional.

**Kata Kunci** : pemecahan masalah matematis, koneksi matematis pembelajaran Kooperatif, Tipe TTW

### **PENDAHULUAN**

Kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan matematis yang esensial untuk siswa SM, seperti tercantum dalam Kurikulum 2004 dan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) serta Badan Standar Nasional Pendidikan (2006). Pentingnya kepemilikan kemampuan pemecahan masalah matematis sejak lama telah dikemukakan Branca (Sumarmo, 1994) yaitu sebagai berikut: 1) kemampuan pemecahan masalah merupakan tujuan umum pengajaran matematika, bahkan sebagai jantungnya matematika, 2) penyelesaian masalah meliputi metode, prosedur, strategi dalam pemecahan masalah merupakan proses inti dan utama dalam kurikulum matematika, dan 3) pemecahan masalah merupakan kemampuan dasar dalam belajar matematika.

Polya (Sumarmo, 1994) mendefinisikan pemecahan masalah sebagai suatu usaha untuk mencari jalan keluar dari suatu kesulitan untuk mencapai tujuan yang tidak dengan segera diperoleh. Kemudian Polya merinci langkah-langkah pemecahan masalah, sebagai berikut: 1) memahami masalah, 2) membuat rencana pemecahan, 3) melakukan perhitungan, dan 4) memeriksa kembali hasil yang diperoleh. Memperhatikan tuntutan kognitif yang termuat dalam kemampuan pemecahan masalah matematik, kemampuan tersebut tergolong pada kemampuan matematis tingkat tinggi yang memerlukan pembelajaran yang sesuai.

Namun, beberapa penelitian (Henningsen dan Stein, 1997, Mullis, dkk dalam Suryadi, 2004, Peterson, 1988) melaporkan pada umumnya pembelajaran matematika masih berfokus pada pengembangan kemampuan berpikir tahap rendah dan bersifat prosedural. Hasil penelitian Mullis, dkk (Suryadi, 2004) menunjukkan bahwa soal-soal matematika tidak rutin pada umumnya tidak berhasil dijawab dengan benar oleh siswa Indonesia

Demikian pula laporan TIMSS menunjukkan bahwa pembelajaran yang lebih menekankan pada aktivitas penalaran dan pemecahan masalah seperti di Jepang dan Korea mampu menghasilkan siswa berprestasi tinggi dalam matematika. Dua studi Sumarmo (1993, 1994) terhadap siswa dan guru SMP, dan SMU di Bandung menemukan bahwa pembelajaran matematika kurang melibatkan aktivitas siswa secara optimal sehingga siswa kurang aktif dalam belajar. Salah satu upaya meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis adalah pemberian model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*. Model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* (TTW) adalah model pembelajaran yang berusaha membangun pemikiran, merefleksi, dan mengorganisasi ide, kemudian menguji ide tersebut sebelum siswa diharapkan



untuk menuliskan ide-ide tersebut. Tahap-tahap dalam model pembelajaran kooperatif tipe TTW sebagai berikut :

Tahap pertama kegiatan siswa yang belajar dengan strategi *think-talk-write* adalah *think*, yaitu tahap berfikir dimana siswa membaca teks berupa soal (kalau memungkinkan dimulai dengan soal yang berhubungan dengan permasalahan sehari-hari siswa atau kontekstual). Tahap kedua adalah *talk* (berbicara atau diskusi) memberikan kesempatan kepada siswa untuk membicarakan tentang penyelidikannya pada tahap pertama. Tahap ketiga adalah *write*, siswa menuliskan ide-ide yang diperolehnya dari kegiatan tahap pertama dan kedua.

Memperhatikan karakteristik matematika sebagai ilmu yang terstruktur dan sistimatis, secara rasional dapat diprediksi bahwa kemampuan awal matematika siswa akan memberikan pengaruh terhadap pencapaian hasil belajar. Uraian, rasional, dan temuan penelitian di atas, mendorong peneliti melaksanakan penelitian mengenai pengaruh Model pembelajaran *Think Talk Write* dan kemampuan awal matematika terhadap kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa SMP

## RUMUSAN DAN BATASAN MASALAH

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka rumusan dan batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada langkah memahami masalah siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional
2. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada langkah membuat rencana pemecahan yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional.
3. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada langkah melakukan perhitungan siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional
4. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis siswa pada Memeriksa kembali hasil yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional.
5. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis siswa pada Memeriksa kembali hasil yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional.

## TUJUAN PENELITIAN

Berdasarkan rumusan dan batasan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui :

1. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada langkah memahami masalah siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional
2. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada langkah membuat rencana pemecahan yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional.
3. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada langkah melakukan perhitungan siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional
4. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis siswa pada Memeriksa kembali hasil yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional.
5. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis siswa pada Memeriksa kembali hasil yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional.

## MANFAAT PENELITIAN

Dengan penelitian ini diharapkan guru maupun praktisi di lapangan dapat menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* sebagai salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa maupun hasil belajar secara umum dalam bidang matematika.

## METODE DAN DISAIN PENELITIAN

Penelitian ini merupakan suatu kuasi eksperimen dengan disain tes awal tes akhir dan kelompok kontrol seperti terlukis dalam gambar di bawah ini.

O X O  
O O

Keterangan: X : Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Talk Write*

O : Tes Kemampuan Pemecahan Masalah dan Koneksi Matematis

Subyek penelitian ini adalah 82 siswa kelas X SMA yang berasal dari satu SMA yang mewakili sekolah level sedang. Instrumen penelitian ini terdiri dari 5 set tes bentuk uraian yang meliputi kemampuan pemecahan masalah dan langkah-langkah pemecahan masalah berdasarkan langkah-langkah dari Polya. Bahan ajar yang digunakan disajikan dalam bentuk lembar kerja siswa yang disusun berdasarkan rambu-rambu pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*.

## TEMUAN PENELITIAN

Berdasarkan hasil pengolahan data terhadap tes awal dan tes akhir didapat hasil sebagai berikut :

Tabel 1  
Hasil Pengolahan Data Tes Awal dan Tas Akhir

Aspek	Skor Maks	Kelas Eksperimen		Kelas Kontrol	
		Rata-Rata	S	Rata-rata	S
Pre Tes					
Memahami Masalah	8	1,80	1,49	1,36	1,14
Membuat Rencana	16	3,27	1,16	3,05	1,15
Melakukan Perhitungan	8	1,49	1,12	1,96	1,59
Memeriksa Kembali	8	1,78	1,78	2,24	1,65
Keseluruhan Aspek	50	15,68	15,68	4,46	5,32
Pos Tes					
Memahami Masalah	8	6,20	1,00	5,29	1,44
Membuat Rencana	16	11,93	1,84	10,30	1,90
Melakukan Perhitungan	8	5,56	1,19	4,98	1,95
Memeriksa Kembali	8	4,61	2,06	3,10	1,87
Keseluruhan Aspek	50	35,54	9,15	22,79	8,99

Dari hasil pengolahan data menggunakan uji-t (karena data normal dan homogen) didapat hasil sebagai berikut :

Tabel 2  
Hasil Uji Kesamaan Dua rata-rata Data Pre Tes

Aspek	Kelas Eksperimen		Kelas Kontrol		$t_{hitung}$	$t_{tabel}$	Keterangan
	Rata-rata	S	Rata-rata	S			
Memahami Masalah	1,80	1,49	1,36	1,14	1,13	1,99	Tidak Terdapat perbedaan
Membuat Rencana	3,27	1,16	3,05	1,15	1,57	1,99	Tidak Terdapat perbedaan
Melakukan Perhitungan	1,49	1,12	1,96	1,59	1,57	1,99	Tidak Terdapat perbedaan
Memeriksa Kembali	1,78	1,44	2,24	1,65	1,70	1,99	Tidak Terdapat perbedaan
Keseluruhan Aspek	15,68	4,46	16,14	5,32	0,42	1,99	Tidak Terdapat perbedaan

Tabel 3  
Hasil Uji Kesamaan Dua rata-rata Data Pos Tes

Aspek	Kelas Eksperimen		Kelas Kontrol		$t_{hitung}$	$t_{tabel}$	Keterangan
	Rata-rata	S	Rata-rata	S			
Memahami Masalah	6,20	1	5,29	1,44	3,37	1,99	Tolak $H_0$
Membuat Rencana	11,93	1,84	10,30	1,90	3,98	1,99	Tolak $H_0$
Melakukan Perhitungan	5,56	1,19	4,98	0,95	2,42	1,99	Tolak $H_0$
Memeriksa Kembali	4,61	2,06	3,10	1,87	3,60	1,99	Tolak $H_0$
Keseluruhan Aspek	35,54	9,15	22,79	8,99	6,38	1,99	Tolak $H_0$

Berdasarkan Tabel 3, didapat hasil sebagai berikut : Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada tiap dan keseluruhan aspek siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripada model konvensional

## PEMBAHASAN

Beberapa hal yang menyebabkan pembelajaran dengan menggunakan model kooperatif tipe *Think Talk Write* dengan pendekatan konvensional (KV) dalam mengembangkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis, diantaranya :

### 1. Dilihat dari Tahap Think (berpikir)

Bahan ajar yang disajikan dalam bentuk LKS yang berisi informasi atau pun permasalahan, memungkinkan siswa untuk memperoleh kesempatan untuk mengembangkan konsep, prosedur, serta prinsip dalam matematika melalui suatu aktivitas belajar yaitu membaca. Pada tahap ini, siswa akan membaca sejumlah persoalan yang disajikan dalam LKS. Setelah membaca LKS siswa akan membuat catatan kecil berupa apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.

Disamping itu pada *Think* (berpikir) ini siswa secara individu memikirkan

kemungkinan jawaban atau strategi penyelesaian, membuat catatan kecil tentang ide-ide yang terdapat pada bacaan, dan hal-hal yang tidak dipahaminya sesuai dengan bahasanya sendiri. Menurut Yamin dan Bansu (2008: 85) aktivitas berpikir dapat dilihat dari proses membaca suatu teks matematika atau berisi cerita matematika kemudian membuat catatan tentang apa yang telah dibaca. Dalam membuat atau menulis catatan siswa membedakan dan mempersatukan ide yang disajikan dalam teks bacaan, kemudian menerjemahkan kedalam bahasa mereka sendiri. Lebih Lanjut Wiederhold (Yamin dan Bansu, 2008: 85) mengatakan bahwa belajar membuat/menulis catatan setelah membaca merangsang aktivitas berpikir sebelum, selama, dan setelah membaca, sehingga dapat mempertinggi pengetahuan bahkan dapat meningkatkan keterampilan berpikir dan menulis seseorang.

Disamping itu pembelajaran kooperatif tipe TTW memberi kesempatan kepada siswa untuk belajar sendiri, karena belajar sendiri mempunyai pengaruh yang baik terhadap kemampuan dalam memahami suatu konsep sebagaimana dikemukakan oleh Hudoyo (1979 : 109) “.....jika siswa aktif melibatkan dirinya di dalam menemukan suatu prinsip dasar siswa itu akan mengerti konsep tersebut lebih baik, mengingat lebih lama dan mampu menggunakan konsep tersebut dalam konterks yang lain. Hal ini sesuai dengan pendapat Alipandie (1981 : 92) dan Surakhmad (1986 : 149) bahwa pengetahuan yang diperoleh siswa dari hasil belajar sendiri hasil eksperimen atau hasil percobaan sendiri akan tertanam dalam ingatan relative lebih lama. Lebih lanjut Johnson and Rising (Ruseffendi, 1988 : 319) mengatakan “.....kita dapat mengingat sekitar seperlima dari yang kita dengar, setengahnya dari yang kita lihat, dan tiga perempatnya dari yang kita perbuat”. Dengan demikian konsep-konsep yang secara aktif oleh siswa akan tertanam lebih lama dalam ingatan sehingga lebih lanjut diharapkan siswa mampu mentransfer konsep-konsep yang dipelajarinya ke dalam persoalan yang lebih kompleks.

Hal-hal ini yang dimiliki oleh model pembelajaran kooperatif tipe TTW untuk memfasilitasi berkembangnya kemampuan pemecahan masalah pada diri siswa karena kegiatan-kegiatan yang diuraikan di atas merupakan indikator-indikator dari kemampuan pemecahan masalah matematis. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional.

## 2. Dilihat Tahap *Talk* (Berbicara)

Pada tahap talk siswa diberi kesempatan untuk merefleksikan, menyusun, dan menguji ide-ide dalam kegiatan diskusi kelompok. Selain itu, Huinker dan Laughlin (1996 : 88) (Mohammadfatur.Blogspot.com) mengatakan bahwa berdiskusi dapat meningkatkan eksplorasi kata dan menguji ide. Intinya, pada tahap ini siswa dapat mendiskusikan pengetahuan mereka dan menguji ide-ide baru mereka, sehingga mereka mengetahui apa yang sebenarnya mereka tahu dan apa yang sebenarnya mereka butuhkan untuk dipelajari. Lebih jauh Yamin dan Bansu (2008: 86) mengutarakan talk penting dalam matematika karena sebagai cara utama untuk berkomunikasi dalam matematika, pembentukan ide (*forming ideas*), meningkatkan dan menilai kualitas berpikir. Sesuai dengan teori Vygotsky yang menekankan pada pentingnya interaksi sosial dengan orang lain, terlebih yang mempunyai pengetahuan baik dan sistem yang secara kultural telah berkembang dengan baik (Coob dalam Suparno, 1997 : 4)

Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional

## 3. Dilihat dari Tahap *Write* (menulis)

Masingila dan Wisniowska (1996: 95) (Mohammad. Blogspot.com) mengatakan bahwa manfaat tulisan siswa untuk guru adalah (1) koneksi langsung secara tertulis dari seluruh anggota kelas, (2) informasi tentang kesalahan-kesalahan, miskonsepsi, kebiasaan berpikir, dan keyakinan dari para siswa, (3) variasi konsep siswa dari ide yang sama, dan (4) bukti yang nyata dari pencapaian atau prestasi siswa. Aktivitas menulis siswa pada tahap ini meliputi: menulis solusi terhadap masalah/pertanyaan yang diberikan termasuk perhitungan, mengorganisasikan semua pekerjaan langkah demi langkah (baik penyelesaiannya, ada yang menggunakan diagram, grafik, ataupun tabel agar mudah dibaca dan ditindaklanjuti),

mengoreksi semua pekerjaan sehingga yakin tidak ada pekerjaan ataupun perhitungan yang ketinggalan, dan meyakini bahwa pekerjaannya yang terbaik, yaitu lengkap, mudah dibaca dan terjamin keasliannya (Yamin dan Bansu, 2008: 88). Pada tahap ini siswa akan belajar untuk melakukan koneksi matematika secara tertulis. Berdasarkan hasil diskusi, siswa diminta untuk menuliskan penyelesaian dan kesimpulan dari masalah yang telah diberikan. Apa yang siswa tuliskan pada tahap ini mungkin berbeda dengan apa yang siswa tuliskan pada catatan individual (tahap think). Hal ini terjadi karena setelah siswa berdiskusi ia akan memperoleh ide baru untuk menyelesaikan masalah yang telah diberikan. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa. Hal-hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### 1. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data dan pembahasan yang telah dikemukakan pada Bagian G, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Dilihat dari Tiap dan keseluruhan aspek Pemecahan masalah siswa yang pembelajarannya menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Tal Write* lebih baik dari pada Model pembelajaran Konvensional.

### 2. Saran

Berdasarkan analisis data, pembahasan dan kesimpulan yang telah dikemukakan pada sebelumnya, maka penulis membuat saran sebagai berikut :

- 1) Model pembelajaran kooperatif TTW dapat dijadikan sebagai salah satu alternatif pembelajaran yang dapat dipilih untuk topik-topik terpilih dan esensial dalam matematika.
- 2) Penelitian ini hanya terbatas pada satu sekolah, untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan untuk sekolah dengan level tinggi dan rendah dengan jumlah sampel yang lebih besar

## DAFTAR PUSTAKA

- Alipandie, I. (1981). *Didaktik Metodik Pendidikan Umum*. Surabaya : Usaha Nasional
- Hudoyo, H. (2003). *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanaannya di Depan Kelas*. Surabaya : Usaha Nasional
- Badan Standar Nasional Pendidikan (2006). *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Matematika SMA/MA*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Ruseffendi, E.T (1988). *Pengantar Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung : Tarsito
- Suparno, P. (1997). *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*. Yogyakarta : Kanisius
- Sumarmo, U. (1993). *Peranan Kemampuan Logik dan Kegiatan Belajar terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika pada Siswa SMA di Kodya Bandung*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.
- Sumarmo, U. (1994). *Suatu Alternatif Pengajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah pada Guru dan Siswa SMA di Kodya Bandung*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.
- Sumarmo, U. (1999). *Implementasi Kurikulum Matematika 1993 pada Sekolah Dasar dan Sekolah Menengah*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.
- Sumarmo, U. dkk. (2002). *Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Makalah pada Seminar Tingkat Nasional FPMIPA UPI. Bandung : Tidak Dipublikasikan.
- Sumarmo, U. (2003). *Pengembangan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi pada Siswa SLTP dan SMU serta Mahasiswa Strata Satu (S1) melalui berbagai Pendekatan Pembelajaran*. Bandung, Laporan Penelitian Pascasarjana UPI. Bandung : Tidak dipublikasikan.
- Surakhmad, W. (1986). *Pengantar Interaksi Mengajar Belajar*. Jakarta : Bina Aksara
- Suryadi, D. (2004). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan*

*Gabungan Langsung dan Tidak Langsung dalam Rangkaian Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP. Disertasi. UPI Bandung : Tidak dipublikasikan.*

Yamin, M dan Bansu, A. (2008). *Taktik Mengembangkan Kemampuan Individu Siswa*. Jakarta : Gaung Persada Press.

Mohammadfatur.Blogspot.com



## UPAYA MENGATASI KESULITAN BELAJAR TOPIK MENENTUKAN JARAK DALAM RUANG DIMENSI TIGA DENGAN PEMBELAJARAN REMEDIAL YANG MEMANFAATKAN PROGRAM *CABRI 3D* UNTUK SISWA KELAS X.3 SMA PANGUDI LUHUR YOGYAKARTA

Bella Wicasari<sup>1)</sup> dan M. Andy Rudhito<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: bellalala16@yahoo.com

<sup>2)</sup>Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: arudhito@yahoo.co.id

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kesulitan-kesulitan apa saja yang muncul dalam mempelajari materi dimensi tiga, khususnya pada topik menentukan jarak dalam ruang dimensi 3 serta untuk mengetahui seberapa jauh Program *Cabri 3D* dalam upaya membantu mengatasi kesulitan belajar siswa kelas X.3 dalam topik menentukan jarak dalam ruang dimensi tiga dengan pembelajaran remedial. Penelitian ini dilakukan di SMA Pangudi Luhur Yogyakarta. Subyek penelitian adalah siswa kelas X.3 yang belum mencapai ketuntasan belajar materi jarak dalam ruang. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif-deskriptif. Data penelitian dikumpulkan dengan cara pemberian tes serta angket. Terdapat dua tes dalam penelitian ini yaitu pretest yang disebut juga tes diagnostik dan juga tes remediasi, tes diagnostik berfungsi untuk mengetahui kesulitan-kesulitan apa saja yang dialami oleh para siswa pada materi jarak dalam ruang, serta tes remediasi berfungsi untuk melihat sampai seberapa jauh Program *Cabri 3D* mengatasi kesulitan belajar para siswa pada materi terkait. Angket berfungsi untuk mengetahui kesulitan-kesulitan apa saja yang dialami siswa serta apa penyebabnya. Diagnosis kesulitan belajar dilakukan dengan langkah memperkirakan siswa yang belum tuntas belajar (lebih dari 50%), menentukan letak kesulitan belajar, menentukan penyebab timbulnya kesulitan belajar serta cara untuk mengatasinya. Tindak lanjut dari kegiatan diagnosis kesulitan belajar adalah dengan dilaksanakannya pembelajaran remedial menggunakan Program *Cabri 3D* dalam upaya mengatasi kesulitan tersebut. Dari hasil penelitian menunjukkan bahwa kesulitan yang dialami siswa terletak pada kesalahan yang dilakukan siswa dalam memahami materi jarak dalam ruang. Secara umum siswa banyak melakukan kesalahan dalam menentukan tegak lurus yang merupakan proses dalam mencari jarak dalam ruang (ditinjau dari hasil kerja tes diagnostik). Berdasarkan hasil dari pembelajaran remedial dengan menggunakan Program *Cabri 3D* dapat disimpulkan bahwa siswa cukup terbantu dalam mengatasi kesulitan belajarnya.

**Kata-kata kunci:** Jarak dalam Ruang, Pembelajaran Remedial, Program *Cabri 3D*

### PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu pelajaran yang sulit dipahami dan membutuhkan peran logika yang cukup tinggi, hal itu dapat terlihat dari banyaknya siswa (khususnya SMP dan SMA) yang tidak lulus dikarenakan nilai matematika yang tidak memenuhi kriteria ketuntasan minimal. Salah satu materi matematika yang diajarkan di SMA khususnya di kelas X pada semester 2 adalah materi dimensi 3. Berdasarkan pengalaman peneliti saat belajar di SMA, dimensi tiga merupakan materi yang cukup sulit untuk dipahami, terutama pada topik menentukan jarak dalam ruang dimensi tiga.

SMA Pangudi Luhur Yogyakarta merupakan salah satu SMA swasta yang sudah lengkap dengan fasilitas media yang memadahi dimana setiap kelas dilengkapi LCD dan proyektor.



Berdasarkan observasi oleh guru SMA Pangudi Luhur Yogyakarta ini, kesulitan yang dialami oleh siswa kelas X SMA Pangudi Luhur Yogyakarta berdasarkan pengalaman tahun-tahun sebelumnya dalam mempelajari dimensi tiga khususnya pada topik menentukan jarak dalam ruang dimensi tiga adalah menghitung jarak pada limas dan tentang jarak dua garis yang bersilangan. Berdasarkan observasi guru tahun lalu, pada materi dimensi tiga ini siswa yang tidak tuntas rata-rata melebihi 50%.

Kesulitan pada materi jarak dalam ruang dimensi tiga perlu diberikan solusi, karena alat peraga biasa pun ternyata masih kurang membantu, oleh karena itu disini peneliti memberikan solusi yaitu dengan penggunaan Program *Cabri 3D*. Program *Cabri 3D* ([www.cabri.com](http://www.cabri.com)) merupakan program yang diciptakan untuk membantu menampilkan dimensi yang tidak terlihat, sehingga visualisasi lebih nyata. Model ruang dari dimensi tiga terlihat cukup sempurna dan juga manipulasi objek dimensi tiga seperti bidang, benda padat, tabung dan bola terlihat nyata. *Cabri 3D* juga dapat menampilkan objek dimensi tiga dari berbagai sisi karena benda tiga dimensi tersebut bisa diputar.

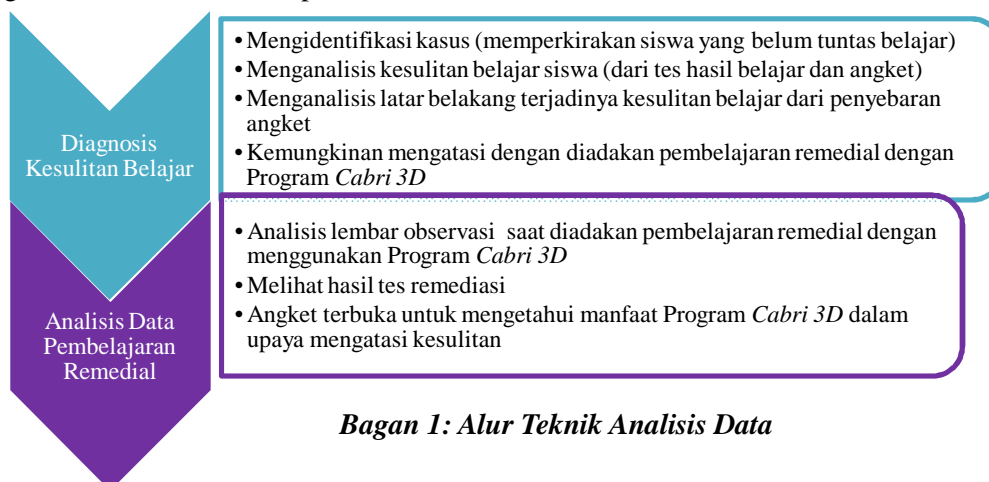
## METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif dimana penelitian ini mendeskripsikan kesulitan belajar terkait materi jarak dalam ruang dimensi tiga yang diupayakan agar teratasi dengan diberikannya pembelajaran remedial menggunakan program *Cabri 3D*. Dalam penelitian ini juga tak lepas dari perhitungan dalam menentukan nilai, rata-rata. Menurut Moeloeng (2005) penelitian kualitatif adalah penelitian yang memiliki tujuan untuk memahami fenomena yang dialami oleh subjek penelitian secara holistik dan dengan deskripsi dalam bentuk kata-kata dan bahasa, pada suatu konteks khusus yang alamiah dan dengan memanfaatkan berbagai metode ilmiah.

Subjek penelitian ini adalah siswa-siswi kelas X.3 SMA PANGUDI LUHUR Yogyakarta. Dimana profil anak-anak dari kelas X.3 ini adalah sebagai berikut: kondisi kelas dari kelas X.3 kurang kondusif banyak siswa yang sering tidak memperhatikan pelajaran dan siswa pun sering ribut di kelas saat pelajaran berlangsung. Siswa-siswi kelas X.3 kurang antusias dalam proses pembelajaran jika metode pembelajarannya kurang menarik. Siswa kelas X.3 termasuk kelas yang memiliki rata-rata terendah pada saat mempelajari materi sebelumnya, dari 6 kelas paralel.

Data penelitian meliputi data kesulitan siswa dan data hasil pembelajaran remedial: data kesulitan siswa diperoleh dari hasil dari tes hasil belajar serta dari kuisioner yang diberikan pada siswa, data ini berfungsi untuk mengetahui kesulitan siswa serta faktor penyebabnya serta untuk kelanjutannya dalam menyusun desain pembelajaran yang menggunakan Program *Cabri 3D* sedangkan data hasil pembelajaran remedial diperoleh dari observasi/pengamatan pelaksanaan pembelajaran remedial dengan menggunakan program *Cabri 3D* yang bisa berupa catatan kelas, foto. Selain itu bisa juga berasal dari tes tertulis yaitu ulangan remedial yang dilaksanakan setelah diberikannya pembelajaran remedial serta angket terbuka yang diisi oleh siswa yang telah menjalani pembelajaran remedial menggunakan program *Cabri*. Pembelajaran remedial dilaksanakan selama 2 kali pertemuan(4JP) termasuk dengan pemberian tes remediasinya.

Kegiatan Analisis Data meliputi:



**Bagan 1: Alur Teknik Analisis Data**

Tingkat keberhasilan siswa tersebut dapat diukur dengan tes tertulis siswa yang dilakukan dengan membandingkan nilai **pre tes (tes diagnostik/tes hasil belajar siswa) dan post tes (hasil ulangan remedial)** siswa. Cara membandingkannya yaitu dengan melihat rata-ratanya dan kemudian melihat dari kesulitan-kesulitan yang dahulu sudah teratasi atau belum.

## **HASIL PENELITIAN**

### 1. Mengidentifikasi kasus (memperkirakan siswa yang mengalami kesulitan belajar)

Berdasarkan tes hasil belajar yang merupakan tes diagnostik diketahui bahwa sebagian besar siswa belum tuntas belajar dalam mempelajari materi terkait. Karena dari 27 siswa yang mengerjakan tes hasil belajar didapat 16 siswa yang masih belum tuntas belajar. Dari tes hasil belajar diperoleh rata-rata nilai 53. Siswa yang sudah tuntas belajar yaitu: 2,5,9,14,16,20,23,25,26,29,30 sedangkan siswa yang perlu perbaikan individual adalah siswa dengan nomor presensi : 1,3,6,8,10,11,12,13,17,18, 19,21,22,24,27,28.

### 2. Menganalisis kesulitan belajar siswa

Dari tes hasil belajar yang dikerjakan siswa yang belum tuntas belajar dilakukan analisis kesulitan belajar dengan melihat cara pengerjaan siswa dari tiap nomor yang ada di soal dan melihat kesalahan yang dilakukan, sehingga diketahui kesulitan yang dialami sebagai berikut:

- a. Sebagian besar siswa masih kesulitan mencari diagonal sisi pada kubus maupun balok, hal ini terlihat dari kesalahan-kesalahan konsep dalam mengerjakan soal.
- b. Siswa masih kesulitan dalam menentukan segitiga yang membantu proses dalam mencari jarak, hal ini terlihat dari kesalahan data yang dilakukan.
- c. Sebagian besar siswa merasa kesulitan dalam menentukan tegak lurus nya saat mencari jarak dalam ruang
- d. Sebagian siswa masih belum dapat membedakan diagonal ruang maupun diagonal sisi yang terdapat pada bangun ruang
- e. Terkadang siswa menerapkan diagonal ruang atau diagonal sisi kubus tersebut pada bangun ruang lain.
- f. Siswa masih banyak yang kesulitan dalam menentukan mana jarak dari titik ke titik dan aplikasinya, titik ke garis, titik ke bidang, dua garis sejajar, garis ke bidang, dan dua bidang sejajar, hal tersebut terlihat dari kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh siswa dalam mengerjakan tes hasil belajar.

Kesulitan belajar yang diperoleh dari analisis data oleh peneliti ini telah dikroscekkan dengan mengambil 9 orang siswa untuk diwawancara secara tidak terstruktur oleh peneliti. Dimana 9 siswa itu bernomor absen 1,10, 11,13,17,18, 22, 24, 28.

Selain dari tes hasil belajar, berdasarkan hasil angket maka dapat diketahui bahwa siswa merasa kesulitan dalam materi jarak yaitu pada:

- a. perhitungan jarak titik ke garis
- b. perhitungan jarak titik ke bidang
- c. perhitungan jarak dua garis sejajar
- d. perhitungan jarak dua garis bersilangan
- e. perhitungan jarak garis dan bidang
- f. perhitungan jarak dua bidang sejajar
- g. perhitungan jarak pada limas

### 3. Menganalisis latar belakang terjadinya kesulitan belajar

Untuk mengetahui apa saja yang melatarbelakangi kesulitan belajar siswa dalam mempelajari materi jarak dalam ruang dimensi tiga yaitu diberikannya angket yang telah diisi oleh siswa-siswi X.3 yang belum tuntas belajar, sehingga diperoleh faktor-faktor yang melatarbelakangi kesulitan belajar tersebut yaitu:

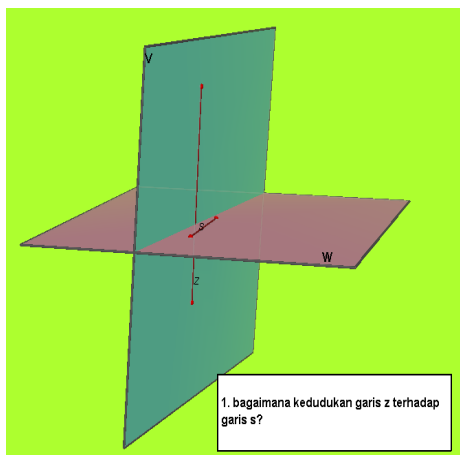
- a. ketidaksenangan pada pelajaran matematika
- b. kesulitan membayangkan bagian-bagiannya saat menggambar bangun ruang maupun saat mencari jarak
- c. lambat dalam mencerna materi dimensi tiga

- d. pengaruh dari metode pengajaran guru yang kurang bervariasi dalam mengajar dan terlalu cepat dalam memberikan materi terkait
- e. pembelajaran kurang menarik sehingga siswa tidak antusias dalam mempelajari materi ini
- f. suasana kelas yang ramai sehingga proses pembelajaran tidak kondusif dan konsentrasi terpecah.

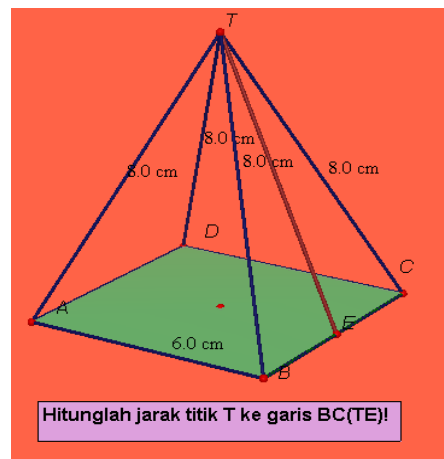
4. Penyusunan Desain Pembelajaran dan Pelaksanaan Pembelajaran Remedial

Untuk mengatasi kesulitan yang dialami oleh siswa kelas X.3 yang belum tuntas belajar didapatkan kemungkinan-kemungkinan bahwa kesulitannya masih bisa diupayakan untuk diatasi dengan diberikannya pembelajaran remedial.

Dimana pembelajaran remedial ini diberikan sesuai pulang sekolah dan penelitilah yang memberikan pembelajaran remedial tersebut. Pembelajaran remedial ini memuat pembelajaran yang mengajarkan sub materi jarak yang dirasa siswa kelas X.3 yang belum tuntas masih sulit dengan cara diskusi kelas menggunakan media pembelajaran program *Cabri 3D* dengan dibuatnya desain pembelajaran seperti contoh untuk konsep garis bersilangan dan perhitungan jarak pada limas di bawah ini:



Gambar 1: Kedudukan garis bersilangan pada limas



Gambar 2: jarak titik ke garis

Setelah diberikan pembelajaran remedial kemudian dilakukan evaluasi dengan pemberian tes remediasi untuk mengetahui apakah kesulitan tersebut sudah teratasi atau belum.

5. Hasil Analisis Pembelajaran Remedial

a. Analisis Lembar Observasi

Berdasarkan hasil observasi pada saat dilaksanakan pembelajaran remedial dapat diketahui bahwa sebagian besar siswa sudah cukup aktif dan antusias dalam menjawab pertanyaan yang diajukan guru maupun saat mempresentasikan di depan kelas. Di mana hasil observasi dapat dilihat seperti pada Tabel 1 di bawah ini:

Tabel 1 : Data Lembar Observasi

Nomor Siswa	Jenis Aktivitas Siswa(berilah tanda cek)			Keterangan
	Menjawab pertanyaan yang diajukan guru	Menjawab pertanyaan yang diajukan teman lain	Mempresentasikan hasil pekerjaan kepada teman-teman lain	
1	√	-	-	-
3	-	-	√	-
6	√	-	-	-

8	√	-	-	-
10	-	-	-	-
11	-	-	√	-
12	-	-	-	-
13	Tidak ikut	Tidak ikut	Tidak ikut	Siswa absen tidak bisa mengikuti pelajaran karena adanya acara keluarga.
17	-	-	-	
18	√	-	-	
19	-	-	√	
21	-	-	-	
22	√	-	-	
24	-	-	√	
27	-	-	-	
28	√	-	-	Siswa takut untuk menjawab pertanyaan sendiri akhirnya guru menuntun dalam pengerjaan di papan tulis.

b. Hasil Tes Remediasi

*Tabel 2 : Rata-rata penskoran tiap nomor dari tes remediasi*

No.so	1a.	1b.	1c.	2a.	2b.	3a.	3b.	4a.	4b.
% skor tercapai	92%	81%	93%	85%	96%	84%	81%	80%	96%

Sebagian besar siswa sudah teratasi kesulitannya dalam mengerjakan tes remediasi, dari hasil tes yang didapat, penskoran tiap nomor memperoleh rata-rata di atas 75% sehingga terjadi peningkatan dari kesulitan yang dialami sebelumnya dimana sebelumnya dari tes hasil belajar rata-rata penskoran tiap nomor di bawah 75%.

c. Hasil Angket Terbuka

Semua siswa merasa senang dalam mengikuti pembelajaran remedial ini, siswa merasa terbantu dalam menentukan tegak lurus dan dalam memvisualisasikan saat pengerjaan soal materi jarak dalam ruang. Siswa pun juga mengatakan pembelajarannya menjadi menarik.

6. Tindak Lanjut

Untuk mengetahui kesulitan belajar yang dialami oleh siswa-siswi kelas X.3 yang belum tuntas belajar sudah teratasi atau belum, dilakukanlah analisis perbandingan dari kesulitan yang dilakukan siswa pada Tes Hasil Belajar serta pada Tes Remediasi dan dapat dijelaskan sebagai berikut:

**Tabel 3: Perbandingan TD dan TR**

No.	Kesulitan sebelumnya (Tes Diagnostik / TD)	Kesulitan Sekarang (Tes Remediasi / TR)	Sudah Teratasi Kesulitannya	Tuntas Belajar
1.	Perhitungan setengah diagonal sisi, perhitungan jarak 2 garis bersilangan, jarak dalam limas, dan konsep jarak 2 bidang sejajar.	Tidak Ada	ya	ya
3.	Perhitungan jarak titik ke garis, jarak 2 garis bersilangan, jarak dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
6.	Menentukan segitiga, jarak dua garis bersilangan	Perhitungan jarak dalam limas	cukup	ya
8.	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk	Menghitung diagonal sisi	cukup	ya
10.	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, aplikasi perhitungan titik ke titik, perhitungan dalam limas	Perhitungan jarak 2 garis sejajar	cukup	ya
11.	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, perhitungan dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
12.	Membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, perhitungan dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
13.	Perhitungan jarak 2 garis sejajar, titik ke bidang	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, perhitungan jarak dalam limas	belum	Tidak
17.	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, perhitungan dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
18.	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, perhitungan dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
19.	Menentukan segitiga, perhitungan jarak 2 garis bersilangan, jarak dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
21.	Menentukan segitiga, perhitungan jarak 2 garis	Tidak Ada	ya	ya

	bersilangan, jarak dalam limas			
22.	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, menentukan segitiga, membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, perhitungan dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
24.	Perhitungan jarak 2 garis bersilangan, menentukan segitiga, menentukan tegak lurus, membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, perhitungan dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
27.	Menentukan segitiga, perhitungan jarak 2 garis bersilangan, perhitungan jarak dalam limas	Tidak Ada	ya	ya
28.	Membedakan panjang diagonal sisi dan rusuk, perhitungan jarak 2 garis bersilangan	Perhitungan jarak 2 garis sejajar, perhitungan panjang diagonal sisi	belum	tidak

**Tabel 4: Perbandingan Rata-Rata TD dan TR**

KRITERIA	TD	TR
Banyak Siswa	27	16
Rata-Rata	53	88

Dari perbandingan Tes Diagnostik dan Tes Remediasi dapat dilihat bahwa terdapat peningkatan hasil belajar yang dilihat dari teratasinya kesulitan belajar siswa dari sebagian besar siswa. Rata-rata pun meningkat dari tes diagnostik untuk 27 siswa didapat rata-rata 53 sedangkan pada hasil tes remediasi didapatkan nilai rata-rata 88 untuk 16 siswa, dari 16 siswa yang diremedi terdapat 14 siswa yang sudah tuntas belajar sehingga pembelajaran remedial dengan menggunakan program *Cabri 3D* cukup dapat mengatasi kesulitan belajar dalam materi jarak dalam ruang dimensi tiga.

## PEMBAHASAN

Menurut Erlina Sari (2010), siswa mengalami kesulitan berkaitan dengan prinsip jarak dari titik ke garis, prinsip jarak dari titik ke bidang, prinsip jarak dua bidang sejajar, dan prinsip jarak dua garis bersilangan, siswa mengalami kesalahan dalam melakukan perhitungan untuk menentukan panjang jarak dari titik ke garis dan panjang jarak dari titik ke bidang, siswa mengalami kesulitan dalam belajar mengenai prinsip perhitungan jarak dari titik ke garis, prinsip perhitungan jarak dari titik ke bidang, dan prinsip perhitungan jarak dua garis bersilangan sedangkan dari penelitian yang telah dilakukan peneliti juga melihat kesulitan belajar dalam materi jarak yang meliputi perhitungan jarak dari titik ke garis (dalam limas), perhitungan jarak titik ke bidang, serta perhitungan jarak dua garis bersilangan, selain itu juga meliputi perhitungan jarak dua garis sejajar, perhitungan jarak garis dan bidang serta perhitungan jarak dua bidang sejajar. Dapat disimpulkan bahwa landasan teori sudah cukup sejalan dengan penelitian yang telah dilakukan.

Pembelajaran remedial dengan *Cabri 3D* memberikan peningkatan hasil belajar, hal tersebut dapat dilihat dari perbandingan TD dan TR dimana kesulitan belajar dalam materi jarak dimensi tiga sebagian besar sudah cukup teratasi. Kesulitan belajar yang dikarenakan kesulitan dalam memvisualisasi dan pembelajaran yang kurang menarik dapat teratasi dengan Program *Cabri 3D* ini. Berdasarkan hasil angket yang diberikan setelah evaluasi tes remediasi dilaksanakan, siswa

mengatakan bahwa dengan adanya program *Cabri 3D* dalam pembelajaran remedial pada materi jarak dalam ruang siswa merasa senang dan tidak bosan. Siswa bisa melihat dimensi tiga yang nyata melalui program *Cabri 3D* tidak seperti pada buku yang harus membayangkan dimensi tiga yang tervisualisasi dalam dimensi dua. Siswa semakin merasa terbantu dalam membayangkan dimensi tiga saat mengerjakan soal, dan siswa juga merasa kesulitannya cukup teratasi dengan adanya program *Cabri 3D* karena terbantu dalam visualisasinya. Program *Cabri 3D* ([www.cabri.com](http://www.cabri.com)) menunjukkan dimensi yang tidak terlihat. Model ruang dari dimensi tiga terlihat cukup sempurna dan juga manipulasi objek dimensi tiga seperti bidang, benda padat, tabung dan bola terlihat nyata serta dengan aktivitas yang menarik. *Cabri 3D* juga dapat menampilkan objek dimensi tiga dari berbagai sisi karena benda tiga dimensi tersebut bisa diputar. *Cabri 3D* menggunakan teknologi penampilan OpenGL® untuk membuat kebanyakan grafik tiga dimensi, software ini tepat untuk membantu mengatasi kesulitan memvisualisasi objek dalam ruang 3 Dimensi adalah sebagian ruang yang tereksplorasi. Sehingga dapat diketahui bahwa Penelitian pembelajaran remedial dengan menggunakan program *Cabri 3D* ini memberikan hasil yang sudah sejalan dengan teori yang ada.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, dapat dilihat terdapat 16 siswa yang belum tuntas belajar dari 27 siswa (lebih dari 50%). Peneliti dapat menyimpulkan kesulitan belajar yang dialami siswa dalam materi jarak dalam ruang sebagai berikut:

perhitungan jarak titik ke garis, perhitungan jarak titik ke bidang, perhitungan jarak 2 garis sejajar, perhitungan jarak 2 garis bersilangan, perhitungan jarak garis dan bidang, perhitungan jarak 2 bidang sejajar, perhitungan jarak pada limas.

Untuk melihat berhasil tidaknya pemberian pembelajaran remedial dalam upaya mengatasi kesulitan materi terkait dilakukan perbandingan tes hasil belajar dan tes remediasi: sebagian besar siswa sudah bisa teratasi kesulitannya dalam materi jarak dalam ruang dimensi tiga dengan diberikannya pembelajaran remedial menggunakan Program *Cabri 3D*. Terjadi peningkatan hasil rata-rata dari tes hasil belajar dan tes remediasi dari 53 menjadi 88.

Untuk penelitan dan penerapannya di masa yang akan datang, diberikan beberapa saran berikut ini:

1. Kesiadaan guru dalam memahami kesulitan belajar siswa lebih mendalam sangat penting demi lancarnya proses pembelajaran.
2. Variasi metode pembelajaran dan penggunaan media yang membantu pelajaran terkait diperlukan agar pembelajaran lebih menarik dan siswa dapat menyerap pembelajaran dengan baik.

## DAFTAR PUSTAKA

- Moelong, MA, Lexy. 2005 . METODOLOGI PENELITIAN KUALITATIF. Bandung: PT. REMAJA ROSDAKARYA.
- Enthang.M(1984). Diagnosis Kesulitan Belajar dan Pengajaran Remedial. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Jakarta.
- Hadar, dkk(1987, January). An Emprical Calssification Model for Error in High Scholl Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education.
- <http://www.cabri.com> diakses tanggal 15 Maret 2012
- [http://eprints.uny.ac.id/5525/1/SKRIPSI\\_ERLINA\\_SARI\\_CANDRANINGRUM.pdf](http://eprints.uny.ac.id/5525/1/SKRIPSI_ERLINA_SARI_CANDRANINGRUM.pdf) diakses tanggal 15 Maret 2012



**PEMANFAATAN PROGRAM CABRI 3D PADA PEMBELAJARAN  
MATEMATIKA MATERI PRISMA DAN LIMAS DI KELAS VIII C SMP  
JOANNES BOSCO YOGYAKARTA DALAM UPAYA MENINGKATKAN HASIL  
BELAJAR SISWA**

**Carolina Ndaru Pangestika<sup>1)</sup> dan M. Andy Rudhito<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup> *Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
Email : [caroline.ndaru@yahoo.com](mailto:caroline.ndaru@yahoo.com)*

<sup>2)</sup> *Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: [arudhito@yahoo.co.id](mailto:arudhito@yahoo.co.id)*

**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana pemanfaatan Program *Cabri 3D* dalam pembelajaran matematika pada materi prisma dan limas di kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta dalam upaya meningkatkan hasil belajar siswa. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif-kualitatif. Data berupa rangkaian kegiatan belajar siswa dan hasil belajar siswa yang diperoleh dalam tujuh kali pertemuan. Teknik pengumpulan data dilakukan dengan cara observasi langsung oleh peneliti serta dengan menggunakan pretes, latihan soal, postes dan angket. Program *Cabri 3D* dimanfaatkan untuk membantu pelajaran matematika pada materi prisma dan limas. Kemampuan-kemampuan yang dimiliki *Cabri 3D* yaitu mampu memvisualkan prisma dan limas secara tiga dimensi. Gambaran tiga dimensi inilah yang membantu siswa untuk memahami bentuk, sifat, bagian, luas permukaan serta volume prisma dan limas. Hasil penelitian berupa deskripsi proses dan hasil belajar siswa dalam pembelajaran matematika materi identifikasi sifat dan bagian prisma dan limas dengan menggunakan Program *Cabri 3D*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemanfaatan Program *Cabri 3D* dalam pembelajaran matematika dapat membantu mengatasi kekurangpahaman siswa untuk materi prisma dan limas sehingga dapat meningkatkan hasil belajar siswa.

**Kata-kata kunci** : Prisma, Limas, *Cabri 3D*, Pembelajaran Matematika, Hasil Belajar Siswa.

**PENDAHULUAN**

Dalam pembelajaran matematika, banyak hal atau faktor yang mempengaruhi keberhasilan belajar siswa dan hal-hal yang sering menghambat untuk tercapainya tujuan belajar. Karena pada dasarnya setiap anak tidak sama cara belajarnya, demikian pula dalam memahami konsep-konsep abstrak. Hasil wawancara informal dengan guru menunjukkan bahwa secara umum kekurangpahaman siswa mengenai identifikasi sifat dan bagian-bagian, luas permukaan, volume prisma dan limas disebabkan karena kurangnya kemampuan siswa untuk mengkonstruksi gambaran prisma dan limas dalam dimensi tiga ke dimensi dua.

Keadaan tersebut mendorong peneliti untuk melakukan uji coba yang melengkapi proses pembelajaran dengan program *Cabri 3D*. Menurut G. Accascina dan E. Rogora (2005 : 1) *Cabri 3D* adalah perangkat lunak dinamis-geometri yang dapat digunakan untuk membantu siswa dan guru untuk mengatasi beberapa kesulitan-kesulitan dan membuat belajar geometri dimensi tiga (geometri ruang) menjadi lebih mudah dan lebih menarik. Program *Cabri 3D* dipilih karena



program ini dapat menyajikan gambaran prisma dan limas dalam ruang dimensi tiga sehingga dapat membantu siswa untuk mengonstruksi ide-ide dalam menggambarkan bagian-bagian prisma dan limas termasuk diagonal sisi alas, diagonal ruang dan bidang diagonal prisma dan limas dalam dimensi dua serta menemukan banyak diagonal bidang, diagonal ruang dan bidang diagonal limas segi- $n$ . Kemudian dari gambar tersebut, siswa dapat membuat jaring-jaring prisma dan limas dan menentukan rumus luas permukaan serta volume prisma dan limas tersebut. Selain itu, pembelajaran di kelas menjadi lebih menarik dan tidak monoton sehingga menimbulkan motivasi belajar pada siswa serta membuat proses pembelajaran menjadi lebih menyenangkan.

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan bagaimana pemanfaatan Program *Cabri 3D* pada pembelajaran materi prisma dan limas di kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta dalam upaya meningkatkan hasil belajar siswa. Pertanyaan yang ingin dijawab dalam penelitian ini adalah : Bagaimana pemanfaatan Program *Cabri 3D* pada pembelajaran materi prisma dan limas di kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta dalam upaya meningkatkan hasil belajar siswa. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi acuan bagi pengajar saat melakukan pembelajaran matematika yang berkaitan dengan bangun ruang di kelas dengan memanfaatkan Program *Cabri 3D*.

## **METODE**

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian ini digunakan untuk mendeskripsikan pemanfaatan Program *Cabri 3D* dalam pembelajaran matematika pada materi prisma dan limas di kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta.

Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta yang berjumlah 18 orang. Siswa kelas VIII C dipilih karena berkaitan dengan langsung dengan pokok bahasan prisma dan limas. Kegiatan pembelajaran dilakukan sebanyak tujuh kali pertemuan dan dilaksanakan di dalam kelas.

Data penelitian diperoleh dengan cara observasi secara langsung serta dengan menggunakan pretes, postes dan angket. Observasi secara langsung dilakukan dengan mengamati kegiatan yang terjadi selama proses pembelajaran di kelas. Kegiatan pembelajaran dilaksanakan selama tujuh kali pertemuan dengan enam kali pertemuan masing-masing berdurasi 2JP dan satu kali pertemuan dengan durasi 1JP (1JP = 40 menit). Pretes bertujuan untuk mengetahui sejauh manakah materi atau bahan pelajaran yang akan diajarkan telah dapat dikuasai oleh para peserta didik (Anas Sudijono, 2006 : 69). Dalam penelitian ini, pretes yang dilakukan bertujuan untuk mengetahui pemahaman awal siswa mengenai bangun ruang prisma dan limas karena diasumsikan bahwa siswa sudah pernah mempelajari prisma dan limas di tingkat Sekolah Dasar. Postes bertujuan untuk mengetahui seberapa jauh kompetensi dasar atau indikator yang disampaikan dalam program pembelajaran telah dikuasai siswa. Postes juga dapat dimaksudkan untuk mengetahui perbedaan yang terjadi antara tes yang dilakukan pada pretes dengan tes yang dilakukan setelah program pembelajaran dilakukan (Sumarna Surapranata, 2004 : 49). Dalam hal ini, postes bertujuan untuk mengetahui seberapa jauh pemahaman siswa terhadap materi prisma dan limas. Materi pembelajaran yang diamati adalah prisma dan limas di kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta.

## **HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

### **A. Hasil Penelitian**

#### **1. Perencanaan**

Pada penelitian ini peneliti merencanakan untuk memanfaatkan program *Cabri 3D* dalam proses pembelajaran prisma dan limas. Pemanfaatan program *Cabri 3D* dalam pembelajaran ini dimaksudkan untuk membantu siswa memberikan gambaran tiga dimensi prisma dan limas. Dari gambaran tiga dimensi prisma dan limas yang lebih nyata ini, diharapkan siswa dapat menumbuhkan pemahaman terhadap materi tersebut sehingga ada peningkatan hasil belajar. Beberapa gambar prisma dan limas akan ditampilkan kepada siswa dengan metode presentasi. Sebelum melakukan penelitian, peneliti membuat RPP agar pelaksanaan penelitian nantinya dapat terorganisir dengan baik serta tidak melewatkan

suatu hal yang penting. Selain itu, peneliti juga menyiapkan beberapa gambar yang mendukung dalam proses pembelajaran pada program *Cabri 3D*. Beberapa gambar yang dipersiapkan adalah gambar : (i) prisma dan limas, (ii) prisma limas dengan diagonal bidang, diagonal ruang dan bidang diagonal, (iii) prisma dan limas yang dibuka sehingga terlihat jaring-jaringnya, (iv) jaring-jaring prisma dan limas untuk menentukan rumus luas permukaan, (v) balok yang diiris menurut salah satu bidang diagonalnya dan menempelkan bidang yang memiliki ukuran sama untuk menentukan volume prisma serta (vi) kubus yang diiris menurut diagonal-diagonal ruangnya untuk menentukan rumus volume limas.

Untuk melihat adakah peningkatan hasil belajar setelah dilakukan pembelajaran prisma dan limas ini, peneliti juga merancang soal pretes dan postes. Selain itu, peneliti juga mempersiapkan angket yang berguna untuk melihat sejauh mana program *Cabri 3D* bermanfaat. Dari angket yang berupa angket campuran dari pertanyaan terbuka dan tertutup ini, nantinya dapat melihat apakah program *Cabri 3D* membantu dalam proses pembelajaran beserta dengan alasannya.

## 2. Pelaksanaan

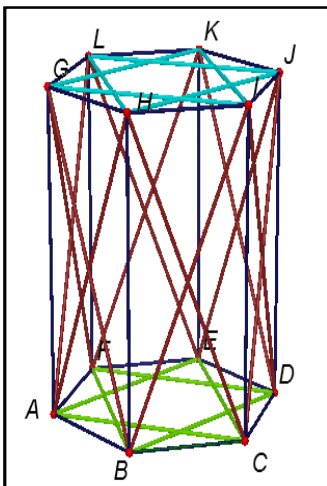
Pada bagian ini akan dideskripsikan pelaksanaan proses pembelajaran yang memanfaatkan program *Cabri 3D* serta beberapa data yang diperoleh dari penelitian.

Pretes dilakukan dua kali yaitu tanggal 16 April 2012 dan 21 April 2012. Pretes kedua ini dirasa perlu dilakukan untuk melengkapi data yang kurang dari pretes pertama. Pretes pertama berisi soal tentang identifikasi sifat dan bagian prisma limas. Pretes kedua berisi soal dengan materi luas permukaan dan volume prisma limas.

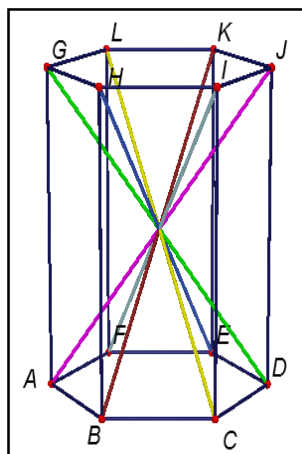
Hasil pretes siswa menunjukkan bahwa nilai tertinggi yang dicapai adalah 100 dan nilai terendahnya adalah 37,50 dengan rata-rata 74,13. Standar deviasinya adalah 20,37. Ini berarti terdapat kesenjangan pada persebaran nilainya.

Proses pembelajaran dengan program *Cabri 3D* dimulai setelah siswa selesai mengerjakan pretes kedua. Proses pembelajaran dilakukan di sebuah kelas yang dilengkapi dengan *LCD*. Metode yang digunakan peneliti adalah presentasi.

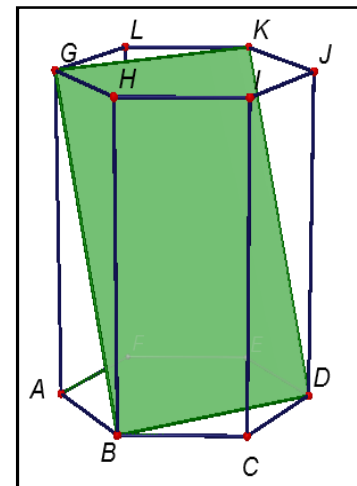
Proses pembelajaran dimulai dengan menunjukkan beberapa prisma dan limas dengan menggunakan program *Cabri 3D*. Beberapa gambar yang ditampilkan adalah sebagai berikut :



Gambar 1. Diagonal Bidang Prisma

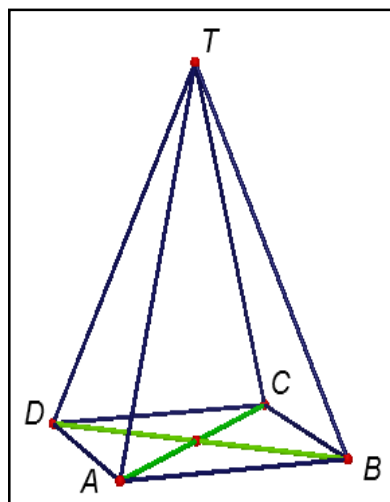


Gambar 2. Diagonal Ruang Prisma

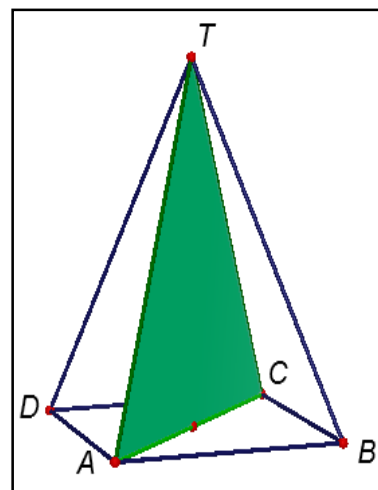


Gambar 3. Bidang Diagonal Prisma

Dari gambar tersebut siswa diminta untuk menentukan titik sudut, rusuk, dan sisinya. Kemudian dilanjutkan dengan materi diagonal sisi, diagonal ruang dan bidang diagonalnya. Serupa dengan kegiatan sebelumnya, dari gambar limas siswa juga diminta untuk menyebutkan bagian-bagiannya.



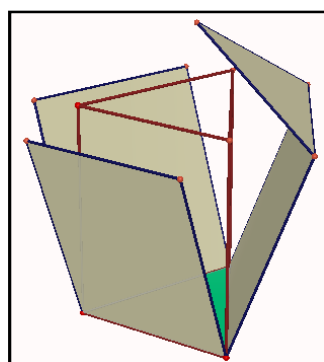
**Gambar 4. Diagonal Bidang Alas Limas**



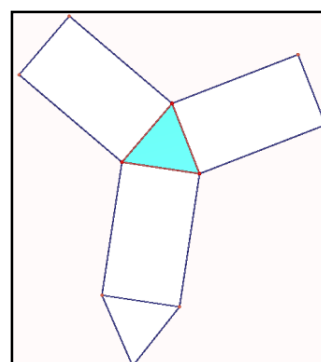
**Gambar 5. Bidang Diagonal Limas**

Untuk materi diagonal sisi prisma dan limas siswa tidak terlalu mengalami kesulitan. Namun, untuk materi diagonal ruang dan bidang diagonal prisma serta bidang diagonal limas, siswa mengalami sedikit kebingungan sehingga perlu menunjukkan gambar dan memutar gambar tersebut kembali sampai akhirnya siswa mengerti.

Pertemuan berikutnya juga masih dengan metode yang sama, yaitu peneliti menunjukkan Gambar 6 dalam program *Cabri 3D* yang kemudian dibuka sehingga tampak jaring-jaring dari prisma segitiga seperti pada Gambar 7.

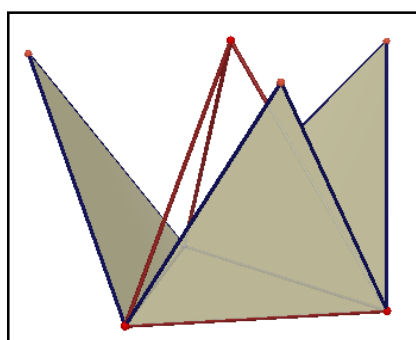


**Gambar 6. Prisma Terbuka**

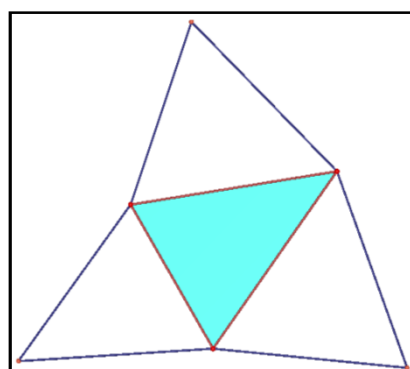


**Gambar 7. Jaring-jaring Prisma**

Demikian pula dengan limas yang terlihat pada Gambar 8 dan Gambar 9 berikut :

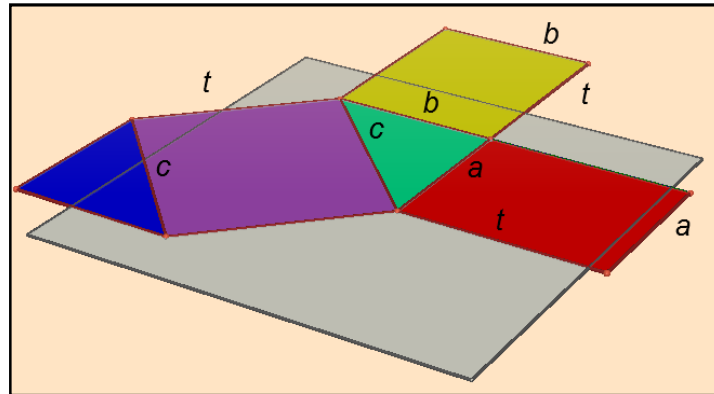


**Gambar 8. Limas Terbuka**



**Gambar 9. Jaring-jaring Limas**

Berbekal materi jaring-jaring prisma dan limas yang telah dipelajari siswa pada pertemuan sebelumnya, pertemuan keempat ini dilanjutkan dengan menentukan rumus luas permukaan masing-masing bangun yaitu prisma dan limas.

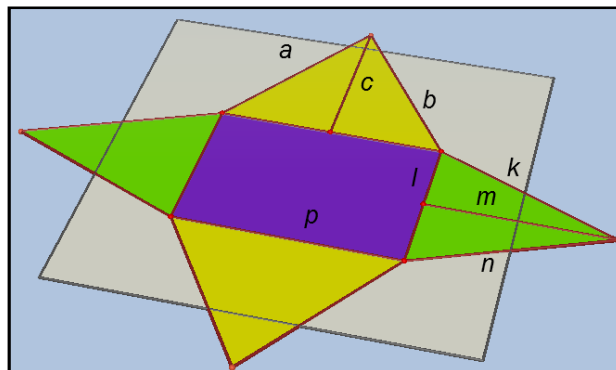


**Gambar 10. Jaring-jaring Prisma Segitiga**

Dengan menunjukkan Gambar 10 dalam diskusi kelas, siswa dapat menentukan bahwa rumus luas permukaan prisma diperoleh dari :

$$\begin{aligned} \text{Luas permukaan prisma} &= \text{L.alas} + \text{L.persegi panjang merah} + \text{L.persegi panjang kuning} + \\ &\quad \text{L.persegi panjang ungu} + \text{L.atas} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + (a \times t) + (b \times t) + (c \times t) + \left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) \\ &= 2\left(\frac{1}{2} \times a \times b\right) + (a+b+c) \times t \\ &= \mathbf{2 \text{ luas alas} + \text{keliling alas} \times \text{tinggi}} \end{aligned}$$

Seperti halnya dengan cara menentukan rumus luas permukaan prisma, untuk menentukan luas permukaan limas juga berawal dari jaring-jaringnya.



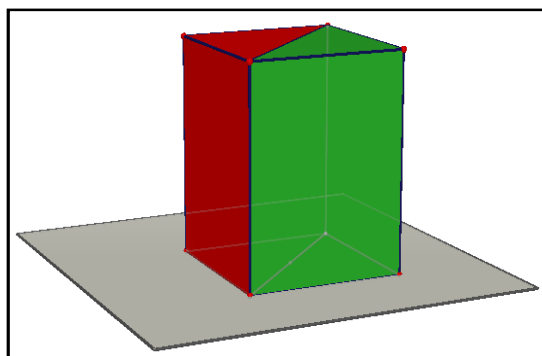
**Gambar 11. Jaring-jaring Limas Segiempat**

Gambar 11 ditunjukkan dalam diskusi kelas, kemudian siswa dapat menentukan bahwa rumus luas permukaan limas diperoleh dari :

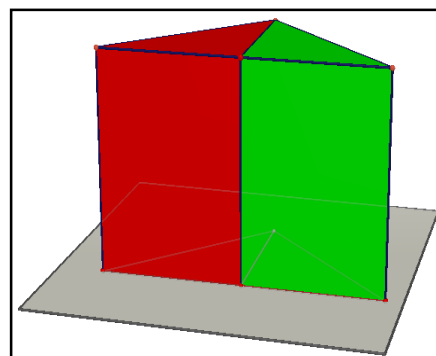
$$\begin{aligned} \text{L.permukaan limas segiempat} &= \text{L.persegi panjang} + (2 \times \text{L.segitiga kuning}) + (2 \times \\ &\quad \text{L.segitiga hijau}) \\ &= (p \times l) + (2 \times \frac{1}{2} \times p \times c) + (2 \times \frac{1}{2} \times l \times m) \\ &= \mathbf{\text{luas alas} + \text{luas bidang tegak}} \end{aligned}$$

Dengan menentukan rumus luas permukaan dari jaring-jaring setiap bangun ini, diharapkan siswa dapat memahami konsep dasar dari luas permukaan itu sendiri yaitu semua luas sisi atau bidang dari bangun yang ditentukan.

Pertemuan kelima dimulai dengan menunjukkan gambar seperti berikut :



Gambar 12. Balok

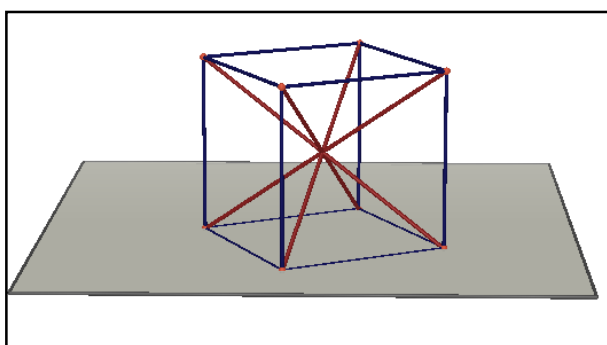


Gambar 13. Prisma Segitiga

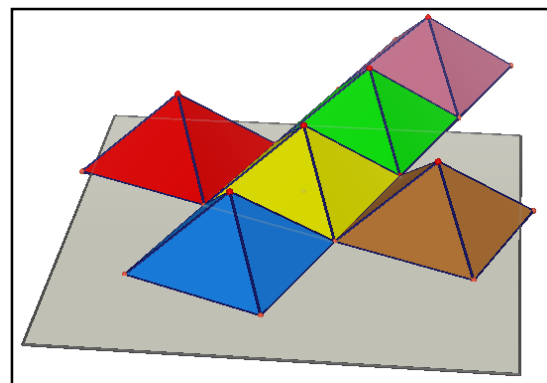
Gambar 12 adalah gambar sebuah balok yang diiris menurut salah satu bidang diagonalnya dan membentuk dua buah prisma segitiga yang kongruen. Kemudian salah satu sisi yang sama ukurannya ditempelkan sehingga membentuk prisma segitiga yang lebih besar dan volumenya sama dengan volume balok. Sehingga rumus volume prisma adalah :

$$\begin{aligned} \text{Volume prisma segitiga} &= \text{Volume balok} \\ &= p \times l \times t \\ &= \text{Luas alas} \times \text{tinggi} \end{aligned}$$

Untuk menentukan rumus volume limas, peneliti menunjukkan Gambar 14 yaitu gambar sebuah kubus yang diiris menurut diagonal ruangnya. Dari kubus yang diiris menurut diagonal ruangnya, terdapat enam buah limas yang kongruen sehingga volume setiap limas tersebut sama besar, seperti yang terlihat pada Gambar 15.



Gambar 14. Kubus dan Diagonal Ruangnya



Gambar 15. Enam Buah Limas Membentuk Kubus

Oleh karena itu, volume masing-masing limas adalah :

$$\begin{aligned} 6 \text{ Volume limas} &= \text{Volume kubus} \\ \text{Volume limas} &= 1/6 \text{ volume kubus} \\ \text{Volume limas} &= 1/6 \times (s \times s) \times s \\ &= 1/6 \times (s \times s) \times 1/2 s \times 2 \\ &= 1/6 \times \text{Luas alas} \times \text{tinggi} \times 2 \\ &= \mathbf{1/3 \times \text{Luas alas} \times \text{tinggi}} \end{aligned}$$

Pertemuan berikutnya diisi dengan latihan soal-soal tentang materi prisma dan limas serta soal pengembangan dari materi tersebut yaitu perubahan volume dan penerapan prisma serta limas dalam kehidupan sehari-hari. Dalam pengerjaan latihan ini siswa terlihat sudah paham terhadap materi prisma dan limas.

Postes dilakukan pada hari Senin, 7 Mei 2012. Dari hasil postes siswa, ditunjukkan bahwa nilai tertinggi yang diperoleh adalah 100 dan nilai terendahnya adalah 36,67 dengan rata-rata 75,37. Standar deviasinya 17,06, ini berarti ada kesenjangan penyebaran nilai.

Dari data yang diperoleh, ada tujuh siswa yang nilainya mengalami kenaikan, ada sepuluh siswa yang mengalami penurunan dan ada satu siswa yang nilainya tetap. Data tersebut dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1. Perbandingan Nilai Pretes dan Postes**

Siswa	Nilai Pretes	Nilai Postes	Kesimpulan	
AS	100.00	100.00	tetap	-
AE	48.28	75.00	naik	26.72
AP	45.78	70.83	naik	25.05
BA	62.19	57.50	turun	4.69
CL	84.38	80.00	turun	4.38
CB	98.75	98.33	turun	0.42
EV	71.25	95.00	naik	23.75
FN	59.53	63.33	naik	3.80
GA	98.44	85.83	turun	12.60
GR	94.22	65.00	turun	29.22
HC	97.50	96.67	turun	0.83
NY	37.50	95.00	naik	57.50
RA	51.41	66.67	naik	15.26
RAC	64.53	70.00	naik	5.47
RB	85.63	36.67	turun	48.96
TR	73.75	61.67	turun	12.08
TI	88.75	71.67	turun	17.08
TF	72.50	67.50	turun	5.00
<b>Rata-rata</b>	74.13	75.37	naik	1.24
<b>Std. Dev.</b>	20.37	17.06		

Menurut beberapa siswa dalam angket yang telah diisi siswa sebelumnya, siswa merasa program *Cabri 3D* membantu dalam memahami materi prisma dan limas, namun adapula yang merasa tidak terbantu. Rinciannya dapat dilihat pada tabel berikut :

**Tabel 2. Rincian Angket**

	Banyak Siswa	Alasan
<b>Membantu</b>	16	<ul style="list-style-type: none"> <li>- gambar pada program <i>Cabri 3D</i> dapat diputar dan dilihat dari segala arah sehingga lebih jelas</li> <li>- gambar bangun ruang dapat dibuka untuk melihat jaring-jaring bangun yang dimaksud</li> <li>- program <i>Cabri 3D</i> lebih efisien sehingga tidak menyita waktu untuk menggambar banyak bangun yang akan dipelajari</li> <li>- melalui program <i>Cabri 3D</i> ini siswa mengetahui konsep dasar menemukan luas permukaan dan volume prisma limas</li> </ul>
<b>Tidak Terlalu</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kadang-kadang dapat membuat materi lebih mudah untuk dipahami dan kadang-kadang membuat bingung</li> </ul>
<b>Tidak Membantu</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>- program ini mempersulit siswa tersebut dalam belajar</li> </ul>

### 3. Pembahasan

Berdasarkan data yang diperoleh dapat diketahui bahwa besar rata-rata pretes adalah 74, 13 dan rata-rata postes adalah 75, 37. Ini berarti terjadi peningkatan antara rata-rata pretes dan postes namun tidak terlalu signifikan. Peningkatannya hanya 1,67 %. Sedangkan untuk standar deviasinya terjadi penurunan, yaitu dari 20, 37 menjadi 17, 06 yang berarti semakin kecil kesenjangan penyebaran nilainya.

Peningkatan rata-rata pretes dan postes dalam penelitian ini menunjukkan penggunaan program *Cabri 3D* berpengaruh terhadap peningkatan daya visualisasi siswa yang membuat siswa mempunyai pemahaman konsep dalam prisma dan limas yang benar. Hal itu sesuai dengan pendapat Accascina dan Rogora (2006), yang menyatakan bahwa kesalahan siswa dalam memahami bentuk dimensi tiga dapat menyebabkan kesalahan dalam penyelesaian soal yang diberikan. Peningkatan yang ditunjukkan juga berarti dengan menggunakan program *Cabri 3D*, siswa jadi lebih mudah untuk memahami materi yang diajarkan. Seperti yang dikemukakan Kosa dan Karakus (2010) bahwa program *Cabri 3D* akan membantu siswa dalam membangun daya visualisasi spasialnya untuk lebih memahami materi geometri yang diajarkan.

Pemanfaatan program *Cabri 3D* dalam pembelajaran matematika ditanggapi positif oleh 16 orang siswa yang merasa terbantu memahami materi prisma dan limas. Dengan memanfaatkan program *Cabri 3D*, materi prisma dan limas menjadi lebih mudah dipahami karena beberapa kelebihan yang dimiliki oleh program tersebut, diantaranya : gambarnya dapat digeser dan diputar sehingga dapat dilihat dari berbagai arah pandang serta gambar bangun ruangnya dapat dibuka sehingga dengan mudah siswa dapat melihat jaring-jaringnya. Selain itu, dengan memanfaatkan program *Cabri 3D*, waktu yang tersedia dapat digunakan dengan lebih efisien karena tidak perlu banyak menggambar yang membutuhkan waktu lebih lama.

### SIMPULAN, SARAN DAN REKOMENDASI

Penelitian ini menghasilkan deskripsi pemanfaatan program *Cabri 3D* dalam pembelajaran matematika pada materi prisma dan limas di kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta dalam upaya meningkatkan hasil belajar siswa. Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa program *Cabri 3D* dalam pembelajaran yang dilakukan di kelas VIII C SMP Joannes Bosco Yogyakarta pada materi prisma dan limas dapat membantu sebagian besar siswa untuk menyajikan gambar prisma dan limas yang lebih mudah dipahami serta dapat membantu siswa untuk memahami konsep dasar luas permukaan juga volume prisma dan limas. Selain itu, program *Cabri 3D* dapat membantu untuk meningkatkan hasil belajar siswa. Hal ini terlihat dari rata-rata pretes yang mengalami peningkatan.

Untuk penelitian dan implementasi lebih lanjut di masa datang, diberikan saran berikut : pada penelitian ini digunakan metode presentasi saat pembelajaran berlangsung, untuk penelitian selanjutnya mungkin dapat dicoba dengan metode yang lain seperti kelompok dengan masing-masing kelompok terdapat satu buah komputer yang dilengkapi dengan Program *Cabri 3D* ataupun individu.

### DAFTAR PUSTAKA

- Accascina, Giuseppe dan Rogora. 2005. *Using Cabri 3D : First Impressions*. International Conference on Technology in Mathematics Teaching.
- Accacina, Giuseppe dan Rogora. 2006. *Using Cabri 3D Diagrams For Teaching Geomerty*. International Journal for Technology in Mathematics Educations, Vol. 13 (1). 1-11.
- Adinawan, Cholik dan Sugijono. 2007. *Matematika untuk SMP Kelas VIII*. Jakarta : Erlangga.
- Cece Wijaya dan A. Tabrani Rusyan. 1994. *Kemampuan Dasar Guru dalam Proses Belajar Mengajar*. Bandung : Remaja Rosdakarya Offset.
- Kosa, Temel dan Fatih Karakus. 2010. *Using Dynamic Geometry Software Cabri 3D for Teaching Analytic Geometry*. Procedia – Social and Behavioral Sciences Volume 2, Issue 2.
- Moleong, Lexy. 2008. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung : Remaja Rosdakarya Offset.
- Suleiman, Amir Hamzah. 1981. *Media Audio-Visual*. Jakarta : PT Gramedia.

## TEORI KECERDASAN MAJEMUK: APA DAN BAGAIMANA MENGAPLIKASIKANNYA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Djamilah Bondan Widjajanti

Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

### Abstrak

Teori Kecerdasan Majemuk (*Multiple Intelligences*) telah diperkenalkan oleh Howard Gardner sejak tahun 1983 melalui penerbitan bukunya yang berjudul *Frames of Mind*. Walau sampai saat ini sudah lebih dari dua puluh tahun sejak teori tersebut pertama diperkenalkan, namun belum banyak guru-guru yang mempertimbangkan teori ini dalam merancang dan melaksanakan pembelajaran di kelas. Demikian juga para guru matematika. Padahal, dengan mempertimbangkan teori ini dalam perancangan maupun pelaksanaan pembelajaran, akan memberi peluang kepada seorang guru matematika untuk dapat berperan optimal sebagai fasilitator yang menjamin berkembangnya potensi kecerdasan yang dimiliki setiap siswa.

Menurut Gardner, setiap orang mempunyai kombinasi yang unik dari sembilan jenis kecerdasan, yaitu kecerdasan *linguistic, musical, logical-mathematical, spatial, kinesthetic, intrapersonal, interpersonal, naturalists*, dan *existential*. Dengan demikian, teori ini memberikan wawasan kepada para guru matematika bahwa walau mungkin seorang siswa kurang cerdas secara *logical-mathematical*, namun sangat mungkin ia memiliki kombinasi kecerdasan yang lain, yang dapat membantunya untuk mempelajari matematika dengan hasil yang lebih baik. Oleh karena itu, menjadi kewajiban seorang guru matematika untuk dapat memilih metode/pendekatan/media pembelajaran yang memungkinkan setiap siswa dapat memanfaatkan semua kecerdasan yang ia punyai.

Memanfaatkan kemajuan teknologi, khususnya teknologi informasi dan komunikasi, guru dan siswa mempunyai banyak pilihan untuk kegiatan belajar-mengajar matematika, sesuai dengan potensi kecerdasan yang dimiliki para siswa. Makalah ini memfokuskan bahasan pada apa dan bagaimana mengaplikasikan Teori Kecerdasan Majemuk dalam pembelajaran matematika.

**Kata kunci:** kecerdasan majemuk, Gardner, pembelajaran, matematika

### PENDAHULUAN

Di dunia ini tidak ada individu yang identik dalam segala hal, bahkan untuk dua orang yang kembar sekalipun. Oleh karena itu, adalah hal yang jamak jika siswa dalam satu kelas beragam dalam berbagai hal, termasuk dalam hal kecerdasan mereka. Idealnya, seorang guru harus memperhatikan keragaman jenis dan tingkat kecerdasan siswa dalam kelasnya agar ia mampu membantu setiap siswa mencapai prestasi optimal mereka dengan memanfaatkan potensi kecerdasan yang mereka miliki.

Walaupun terdapat banyak faktor penentu keberhasilan seseorang, namun selama ini kebanyakan orang menganggap kecerdasan intelektual (IQ, *intelligence Quotient*) sebagai salah satu faktor yang penting. Namun kemudian berkembang temuan bahwa tidak hanya IQ yang menentukan keberhasilan seseorang melainkan juga EQ (*Emotional Quotient*) dan SQ (*Spiritual Quotient*). Bahkan, menurut Howard Gardner setiap manusia memiliki profil kecerdasan masing-masing yang terdiri dari kombinasi tujuh jenis kecerdasan yang berbeda (Palmberg, 2011).

Teori kecerdasan dari Gardner dikenal dengan nama Teori Kecerdasan Majemuk atau *Multiple Intelligences* (MI). Pada tahun 1999 Gardner telah menambahkan jenis kecerdasan seseorang menjadi sembilan jenis. Ke sembilan jenis kecerdasan menurut Gardner tersebut adalah kecerdasan *linguistic, musical, logical-mathematical, visual-spatial, bodily-kinesthetic, intrapersonal, interpersonal, naturalists*, dan *existentialist* (Bowles, 2008).

Memperhatikan keberagaman jenis kecerdasan yang mungkin dimiliki oleh para siswa dalam satu kelas, apakah lantas berarti bahwa seorang guru harus merencanakan dan melaksanakan



pembelajaran yang bersifat individual untuk setiap siswa di dalam kelasnya? Tentu saja tidak harus demikian. Namun, mengabaikan atau tidak mempertimbangkan kecerdasan majemuk yang dimiliki masing-masing siswa tentu juga bukan hal yang diharapkan. Bagaimanapun, kecerdasan majemuk yang dimiliki siswa haruslah dapat dijadikan “modal” oleh seorang guru untuk membantu setiap siswa agar dapat mencapai prestasi optimal mereka.

Saat ini telah ada beberapa hasil penelitian yang menunjukkan keunggulan metode/pendekatan pembelajaran yang berbasis kecerdasan majemuk. Temur (2007) meneliti pengaruh kegiatan pengajaran yang dirancang menurut Teori Kecerdasan Majemuk terhadap prestasi belajar matematika siswa kelas 4 sekolah dasar di Gazi University Foundation Private Primary School. Hasil penelitiannya menunjukkan keunggulan kelas eksperimen, yaitu kelas dengan pengajaran berbasis Teori Kecerdasan Majemuk. Xie dan Lin (2009) meneliti pengaruh pengajaran berbasis kecerdasan majemuk terhadap kemampuan mahasiswa politeknik di Taiwan dalam teori warna. Hasil penelitiannya menunjukkan mahasiswa kelas eksperimen secara signifikan lebih baik dari kelas kontrol, khususnya dalam mengerjakan tugas-tugas proyek disain. Bas dan Beyhan (2010) juga telah melakukan penelitian eksperimen terhadap 50 siswa kelas 5 sekolah dasar di Turkey untuk mengetahui pengaruh kecerdasan majemuk yang didukung pembelajaran berbasis proyek terhadap prestasi dan sikap siswa terhadap pelajaran bahasa Inggris. Hasil penelitiannya menunjukkan keunggulan metode pengajaran kecerdasan majemuk yang didukung pembelajaran berbasis proyek dibandingkan metode pengajaran tradisional, ditinjau dari sikap dan motivasi belajar siswa.

Walaupun sudah ada banyak hasil penelitian yang menunjukkan keunggulan metode/pendekatan pembelajaran berbasis kecerdasan majemuk, namun mengapa belum banyak guru yang mencoba melaksanakannya tentulah ada banyak faktor yang mungkin menjadi penyebabnya. Salah satu diantaranya adalah pemahaman para guru tentang kecerdasan majemuk yang relatif masih kurang. Oleh karena itu, untuk dapat mengakomodasi keunikan dan keberagaman kecerdasan setiap siswa dalam merancang dan melaksanakan pembelajaran dalam kelasnya, seorang guru disarankan untuk memahami terlebih dahulu Teori Kecerdasan Majemuk dari Gardner.

Untuk guru bahasa, Palmberg (2011) menyarankan sembilan hal yang sebaiknya dilakukan guru untuk dapat mengaplikasikan Teori Kecerdasan Majemuk, yaitu: (1) Membaca buku tentang kecerdasan majemuk; (2) Mengidentifikasi profil kecerdasan majemuk diri sendiri; (3) Mengidentifikasi profil kecerdasan majemuk siswa; (4) Menggolongkan kegiatan pembelajaran menurut jenis-jenis kecerdasan; (5) Menggabungkan kegiatan-kegiatan ketrampilan berbahasa dan jenis-jenis kecerdasan; (6) Membuat kegiatan ketrampilan berbahasa untuk jenis-jenis kecerdasan yang berbeda; (7) Mengidentifikasi profil kecerdasan majemuk yang terdapat di dalam buku kerja (*workbook*) bahasa asing; (8) Mengidentifikasi profil kecerdasan majemuk dari pelajaran-pelajaran bahasa asing; dan (9) Menyiapkan rencana pelajaran yang berdasarkan kecerdasan majemuk. Nampaknya, tidak hanya untuk guru bahasa saja rekomendasi Palmberg tersebut dapat digunakan. Untuk guru matematikapun, beberapa diantara sembilan langkah tersebut secara teoritis tetap cocok untuk dilaksanakan. Namun, sebagai langkah awal, terlebih dahulu harus dipahami apa itu Teori Kecerdasan Majemuk.

## PEMBAHASAN

Teori Kecerdasan Majemuk (*Multiple Intelligences*, MI) mulai diperkenalkan oleh Howard Garner pada tahun 1983 melalui bukunya yang berjudul *Frames of Mind*. Buku tersebut merupakan hasil penelitian panjang dari Gardner yang ia mulai sekitar tahun 1979. Waktu itu Howard Gardner menjadi salah seorang anggota junior dari kelompok riset di *Harvard Graduate School of Education* yang diminta oleh Bernard Van Leer Foundation dari Den Haag untuk melakukan penelitian mengenai sifat alami dan realisasi potensi manusia. Tugas Gardner hanyalah menulis monograf mengenai apa yang telah diterima dalam ilmu pengetahuan manusia mengenai sifat alami manusia belajar (Gardner, 2003). Namun tugas itulah yang membawa Gardner pada ide tentang kecerdasan majemuk.

Semula Gardner mengira hasil karyanya terutama hanya akan diminati oleh mereka yang terlatih dalam disiplin ilmu psikologi perkembangan, dan terutama mereka yang mempelajari

kecerdasan dari perspektif Piaget, atau dari perspektif penyusunan tes dan pengukuran. Namun ternyata Gardner keliru. *Frames of Mind* menarik perhatian banyak kalangan (Gardner, 2003).

Menurut Arnold dan Fonseca (2004) Teori Kecerdasan Majemuk Gardner yang disajikan sebagai perspektif kognitif dalam kecerdasan membawa implikasi yang besar untuk pendidikan pada umumnya. Jackson dan Brown (2009) juga menyebutkan bahwa Teori Kecerdasan Majemuk mengakui perbedaan individu sebagai suatu sumber daya, bukan sebagai suatu masalah. Sedangkan Anaduaka (2011) menyebutkan bahwa pendekatan pembelajaran berbasis kecerdasan majemuk telah berkembang dan telah dianut secara luas terutama di Amerika Serikat dan telah ditemukan bahwa pendekatan ini sangat efektif dalam mengubah situasi pembelajaran menjadi lebih baik, dalam pengajaran dan pembelajaran mata pelajaran apa saja, khususnya matematika.

Berikut ini penjelasan untuk ke sembilan jenis kecerdasan majemuk menurut Howard Gardner. Sebagian terbesar dari penjelasan ini bersumber dari Wikipedia, tulisan Martin (2006) yang terdapat di [http://www.activemath.com/pdf/differentiated\\_sample.pdf/](http://www.activemath.com/pdf/differentiated_sample.pdf/), dan dari tulisan Thomas Armstrong yang terdapat di dalam <http://www.thomasarmstrong.com/>.

#### a. Kecerdasan *Linguistic*

Kecerdasan *linguistic* berkaitan dengan kemampuan seseorang dalam menggunakan kata-kata secara efektif, baik lisan maupun tertulis. Seseorang dengan tingkat kecerdasan *linguistic* yang tinggi pada umumnya pandai membaca, menulis, mendengarkan, bercerita dan menghafal kata-kata. Mereka cenderung belajar paling baik dengan membaca, mencatat, mendengarkan ceramah, dan dengan mendiskusikan serta berdebat tentang apa yang telah mereka pelajari.

Untuk mengakomodasi siswa dengan kecerdasan *linguistic* yang tinggi, guru matematika dapat menjajikan soal/masalah matematika berbentuk naratif, kemudian meminta siswa yang dirasa mempunyai kecerdasan *linguistic* yang tinggi untuk menjelaskan secara lisan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Martin (2006) menyarankan kegiatan diskusi kelas, membuat presentasi tertulis dan lisan, dan melakukan proyek penelitian, dapat dilakukan untuk mendorong siswa memanfaatkan kecerdasan *linguistic* yang dipunyainya.

#### b. Kecerdasan *Musical*

Kecerdasan *musical* berkaitan dengan kepekaan seseorang terhadap suara, ritme, nada, dan musik. Seseorang dengan tingkat kecerdasan *musical* yang tinggi biasanya mampu bernyanyi, memainkan alat musik, mengingat melodi, atau menulis musik. Karena ada komponen pendengaran yang kuat untuk kecerdasan ini, maka mereka pada umumnya dapat belajar dengan baik melalui ceramah, atau menggunakan lagu.

Mengawali pembelajaran matematika dengan memperdengarkan lagu/musik besar kemungkinan dapat menarik perhatian siswa dengan kecerdasan *musical* yang tinggi untuk terlibat pada kegiatan belajar matematika yang dirancang guru. Apalagi untuk pendidikan anak usia dini, atau pada pendidikan dasar. Mengenalkan konsep dan prinsip dalam matematika, khususnya konsep tentang bilangan dan operasi hitungnya, dapat dilakukan melalui lagu untuk mendorong siswa dengan kecerdasan *musical* memanfaatkan kecerdasan yang dimilikinya. Menurut Martin (2006) kegiatan yang berkaitan dengan kecerdasan *linguistic* ini antara lain adalah “...using songs to illustrate math skills and/or concepts and connecting rational numbers to musical symbols, frequencies, and other real-word applications.”

#### c. Kecerdasan *Logical-mathematical*

Kecerdasan *logical-mathematical* berkaitan dengan kemahiran seseorang dalam menggunakan logika atau penalaran, melakukan abstraksi, menggunakan bilangan, dan dalam berpikir kritis. Mereka yang memiliki kecerdasan *logical-mathematical* yang tinggi pada umumnya tertarik pada kegiatan eksplorasi matematis, seperti menggolong-golongkan (mengklasifikasikan), menghitung, membuktikan, atau menggeneralisasi.

Metode penemuan akan disukai siswa-siswa dengan kecerdasan *logical-mathematical* yang tinggi. Untuk menjadikan pelajaran matematika menarik perhatian siswa dengan kecerdasan *logical-mathematical* yang tinggi, guru harus mampu membuat tantangan untuk mereka dengan memberi kesempatan kepada mereka untuk menemukan, membuat dugaan, atau membuktikan rumus matematis tertentu. Guru matematika juga harus mampu menyediakan soal/masalah yang

tidak rutin, *open-ended*, dan menantang rasa ingin tahu siswa. Lembar Kerja Siswa (LKS) yang khusus dirancang untuk memfasilitasi siswa melakukan kegiatan “penemuan” akan membantu guru matematika mengoptimalkan kecerdasan *logical-mathematical* yang dimiliki siswa.

**d. Kecerdasan Visual-Spatial**

Kecerdasan visual-spatial berkaitan dengan kemampuan seseorang dalam memvisualisasikan gambar di dalam benak mereka. Mereka yang memiliki kecerdasan visual-spatial yang tinggi pada umumnya terampil mengenali dan menggambar dalam dua dan tiga dimensi, imajinatif, kreatif, dan peka terhadap warna, garis, bentuk, ruang, dan hubungan antar unsur tersebut. Mereka cenderung mengingat sesuatu menggunakan coretan, sketsa, atau gambar-gambar.

Guru matematika dapat menyajikan materi tertentu menggunakan *power point* yang menarik: berwarna, ada gambarnya dalam dua atau tiga dimensi, ada grafik, sketsa, diagram, atau ilustrasi yang menarik, untuk membantu siswa memanfaatkan dan mengembangkan kecerdasan *visual-spatial* yang dimilikinya. Pada pendidikan anak usia dini atau pada pendidikan dasar, penggunaan alat peraga juga tepat untuk mengembangkan kecerdasan *visual-spatial*. Penggunaan *software-software* geometri besar kemungkinan dapat membantu siswa yang kurang memiliki kecerdasan *visual-spatial*.

**e. Kecerdasan Bodily-kinesthetic**

Kecerdasan *bodily-kinesthetic* berkaitan dengan keahlian seseorang dalam menggunakan atau menggerakkan seluruh tubuhnya untuk mengekspresikan ide dan perasaan. Mereka yang memiliki kecerdasan *bodily-kinesthetic* yang tinggi pada umumnya mampu bergerak dengan ketepatan yang tinggi, terampil menggunakan tangannya untuk menciptakan atau mengubah sesuatu, dan memiliki beberapa ketrampilan fisik yang spesifik, seperti melakukan koordinasi, keseimbangan, keterampilan, kekuatan, kelenturan, dan kecepatan dalam bergerak. Mereka pada umumnya juga memiliki kepekaan dalam menerima rangsangan atau sentuhan.

Untuk memanfaatkan dan mengembangkan kecerdasan *bodily-kinesthetic* yang dimiliki siswa, guru matematika dapat merancang *hands-on activities*. Mengizinkan siswa bergerak dalam kelasnya, memberi kesempatan siswa memperagakan penggunaan alat peraga di depan kelas, atau melakukan permainan matematika yang memerlukan gerak, dapat juga dilakukan oleh guru matematika untuk memotivasi siswa dengan kecerdasan *bodily-kinesthetic* yang tinggi terlibat aktif pada kegiatan belajar matematika.

**f. Kecerdasan Intrapersonal**

Kecerdasan *intrapersonal* berkaitan dengan kemampuan seseorang dalam hubungannya dengan kapasitas introspektif dan self-reflective. Mereka yang memiliki kecerdasan intrapersonal yang tinggi cenderung memiliki pemahaman yang mendalam tentang diri mereka sendiri, apa kekuatan atau kelemahan dirinya, dan apa yang membuat dirinya unik. Mereka juga mampu memprediksi reaksi diri atau emosi mereka sendiri dalam menghadapi sesuatu. Berfikir kritis dan filosofis termasuk diantara ciri orang dengan kecerdasan ini.

Siswa dengan kecerdasan *intrapersonal* yang tinggi perlu diberi kesempatan untuk berfikir atau belajar secara individual beberapa saat sebelum mereka belajar dalam kelompok. Kadang-kadang, memberi soal matematis yang memerlukan kemampuan berfikir kritis kepada siswa yang demikian dapat membantu mereka memperoleh pemahaman yang lebih mendalam tentang materi yang dipelajari. Memberi kesempatan siswa untuk melakukan refleksi diri, menulis apa yang disukai dan apa yang tidak disukai, atau apa yang dipahami dan apa yang tidak dipahami dari kegiatan belajar matematika hari itu, dapat membantu siswa mengembangkan dan memanfaatkan kecerdasan *intrapersonal* yang dimilikinya.

**g. Kecerdasan Interpersonal**

Kecerdasan interpersonal berkaitan dengan kemampuan seseorang dalam memahami, berinteraksi, dan bekerja sama dengan orang lain.. Secara teori, orang yang memiliki kecerdasan interpersonal yang tinggi memiliki kepekaan terhadap suasana hati, perasaan, dan temperamen

orang lain. Mereka yang cerdas secara interpersonal biasanya belajar paling baik dengan bekerja dengan orang lain dan sering menikmati diskusi dan perdebatan.

Untuk memanfaatkan dan mengembangkan kecerdasan *interpersonal* siswa, pemberian tugas kelompok dan kegiatan diskusi dapat menjadi pilihan. Penggunaan model pembelajaran kooperatif atau kolaboratif, dengan pendekatan pembelajaran berbasis masalah, didukung oleh pemanfaatan teknologi, juga sangat tepat untuk memanfaatkan dan mengembangkan kecerdasan *interpersonal* siswa.

#### h. Kecerdasan Naturalist

Kecerdasan naturalist berkaitan dengan kepekaan seseorang dalam menghadapi fenomena alam. Mereka yang memiliki kecerdasan naturalist yang tinggi pada umumnya memiliki kemampuan untuk mengenali bentuk dan menggolongkan spesies flora dan fauna di alam sekitar mereka. Mereka pada umumnya juga senang belajar sesuatu dengan cara mengelompokkan apa yang dipelajari menurut ciri-ciri tertentu, dan menyukai aktivitas outdoor.

Sesekali melakukan kegiatan pembelajaran matematika di luar ruangan kelas tidak hanya membantu siswa dengan kecerdasan naturalist yang tinggi, tetapi juga akan menyenangkan siswa dengan beragam kecerdasan yang dimilikinya. Sebuah kegiatan pembelajaran matematika di alam terbuka, mencakup adanya: permainan yang memerlukan gerak, teka-teki matematis, tugas kelompok, diiringi lagu/musik, ada sesi presentasi, ada sejarah matematika atau tokoh matematika (misalnya sejarah tentang rumus abc atau tentang Pythagoras) yang dipaparkan guru dengan bantuan media yang sesuai, dan lain sebagainya, tentulah akan banyak membantu siswa dalam memahami materi konsep/prinsip matematika yang disampaikan.

#### i. Kecerdasan Existentialist

Kecerdasan *existentialist* berkaitan dengan kemampuan seseorang dalam mempertanyakan segala sesuatu. Mereka yang memiliki kecerdasan *existentialist* cenderung mempertanyakan segala sesuatu seperti keberadaan manusia, arti kehidupan, arti kematian, dan berbagai realita yang dihadapi manusia dalam kehidupan. Mereka cenderung bertanya “mengapa”.

Menyiapkan diri untuk selalu dapat memberi penjelasan “mengapa demikian” penting bagi guru matematika dalam menghadapi siswa dengan kecerdasan *existentialist* yang tinggi. Memberi tugas untuk mencari asal-usul suatu rumus matematika, atau untuk mempelajari sejarah matematika, dapat dilakukan guru untuk mengembangkan dan memanfaatkan kecerdasan *existentialist* siswa.

### KESIMPULAN

Memperhatikan pengertian jenis-jenis kecerdasan sebagaimana tersebut di atas, lantas apa yang seharusnya dirancang oleh seorang guru matematika agar pembelajaran yang dilaksanakannya dapat mengakomodasi semua kombinasi kecerdasan yang dimiliki setiap siswa dalam kelasnya? Bagaimanapun, Teori Kecerdasan Majemuk ini memberikan wawasan bahwa walau mungkin seorang siswa kurang cerdas secara *logical-mathematical*, namun sangat mungkin ia memiliki kombinasi kecerdasan yang lain, yang dapat membantunya untuk mempelajari matematika dengan hasil yang lebih baik.

Para guru matematika dapat menggunakan model, metode, pendekatan, dan media pembelajaran yang bervariasi, sedemikian hingga setiap kegiatan belajar-mengajar diusahakan dapat “dinikmati” semua siswa, apapun kombinasi jenis kecerdasannya. Salah satu pendekatan yang direkomendasikan untuk keperluan ini adalah pendekatan pembelajaran berbasis teknologi, khususnya teknologi komunikasi dan informasi.

Pembelajaran matematika berbasis teknologi dapat diartikan sebagai pembelajaran matematika yang memanfaatkan teknologi sebagai alat atau instrumen pendukung utama dalam kegiatan belajar-mengajar. Pembelajaran berbasis web, e-learning, pembelajaran jarak-jauh, kelas *online*, pembelajaran menggunakan media interaktif, pembelajaran berbasis multi-media, pembelajaran matematika atau statistika berbantuan *software* tertentu (Cabri, Tora, Matlab, Maple, Winplot, Matematica, SPSS, dsb.) merupakan sebagian dari contoh-contoh pemanfaatan teknologi dalam pembelajaran matematika.

Pembelajaran matematika berbasis teknologi memberi peluang para guru matematika untuk mengoptimalkan potensi kecerdasan yang dimiliki setiap siswa, karena dengan teknologi, khususnya teknologi informasi dan komunikasi, guru dan siswa mempunyai banyak pilihan untuk kegiatan belajar-mengajar. Variasi dalam penyajian materi, pemilihan sumber belajar, pemberian tugas, dan penilaian, merupakan hal-hal yang mungkin dilakukan guru matematika yang melaksanakan pembelajaran matematika berbasis teknologi.

Untuk mendukung pembelajaran matematika berbasis teknologi ini, saat ini para guru matematika dapat memanfaatkan *software* dan sumber belajar yang tersedia cukup banyak di internet. Menurut Lotze (2006) ada banyak sekali sumber belajar matematika yang telah dikembangkan dan didiskusikan efektifitasnya. Dalam artikelnya yang terdapat pada [http://math.unipa.it/~grim/21\\_project/21\\_Charlotte\\_LotzePaperEdit.pdf](http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_Charlotte_LotzePaperEdit.pdf), Lotze mencantumkan sangat banyak alamat web site yang dapat dimanfaatkan sebagai sumber belajar matematika oleh guru maupun siswa.

## DAFTAR PUSTAKA

- Anaduaka, U.S. (2011). *The Multiple Intelligences Teaching Method And Mathematics Teaching*. JORIND (9) 1, June, 2011. ISSN 1596 – 8308. Online. Tersedia di <http://www.transcampus.org/JORINDV9Jun2011/> Diakses 12 Februari 2012.
- Armstrong, Thomas. (2011). *Multiple Intelligences*. Online. Tersedia di [http://www.thomasarmstrong.com/multiple\\_intelligences.php](http://www.thomasarmstrong.com/multiple_intelligences.php). Diakses 2 Januari 2012.
- Bas, G. dan Beyhan, O. (2010). *Effects of multiple intelligences supported project-based learning on students' achievement levels and attitudes towards English lesson* International Electronic Journal of Elementary Education, Vol. 2, Issue 3, July, 2010. Online. Tersedia di [www.iejee.com/2\\_3\\_2010/365-385.pdf/](http://www.iejee.com/2_3_2010/365-385.pdf/) Diakses 5 Desember 2011.
- Bowles, Terry. (2008). *Self-rated Estimates of Multiple Intelligences Based on Approaches to Learning*. Australian Journal of Educational & Developmental Psychology. Vol 8, 2008, pp 15-26. Online. Tersedia di <http://www.newcastle.edu.au/Resources/Research%20Centres/SORTI/Journals/AJEDP/Vol%208/v8-bowles.pdf/> . Diakses 5 Desember 2011.
- Fonseca, M.C. dan Arnold,J. (2004). *Multiple Intelligence Theory and Foreign Language Learning: A Brain-based Perspective*. International Journal Of English Studies, IJES, vol. 4 (1), 2004, pp. 119-136. Online. Tersedia di <http://www.um.es/ijes/vol4n1/06-JArnold&MCFonseca.pdf/> Diakses 2 Februari 2012.
- Gardner, Howard. (2003). *Kecerdasan Majemuk*. Terjemahan Drs. Alexander Sindoro dan Dr. Lyndon Saputra. Batam: Penerbit Interaksara.
- Jackson, F dan Brown, R. (2009). *Exploring Whether Multiple Intelligences Facilitate 'Valuing and Working With Difference' within Mathematics Classrooms*. In R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (Eds.), *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 1). Palmerston North, NZ: MERGA. Online. Tersedia di [http://www.merga.net.au/documents/Jackson\\_RP09.pdf/](http://www.merga.net.au/documents/Jackson_RP09.pdf/) Diakses 3 Februari 2012.
- Lotze, C. (2006). *Developing Innovative Technology Based Mathematics Learning Resources* Online. Tersedia di [http://math.unipa.it/~grim/21\\_project/21\\_Charlotte\\_LotzePaperEdit.pdf/](http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_Charlotte_LotzePaperEdit.pdf/) Diakses 10 Oktober 2010.
- Martin, Hope (2006). *Differentiated Instruction for Mathematics Instructions and activities for the diverse classroom*. Walch Publishing. Online. Tersedia di [http://www.activemath.com/pdf/differentiated\\_sample.pdf/](http://www.activemath.com/pdf/differentiated_sample.pdf/) Diakses 5 Januari 2012.
- Palmberg, Rolf. (2011). *Multiple Intelequences Revisited*. Online. Tersedia: <http://www.englishclub.com/esl-lesson-plans/EC-multiple-intelligences-revisited.pdf>. diakses 10 Januari 2012.

- Temur, Ozlem Dogan. (2007). *The Effects of Teaching Activities Prepared According to the Multiple Intelligence Theory on Mathematics Achievements and Permanence of Information Learned by 4th Grade Students*. International Journal of Environmental & Science Education, 2007, 2(4), 86 – 91, ISSN 1306-3065. Online. Tersedia di [http://www.ijese.com/V2\\_N4\\_Dogan-Temur.pdf/](http://www.ijese.com/V2_N4_Dogan-Temur.pdf/) Diakses 5 Desember 2011.
- Wikipedia. *Theory of Multiple Intelligences*. Online. Tersedia di [http://en.wikipedia.org/wiki/Theory\\_of\\_multiple\\_intelligences/](http://en.wikipedia.org/wiki/Theory_of_multiple_intelligences/). Diakses 5 Februari 2012.
- Xie, J. dan Lin,R . (2009). *Research on Multiple Intelligences Teaching and Assessment*. Asian Journal of Management and Humanity Sciences, Vol. 4, No. 2-3, pp. 106-124, 2009. Online. Tersedia di [http://210.60.31.132/ajmhs/vol\\_4\\_2and3/3.pdf/](http://210.60.31.132/ajmhs/vol_4_2and3/3.pdf/) .Diakses 3 Januari 2012.



## **PENINGKATAN MOTIVASI BELAJAR KALKULUS DIFFERENSIAL MELALUI METODE EKSPOSITORI DENGAN PEMBERIAN KUIS**

**Dra. Sumargiyani**

*Program studi Pendidikan Matematika  
Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta  
e-mail [sumargiyani04@yahoo.com](mailto:sumargiyani04@yahoo.com)*

### **Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan motivasi belajar kalkulus differensial melalui metode ekspositori dengan pemberian kuis mahasiswa program studi Pendidikan Matematika semester II FKIP UAD Tahun ajaran 2010/2011.

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas. Setting yang digunakan adalah kelas E. Rencana penelitian dilakukan 3 siklus dan tuntas pada siklus II. Siklus pertama terdiri dari 3 pertemuan dan siklus kedua terdiri dari 3 pertemuan. Pengumpulan data dengan teknik tes diagnostik, lembar observasi, lembar angket dan dokumentasi.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode ekspositori dengan pemberian kuis dapat meningkatkan motivasi belajar kalkulus differensial mahasiswa kelas E semester II Program studi Pendidikan Matematika FKIP UAD TA 2010/2011. Hal ini dapat dilihat pada hasil angket motivasi belajar mahasiswa pada siklus I dan siklus II dengan kategori tinggi, dan menunjukkan kenaikan persentase dari siklus I 80,37 % meningkat menjadi sebesar 81,85 % pada siklus II dengan kategori tinggi. Sedang hasil tes diagnostik pada tiap siklus mengalami peningkatan rata-rata hasil belajar yaitu pada siklus I rata-ratanya 60,73 meningkat menjadi sebesar 71,78 pada siklus II. Berdasarkan hasil observasi aktivitas mahasiswa dari pertemuan ke-1 sampai pertemuan ke-6 menunjukkan kategori tinggi dengan persentase 78%. Secara keseluruhan hal tersebut menunjukkan bahwa metode ekspositori dengan pemberian kuis dapat meningkatkan motivasi belajar dan juga dapat meningkatkan hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah kalkulus differensial.

***Kata kunci :** metode ekspositori, kuis, kalkulus differensial*

### **PENDAHULUAN**

Pendidikan adalah usaha sadar dan terencana untuk mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran agar mahasiswa secara aktif mengembangkan potensi dirinya untuk memiliki kekuatan spiritual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, akhlak mulia, serta ketrampilan yang diperlukan dirinya, masyarakat dan negara.

Dalam mengembangkan kreatifitas dan kompetensi mahasiswa, maka pengajar hendaknya dapat menyajikan pembelajaran yang efektif dan efisien, sesuai dengan silabus dan pola pikir mahasiswa. Dalam pembelajaran, pengajar harus memahami bahwa kemampuan yang dimiliki oleh mahasiswa adalah berbeda – beda. Untuk melihat tingkat keberhasilan mahasiswa dapat dilihat dari hasil belajar yang diperoleh oleh mahasiswa, setelah mengerjakan soal yang diberikan oleh pengajar pada saat evaluasi dilaksanakan. Keberhasilan belajar dipengaruhi oleh beberapa faktor, baik faktor dari dalam individu (faktor internal) maupun faktor dari luar individu (faktor eksternal). Faktor dari dalam individu di antaranya adalah motivasi belajar.

Faktor-faktor yang mempengaruhi belajar matematika, dapat memberikan dukungan belajar yang positif namun dapat juga memberi dampak yang negatif. Hambatan – hambatan yang terjadi berakibat pada hasil belajar individu mengalami proses belajar yang tidak sesuai dengan yang diharapkan. Motivasi belajar yang rendah akan menjadikan hambatan yang sangat berarti pada



proses belajar seseorang, yang nantinya akan berakibat pada hasil belajar yang diperoleh. Oleh karena itu pihak pengajar diharapkan tidak hanya menyampaikan materi saja, akan tetapi semaksimal mungkin dapat membangkitkan motivasi belajar pada mahasiswa.

Permasalahan yang peneliti lihat di pendidikan matematika UAD dalam pembelajaran kalkulus mahasiswa mengungkapkan bahwa mereka merasa sulit dengan materi kalkulus itu sendiri dan ada yang kurang paham tentang penggunaan rumus. Di samping itu ada yang mengeluhkan kurang tepatnya pengajar dalam menyampaikan materi dan kurang adanya interaksi dua arah sehingga mahasiswa ada yang takut untuk bertanya.

Rendahnya motivasi dan minat belajar dapat dilihat pada saat proses belajar mengajar berlangsung, ditunjukkan dengan kurangnya kesiapan mahasiswa untuk belajar, mereka hanya menunggu jawaban atau materi yang disampaikan dosen. Motivasi untuk mencari buku atau referensi lain masih kurang, walaupun mahasiswa sudah punya buku tetapi minat untuk membaca masih kurang.

Mengingat bahwa motivasi merupakan salah satu faktor penentu keberhasilan pendidikan, perlu diupayakan adanya pembenahan terhadap berbagai hal yang terkait dengan optimalisasi hasil belajar. Selanjutnya mengenai keberhasilan belajar matematika Hudojo, Herman (1988:6) mengungkapkan bahwa faktor – faktor yang mempengaruhi keberhasilan dalam belajar sebagai berikut: (1) peserta didik, meliputi : kemampuan, kesiapan, minat, motivasi, serta kondisi mahasiswa pada saat mengikuti kegiatan belajar, (2) Pengajar, meliputi : pengalaman, kepribadian, penguasaan materi dan cara penyampaian yang diberikan, (3) Prasarana dan sarana, meliputi : ruangan, alat bantu belajar, buku tulis dan sumber belajar yang membantu kelancaran proses belajar mengajar, dan (4) penilaian, digunakan untuk melihat hasil belajar matematika sehingga diharapkan dapat meningkatkan kegiatan belajar dan memperbaiki hasil belajar selanjutnya.

Dari pendapat di atas, motivasi belajar merupakan salah satu faktor yang mempengaruhi upaya peningkatan hasil belajar matematika. Motivasi sebagai keseluruhan daya penggerak yang ada dalam diri seseorang yang mampu menjamin kelangsungan dari kegiatan belajar dan memberikan arah pada kegiatan belajar, sehingga tujuan yang dikehendaki dapat tercapai.

Pemilihan metode yang tepat oleh pengajar akan dapat meningkatkan motivasi mahasiswa dalam proses belajar mengajar. Dari metode pembelajaran yang biasa diterapkan dengan metode ceramah, tanya jawab dan sesekali diselingi dengan diskusi dapat ditingkatkan lagi dengan menerapkan metode ekspositori dengan pemberian kuis. Pada pembelajaran dengan metode ekspositori dominasi pengajar menjadi berkurang, sehingga keaktifan mahasiswa lebih banyak. Adanya penerapan metode ekspositori ini diharapkan dapat meningkatkan motivasi belajar matematika sehingga harapan untuk meningkatkan hasil belajar matematika dapat tercapai.

Berdasarkan pada permasalahan tersebut dilakukan penelitian pembelajaran kalkulus differensial menggunakan metode ekspositori dengan memberikan kuis untuk memotivasi belajar mahasiswa. Metode pembelajaran ekspositori dengan pemberian kuis ini diharapkan dapat menjadi salah satu solusi dalam mengatasi rendahnya motivasi belajar yang dialami oleh mahasiswa.

Adapun rumusan masalah yang diambil dalam penelitian ini sebagai berikut : Apakah pembelajaran kalkulus differensial menggunakan metode ekspositori dengan pemberian kuis dapat meningkatkan motivasi belajar mahasiswa semester II program studi pendidikan matematika FKIP UAD tahun ajaran 2010/2011 ?

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini dilaksanakan pada bulan September 2010 sampai dengan bulan Mei tahun 2011 semester II tahun ajaran 2010/2011 dan dilakukan di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta.

Penelitian menggunakan metode penelitian tindakan kelas (*Classroom Action Research*), yaitu suatu metode pendekatan dalam proses belajar mengajar yang dilaksanakan dengan melakukan tahap-tahap perencanaan, pelaksanaan, observasi dan refleksi tindakan menuju perbaikan proses belajar mengajar.

Dalam penelitian ini digunakan setting kelas, dengan kelas E sebagai subyek penelitian. Penelitian ini dilaksanakan dalam dua siklus dari tiga siklus yang direncanakan. Setiap siklus

tindakan meliputi (1) perencanaan tindakan, (2) pelaksanaan dan observasi tindakan dan (3) refleksi.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah : lembar observasi, angket, pedoman wawancara, soal kuis dan soal tes diagnostik hasil belajar. Adapun teknik pengumpulan data dalam penelitian ini digunakan observasi, pemberian angket untuk motivasi belajar mahasiswa, wawancara dengan beberapa mahasiswa dan dokumentasi daftar mahasiswa dan foto pelaksanaan proses belajar mengajar.

## **HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

Penelitian ini telah dilaksanakan di Program studi Pendidikan Matematika semester II kelas E yang mengambil mata kuliah kalkulus differensial tahun ajaran 2010/2011 pada perkuliahan pertama sampai perkuliahan ke tujuh. Jumlah mahasiswa pada kelas ini adalah 60 mahasiswa dan yang aktif ada 57 mahasiswa.

Proses pengambilan data dalam penelitian dilaksanakan dengan menyelenggarakan kegiatan belajar mengajar, hal ini dilakukan agar mendapat hasil yang maksimal dalam pengambilan data. Penelitian dilaksanakan dalam dua siklus dari tiga siklus yang direncanakan.

Agar pelaksanaan siklus I dan siklus II dapat berjalan lancar, peneliti melakukan tahap perencanaan tindakan dengan (1) Membuat *power point* untuk melaksanakan pembelajaran sesuai materi yang disampaikan (2) Membuat soal kuis (3) Menyusun dan menyiapkan lembar observasi mengenai aktivitas mahasiswa dan (4) Menyusun lembar angket untuk mahasiswa. Lembar angket diberikan pada akhir siklus I.

Pelaksanaan tindakan dalam tiap siklusnya, di awal pertemuan diberi kuis dengan 2 sampai dengan 3 soal dalam waktu 10 sampai 15 menit. Dari hasil kuis dikumpulkan dan diambil beberapa jawaban secara acak untuk dievaluasi hasil pekerjaan mahasiswa tersebut.

Penyajian materi dengan menggunakan *power point* dengan tujuan agar materi yang disampaikan dapat runtut dan ada banyak waktu untuk berinteraksi dengan mahasiswa dan antar mahasiswa. Adanya penggunaan *power point* ini juga dapat berguna bagi dosen untuk menjaga kontak mata dengan mahasiswa. Adanya waktu yang cukup juga mengakibatkan peluang mahasiswa untuk latihan soal menjadi lebih banyak.

Pada penyampaian materi dosen menjelaskan seperlunya, dengan tujuan agar mahasiswa lebih aktif untuk bertanya. Dosen mengkaitkan materi yang disampaikan dengan materi yang sudah pernah mahasiswa peroleh di bangku SLTA . Dosen membuka pertanyaan ke mahasiswa tentang materi yang sudah pernah didapat di SLTA dan yang ada kaitannya dengan materi yang baru dibahas. Selain itu dosen juga menekankan tambahan –tambahan materi baru yang belum pernah mahasiswa peroleh di bangku SLTA. Dosen juga membuka kesempatan bagi mahasiswa yang akan bertanya atau mengemukakan pendapat.

Setelah teori disampaikan mahasiswa diberi soal –soal latihan untuk dikerjakan dan bagi mahasiswa yang mau mengerjakan di depan kelas mendapatkan nilai tambahan. Hal ini dosen berkesempatan untuk mengelilingi satu-persatu hasil pekerjaan mahasiswa dan membimbing mahasiswa secara individu. Dari hasil pekerjaan di papan tulis dosen membahas secara klasikal dan menekankan letak-letak kesalahan yang sering dilakukan oleh mahasiswa dalam mengerjakan soal.

Di akhir pertemuan dosen bersama-sama mahasiswa merangkum hasil pembahasan materi yang dipelajari. Selama pembelajaran siklus I dan II berlangsung dosen dibantu dua pengamat melakukan observasi untuk mengetahui secara langsung kegiatan mahasiswa.

Sebelum soal tes diagnostik diberikan soal di uji validitas, uji reliabilitas dan daya pembeda di kelas D dengan jumlah mahasiswa 60 orang. Adapun dari hasil uji validitas untuk soal tes diagnostik I dan II dengan 3 soal, tiap butir soal valid dan tidak ada butir soal yang gugur. Soal juga reliable baik soal pada tes diagnostic I maupun II, juga memiliki daya pembeda yang signifikan. soal

Dari hasil tes diagnostik I dan II diperoleh hasil sebagai berikut :

**Tabel I**  
Hasil Tes Diagnostik I dan II

KETERANGAN	Nilai tes diagnostik I	Nilai tes diagnostik II
Nilai Tertinggi	99	100
Nilai Terendah	13	35
Rata-rata	60,72727	71,77966

Jika dilihat dari soal tes diagnostik I mahasiswa rata-rata masih salah dalam hal menyelesaikan ketaksamaan dan menyelesaikan nilai mutlak terutama dalam mencari himpunan penyelesaian pada siklus II sudah tidak terulang lagi.

Angket motivasi belajar sebelum disebarkan divalidasi ke yang berkompeten. Angket motivasi belajar yang diberikan pada akhir siklus I dan siklus II diperoleh hasil seperti pada tabel berikut :

**Tabel 2**  
Motivasi Belajar Mahasiswa Pada Siklus I dan II

Indikator	Persentase siklus I	Persentase siklus II
Motivasi mengerjakan kuis kalkulus differensial	68,47953	72,2222
Ketekunan dalam mengerjakan dan menyelesaikan kuis kalkulus differensial	70,87719	72,2807
Usaha untuk meningkatkan prestasi belajar	85,19298	86,1403
Besarnya perhatian terhadap kalkulus differensial	90,12531	91,3784

Dari hasil angket motivasi belajar di kelas E pada siklus I 80,3661% dan siklus II sebesar 81,845% keduanya termasuk kategori tinggi.

Pada tindakan siklus I pada pembelajaran dengan penerapan metode ekspositori dengan pemberian kuis ini beberapa temuan yang peneliti peroleh adalah (1) Sebagian mahasiswa terutama yang duduk di belakang kurang maksimal dalam menerima materi perkuliahan (2) Adanya kuis belum menjadikan kebiasaan bagi mahasiswa. (3) Mahasiswa yang mau maju ke depan hanya mahasiswa tertentu saja. (4) Nilai rata-rata yang diperoleh mahasiswa perlu ditingkatkan karena nilai tersebut sesuai dengan aturan di UAD masih tergolong nilai C.

Dari hasil siklus I inipun peneliti memutuskan untuk melanjutkan ke siklus II karena indikator ada kenaikan rata-rata hasil belajar mahasiswa belum nampak. Selain dari itu yang menjadi pertimbangan peneliti untuk melanjutkan penelitian adalah rata-rata hasil belajar yang diperoleh masih pada nilai C. Pada tindakan siklus II ini penerapan metode ekspositori dengan pemberian kuis sesuai dengan yang peneliti harapkan. Hasil refleksi yang peneliti peroleh hal-hal sebagai berikut (1) Mahasiswa terutama yang duduk di belakang sudah dapat beradaptasi dalam pembelajaran (2) Adanya kuis menjadikan mahasiswa mencari buku kalkulus differensial. (3) Mahasiswa yang mau maju ke depan lebih banyak.

Observasi peneliti lakukan di setiap pertemuan. Hasil observasi setelah diolah diperoleh hasil seperti pada tabel berikut :

**Tabel 3**  
Hasil Data Observasi

NO	Aspek	Hasil persentase	Kategori
1	Dosen menerapkan pembelajaran kalkulus differensial	88,6667	Tinggi
2	Dosen memotivasi mahasiswa dalam meningkatkan belajar kalkulus differensial dengan pemberian kuis	54,1667	Sedang
3	Sikap mahasiswa saat pembelajaran	68,1944	Tinggi
4	Sikap mahasiswa saat diberikan kuis	77,5	Tinggi
5	Bentuk motivasi yang diberikan dosen	100	Tinggi

Berdasarkan hasil observasi dan wawancara yang dilakukan oleh peneliti menunjukkan bahwa :

1. Metode ekspositori dengan pemberian kuis lebih mudah dipahami, efektif dan efisien. Kendala yang masih dihadapi mahasiswa adalah dalam hal pembuktian rumus-rumus dan pemahaman terhadap soal yang pembuktiannya terkait dengan definisi mahasiswa masih sulit untuk menerima.
2. Sikap mahasiswa dengan diberi kuis juga tinggi karena mahasiswa merasa lebih mudah memahami materi pembelajaran, juga mengupas kembali ingatan-ingatan sebelumnya karena merasa sudah siap mahasiswa yang awalnya takut jadi senang kalkulus differensial.
3. Motivasi mengerjakan kuis kalkulus differensial mahasiswa belum optimal, hal ini dikarenakan belum terbiasanya mahasiswa mendapatkan kuis sebelum perkuliahan dimulai. Adanya ketekunan mengerjakan dan menyelesaikan kuis dari mahasiswa ada, akan tetapi karena kesiapan dan kekurangbiasaan dalam perkuliahan ada kuis menjadikan motivasi mahasiswa perlu ditambah.
4. Bentuk motivasi yang dilakukan dosen juga dapat dikatakan berhasil karena dari angket menunjukkan kenaikan dan dalam kategori tinggi, disamping itu juga didukung dari hasil observasi dan wawancara yang diberikan ke responden. Adapun motivasi yang diberikan salah satunya berbentuk pemberian nilai bagi mahasiswa yang maju mengerjakan soal ke depan atau yang mau menjawab soal/pertanyaan.
5. Adanya penerapan pemberian kuis menjadikan mahasiswa tidak ada yang datang terlambat.

Pada penelitian ini motivasi mahasiswa dalam belajar meningkat dari siklus I ke siklus II. Nilai rata-rata hasil belajar kalkulus differensial pun meningkat dari hasil tes diagnostik I ke tes diagnostik II. Peningkatan rata-rata nilai mahasiswa ini belum seperti yang peneliti harapkan karena kalau diklasifikasi sesuai aturan UAD nilai berubah dari nilai C ke nilai B. Peningkatan motivasi belajar mahasiswa terhadap pembelajaran dengan metode ekspositori dengan pemberian kuis mengalami peningkatan dari siklus I dengan persentase 80,3661% menjadi 81,8459% pada siklus II.

Secara keseluruhan dapat disimpulkan bahwa motivasi belajar kalkulus differensial mahasiswa meningkat. Upaya untuk meningkatkan motivasi belajar kalkulus differensial mahasiswa pendidikan matematika semester II Program studi pendidikan matematika FKIP UAD tahun ajaran 2010/2011 mendapat tanggapan yang positif dari mahasiswa.

## **SIMPULAN DAN SARAN**

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilaksanakan dalam dua siklus maka dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan metode ekspositori dengan pemberian kuis dapat meningkatkan motivasi belajar kalkulus differensial mahasiswa dan juga dapat meningkatkan hasil belajar mahasiswa.

Dari hasil penelitian ini peneliti menyarankan dua hal, yaitu (1)Pemberian kuis dalam setiap pertemuan dalam perkuliahan dapat dilakukan untuk memacu mahasiswa belajar dan sebagai salah satu usaha dosen agar mahasiswa tidak terlambat kuliah.(2) Penelitian ini lebih baik lagi dilanjutkan dengan mengadakan penelitian sejauh mana keefektifan metode ekspositori dengan pemberian kuis.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Arikunto, Suharsimi. 2008. *Penelitian Tindakan Kelas*. Balai Pustaka. Jakarta.
- Aqib,Z.2009. *Penelitian Tindakan Kelas Untuk Guru*. CV Krama Widya.Bandung
- Hamalik, Oemar. 2001. *Proses Belajar Mengajar* .Jakarta : Bumi Aksara. Jakarta.

- Hudojo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Depdikbud. Jakarta
- Munandar, Utami. 1992. *Mengembangkan Bakat dan Kreatifitas Anak Sekolah*. Gramedia. Jakarta.
- Purwanto, Ngalim .1984. *Psikologi Pendidikan*. Remadja Karya. Bandung.
- Sardiman, A.M. 1996. *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*. Raja Grafindo Persada. Jakarta.
- Sanjaya, W. 2010. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Kencana. Jakarta.
- Soemanto, Wasty. 1990. *Psikologi Pendidikan*. Rineka Cipta. Jakarta
- Sujana, Nana. 1991. *Penelitian Hasil Belajar Mengajar*. Remaja Rosdakarya. Bandung.
- Sunaryo. 1989. *Strategi Belajar Mengajar Ilmu Pengetahuan Sosial*. FKIP. Malang
- Winkel, W.S. 1996. *Psikologi Pengajaran*. Jurusan Ilmu Pendidikan FKIP Sanata Darma. Yogyakarta.

**KESALAHAN SISWA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA:  
TEMUAN BERHARGA BAGI PARA GURU  
DALAM KEGIATAN *LESSON STUDY***

**Elly Arliani**

*Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta*  
arliani\_elly@yahoo.com

**Abstrak**

*Lesson Study* merupakan kegiatan kolaborasi para guru untuk meningkatkan kualitas pembelajaran mereka. Pada kegiatan *lesson study* para guru secara kolaboratif merencanakan, melaksanakan, dan mengevaluasi pembelajaran riil dari kelas yang sesungguhnya. Dengan memfokuskan pengamatan pada bagaimana siswa belajar, para guru akan dapat melihat mana siswa yang dapat belajar dan mana siswa yang melakukan kesalahan dalam pembelajaran. Sejeli apapun guru model, kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam pembelajaran tidak seluruhnya dapat ditemukan oleh guru model tanpa bantuan dari para guru pengamat. Kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa selama proses pembelajaran merupakan temuan berharga bagi para guru guna memperbaiki kualitas pembelajaran mereka. Mereka mengevaluasi bagaimana kesalahan-kesalahan itu dapat terjadi dan bagaimana cara mengatasinya sedemikian sehingga mereka dapat membelajarkan para siswanya. Tulisan ini berdasarkan pengalaman penulis sebagai dosen pendamping guru-guru matematika se kecamatan Banguntapan dan Piyungan dalam melaksanakan kegiatan *lesson study* berbasis MGMP tahun 2008-2010 dan dosen pendamping guru-guru SMPN 1 Pleret dalam melaksanakan kegiatan *lessons study* berbasis sekolah tahun 2011-sekarang.

**Kata kunci:** kesalahan siswa, *lesson study*.

**PENDAHULUAN**

Dalam rangka untuk meningkatkan mutu pendidikan, khususnya pada mata pelajaran matematika, para pendidik atau guru dituntut untuk selalu meningkatkan diri, baik dalam pengetahuan matematika maupun pengelolaan proses belajar mengajar. Kegiatan *lesson study* yang terdiri dari tahap-tahap *plan-do-see* menjembatani para guru yang tergabung dalam kegiatan *lesson study* untuk saling memberi dan berbagi pengalaman guna meningkatkan kualitas pembelajaran mereka. Secara kolaboratif para guru merencanakan langkah-langkah pembelajaran, salah seorang sebagai guru model mempraktikkannya dan guru-guru yang lain sebagai pengamat, Selanjutnya mereka mengevaluasi pembelajaran yang telah dilaksanakan, memperbaiki pembelajaran yang telah dilaksanakan, mempraktikkannya lagi, kemudian mengevaluasi kembali proses pembelajaran yang berlangsung dan berbagi pengalaman dari temuan dan hasil evaluasi tersebut. Kegiatan yang dilakukan secara kolaboratif ini memungkinkan bagi para guru pengamat maupun guru model untuk menemukan kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam pembelajaran yang berlangsung yang tidak seluruhnya dapat ditemukan oleh guru model. Kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa selama proses pembelajaran merupakan temuan berharga bagi para guru guna memperbaiki kualitas pembelajaran mereka. Mereka mengevaluasi bagaimana kesalahan-kesalahan itu dapat terjadi dan bagaimana cara mengatasinya, apa yang harus diperbaiki guru dalam pembelajaran sedemikian sehingga para siswa, tanpa terkecuali, benar-benar mencapai tujuan pembelajaran.

Tulisan ini dihasilkan dari pengalaman penulis selama menjadi dosen pendamping dalam kegiatan *Lesson Study* berbasis Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP) guru-guru Matematika SMP dan MTs di Kecamatan Piyungan dan Banguntapan, Kabupaten Bantul, Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta sejak tahun 2008 hingga 2010 dan dosen pendamping dalam kegiatan *Lesson Study* berbasis Sekolah di SMPN 1 Pleret Bantul, sejak Maret 2011 hingga sekarang.

## LESSON STUDY

*Lesson study* merupakan suatu proses jangka panjang yang membutuhkan usaha berkesinambungan dari sekelompok guru yang berkolaborasi untuk meningkatkan kualitas pembelajaran mereka. Tahapan *lesson study*, yaitu *plan-do-see* (merencanakan-melaksanakan-refleksi/melihat kembali), dilakukan berulang-ulang guna menciptakan pembelajaran yang membelajarkan siswa. Menurut Sumar Hendayana dkk (2006: 10), *lesson study* adalah suatu model pembinaan profesi pendidik melalui pengkajian pembelajaran secara kolaboratif dan berkelanjutan berdasarkan prinsip-prinsip kolegialitas dan *mutual learning* untuk membangun komunitas belajar (*learning community*). Jadi, melalui kegiatan *lesson study* para guru saling belajar, berbagi, dan bekerjasama pada setiap tahap *lesson study* untuk meningkatkan kualitas diri dan pembelajaran mereka.

Pada tahap *plan*, para guru memilih siapa diantara mereka yang akan menjadi guru model, apa topik materi yang akan dipelajari siswa dan siswa kelas berapa. Setelah itu mereka merencanakan bagaimana pembelajaran akan dilaksanakan, media apa yang digunakan, dan bagaimana LKS (Lembar Kegiatan Siswa) dibuat sedemikian sehingga seluruh siswa yang akan terlibat dalam pembelajaran mencapai tujuan pembelajaran. Selanjutnya, apa saja yang telah direncanakan tersebut dituangkan dalam suatu Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP). Para guru juga harus bisa menduga bagaimana respons siswa dalam pembelajaran dan apa saja pertanyaan-pertanyaan yang mungkin muncul dari siswa. Hal ini penting agar guru model dapat menciptakan pembelajaran yang menyenangkan dan dapat membelajarkan para siswanya. Rekan guru biasanya banyak berbagi berpengalaman dalam pada tahap *plan* ini. Kemampuan guru dalam merencanakan dan melaksanakan pembelajaran sangat berpengaruh terhadap keberhasilan proses belajar para siswanya. Sebagaimana yang dikatakan Kauchak dan Eggen (2005: 391), "*Carefull planning helps teachers define their goal and make sure that instructional activities are aligned with this goals*".

Pada tahap *do*, para guru pengamat memfokuskan perhatian pada bagaimana siswa belajar, apakah siswa dapat belajar, adakah siswa yang mengalami kesulitan, dan apa saja kesalahan siswa yang terjadi dalam pembelajaran yang sedang berlangsung. Mereka mencatat apa saja temuan yang diperoleh selama pembelajaran berlangsung dan pelajaran berharga apa yang dapat mereka peroleh jika ada. Keberadaan para guru pengamat di dalam kelas seyogyanya tidak mengganggu proses pembelajaran. Mereka berdiri dengan tanpa menghalangi pandangan siswa ke guru model dan ke papan tulis, ataupun ke media yang menjadi bagian dalam proses pembelajaran. Selama proses pembelajaran sedang berlangsung, sama pengamat sebaiknya tidak berbicara di kelas agar tidak mengganggu siswa yang sedang belajar. Para guru pengamat tidak boleh mengintervensi pembelajaran yang sedang berlangsung. Mereka tidak diperkenankan membantu siswa yang sedang mengalami kesulitan. Jika ada siswa yang bertanya pada guru pengamat, mintalah siswa tersebut mengacungkan tangan dan bertanya pada guru model.

Pada tahap *refleksi*, pertama-tama guru model memaparkan apa saja yang sudah dilaksanakannya sesuai RPP, apa saja yang belum terlaksana, dan apa saja kegiatan ataupun sesuatu yang dilakukan guru model yang tidak sesuai dengan apa yang telah direncanakan sebelumnya. Hal ini mungkin saja terjadi jika respons siswa dalam pembelajaran di luar dugaan guru model yang menyebabkan guru model melakukan improvisasi. Selanjutnya para guru pengamat bergantian memaparkan temuan-temuan yang diperoleh pada pembelajaran yang diamati. Temuan-temuan yang berupa masalah selama pembelajaran dikupas tuntas satu persatu pada tahap refleksi ini. Saran-saran yang diberikan biasanya berdasarkan pengalaman rekan-rekan guru. Segala temuan berguna, baik untuk guru model maupun para guru pengamat untuk perbaikan pembelajaran mereka.

## KESALAHAN SISWA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Dalam pembelajaran matematika, kesalahan mempelajari suatu konsep terdahulu akan berpengaruh terhadap pemahaman konsep berikutnya karena matematika merupakan pelajaran yang tersruktur. Herman Hudojo (2001: 3) menyatakan bahwa matematika berkenaan dengan ide-ide/ konsep-konsep abstrak yang tersusun secara hierarkis dan penalarannya deduktif. Oleh karenanya, dalam proses pembelajaran matematika tidak semua siswa selalu berhasil mencapai

tujuan pembelajaran. Jika ada saja siswa yang tidak dapat belajar, ini berarti ia mengalami kesulitan yang berakibat pada terjadinya kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal matematika.

Ada beberapa sebab terjadinya kesalahan siswa dalam pembelajaran matematika, yaitu kesalahan dalam memahami soal, kesalahan dalam menggunakan rumus, kesalahan dalam operasi penyelesaiannya, ataupun kesalahan dalam menyimpulkan. Menurut Suhartin (1982: 20-21), penyebab terjadinya kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal matematika adalah: 1. tidak menguasai bahasa, 2. tidak menguasai rumus atau konsep, dan 3. kurang menguasai teknik berhitung.

## **KESALAHAN SISWA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA:**

### **TEMUAN BERHARGA BAGI PARA GURU DALAM KEGIATAN *LESSON STUDY***

Dalam kegiatan refleksi (*see*), guru model bersama-sama para guru pengamat, memaparkan bagaimana proses pembelajaran yang telah berlangsung, apakah semua siswa dapat memahami topik pembelajaran, adakah bagian pembelajaran yang seharusnya dapat dijelaskan dengan lebih baik, atau apakah ada bagian yang seharusnya tidak terlalu banyak, apakah persiapan guru model sudah cukup, apakah media, LKS, dan kegiatan kelompok yang dilakukan sudah tepat untuk pembelajaran topik tersebut dan dapat membantu pemahaman siswa dengan optimal, apa saja temuan yang mereka peroleh, pelajaran berharga apa yang dapat mereka peroleh. Mereka menyadari tidak ada pembelajaran yang sempurna, oleh karenanya mereka yakin akan selalu ada yang dapat mereka peroleh setiap kali melaksanakan *lesson study*. Pembelajaran dengan RPP dan guru model yang sama, namun dilaksanakan pada kelas paralel yang berbeda, akan diperoleh temuan yang berbeda pula. Begitu juga, pembelajaran dengan RPP yang sama, namun guru model dan kelas berbeda, akan ditemui suasana belajar dan perolehan yang berbeda.

Pada saat refleksi, salah satu temuan yang selalu segera dicari solusinya adalah jika ditemukan ada siswa yang melakukan kesalahan dalam pembelajaran ataupun siswa yang tidak dapat belajar. Para guru mengkaji mengapa siswa melakukan kesalahan? Apa yang menyebabkan siswa melakukan kesalahan? Apakah kesalahan itu merupakan kesalahan umum atau khusus? Apakah media dan LKS kurang membantu siswa untuk belajar? Apakah kegiatan kelompok tidak memberikan kontribusi pembelajaran siswa? Selain itu, perlu juga diperhatikan apakah guru model sudah melaksanakan pembelajaran dengan baik sehingga dapat membuat siswa memahami apa yang dipelajari. Kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa selama pembelajaran secara tidak langsung menunjukkan bahwa ada beberapa hal dari pembelajaran yang perlu dibenahi.

Pengalaman penulis mendampingi para guru-guru SMP melaksanakan *lesson study*, salah satu temuan yang berupa kesalahan siswa dalam pembelajaran contohnya pada pembelajaran lingkaran dalam dan lingkaran luar segitiga untuk siswa SMP kelas VIII di SMP Muhammadiyah Banguntapan tanggal 11 Maret 2010. Pada pembelajaran ini, sebagian besar siswa pada awalnya tidak dapat melukis lingkaran dalam maupun lingkaran luar segitiga dengan benar meski sebelumnya guru model sudah mempraktekkannya di papan tulis. Pada saat pembelajaran guru model terlihat sibuk membimbing dari satu meja ke meja siswa yang lain. Pada saat refleksi, hal ini diangkat sebagai temuan oleh beberapa orang guru yang kemudian secara bersama-sama mencari solusinya. Solusi yang mereka sepakati untuk topik tersebut, yaitu setelah guru model mendemonstrasikan bagaimana melukis lingkaran dalam maupun lingkaran luar segitiga, guru model bersama-sama siswa sebaiknya menuliskan langkah-langkah yang telah dikerjakan sebelum siswa mempraktekkannya sendiri. Hal ini penting bagi siswa sebab mereka dapat berlatih mengulang kembali melukis lingkaran dalam maupun lingkaran luar segitiga di rumah atau pada saat lain. Saran lain yang diberikan pada refleksi mengenai pembelajaran yang telah diamati di atas adalah perlunya melatih siswa bagaimana menggunakan jangka yang benar sebab menurut pengamatan para guru pengamat, ternyata banyak siswa di kelas tersebut yang belum dapat menggunakan jangka dengan benar. Pada pembelajaran yang lain, berdasar pengalaman penulis, kesalahan siswa biasanya adalah kesalahan dalam proses menghitung ataupun kesalahan dalam menyimpulkan.



## KESIMPULAN

Kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa selama pembelajaran secara tidak langsung menunjukkan bahwa ada beberapa hal dari pembelajaran yang perlu dibenahi,. Apakah LKS yang digunakan belum memadai untuk membelajarkan siswa, apakah mediana, apakah guru model sudah melaksanakan pembelajaran dengan baik, apakah kegiatan kelompok sudah tepat untuk topik pembelajaran yang diamati dan dapat dengan optimal membantu pemahaman siswa.

Kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam pembelajaran matematika ada yang merupakan kesalahan umum, dimana hampir kebanyakan siswa melakukan kesalahan, ada juga yang merupakan kesalahan khusus, dimana hanya satu atau dua siswa saja yang melakukan kesalahan. Kesalahan khusus ini biasanya adalah kesalahan dalam proses menghitung ataupun kesalahan dalam menyimpulkan . Kesalahan seorang siswa dalam pembelajaran yang ditemukan langsung oleh guru, bisa jadi merupakan kesalahan siswa yang lain juga namun tidak terlihat oleh guru model. Oleh karenanya, jika guru model menemukan langsung kesalahan yang dilakukan oleh salah seorang siswa maka sebaiknya guru meminta perhatian seluruh siswa di kelas tersebut bahwa ia telah menemukan salah seorang siswa yang melakukan kesalahan, dengan tanpa menyebut nama siswa yang bersangkutan. Pemberitahuan ini penting sebab bisa jadi ada siswa lain yang juga melakukan kesalahan yang sama, sehingga guru tidak perlu memperbaiki kesalahan yang sama berulang-ulang. Ada baiknya guru menuliskan temuan itu di papan tulis dan bertanya pada seluruh siswa dimana letak kesalahannya.Selanjutnya, sebelum guru menjelaskan bagaimana yang seharusnya, terlebih dahulu tanyakan apakah ada diantara siswa di kelas tersebut yang dapat membantu bagaimana seharusnya sehingga kesalahan itu tidak terjadi. Pertanyaan yang diajukan guru ini sangat berguna untuk mengetahui siapa saja siswa yang dapat belajar dan sejauh apa yang dapat mereka pelajari tentang topik yang dipelajari. Dengan demikian guru juga dapat mengetahui apakah kesalahan siswa yang ditemukan merupakan kesalahan kebanyakan siswa yang lain.

Dalam kegiatan *lesson study* , kesalahan-kesalahan siswa dalam pembelajaran matematika adalah temuan berharga bagi para guru untuk meningkatkan kualitas pembelajaran mereka di masa yang akan datang. Para guru berdasarkan pengalaman mereka berbagi untuk saling belajar bagaimana agar mereka dapat membelajarkan para siswanya. Dalam kegiatan refleksi, hal yang paling sering dibicarakan para guru adalah kesalahan-kesalahan siswa selama pembelajaran. Mereka membahas bagaimana upaya dan langkah-langkah yang harus dilakukan untuk meminimalisir kesalahan-kesalahan ini pada pembelajaran mereka dengan topik yang sama pada pembelajaran yang akan datang di kelas lainnya. Hasil evaluasi yang diperoleh tidak hanya berguna untuk pembelajaran dengan topik yang sama, beberapa solusi yang diperoleh ada juga yang dapat diaplikasikan pada pembelajaran mereka dengan topik yang berbeda. Inilah salah satu manfaat *lesson study*, ada saja pelajaran berharga yang dapat dipetik para guru peserta kegiatan *lesson study* dalam setiap kegiatan *lesson study*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Herman Hudojo. (2001). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Universitas Negeri Malang
- Kauchak, D & Eggen, P. (2005). *Introduction to Teacher Becoming a Profesional*. New Jersey: Pearson Merrill Prentice Hall.
- Suhartin. 1982. *Mengatasi Kesulitan-Kesulitan Dalam Pendidikan Anak*. Jakarta: PT BPK Gunung Mulia
- Sumar Hendayana dkk. (2006). *Lesson Study suatu Strategi untuk Meningkatkan Keprofesionalan Pendidik* (Pengalaman IMSTEP JICA): Bandung: IMSTEP JICA

## IMPLEMENTASI METODE *INQUIRI* DIPADUKAN DENGAN STRATEGI KOOPERATIF UNTUK MEMBANGUN KEMAMPUAN BERFIKIR KRITIS MATEMATIS PADA SISWA SMP

Endang L, Fitriana Yuli S., dan Wahyu S

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

### Abstrak

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas yang dilaksanakan secara kolaboratif dan partisipatif antara peneliti dan guru matematika kelas VIII dengan tujuan untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa kelas VIII SMP pada pembelajaran matematika melalui pembelajaran kooperatif tipe *Think-Pair-Share (TPS)* dipadukan dengan metode *Inquiri*. Subyek penelitian adalah siswa kelas VIII MTs. Al Mahalli Pleret Bantul sebanyak 21 siswa. Penelitian dilaksanakan dalam 2 siklus. Siklus 1 terdiri dari tiga pertemuan dan siklus 2 terdiri dari dua pertemuan. Instrumen penelitian berupa lembar observasi, soal tes, rubrik penilaian kemampuan berpikir kritis. Teknik pengumpulan data dilakukan dengan observasi, pelaksanaan tes, catatan lapangan dan dokumentasi. Data yang dikumpulkan adalah data hasil observasi proses pembelajaran dan data hasil tes. Data hasil observasi digunakan untuk mengukur keterlaksanaan proses pembelajaran *TPS* dipadukan dengan metode *Inquiri*. Data hasil tes digunakan untuk mengukur kemampuan berpikir kritis siswa pada pembelajaran matematika. Selanjutnya data-data tersebut dianalisis secara deskriptif kualitatif.

Pembelajaran *TPS* yang dipadukan dengan *inquiri* meliputi 3 tahap kegiatan. Pertama, pembelajaran diawali guru dengan cara mengajukan pertanyaan/masalah pada LKS kepada siswa untuk dipikirkan secara mandiri (*think*). Kedua, siswa berdiskusi dengan pasangannya (*pair & menemukan*) untuk mengerjakan LKS dan menulis hasil diskusi. Ketiga, hasil diskusi kemudian dipresentasikan oleh beberapa kelompok berpasangan (*share*).

Kesimpulan dari penelitian ini adalah pembelajaran kooperatif tipe *Think-Pair-Share* dipadukan dengan metode *Inquiri* dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa pada pembelajaran matematika. Peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa pada pembelajaran matematika tersebut ditunjukkan oleh : 1) peningkatan rata-rata persentase skor siswa pada tiap aspek kemampuan berpikir kritis yaitu: aspek memberikan penjelasan sederhana pada siklus 1 sebesar 46,% (kategori rendah) dan pada siklus 2 meningkat menjadi 62% (kategori sedang); aspek mengatur strategi dan taktik pada siklus 1 sebesar 50% (kategori rendah) dan pada siklus 2 meningkat menjadi 70% (kategori sedang); dan aspek menyimpulkan pada siklus 1 sebesar 50% (kategori rendah) dan pada siklus 2 meningkat menjadi 65% (kategori sedang); 2) Rata-rata sebesar 70% dari seluruh siswa mengalami peningkatan hasil tes dari ketiga aspek kemampuan berpikir kritis.

**Kata Kunci** : Berfikir kritis, *Inquiri*, kooperatif

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang Masalah

Kemampuan berpikir merupakan kemampuan yang sangat esensial untuk kehidupan. Kemampuan seseorang untuk dapat berhasil dalam kehidupannya antara lain ditentukan oleh keterampilan berpikirnya, terutama dalam upaya memecahkan masalah-masalah kehidupan yang

dihadapinya. Kemampuan berfikir akan mempengaruhi keberhasilan hidup karena menyangkut apa yang akan dikerjakan dan apa yang akan dihasilkan individu.

Untuk menghadapi perkembangan ilmu dan teknologi yang demikian pesat dan permasalahan yang semakin kompleks, diperlukan kemampuan atau keterampilan berpikir kritis. Keterampilan berfikir kritis dapat dikembangkan baik secara langsung maupun tak langsung dalam pembelajaran matematika. Pembelajaran matematika yang diarahkan pada pembelajaran konstruktivisme yang membentuk pembelajaran penuh makna tidak akan berlangsung baik tanpa adanya pembelajaran yang memungkinkan siswanya untuk berfikir kritis (Jarrett, D:1997).

Metode *Inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif merupakan salah satu cara untuk mengembangkan kemampuan berfikir kritis dalam pembelajaran matematika. Dengan kegiatan inkuiri, siswa dapat belajar secara aktif untuk merumuskan masalah, melakukan penyelidikan, menganalisis dan menginterpretasikan data, serta mengambil keputusan untuk memecahkan masalah yang dihadapinya (Jarrett, D:1997). Perpaduan metode inkuiri dengan strategi kooperatif dapat melatih siswa untuk bekerjasama dengan teman sebayanya. Ditinjau dari tahapan-tahapan pembelajarannya model pembelajaran inkuiri yang dipadukan dengan strategi kooperatif dapat mengakomodasi kegiatan-kegiatan yang mengarah pada pengembangan berfikir kritis siswa. Oleh karena itu dalam penelitian ini digunakan tahapan-tahapan dalam metode inkuiri yang dipadukan dengan strategi kooperatif untuk mengembangkan kemampuan berfikir kritis matematis siswa.

Dari penelitian ini diharapkan akan meningkatkan baik hasil belajar maupun kemampuan berfikir kritis siswa, yang merupakan salah satu program IMHERE yaitu meningkatkan *soft skill* berupa kemampuan berfikir kritis. Beberapa mahasiswa dilibatkan dalam penelitian ini. Tema-tema yang berkaitan dengan kemampuan berfikir kritis matematis dikembangkan di sekolah sebagai tugas akhir mahasiswa. Penelitian ini ditargetkan untuk mempercepat penyelesaian tugas akhir mahasiswa sehingga akan mempercepat waktu studi mahasiswa jurusan pendidikan matematika yang juga merupakan salah satu program IMHERE.

## B. Rumusan masalah

Masalah yang dapat dirumuskan dalam penelitian ini adalah:

2. Bagaimanakah implementasi metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif pada pembelajaran matematika?
3. Bagaimanakah dampak penerapan metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif dalam meningkatkan hasil belajar siswa?
4. Bagaimanakah dampak penerapan metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif dalam meningkatkan kemampuan berfikir kritis siswa?

## C. Tujuan penelitian

Secara umum tujuan penelitian ini adalah untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika ditinjau dari kemampuan berfikir kritis dan hasil belajar siswa melalui pembelajaran berbasis metode *inquiri* dipadukan dengan strategi kooperatif. Tujuan umum tersebut dapat dijabarkan dalam tujuan yang lebih rinci sebagai berikut:

1. Mendiskripsikan implementasi metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif pada pembelajaran matematika siswa SMP
2. Mendiskripsikan dampak penerapan metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif dalam meningkatkan hasil belajar matematika siswa.
3. Mendiskripsikan dampak penerapan metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif tipe *Think Pair Share* dalam meningkatkan kemampuan berfikir kritis siswa.

4. Mengidentifikasi hambatan-hambatan apakah yang dihadapi dalam implementasi metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif tipe *Think Pair Share* pada pembelajaran matematika SMP.

#### **D. Manfaat penelitian**

Dengan pembelajaran yang menerapkan metode *inquiri* dipadukan dengan strategi kooperatif tipe *Think Pair Share* diharapkan dapat meningkatkan kemampuan berfikir kritis dan hasil belajar matematika siswa. Disamping itu juga akan meningkatkan *soft skill* lainnya seperti kemampuan komunikasi, bekerjasama, pemecahan masalah, sekalipun kompetensi tersebut tidak secara langsung diukur dalam penelitian ini.

### **METODE PENELITIAN**

#### **A. Subjek Penelitian**

Subjek penelitian ini adalah siswa MTs. Al Mahalli Pleret Bantul Yogyakarta. Objek penelitian meliputi seluruh proses pembelajaran beserta kemampuan siswa dalam berpikir kritis matematis.

#### **B. Prosedur Penelitian**

##### **Siklus I**

##### **a. Perencanaan**

Kegiatan pada tahap ini meliputi:

1. Penyusunan disain pembelajaran yang mencakup penentuan jenis dan topik yang akan dijadikan tugas kelompok, penentuan kelompok, dan kegiatan pembelajaran baik dalam kelompok maupun kelas.
2. Menyusun RPP dan media pembelajaran

##### **b. Tindakan**

Tindakan berupa pembelajaran sesuai dengan rancangan pembelajaran yang telah dibentuk sesuai dengan prinsip-prinsip metode *inquiri* yang dipadukan dengan strategi kooperatif tipe *think pair share*.

Tahapan dalam pembelajaran ini: *think – pair inquiri - share*

##### **c. Observasi**

Selama kegiatan pembelajaran dilakukan observasi terhadap aktivitas siswa selama pembelajaran, pada saat diskusi, dan keterlaksanaan tindakan serta hambatan-hambatan yang ditemui. Untuk mengetahui pencapaian tujuan yang direncanakan yaitu peningkatan kemampuan berfikir kritis dan hasil belajar siswa dilakukan evaluasi terhadap kemampuan berfikir kritis siswa dan ujian/tes.

##### **d. Refleksi**

Pada akhir siklus dilakukan refleksi terhadap pelaksanaan pembelajaran berdasarkan hasil observasi, hasil penilaian kemampuan berfikir kritis, dan hasil tes.

Hal-hal yang menjadi perhatian pada tahap refleksi ini adalah:

Penilaian terhadap keterlaksanaan tindakan, hambatan-hambatan yang muncul, serta kemajuan-kemajuan yang telah dicapai yang meliputi aspek-aspek aktivitas siswa, kemampuan berfikir kritis siswa, dan hasil belajar siswa. Perencanaan untuk tindakan berikutnya disusun berdasarkan hasil refleksi.

##### **Siklus II**

Tahapan-tahapan yang dilakukan pada siklus I diulangi pada siklus II, dengan beberapa perbaikan berdasarkan hasil refleksi pada siklus I. beberapa aspek yang menjadi indikator keberhasilan proses pembelajaran adalah meningkatnya aktivitas siswa, meningkatkan hasil belajar siswa (hasil tes), dan kemampuan berfikir kritis siswa.

**e. Instrumen Penelitian**

Untuk memperoleh data penelitian digunakan tiga jenis instrument penelitian dan sumber belajar. Instrument yang dimaksud adalah:

- a. Rubrik berfikir kritis
- b. Pedoman observasi pembelajaran
- c. Tes

**f. Analisis Data**

Data penelitian diperoleh dari hasil observasi selama pembelajaran berlangsung, dan tes. Analisis data yang digunakan adalah kuantitatif dan kualitatif. Teknik kualitatif digunakan untuk mendiskripsikan keterlaksanaan rencana tindakan, menggambarkan hambatan-hambatan yang muncul dalam pelaksanaan pembelajaran dan mendiskripsikan aktivitas dan partisipasi siswa dalam kegiatan pembelajaran dan kemampuan berfikir kritis berdasarkan hasil pengamatan. Sedangkan analisis kuantitatif digunakan untuk mendiskripsikan tentang efektivitas dari pembelajaran yang meliputi hasil belajar dan kemampuan berfikir kritis siswa. Untuk menentukan hasil belajar siswa digunakan hasil tugas kelompok, hasil tes, serta hasil penilaian terhadap aktivitas dan partisipasi siswa dalam pembelajaran. Kemampuan berfikir kritis siswa ditentukan berdasarkan hasil penilaian kemampuan berfikir kritis berdasarkan skala penilaian yang disusun. Peningkatan kualitas pembelajaran ditentukan pada pencapaian aspek-aspek pembelajaran dan kemampuan berfikir kritis siswa.

**HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

**A. Deskripsi Pelaksanaan Penelitian Tindakan Kelas**

Penelitian ini dilakukan pada bulan Februari – Maret 2012, di kelas VIII MTs. Al Mahalli Pleret Bantul, dengan topik Garis singgung persekutuan luar dan dalam dua lingkaran.

**Tabel 1. Hasil Tes Akhir Siklus 1 dan 2**

Aspek Kemampuan Berpikir Kritis	Siklus 1		Siklus 2	
	Rata-rata persentase skor siswa	Kategori	Rata-rata persentase skor siswa	Kategori
Memberikan penjelasan sederhana	46 %	rendah	62 %	sedang
Mengatur strategi dan taktik	50 %	rendah	70%	Sedang
Menyimpulkan	50 %	rendah	65 %	Sedang

Data hasil tes akhir siklus 1 dan 2 juga menunjukkan bahwa lebih dari 60 % dari banyak siswa mengalami peningkatan hasil tes pada rata-rata tiap aspek kemampuan berpikir kritis.

**Tabel 2. Peningkatan Hasil Tes Tiap Aspek Berpikir Kritis**

Aspek Kemampuan Berpikir Kritis	Banyak siswa yang mengalami peningkatan	Rata-rata peningkatan tiap aspek
Memberikan penjelasan sederhana	66,7 %	<b>69,9 %</b>
Mengatur strategi dan taktik	76,2 %	
Menyimpulkan	66,7 %	

## **B. Hasil penelitian dan pembahasan**

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa kelas VIII SMP Al Mahalli dengan model pembelajaran kooperatif tipe *Think-Pair-Share (TPS)*, dipadukan dengan inkuiri. Peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa pada pembelajaran matematika tersebut kemudian dideskripsikan secara kualitatif.

### **1. Pelaksanaan Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think-Pair-Share (TPS)* dipadukan dengan inkuiri**

Dari deskripsi hasil penelitian siklus 1 dan 2, tampak adanya kemajuan dalam pelaksanaan pembelajaran kooperatif tipe *think-pair-share* pada pembelajaran matematika. Pelaksanaan *think-pair-share* pada siklus 1 belum berlangsung optimal. Batasan antara tahap *think* dan *pair* belum terlihat jelas karena siswa cenderung langsung bertanya kepada pasangan bila mengalami kesulitan. Demikian pula dengan inkuiri, siswa cenderung bertanya sebelum memikirkan terlebih dahulu. Siswa juga belum aktif berpendapat sehingga guru pelaksana masih harus sering-sering membantu jalannya diskusi dan presentasi.

Beberapa kekurangan pada siklus 1 ini disebabkan oleh kebiasaan belajar siswa sebelumnya, yaitu siswa lebih banyak mendengarkan, mencatat informasi yang disampaikan guru dan menunggu penjelasan guru. Hal ini menyebabkan sebagian siswa masih tergantung kepada guru, ketergantungan pada guru menyebabkan siswa bersikap pasif pada proses pembelajaran, hal ini sesuai dengan pendapat Castronova, J. A. (2002). Ini bertentangan dengan prinsip pembelajaran kooperatif, dimana siswa diharapkan untuk aktif melaksanakan pembelajaran dan mempunyai pengalaman langsung untuk menemukan konsep dan memahami materi (Lie, A. 2004).

Namun dibandingkan dengan proses pembelajaran sebelumnya, kegiatan belajar siswa mengalami peningkatan pada pembelajaran dengan tipe *think-pair-share* dipadukan dengan inkuiri. Hal ini terlihat dari antusiasme dan keingintahuan siswa untuk memahami pelajaran yang lebih besar daripada pembelajaran dengan metode ceramah atau tanya jawab yang sebelumnya biasa diterapkan.

Guru melatih kemampuan berpikir kritis bagi siswa dengan memberikan masalah yang diselesaikan dengan memberikan penjelasan sederhana, mengatur strategi, dan menyimpulkan

Pada siklus 2, kegiatan belajar dengan *think-pair-inkuiri-share* mengalami peningkatan. Peningkatan itu ditunjukkan oleh sikap siswa yang lebih aktif dalam berdiskusi, menyampaikan pendapat dan bertanya saat mengalami kesulitan atau terjadi perbedaan pendapat. Peningkatan ini disebabkan tiga hal. Pertama, siswa sudah memiliki pengalaman melaksanakan pembelajaran kooperatif tipe *think-pair-share* yang dipadukan dengan inkuiri pada siklus 1 sehingga siswa telah terbiasa dan dapat beradaptasi untuk melaksanakan pembelajaran tersebut pada siklus 2. Kedua, siswa diberikan kesempatan lebih banyak untuk aktif mengemukakan pendapatnya baik pada tahap *pair-inkuiri* maupun *share*. Ketiga, pengawasan dan bantuan pada diskusi kelompok lebih intensif dan merata sehingga siswa merasa termotivasi untuk lebih semangat dalam melaksanakan pembelajaran.

Seperti halnya pada siklus 1, pada siklus 2 guru juga berperan dalam melatih kemampuan berpikir kritis siswa. Guru memberi kesempatan siswa untuk bertanya, menyelidiki dan menemukan penyelesaian masalah agar dapat mendorong rasa keingintahuan intelektual siswa. Siswa juga diingatkan untuk memiliki sikap kehati-hatian intelektual dengan mengecek ketidakakuratan dan kesalahan dalam melakukan perhitungan agar lebih cermat dan teliti. Karena perhitungan yang salah akan menghasilkan

penyelesaian yang tidak tepat. Hal-hal yang diupayakan oleh guru dan peneliti ini sesuai dengan pendapat Daniel Perkins dan Sarah Tishman (1997) dalam Santrock (2008:360) bahwa keterampilan berpikir kritis siswa yang dapat dilatihkan oleh guru di antaranya berpikir terbuka, rasa ingin tahu intelektual dan kehati-hatian intelektual.

Pembelajaran kooperatif tipe *think-pair-inkuiri-share* dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa pada pembelajaran matematika dikarenakan tahapan kegiatan pada pembelajaran *think-pair-share* mengkondisikan siswa agar dapat mengembangkan kemampuan menemukan dan bertukar ide dan gagasan dengan siswa lain. Hal ini sesuai dengan pendapat Kyllen (1998) dalam Redhana (2002:21) yang mengemukakan bahwa pembelajaran kooperatif mengkondisikan siswa untuk dapat mempertukarkan ide-ide atau gagasan-gagasannya, dan bekerja sama,

Melalui tahap *think*, siswa berpikir secara mandiri sehingga dapat memberikan penjelasan sederhana yaitu dengan menganalisis pernyataan dan memfokuskan pertanyaan pada masalah matematika. Melalui tahap *pair-inkuiri*, siswa berdiskusi dengan pasangan dan belajar mengatur strategi dan taktik yaitu dengan menentukan tindakan yang tepat dalam menyelesaikan masalah matematika. Melalui tahap *share*, siswa saling bertukar gagasan sehingga siswa dapat mengambil keputusan terbaik dan menyimpulkan yaitu dengan membuat dan menentukan nilai pertimbangan atas penyelesaian suatu masalah matematika..

## 2. Kemampuan Berpikir Kritis Siswa pada Pembelajaran Matematika

Kemampuan berpikir kritis siswa pada pembelajaran matematika yang menggunakan pembelajaran kooperatif tipe *think-pair-inkuiri-share* diketahui melalui hasil tes akhir pada setiap siklus. Tabel 1. menunjukkan bahwa pada tes akhir siklus 1, rata-rata persentase skor siswa pada aspek memberikan penjelasan sederhana adalah 46 % , pada aspek mengatur strategi dan taktik adalah 50 % , dan pada aspek menyimpulkan adalah 29,35 % semuanya pada kategori rendah. Pada siklus 2 ketiga aspek berpikir kritis tersebut meningkat pada kategori sedang. Meskipun masih dalam kategori sedang, siklus dihentikan karena telah memenuhi indikator, telah terjadi peningkatan kemampuan berpikir kritis pada ketiga aspek tersebut. Selain itu rata-rata sebesar 70% dari seluruh siswa mengalami peningkatan hasil tes dari ketiga aspek kemampuan berpikir kritis.

## PENUTUP

### A. Kesimpulan

Dari analisis data dan pembahasan hasil penelitian tindakan kelas, dapat diambil simpulan sebagai berikut.

1. Pembelajaran kooperatif tipe *Think-Pair-Share (TPS)* yang dipadukan dengan inkuiri dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis siswa kelas VIII MTs. Al Mahalli Pleret bantul pada pembelajaran matematika.  
Kemampuan berpikir kritis siswa pada pembelajaran matematika dilatihkan melalui tahapan kegiatan *think-pair,inkuiri-share*.
2. Peningkatan rata-rata persentase skor siswa pada tiap aspek kemampuan berpikir kritis yaitu: aspek memberikan penjelasan sederhana pada siklus 1 sebesar 46,% (kategori rendah) dan pada siklus 2 meningkat menjadi 62% (kategori sedang); aspek mengatur strategi dan taktik pada siklus 1 sebesar 50% (kategori rendah) dan pada siklus 2 meningkat menjadi 70% (kategori sedang); dan aspek menyimpulkan pada siklus 1 sebesar 50% (kategori rendah) dan pada siklus 2 meningkat menjadi 65% (kategori sedang); 2) Rata-rata sebesar 70% dari seluruh siswa mengalami peningkatan hasil tes dari ketiga aspek kemampuan berpikir kritis.

## B. Saran dan rekomendasi

Pembelajaran kooperatif tipe *Think-Pair-Share (TPS)* yang dipadukan dengan inkuiri ini dapat diimplementasikan untuk semua topik.

## DAFTAR PUSTAKA

- Castronova, J. A. (2002). *Discovery Learning for the 21<sup>st</sup> Century: What is it and how does it compare to traditional learning in the 21<sup>st</sup> Century*. Tersedia: [http://chiron.valdosta.edu/are/Litreviews/vol1no1/castronova\\_litr . pdf](http://chiron.valdosta.edu/are/Litreviews/vol1no1/castronova_litr.pdf). Diakses: 11 Desember 2010
- Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinking Processes. Dalam David Tall (editor). *Advanced Mathematical Thinking*. London : Kluwer Academic Publisier.
- Ennis, R. H (1996). *Critical Thinking*. USA : Prentice Hall, Inc.
- Ernest, P (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press.
- Evans, J.R. (1991). *Creative Thinking in the Decision and Management Sciences*. Cincinnati: South-Westren Publishing Co.
- Furner, J.P dan Robinson, S. (2004). Using TIMSS to Improve the Undergraduate Preparation of Mathematics Teachers. *IUMPST : The Journal Curriculum, Vol. 4*.
- Hassoubah, Z. I. (2004). *Developing Creative & Critical Thinking : Cara Berpikir Kreatif & Kritis*. Bandung : Nuansa.
- Huitt, W (1998). *Critical Thinking: An Overview*. Educational Psychology Interactive. Valdosta, GA: Valdosta State University.
- Jarrett, D (1997). *Inquiry Strategies for Science and Mathematics Learning*. Northwest Regional Educational Laborator
- Lie, A. (2004). *Cooperative Learning*. Jakarta: Gramedia.
- Mulyasa, E. 2004. *Model Pembelajaran Kooperatif*. Surabaya: UNESA.
- Pott, B. (1994). Strategies for Teaching Critical Thinking. *Practical Asessment, Research & Evaluation*, 4 (3).
- Quirk, B. *The NCTM Calls it "Learning Math" Chapter 4 of Understanding the Original NCTM Standards*. Tersedia: [http:// www.wgquirk.com/chap4. html](http://www.wgquirk.com/chap4.html).
- Redhana. 2002. *Meningkatkan Keterampilan Berpikir Kritis Siswa Melalui Pembelajaran Kooperatif dengan Strategi Pemecahan Masalah*. Jurnal Pendidikan dan Pengajaran IKIP Negeri Singaraja No. 3 Th. XXXVI, Juli 2003, 11-23.
- Santrock, John W. 2008. *Psikologi Pendidikan*. Edisi kedua. Jakarta: Kencana.





## **PENERAPAN ANALISIS KONJOIN RANCANGAN KOMBINASI LENGKAP DENGAN JENIS RESPON *RATING* PADA PREFERENSI MAHASISWA TERHADAP KUALITAS DOSEN SEKOLAH TINGGI ILMU STATISTIK**

**Fitri Catur Lestari, S. Si., M. Si.**

*Sekolah Tinggi Ilmu Statistik*  
[fitricaturlestari@yahoo.com](mailto:fitricaturlestari@yahoo.com)

### **Abstrak**

Preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen dari berbagai aspek dianggap penting untuk dikaji secara khusus. Dosen dengan segala karakteristik dan kualitas yang dimilikinya sangat berperan dalam menentukan kualitas suatu perguruan tinggi.

Pengukuran preferensi dapat dilakukan dengan analisis konjoin yang merupakan analisis yang khusus mengkaji tentang preferensi. Rancangan dalam analisis konjoin yang digunakan dalam penelitian ini adalah rancangan kombinasi lengkap dengan jenis data respon *rating* (nilai). Adapun prosedur analisisnya adalah regresi linear berganda dengan variabel *dummy*.

Metode penarikan sampel yang digunakan adalah metode *purposive sampling* dengan pemilihan sampel didasarkan pemerataan pada segmen yang diduga terdapat perbedaan preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen yaitu IPK, tingkat/kelas, asal SMA, jenis kelamin, dan kemampuan ekonomi (pendapatan) orang tuanya. Berdasarkan Nilai Relatif Penting (NRP), preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen yaitu penguasaan materi kuliah, pembawaan diri, penyampaian materi, kemampuan memotivasi mahasiswa, dan metode pembelajaran. Preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen berbeda-beda menurut segmen tingkat/kelas, asal SMA, jenis kelamin, dan kemampuan ekonomi (pendapatan) orang tuanya. Sedangkan preferensi terhadap kualitas dosen tidak berbeda menurut segmen IPK.

**Kata Kunci:** analisis konjoin, preferensi, kombinasi lengkap, *rating*

### **PENDAHULUAN**

Preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen dari berbagai aspek dianggap penting untuk dikaji secara khusus. Dosen dengan segala karakteristik dan kualitas yang dimilikinya sangat berperan dalam menentukan kualitas suatu perguruan tinggi. Pentingnya peran dosen dinyatakan oleh Sudiana (2003) bahwa dosen sebagai salah satu komponen perguruan tinggi berperan sangat besar dalam mewujudkan kualitas perguruan tinggi. Faktor kualitas dosen juga terbukti berpengaruh signifikan terhadap motivasi belajar mahasiswa dengan tingkat signifikansi 0,01 dan memiliki korelasi yang paling kuat di antara faktor yang lain (Pujadi, 2007). Bidang kegiatan dosen melaksanakan pendidikan dan pengajaran merupakan bidang yang lebih utama di antara 2 (dua) bidang lainnya yaitu penelitian, dan pengabdian kepada masyarakat (DPPM, 2002). Kualitas dosen pada bidang pendidikan dan pengajaran merupakan faktor yang menentukan kualitas perguruan tinggi.

Mahasiswa sebagai konsumen atau pihak yang berkepentingan (*stakeholders*) terhadap dosen pada proses belajar mengajar, layak untuk memberikan evaluasi terhadap kualitas dosen. Suatu penilaian berkaitan dengan kepuasan dan preferensi. Suatu penilaian akan tinggi ketika kepuasan tinggi dan kepuasan tinggi sangat dipengaruhi oleh preferensi. Chaplin (2002) mendefinisikan preferensi

sebagai suatu sikap yang lebih menyukai sesuatu benda daripada benda lainnya. Dalam penelitian ini, preferensi diartikan sebagai suatu sikap yang lebih menyukai karakteristik dosen tertentu dibandingkan dengan karakteristik dosen yang lainnya. Selanjutnya akan dikaji preferensi tersebut berdasarkan segmen karakteristik mahasiswa: Indeks Prestasi Kumulatif (IPK), tingkat/kelas, asal SMA, jenis kelamin, dan kemampuan ekonomi (pendapatan) orang tua.

Hasil penelitian ini dapat dimanfaatkan sebagai bahan acuan bagi dosen dalam kegiatannya melaksanakan pendidikan dan pengajaran. Selain itu, mahasiswa juga dapat menggunakan hasil penelitian ini untuk mengoptimalkan proses pembelajarannya di perguruan tinggi. Pihak perguruan tinggi juga dapat menyusun suatu kegiatan evaluasi kualitas dosen berdasarkan preferensi mahasiswa yang dipaparkan dalam penelitian ini.

## METODE PENELITIAN

### 1. Perumusan masalah

Langkah awal dalam melakukan analisis konjoin yaitu perumusan masalah (Aaker et. al., 1980). Perumusan masalah dimulai dari mendefinisikan produk sebagai kumpulan dari atribut-atribut dimana setiap atribut terdiri atas beberapa taraf/level. Informasi mengenai atribut yang mewakili preferensi konsumen bisa diperoleh melalui diskusi dengan pakar, eksplorasi data sekunder, atau melakukan tes awal (Rosada, 2002).

Kualitas dosen diwujudkan dalam suatu karakteristik atau atribut yang terdiri atas taraf-taraf. Atribut dan taraf dosen dalam studi ini ditetapkan dengan melakukan tes awal atau penelitian pendahuluan. Berikut ini tabel hasil penelitian pendahuluan dalam penentuan atribut dan taraf:

**Tabel 1** Atribut yang Mempengaruhi Preferensi Mahasiswa terhadap Kualitas Dosen

No.	Atribut	Persentase
1	Penyampaian materi	24.00%
2	Metode mengajar kreatif dan inovatif	20.00%
3	Penguasaan materi	19.00%
4	Pembawaan diri	11.50%
5	Suka memotivasi	9.00%
6	Penilaian obyektif	5.50%
7	Sistematika	3.00%
8	Pendidikan	2.00%
9	Wibawa	2.00%
10	Pengelolaan kelas	2.00%
11	Penampilan	1.50%
12	Penggunaan bahan ajar	1.00%
13	Umur	0.00%

Berdasarkan tabel 1, terdapat 5 (lima) atribut yang persentasenya relatif tinggi yaitu berkisar 9,00% sampai 24,00%. Adapun kelima atribut ini masing-masing terdiri atas 2 (dua) taraf dengan rincian : penyampaian materi kuliah (komunikasi dua dan satu arah), metode pembelajaran (kreatif dan tidak kreatif), penguasaan materi kuliah (menguasai dan tidak menguasai), pembawaan diri (humoris dan serius), dan kemampuan memotivasi mahasiswa (memotivasi dan tidak memotivasi).

## 2. Perancangan Stimuli

Rancangan kombinasi yang akan digunakan dalam penelitian ini disusun berdasarkan kombinasi lengkap (*full profile*) atau evaluasi banyak faktor (<http://www.sawtooth.com>, 2001). Karena terdapat 5 (lima) atribut maka terdapat  $2^5$  atau 32 kartu. Pada tahap ini juga disusun pertanyaan yang berkaitan dengan peubah demografi dalam bentuk kuesioner untuk mengetahui karakteristik mahasiswa. Hal ini memungkinkan adanya temuan tentang segmen mahasiswa berdasarkan preferensinya terhadap kualitas dosen.

## 3. Pengumpulan Data

Data pada penelitian ini merupakan data primer yang dikumpulkan melalui survei berbasis wawancara dengan menggunakan kuesioner dan kartu-kartu stimuli yang berisi tentang karakteristik atau profil yang menggambarkan kualitas dosen (dalam hal ini pengajar mata kuliah eksak). Kartu-kartu stimuli tersebut dievaluasi oleh mahasiswa dalam bentuk *rating* (nilai). Penelitian dilakukan di STIS pada Rabu-Kamis, 20-21 Juli 2011 dengan melibatkan 125 mahasiswa STIS tahun akademik 2010/2011 yang dipilih berdasarkan metode *purposive sampling*. Metode *purposive sampling* adalah salah satu metode penarikan contoh tak berpeluang dengan mengumpulkan informasi dari sumber yang tepat di antaranya anggota masyarakat yang dipandang dapat memberikan informasi yang dibutuhkan atau hanya mereka yang dirasa dapat memberikan informasi yang kita butuhkan (Wibisono, 2003). Pemilihan sampel juga didasarkan pemerataan pada segmen yang diduga terdapat perbedaan preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen yaitu IPK, tingkat/kelas, asal SMA, jenis kelamin, dan kemampuan ekonomi (pendapatan) orang tuanya.

## 4. Prosedur Analisis

Prosedur analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode regresi dengan variabel *dummy*. Adapun secara umum model dasar analisis konjoin (Kuhfeld, 2000) dengan prosedur analisis tersebut adalah:

$$Y_{ij} = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k \beta_{ij} X_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

keterangan :

$Y_{ij}$  = Peringkat seluruh responden

$\beta_0$  = Intersep

$k$  = Banyak taraf dari atribut ke-i

$m$  = Jumlah atribut

$X_{ij}$  = Peubah boneka atau *dummy variable* dari atribut ke-i taraf ke-j

$\beta_{ij}$  = *Part worth* atau nilai kegunaan atribut ke-i taraf ke-j

$\varepsilon_{ij}$  = Galat

Dengan model regresi tersebut, maka dapat ditentukan nilai kegunaan dari taraf-taraf tiap atribut (NKT) untuk menentukan nilai pentingnya suatu taraf relatif terhadap taraf yang lain pada suatu atribut. Setelah menentukan NKT, maka Nilai Relatif Penting (NRP) dapat dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$NRP_i = \frac{UT_i - UR_i}{\sum_{i=1}^k (UT_i - UR_i)}$$

Keterangan:

$NRP_i$  = NRP atribut ke-i

- $UT_i$  = NKT tertinggi atribut ke-i  
 $UR_i$  = NKT terendah atribut ke-i  
 $k$  = Jumlah atribut

*Data preparation* dan analisis tersebut dilakukan dengan menggunakan *software* pengolah data: SPSS 13.0, Microsoft Excel 2003, dan SAS versi 9.1.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Preferensi Mahasiswa terhadap Kualitas Dosen

Berdasarkan hasil pengolahan data, atribut yang paling mempengaruhi preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen adalah penguasaan materi kuliah dengan Nilai Relatif Penting (NRP) sebesar 32.79%. Atribut berikutnya adalah pembawaan diri, penyampaian materi, kemampuan memotivasi mahasiswa, dan metode pembelajaran dengan NRP berturut-turut 17.82%, 17.20%, 16.75% dan 15.44%. Dosen yang paling disukai oleh mahasiswa adalah dosen yang menguasai materi kuliah karena Nilai Kegunaan Taraf (NKT) paling tinggi di antara taraf lainnya yaitu 2.15. Dosen berikutnya yang disukai secara berturut-turut adalah dosen yang humoris (NKT=1.17), menyampaikan materi dengan komunikasi dua arah (NKT=1.13), mampu memberi motivasi kepada mahasiswanya (NKT=1.10), dan metode pembelajarannya kreatif (NKT=1.01). Berikut ini tabel yang berkaitan dengan NKT dan NRP yang dihasilkan:

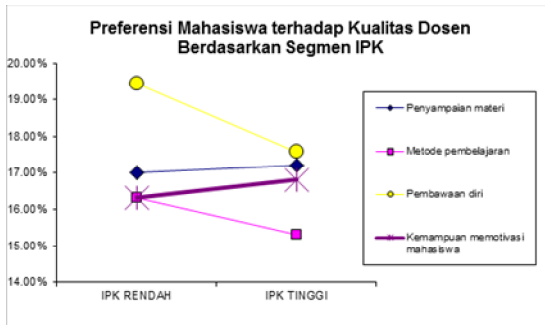
**Tabel 2** Hasil Prosedur Analisis

No.	Atribut	Taraf	Nilai Kegunaan Taraf	Jarak	Nilai Relatif Penting	Urutan
1.	Penyampaian materi	a. Komunikasi dua arah	1.13	2.26	17.20%	3
		b. Komunikasi satu arah	-1.13			
2.	Metode pembelajaran	a. Kreatif	1.01	2.03	15.44%	5
		b. Monoton	-1.01			
3.	Penguasaan materi kuliah	a. Menguasai materi	2.15	4.30	32.79%	1
		b. Tidak menguasai materi	-2.15			
4.	Pembawaan diri	a. Humoris	1.17	2.34	17.82%	2
		b. Serius	-1.17			
5.	Kemampuan memotivasi mahasiswa	a. Memotivasi mahasiswa	1.10	2.20	16.75%	4
		b. Tidak memotivasi mahasiswa	-1.10			
Total				13.12	100%	

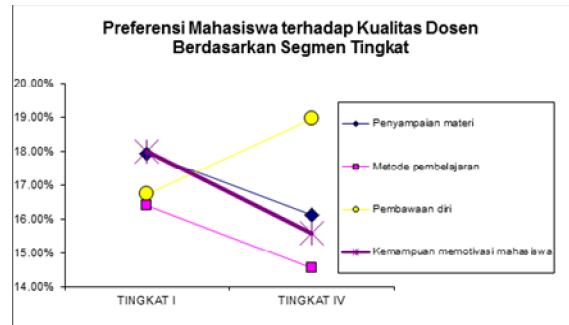
Keterangan: Urutan terkecil=paling disukai

### 2. Segmentasi Preferensi Mahasiswa terhadap Kualitas Dosen

Segmentasi preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen ditinjau menurut karakteristik IPK, tingkat/kelas, asal SMA, jenis kelamin, dan kemampuan ekonomi (pendapatan) orang tuanya. Berdasarkan tabel pada lampiran, dapat disimpulkan pada setiap kelompok mahasiswa, Nilai Relatif Penting (NRP) yang tertinggi selalu terjadi pada atribut penguasaan materi kuliah. Sehingga pada pembahasan selanjutnya, segmentasi preferensi mahasiswa yang diamati adalah berdasarkan 4 (empat) atribut lain selain atribut penguasaan materi kuliah

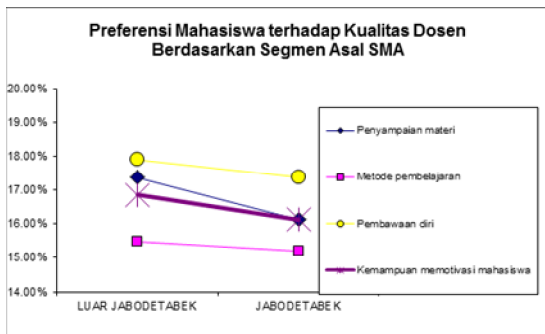


**Gambar 1** Preferensi mahasiswa berdasarkan IPK

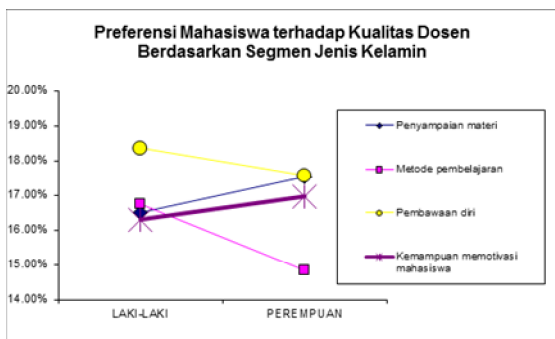


**Gambar 2** Preferensi mahasiswa berdasarkan tingkat

Gambar 1 menunjukkan tidak adanya perbedaan preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen pada kelompok mahasiswa dengan IPK rendah maupun IPK tinggi. Urutan atribut yang dianggap penting adalah sama di kedua kelompok mahasiswa tersebut (semakin tinggi NRP menunjukkan semakin penting atribut). Sedangkan gambar 2 menunjukkan adanya kecenderungan preferensi mahasiswa tingkat I terhadap kualitas dosen berbeda dengan preferensi mahasiswa tingkat IV. Mahasiswa tingkat IV cenderung lebih menyukai dosen dengan pembawaan diri humoris sedangkan mahasiswa tingkat I lebih menyukai dosen yang mampu memotivasi mahasiswanya.

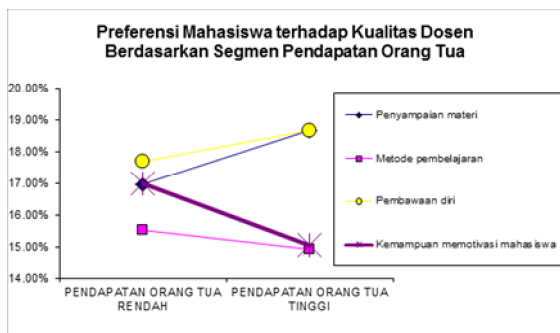


**Gambar 3** Preferensi mahasiswa berdasarkan asal SMA



**Gambar 4** Preferensi mahasiswa berdasarkan jenis kelamin

Pada gambar 3 dapat dideskripsikan bahwa mahasiswa yang berasal dari Jabodetabek maupun luar Jabodetabek menyukai dosen yang menyampaikan materi (komunikasi) secara 2 arah. Namun, dapat diketahui pula pada gambar tersebut ada indikasi bahwa mahasiswa yang berasal dari Jabodetabek juga menyukai dosen yang mempunyai kemampuan memotivasi mahasiswa. Hal ini dapat dilihat pada lampiran yang menunjukkan NRP atribut penyampaian materi dan NRP atribut kemampuan memotivasi mahasiswanya adalah sama pada kelompok mahasiswa yang berasal dari Jabodetabek. Salah satu hal menarik pada gambar 4 adalah adanya perbedaan preferensi yang menyolok pada kelompok mahasiswa laki-laki (mahasiswa) dan mahasiswa perempuan (mahasiswi). Mahasiswi cenderung lebih menyukai dosen yang memiliki kemampuan memotivasi mahasiswanya daripada dosen yang metode pembelajarannya kreatif. Sedangkan mahasiswa sebaliknya, cenderung menyukai dosen yang metode pembelajarannya kreatif daripada dosen yang memiliki kemampuan memotivasi mahasiswa.



**Gambar 5** Preferensi mahasiswa berdasarkan pendapatan orang tua

Perbandingan preferensi berdasarkan perbedaan pendapatan orang tua dapat diamati pada gambar 5 dan lampiran. Mahasiswa dengan pendapatan orang tua yang rendah, relatif sama dalam menyukai dosen yang komunikatif dan dosen yang mampu memotivasi mahasiswa. Sedangkan mahasiswa yang orang tuanya berpendapatan tinggi, relatif berbeda dalam menyukai dosen yang komunikatif dan dosen yang mampu memotivasi mahasiswa. Mahasiswa pada kelompok ini lebih menyukai dosen yang komunikatif daripada dosen yang mampu memotivasi mahasiswanya.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Urutan preferensi mahasiswa terhadap kualitas dosen mencakup penguasaan materi kuliah, pembawaan diri, penyampaian materi, kemampuan memotivasi mahasiswa, dan metode pembelajaran. Tidak ada perbedaan preferensi mahasiswa dengan IPK tinggi maupun IPK rendah terhadap kualitas dosen. Mahasiswa tingkat IV cenderung lebih menyukai dosen dengan pembawaan diri humoris sedangkan mahasiswa tingkat I lebih menyukai dosen yang mampu memotivasi mahasiswanya. Mahasiswa yang berasal dari Jabodetabek maupun luar Jabodetabek menyukai dosen yang menyampaikan materi (komunikasi) secara 2 arah. Namun, ada indikasi bahwa mahasiswa yang berasal dari Jabodetabek juga menyukai dosen yang mempunyai kemampuan memotivasi mahasiswa dengan NRP yang relatif sama dengan NRP penyampaian materi. Mahasiswi cenderung lebih menyukai dosen yang memiliki kemampuan memotivasi mahasiswanya daripada dosen yang metode pembelajarannya kreatif. Sedangkan mahasiswa cenderung menyukai dosen yang metode pembelajarannya kreatif daripada dosen yang memiliki kemampuan memotivasi mahasiswa. Mahasiswa dengan pendapatan orang tua yang rendah, relatif sama (NRP relatif sama) dalam menyukai dosen yang komunikatif dan dosen yang mampu memotivasi mahasiswa. Mahasiswa dengan pendapatan orang tua yang tinggi lebih menyukai dosen yang komunikatif daripada dosen yang mampu memotivasi mahasiswanya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aaker DA, Day GS. 1980. *Marketing Research*. New York : John Willey&Son, Inc.
- Chaplin JP. 2002. *Kamus Lengkap Psikologi*. Edisi kelima. Terjemahan: dr. Kartini Kartono. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- [DPPM] Direktorat Penelitian dan Pengabdian pada Masyarakat. 2002. *Kebijakan dan Program Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional <http://www.sawtooth.com>, *Conjoint Analysis*, 2001.
- Kuhfeld WF. 2000. "Conjoint Analysis Examples", SAS Institut, Inc. <http://www.sawtoothsoftware.com>. [28 Januari 2004]
- Pujadi A. 2007. *Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Motivasi Belajar Mahasiswa: Studi Kasus pada Fakultas Ekonomi Universitas Bunda Mulia*. *Business & Management Journal Bunda Mulia*, Vol: 3, No. 2.
- Rosada R. 2002. *Perbandingan Metode Pairwise Comparison dan Full profile dalam Pengumpulan Data untuk Analisis Konjoin*. Skripsi. Jurusan Statistika IPB. Bogor.
- Sudiana IN. 2003. *Peranan Profesionalisme Tenaga Pengajar (Dosen) terhadap Proses Pembelajaran di Perguruan Tinggi*. *Jurnal Pendidikan dan Pengajaran IKIP Negeri Singaraja*, No. 4 TH. XXXVI.
- Wibisono D. 2003. *Riset Bisnis*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

## LAMPIRAN

NO.	ATRIBUT	IPK RENDAH	IPK TINGGI
1.	Penyampaian materi	17.02%	17.22%
2.	Metode pembelajaran	16.32%	15.30%
3.	Penguasaan materi kuliah	30.90%	33.08%
4.	Pembawaan diri	19.44%	17.58%
5.	Kemampuan memotivasi mahasiswa	16.32%	16.82%

NO.	ATRIBUT	LUAR JABODETABEK	JABODETABEK
1.	Penyampaian materi	17.36%	16.12%
2.	Metode pembelajaran	15.47%	15.21%
3.	Penguasaan materi kuliah	32.42%	35.19%
4.	Pembawaan diri	17.89%	17.37%
5.	Kemampuan memotivasi mahasiswa	16.86%	16.12%

NO.	ATRIBUT	LAKI-LAKI	PEREMPUAN
1.	Penyampaian materi	16.50%	17.53%
2.	Metode pembelajaran	16.73%	14.83%
3.	Penguasaan materi kuliah	32.11%	33.10%
4.	Pembawaan diri	18.36%	17.57%
5.	Kemampuan memotivasi mahasiswa	16.30%	16.96%

NO.	ATRIBUT	PENDAPATAN ORANG TUA RENDAH	PENDAPATAN ORANG TUA TINGGI
1.	Penyampaian materi	16.98%	18.69%
2.	Metode pembelajaran	15.52%	14.93%
3.	Penguasaan materi kuliah	32.81%	32.65%
4.	Pembawaan diri	17.70%	18.69%
5.	Kemampuan memotivasi mahasiswa	16.99%	15.05%

NO.	ATRIBUT	TINGKAT I	TINGKAT IV
1.	Penyampaian materi	17.94%	16.13%
2.	Metode pembelajaran	16.41%	14.56%
3.	Penguasaan materi kuliah	30.92%	34.77%
4.	Pembawaan diri	16.73%	18.96%
5.	Kemampuan memotivasi mahasiswa	18.00%	15.58%





## REMEDIASI MENGGUNAKAN PROGRAM FLASH PADA MATERI OPERASI HITUNG BILANGAN BULAT

Hamidah, M.Pd. dan Nursiah, S.Pd.

STKIP Siliwangi Bandung

### Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui efektivitas remediasi menggunakan program flash pada materi operasi hitung bilangan bulat dengan pendekatan konsep garis bilangan di kelas IV SD Negeri 01 Pontianak Utara. Penelitian ini menggunakan Program Flash untuk membuat animasi konsep operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan pendekatan konsep garis bilangan. Bentuk penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah pra eksperimen dengan rancangan "One Group Pre-test Post-test". Berdasarkan hasil analisis penelitian diketahui bahwa pembelajaran remediasi menggunakan program flash efektif dalam meningkatkan hasil belajar siswa pada materi operasi hitung bilangan bulat dengan peningkatan tergolong dalam kategori tinggi, lebih lanjut dilihat dari letak kurva normal menunjukkan peningkatan hasil belajar yang tinggi.

**KATA KUNCI.** Remediasi, Program Flash, Bilangan Bulat.

### PENDAHULUAN

#### A. Latar Belakang

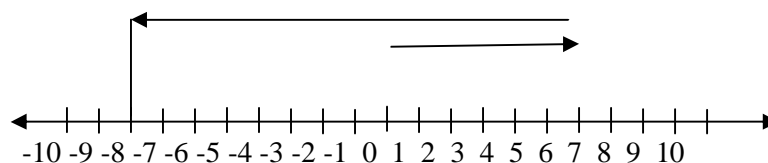
Syah (1995: 19) "Matematika sebagai salah satu ilmu dasar baik aspek penerapannya maupun aspek penalarannya, mempunyai peranan penting dalam penguasaan ilmu pengetahuan dan teknologi (IPTEK)". Sekolah Dasar (SD) merupakan salah satu bentuk lembaga formal yang memprogramkan matematika sebagai salah satu mata pelajaran bagi para siswanya. Adapun salah satu materi mata pelajaran matematika di Sekolah Dasar (SD) adalah operasi hitung bilangan bulat.

Berdasarkan hasil pra riset terhadap siswa kelas IV SD pada materi operasi hitung bilangan bulat diketahui bahwa kesulitan yang dialami siswa beberapa di antaranya adalah penggunaan garis bilangan dalam menyelesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Berikut dua dari beberapa kekeliruan siswa dalam menyelesaikan soal:

1. Siswa salah dalam menyelesaikan operasi penjumlahan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif atau sebaliknya menggunakan garis bilangan, yaitu sebesar 74%.

Soal:  $6 + (-8) = \dots$

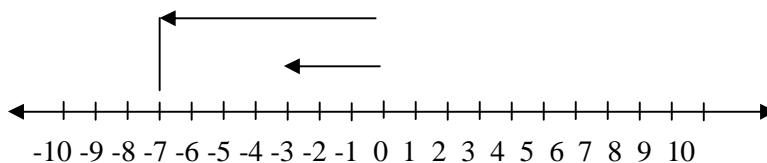
Salah satu jawaban siswa:  $6 + (-8) = 2$



2. Siswa salah dalam menyelesaikan operasi penjumlahan dua bilangan bulat negatif menggunakan garis bilangan, yaitu sebesar 88 %.

Soal:  $-3 + (-7) = \dots$

Salah satu jawaban siswa:  $(-3) + (-7) = 10$



Berdasarkan informasi di atas diketahui bahwa penguasaan konsep dasar dalam memahami materi operasi hitung bilangan bulat menggunakan pendekatan garis bilangan masih rendah, yaitu sebagian besar siswa tidak bisa menentukan arah garis bilangan.

Salah satu cara menangani siswa yang lamban atau mengalami kesulitan dalam menguasai konsep dasar tertentu adalah dengan perbaikan atau lebih dikenal dengan istilah remediasi. Ruseffendi (1991:432) menyatakan bahwa “Kegiatan remediasi merupakan pengajaran yang digunakan untuk menyembuhkan kekeliruan atau untuk dapat memahami konsep-konsep yang dipelajari tetapi belum dikuasainya”.

Menurut Liem (dalam Joni, 1997: 19), pengajaran berbantuan komputer banyak membantu dalam mencapai tujuan pengajaran pada kegiatan berupa pengamatan, efek-efek dinamis yang rumit dan sulit ditampilkan di papan tulis, cara kerja (proses) dan pengajaran yang memerlukan presisi. Lebih lanjut pengajaran berbantuan komputer dapat menarik perhatian siswa untuk lebih serius mengikuti proses pembelajaran. Program Macromedia Flash merupakan salah satu program yang dapat digunakan untuk membantu pengajaran operasi hitung bilangan bulat menggunakan pendekatan garis bilangan. Dari uraian di atas peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Remediasi Menggunakan Program Flash pada Materi Operasi Hitung Bilangan Bulat”.

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Bagaimana efektivitas pembelajaran remediasi dengan menggunakan Program Flash pada materi operasi hitung bilangan bulat dengan pendekatan konsep garis bilangan terhadap hasil belajar siswa kelas IV disalah satu SD Negeri Pontianak Utara”.

## **C. Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini adalah “Untuk mengetahui efektivitas pembelajaran remediasi dengan menggunakan Program Flash pada materi operasi hitung bilangan bulat dengan pendekatan konsep garis bilangan terhadap hasil belajar siswa kelas IV disalah satu SD Negeri Pontianak Utara”.

## **D. Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Bagi guru: dapat dijadikan salah satu alternatif pembelajaran materi operasi hitung bilangan bulat pendekatan garis bilangan dengan menggunakan media.
2. Bagi peneliti selanjutnya: dapat dijadikan sebagai landasan untuk penelitian lebih lanjut.
3. Bagi siswa: mengetahui bahwa komputer dapat digunakan sebagai media pembelajaran yang menarik dan menyenangkan.

## **E. Hipotesis**

Hipotesis dalam penelitian ini adalah pembelajaran remediasi dengan menggunakan Program Flash pada materi operasi hitung bilangan bulat dengan pendekatan konsep garis bilangan efektif dalam meningkatkan hasil belajar siswa kelas IV disalah satu SD Negeri Pontianak Utara.

## **METODE PENELITIAN**

### **A. Rancangan Penelitian dan Subjek Penelitian**

Bentuk penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah pra eksperimen dengan rancangan “One Group Pre-test Post-test”. Adapun subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas IV disalah satu SD Negeri Pontianak Utara yang mengalami ketidaktuntasan belajar pada materi operasi hitung bilangan bulat yaitu yang mendapatkan skor kurang dari 60% dalam mengerjakan soal tes awal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

### **B. Prosedur Penelitian**

Prosedur yang digunakan dalam melaksanakan penelitian ini terdiri dari tiga tahap, yaitu:

1. Tahap persiapan.
  - a. Membuat Perangkat Pembelajaran dan instrumen penelitian.

- b. Melakukan validasi instrumen penelitian
  - c. Merevisi instrumen penelitian berdasarkan hasil validasi.
  - d. Mengujicobakan instrumen.
  - e. Menganalisis hasil uji coba.
  - f. Mengadakan observasi untuk menentukan subjek penelitian dan menentukan waktu penelitian.
2. Tahap pelaksanaan
    - a. Memberikan tes awal.
    - b. Menskor hasil tes awal dan menentukan siswa yang akan diberikan pembelajaran remediasi.
    - c. Melaksanakan pembelajaran remediasi.
    - d. Memberikan tes akhir.
  3. Tahap akhir
    - a. Mengolah data yang berasal dari tes awal dan tes akhir.
    - b. Menyusun laporan penelitian.

### C. Instrumen

Instrumen yang digunakan sebagai alat pengumpul data dalam penelitian ini adalah tes essay sebanyak 10 soal. Untuk mendapatkan instrumen penelitian yang memenuhi alat ukur baku, maka instrumen yang telah disusun diuji cobakan terlebih dahulu dan dihitung validitas masing-masing butir soal.

### D. Teknik Analisa Data

Data skor tes awal menyatakan seberapa besar kemampuan siswa menyelesaikan soal pada materi operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat sebelum mendapat perlakuan. Sedangkan data skor tes akhir menyatakan kemampuan akhir siswa sesudah mendapatkan perlakuan.

Langkah pertama, data skor tes awal dan tes akhir dihitung uji normalitasnya dengan uji chi-kuadrat. Jika salah satu atau kedua data tidak normal maka uji selanjutnya menggunakan uji statistik non parametrik. Jika kedua data normal maka dilanjutkan dengan uji homogenitas. Jika diperoleh data tidak homogen maka dilanjutkan dengan uji  $t'$  tapi jika data homogen lanjut dengan uji statistik parametrik.

Teknik analisis selanjutnya adalah menentukan efektifitas pembelajaran yaitu kesesuaian prosedur siswa dalam menyelesaikan soal operasi hitung bilangan bulat berdasarkan konsep garis bilangan dan kualitas hasil belajar siswa yaitu meningkatnya skor hasil belajar siswa setelah diberikan pembelajaran remediasi menggunakan Program Flash. Untuk mengetahui seberapa besar pengaruh remediasi terhadap peningkatan hasil belajar siswa melalui remediasi menggunakan media komputer pada materi operasi hitung bilangan bulat diukur menggunakan "Effect Size". Rumus dan kriteria besarnya Effect Size yang digunakan merupakan saduran dari Glass G.V Grow (Sutrisno, 1991:6) yaitu sebagai berikut:

$$ES = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{Sd\bar{x}}$$

Keterangan :

ES = Effect Size

$\bar{x}_2$  = Rata-rata skor tes awal

$\bar{x}_1$  = Rata-rata skor tes akhir

$Sd\bar{x}_1$  = Standar deviasi rata-rata skor tes awal

Kriteria effect size dapat digolongkan sebagai berikut:

$Es \leq 0,2$  Digolongkan rendah

$0,2 < Es \leq 0,8$  Digolongkan sedang

$ES > 0,8$  Digolongkan tinggi

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

### A. Hasil Penelitian

Berdasarkan hasil perhitungan normalitas data tes awal dan tes akhir diketahui bahwa kedua data tidak berdistribusi normal. Karena kedua data tidak berdistribusi normal maka dilanjutkan dengan uji statistik non parametrik untuk mengetahui ada tidaknya peningkatan hasil belajar remediasi menggunakan Program Flash yaitu uji Wilcoxon, uji Wilcoxon digunakan untuk menguji penelitian dengan satu sampel.

Hasil uji Wilcoxon diketahui bahwa terdapat peningkatan yang signifikan antara rata-rata hasil belajar siswa sebelum dan sesudah diberikan pembelajaran remediasi menggunakan Program Flash dalam menyelesaikan operasi hitung bilangan bulat. Selanjutnya hasil perhitungan nilai Effect Size yaitu:

Diketahui bahwa  $\bar{x}_1 = 15,75$  dan  $\bar{x}_2 = 31,88$  serta  $Sd\bar{x}_1 = 4,65$

$$ES = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{Sd\bar{x}_1} = \frac{31,88 - 15,75}{4,65} = 3,46$$

Berdasarkan kriteria Effect Size,  $ES > 0,8$  atau  $3,46 > 0,8$  tergolong kategoritinggi. Jika dikonsultasikan dengan kurva normal,  $ES = 3,46$  dapat memberikan sumbangan peningkatan hasil belajar sebesar 49,97 %. Jadi remediasi menggunakan Program Flash dapat meningkatkan hasil belajar sebesar 49,97 %.

### B. Pembahasan

Data yang diolah dalam penelitian ini hanya 24 siswa karena ada 2 orang tidak mengikuti tes akhir dan ada 4 siswa yang tidak mengikuti tes awal. Untuk selanjutnya yang diberi perlakuan adalah siswa yang mendapat skor rata-rata dibawah 60 % sesuai standar ketuntasan penilaian di sekolah. Dalam penelitian ini seorang siswa dikatakan tuntas belajar materi operasi hitung bilangan bulat apabila siswa telah mencapai skor minimal 60% atau skor 24 dari skor maksimal 40. Berdasarkan analisis data dan analisis jawaban dari hasil tes awal dan tes akhir diketahui bahwa rata-rata skor hasil tes awal adalah 15,75 dan rata-rata hasil tes akhir adalah 31,88. Ini berarti terdapat peningkatan hasil belajar siswa sebesar 16,13.

Selanjutnya diketahui bahwa rata-rata skor hasil tes awal adalah 15,75 dengan persentase 38,34 %, diketahui 100% siswa tidak tuntas dalam menyelesaikan soal tes awal. Sedangkan rata-rata skor hasil tes akhir adalah 31,88 dengan persentase 78,95 %, dan hanya 2 orang siswa yang tidak tuntas dalam menyelesaikan tes akhir. Dengan demikian ada 22 orang siswa tuntas menyelesaikan tes akhir, diketahui terdapat peningkatan hasil belajar sebesar 40,61% dan dengan persentase ketuntasan sebesar 91,66% siswa tuntas dalam menyelesaikan soal tes akhir.

Sedangkan analisis jawaban tes siswa diuraikan sebagai berikut:

1. Pada tes awal 12,5% siswa menjawab soal tidak sesuai prosedur dalam membuat garis bilangan, 75% siswa menjawab tidak sesuai prosedur dalam membuat arah bilangan pertama, 95,84% siswa menjawab tidak sesuai prosedur dalam membuat arah bilangan kedua, 54,17% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan hasil, 16,67% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan bilangan pertama, 50% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan operasi hitung, 91,67% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan bilangan kedua, 91,67% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan hasil.
2. Pada tes akhir semua siswa sudah sesuai prosedur dalam membuat garis bilangan, 4,17% siswa menjawab tidak sesuai prosedur dalam membuat arah bilangan pertama, 29,17% siswa menjawab tidak sesuai prosedur dalam membuat arah bilangan kedua, 33,34% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan hasil, 8,34% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan bilangan pertama, 16,64% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan operasi hitung, 62,5% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan bilangan kedua, 41,67% siswa menjawab tidak sesuai dalam menentukan hasil.
3. Setelah diberikan pembelajaran remediasi menggunakan Program Flash terdapat peningkatan yang signifikan antara skor hasil tes awal dan tes akhir, jawaban siswa yang tidak sesuai prosedur berkurang yakni terjadi pengurangan 12,5% siswa sudah sesuai

membuat garis bilangan, 70,83% siswa sudah sesuai membuat arah bilangan pertama, 66,67% siswa sudah sesuai membuat arah bilangan kedua, 20,83% siswa sudah sesuai menentukan hasil, 8,33% siswa sudah sesuai menentukan bilangan pertama, 33,36% siswa sudah sesuai menentukan operasi hitung, 29,17% siswa sudah sesuai menentukan bilangan kedua, 50% siswa sudah sesuai menentukan hasil.

Efektifitas pembelajaran remediasi menggunakan Program Flash terlihat peningkatan yang signifikan antara skor tes awal dengan skor tes akhir. Untuk skor tes awal dengan persentase 38,34% kemudian meningkat menjadi 79,69%, terdapat peningkatan sebesar 41,65%.

Berdasarkan hasil penelitian dan keterangan di atas maka pembelajaran remediasi menggunakan Program Flash efektif digunakan dalam proses pembelajaran operasi hitung bilangan bulat. Selanjutnya dari hasil uji statistik Wilcoxon diketahui terdapat peningkatan yang signifikan antara hasil belajar siswa sebelum dan sesudah diberikan pembelajaran remediasi menggunakan Program Flash dalam menyelesaikan operasi hitung bilangan bulat. Dari hasil perhitungan effect size diperoleh  $ES = 3,46$  sesuai dengan kriteria bahwa peningkatan hasil belajarnya tergolong tinggi dengan kurva kenormalan sebesar 49,97%.

## **KESIMPULAN, SARAN, DAN REKOMENDASI**

### **A. Kesimpulan**

Berdasarkan analisis jawaban tes awal dan tes akhir siswa, Pembelajaran remediasi dikatakan efektif jika memenuhi dua kriteria yaitu kesesuaian dalam prosedur jawaban dan kualitas hasil akhir. Hasil perhitungan menunjukkan nilai Effect Size sebesar 3,46 dengan kategori tinggi dan dilihat dari letak kurva normal menunjukkan peningkatan hasil belajar sebesar 49,97%. Maka diketahui bahwa pembelajaran remediasi menggunakan Program Flash efektif digunakan dalam proses pembelajaran operasi hitung bilangan bulat pada pendekatan garis bilangan di kelas IV SD.

### **B. Saran**

Beberapa saran yang dapat disampaikan, berdasarkan hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Remediasi dengan menggunakan Program Flash perlu dipertimbangkan sebagai salah satu alternatif dalam upaya memberikan variasi dan solusi dalam pengajaran matematika serta pemanfaatan teknologi komputer.
2. Untuk guru diharapkan dapat meluangkan waktu untuk memberikan pembelajaran tambahan berupa remediasi dan memanfaatkan media pembelajaran yang ada.
3. Untuk guru atau untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan media lain sebagai remediasi pembelajaran operasi bilangan bulat pada pendekatan garis bilangan.
4. Untuk penelitian lebih lanjut, diharapkan dapat menyempurnakan dan mengurangi kelemahan yang ada dalam penelitian ini dan dapat melakukannya terhadap materi yang sejenis atau materi yang berbeda.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Joni. 1997. *Efektifitas Pengajaran Berbantuan Komputer pada Materi Pemfaktoran Bentuk Kuadrat untuk Siswa Kelas III SMP Santo Fransiskus Asisi Pontianak*. Skripsi.FKIP Untan. Pontianak: Tidak Diterbitkan.
- Ruseffendi. 1991. *Pengajaran Matematika – CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Sutrisno, Leo. 1991. *Tes Diagnostik dan Remediasi Pendidikan Matematika*. Pontianak: FKIP Untan
- Syah, Muhiddin. 1995. *Psikologi Pendidikan*. Bandung: Rosda.



## PENGARUH *SELF EFFICACY* TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK

Hamidah, M.Pd.

STKIP Siliwangi Bandung

**ABSTRAK.** *Self efficacy* mempengaruhi bagaimana individu berpikir, merasa, memotivasi diri, dan bertindak. Bandura (2003) menyatakan bahwa perasaan positif yang tepat tentang *self efficacy* dapat mempertinggi prestasi, meyakini kemampuan, mengembangkan motivasi internal, dan memungkinkan siswa untuk meraih tujuan yang menantang. *Self efficacy* terkait dengan penilaian seseorang akan kemampuan dirinya dalam menyelesaikan suatu tugas tertentu. Perasaan negatif tentang *self efficacy* dapat menyebabkan siswa menghindari tantangan, melakukan sesuatu dengan lemah, fokus pada hambatan, dan mempersiapkan diri untuk *outcomes* yang kurang baik. Dalam memecahkan masalah matematika yang relatif dianggap sulit, individu yang mempunyai keraguan tentang kemampuannya akan mengurangi usahanya bahkan cenderung akan menyerah. Individu yang mempunyai *self efficacy* tinggi menganggap kegagalan sebagai kurangnya usaha, sedangkan individu yang memiliki *self efficacy* rendah menganggap kegagalan berasal dari kurangnya kemampuan. Individu dengan *self efficacy* yang tinggi mampu mengkomunikasikan gagasan dengan tindakan yang bijak dan dapat berlangsung efektif. Komunikasi menggambarkan bagaimana seseorang memahami, melihat, mendengar, dan merasakan tentang dirinya (*sense of self*) serta bagaimana cara individu tersebut berinteraksi dengan lingkungan, dari mengumpulkan dan mempresentasikan informasi, hingga menyelesaikan konflik. Kemampuan komunikasi matematik memerlukan representasi eksternal yang dapat berupa simbol tertulis, gambar, ataupun objek fisik. Ide-ide dalam matematika umumnya dapat dipresentasikan dengan satu atau beberapa jenis representasi. Kemampuan komunikasi matematik yang tepat dapat memberikan pemaknaan terhadap hubungan yang mungkin terjadi di antara berbagai informasi, serta mampu mengaitkan informasi yang dipelajari dengan kumpulan informasi yang dimiliki. *Self efficacy* yang tinggi memberi pengaruh yang besar terhadap kemampuan komunikasi matematik yang selanjutnya berpengaruh terhadap kemampuan memahami konsep matematika. Lebih lanjut, banyak faktor-faktor yang mempengaruhi *self efficacy* setiap individu menjadi meningkat atau menurun, terlebih setiap individu memiliki watak dan tingkah laku yang beraneka ragam sehingga berpengaruh pula terhadap kemampuan komunikasi matematik individu. Disimpulkan bahwa semakin tinggi *self efficacy* individu maka akan semakin tinggi kemampuan komunikasi matematiknya, dan sebaliknya semakin rendah *self efficacy* individu maka kemampuan komunikasi matematiknya akan semakin rendah.

**KATA KUNCI.** *Self Efficacy*, Kemampuan Komunikasi.

## PENDAHULUAN

### Latar Belakang

The SEA's program (2004) menyebutkan bahwa gejala mahasiswa yang memiliki *self-efficacy* rendah, tampak kurang percaya diri, meragukan kemampuan akademisnya, tidak berusaha mencapai nilai tinggi di bidang akademik antara lain: (1) meragukan kemampuannya (*self-doubt*); (2) malu dan menghindari tugas-tugas sulit; (3) kurang memiliki aspirasi, komitmennya rendah dalam mencapai tujuan; (4) menghindar, melihat tugas-tugas sebagai rintangan, dan merasa rugi menyelesaikannya; (5) usaha kurang optimal dan cepat menganggap sulit; (6) lambat memperbaiki *self-efficacy* apabila mengalami kegagalan; (7) merasa tidak memiliki cukup kemampuan dan bersikap defensif serta tidak belajar dari banyak kegagalan yang dialaminya; (8) mudah menyerah, malas, stres, dan depresi; (9) meragukan kemampuan ini mendorong mereka percaya pada hal-hal



yang tidak rasional dan yang tidak mendasar pada kenyataan; (10) cenderung takut, tidak aman dan manipulatif; (11) cepat menyerah, merasa tidak akan pernah berhasil; dan (12) meyakini seakan-akan segalanya "telah gagal". Pikiran tidak rasional ini berkembang menjadi pikiran negatif (*self-scripts*) yang terus dipelihara oleh orang yang rendah diri.

Mereka yang memiliki rasa keberhasilan lebih tinggi tentang kemampuan mengatur dengan efektif, dan kemampuan menangani gangguan lingkungan ini diperkirakan akan memiliki kemungkinan sukses yang lebih tinggi. Beberapa reaksi psikologis menyarankan bahwa sekolah harus mengajarkan dan mencipta *self-efficacy* yang "menjamin" atau merubah pada prestasi akademik. Investigasi yang dilakukan oleh Schunk (dalam Zimmerman, 1994) memperlihatkan bahwa tiga indikasi prestasi akademik berkaitan dengan rasa keberhasilan mahasiswa. Ketiga hal tersebut meliputi keterampilan kognitif dasar, performansi pada kerja akademik, dan tes prestasi yang distandarkan. Keyakinan efikasi terbukti mempengaruhi semua tiga bentuk performansi akademik tersebut.

Kecemasan berbicara di depan umum merupakan salah satu ketakutan terbesar yang dialami oleh manusia. Kecemasan ini menghasilkan pengaruh yang negatif terhadap berbagai aspek kehidupan, salah satunya aspek akademis. Hal tersebut diungkapkan oleh Indi (2009) dalam penelitiannya yang menunjukkan terdapat hubungan negatif antara *self-efficacy* dengan kecemasan berbicara di depan umum. Maksudnya semakin tinggi *self-efficacy* mahasiswa maka akan semakin rendah tingkat kecemasannya berbicara di depan umum, dan sebaliknya semakin rendah *self-efficacy* mahasiswa maka tingkat kecemasan berbicara di depan umum akan semakin tinggi.

Pada umumnya, selama ini pembelajaran matematika lebih difokuskan pada aspek perhitungan yang bersifat algoritmik. Sehingga tidak sedikit banyak siswa atau mahasiswa yang pada umumnya dapat melakukan berbagai perhitungan matematik, tetapi kurang menunjukkan hasil yang menggembirakan terkait penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Pembelajaran matematika hendaknya tidak hanya mencakup berbagai penguasaan konsep matematika yang algoritmik. Kemampuan matematika aplikatif seperti menyajikan, menganalisis, dan menginterpretasikan data, serta mengkomunikasikannya sangat perlu untuk dikuasai.

Matematika umumnya identik dengan perhitungan angka-angka dan rumus-rumus, sehingga muncullah anggapan bahwa skill komunikasi tidak dapat dibangun oleh pembelajaran matematika. Padahal, pengembangan komunikasi merupakan salah satu tujuan pembelajaran matematika. Permen Nomor 23 Tahun 2006 menyebutkan bahwa melalui pembelajaran matematika, siswa diharapkan dapat mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.

Menurut Greenes dan Schulman (dalam Aryan, 2008) menyebutkan bahwa, komunikasi matematik memiliki peran: (1) kekuatan sentral bagi siswa dalam merumuskan konsep dan strategi matematik; (2) modal keberhasilan bagi siswa terhadap pendekatan dan penyelesaian dalam eksplorasi dan investigasi matematika; (3) wadah bagi siswa dalam berkomunikasi dengan temannya untuk memperoleh informasi, membagi pikiran dan penemuan, curah pendapat, menilai dan mempertajam ide untuk meyakinkan yang lain. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi matematik merupakan hal yang penting dalam membantu seseorang menyusun proses berpikirnya.

Herdian (2010) menyebutkan bahwa komunikasi secara umum dapat diartikan sebagai suatu cara untuk menyampaikan suatu pesan dari pembawa pesan ke penerima pesan untuk memberitahu, pendapat, atau perilaku baik langsung secara lisan, maupun tak langsung melalui media. Selanjutnya, kemampuan komunikasi matematis dapat diartikan sebagai suatu kemampuan siswa dalam menyampaikan sesuatu yang diketahuinya melalui peristiwa dialog atau saling berhubungan yang terjadi di lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan. Pesan yang dialihkan berisi tentang materi matematika yang dipelajari siswa. Misalnya berupa konsep, rumus, atau strategi penyelesaian suatu masalah.

Secara umum tulisan ini akan menelaah pengaruh *self-efficacy* terhadap kemampuan komunikasi matematik. Hal ini dimaksudkan untuk mengetahui apakah *self-efficacy* yang tinggi seseorang menyebabkan tinggi pula kemampuan komunikasi matematiknyanya atau malah sebaliknya.

## Permasalahan

Permasalahan yang muncul dalam tulisan ini adalah bagaimana pengaruh *self-efficacy* terhadap kemampuan komunikasi matematik?

## PEMBAHASAN

Menurut Bandura (2003), *self-efficacy* adalah *belief* atau keyakinan seseorang bahwa ia dapat menguasai situasi dan menghasilkan hasil (*outcomes*) yang positif. *Self-efficacy* juga merupakan suatu keadaan dimana seseorang yakin dan percaya bahwa mereka dapat mengontrol hasil dari usaha yang telah dilakukan. Menurut Schunk (1995), *self-efficacy* mempengaruhi siswa dalam memilih kegiatannya. Siswa dengan *self-efficacy* yang rendah mungkin menghindari pelajaran yang banyak tugasnya, khususnya untuk tugas-tugas yang menantang, sedangkan siswa dengan *self-efficacy* yang tinggi mempunyai keinginan yang besar untuk mengerjakan tugas-tugasnya.

Bandura (2003) menyatakan bahwa ada dua proses belajar yang terpenting. Pertama, proses belajar *learning by observation* yaitu manusia belajar melalui pengamatan terhadap perilaku orang lain dan kedua, proses belajar *vicarious learning* yaitu manusia belajar mengamati konsekuensi perilaku orang lain. Kedua jenis

Faktor-faktor yang mempengaruhi *self-efficacy* menurut Bandura (1997) dalam Tesis yang berjudul *Goal Orientation, Self-Efficacy dan Prestasi Belajar pada Siswa Peserta dan Non Peserta Program Pengajaran Intensif di Sekolah* oleh Retno Wulansari tahun 2001, ada beberapa faktor yang mempengaruhi *self-efficacy* yaitu:

a. Pengalaman Keberhasilan (*mastery experiences*)

Keberhasilan yang sering didapatkan akan meningkatkan *self-efficacy* yang dimiliki seseorang sedangkan kegagalan akan menurunkan *self-efficacy*nya. Apabila keberhasilan yang didapat seseorang lebih banyak karena faktor-faktor di luar dirinya, biasanya tidak akan membawa pengaruh terhadap peningkatan *self-efficacy*. Akan tetapi, jika keberhasilan tersebut didapatkan dengan melalui hambatan yang besar dan merupakan hasil perjuangannya sendiri, maka hal itu akan membawa pengaruh pada peningkatan *self-efficacy*nya.

b. Pengalaman Orang Lain (*vicarious experiences*)

Pengalaman keberhasilan orang lain yang memiliki kemiripan dengan individu dalam mengerjakan suatu tugas biasanya akan meningkatkan *self-efficacy* seseorang dalam mengerjakan tugas yang sama. *Self-efficacy* tersebut didapat melalui *social models* yang biasanya terjadi pada diri seseorang yang kurang pengetahuan tentang kemampuan dirinya sehingga mendorong seseorang untuk melakukan *modeling*. Namun *self-efficacy* yang didapat tidak akan terlalu berpengaruh bila model yang diamati tidak memiliki kemiripan atau berbeda dengan model.

c. Persuasi Sosial (*Social Persuasion*)

Informasi tentang kemampuan yang disampaikan secara verbal oleh seseorang yang berpengaruh biasanya digunakan untuk meyakinkan seseorang bahwa ia cukup mampu melakukan suatu tugas.

d. Keadaan fisiologis dan emosional (*physiological and emotional states*)

Kecemasan dan stress yang terjadi dalam diri seseorang ketika melakukan tugas sering diartikan sebagai suatu kegagalan. Pada umumnya seseorang cenderung akan mengharapkan keberhasilan dalam kondisi yang tidak diwarnai oleh ketegangan dan tidak merasakan adanya keluhan atau gangguan somatik lainnya. *Self-efficacy* biasanya ditandai oleh rendahnya tingkat stress dan kecemasan sebaliknya *self-efficacy* yang rendah ditandai oleh tingkat stress dan kecemasan yang tinggi pula.

Bandura (1997) juga menyebutkan bahwa ada beberapa manfaat dari *self-efficacy* yaitu:

a. Pilihan perilaku

Dengan adanya *self-efficacy* yang dimiliki, individu akan menetapkan tindakan apa yang akan ia lakukan dalam menghadapi suatu tugas untuk mencapai tujuan yang diinginkannya.

b. Pilihan karir

*Self-efficacy* merupakan mediator yang cukup berpengaruh terhadap pemilihan karir seseorang. Bila seseorang merasa mampu melaksanakan tugas-tugas dalam karir tertentu maka biasanya ia akan memilih karir tersebut.

c. Kuantitas usaha dan keinginan untuk bertahan pada suatu tugas

Individu yang memiliki *self-efficacy* yang tinggi biasanya akan berusaha keras untuk menghadapi kesulitan dan bertahan dalam mengerjakan suatu tugas bila mereka telah mempunyai keterampilan prasyarat. Sedangkan individu yang mempunyai *self-efficacy* yang rendah akan terganggu oleh keraguan terhadap kemampuan diri dan mudah menyerah bila menghadapi kesulitan dalam mengerjakan tugas.

d. Kualitas usaha

Penggunaan strategi dalam memproses suatu tugas secara lebih mendalam dan keterlibatan kognitif dalam belajar memiliki hubungan yang erat dengan *self-efficacy* yang tinggi. Suatu penelitian dari Pintrich dan De Groot menemukan bahwa siswa yang memiliki *self-efficacy* tinggi cenderung akan memperlihatkan penggunaan kognitif dan strategi belajar yang lebih bervariasi.

Sebuah penelitian telah menemukan bahwa ada hubungan yang erat antara *self-efficacy* dan orientasi sasaran (*goal orientasi*). *Self-efficacy* dan *achievement* siswa meningkat saat mereka menetapkan tujuan yang spesifik, untuk jangka pendek, dan menantang. Meminta siswa untuk menetapkan tujuan jangka panjang adalah hal yang baik seperti: "Saya ingin melanjutkan ke perguruan tinggi", tetapi akan sangat lebih baik kalau mereka juga membuat tujuan jangka pendek tentang apa yang harus dilakukan seperti: "Saya harus mendapatkan nilai A untuk tes matematika yang akan datang".

McCroskey (dalam Byers & Weber, 1995) pada penelitiannya mengindikasikan bahwa seseorang yang memiliki tingkat kecemasan berbicara yang tinggi biasanya tidak dianggap secara positif oleh orang lain. Mereka dianggap tidak responsif, tidak komunikatif, sulit untuk mengerti, tidak memiliki ketertarikan sosial dan seksual, tidak homogen, tidak dapat dipercaya, tidak berorientasi pada tugas, tidak suka bergaul, tidak suka menjadi pemimpin dan tidak produktif dalam kehidupan profesionalnya. Hal ini jelas menunjukkan bahwa tingkat kecemasan berbicara memberi pengaruh yang besar terhadap keberhasilan seseorang.

Tingkat kecemasan berbicara ini sangat berkaitan dengan *self-efficacy* seseorang sekaligus berkaitan dengan kemampuan komunikasi matematik. Seseorang yang memiliki *self-efficacy* yang tinggi cenderung mampu mengurangi tingkat kecemasannya bicarannya. Lebih lanjut berdampak terhadap kemampuan seseorang tersebut dalam berdiskusi secara aktif dan kreatif, responsif, dan komunikatif dalam menyampaikan ide-ide nya terkhusus dalam bidang akademis. Hal ini senada dengan hasil penelitian Indi (2009) yang menyebutkan bahwa semakin tinggi *self-efficacy* mahasiswa maka akan semakin rendah tingkat kecemasannya berbicara di depan umum, dan sebaliknya semakin rendah *self-efficacy* mahasiswa maka tingkat kecemasan berbicara di depan umum akan semakin tinggi.

NCTM (2000) menyebutkan bahwa standar kemampuan yang seharusnya dikuasai oleh siswa adalah sebagai berikut:

1. Mengorganisasi dan mengkonsolidasi pemikiran matematika dan mengkomunikasikan kepada siswa lain.
2. Mengekspresikan ide-ide matematika secara koheren dan jelas kepada siswa lain, guru, dan lainnya.
3. Meningkatkan atau memperluas pengetahuan matematika siswa dengan cara memikirkan pemikiran dan strategi siswa lain.
4. Menggunakan bahasa matematika secara tepat dalam berbagai ekspresi matematika.

Komunikasi matematik mencakup komunikasi tertulis maupun lisan atau verbal (LACOE, 2004). Komunikasi tertulis dapat berupa penggunaan kata-kata, gambar, tabel, dan sebagainya yang menggambarkan proses berpikir siswa. Komunikasi lisan dapat berupa pengungkapan dan penjelasan verbal suatu gagasan matematika. Di sisi lain, proses komunikasi yang terjalin dengan baik dapat membantu siswa membangun pemahamannya terhadap ide-ide matematika dan membuatnya lebih mudah dipahami. Hal ini menunjukkan bahwa proses komunikasi akan bermanfaat bagi siswa untuk meningkatkan pemahamannya mengenai konsep-konsep matematika.

Dalam meningkatkan kemampuan komunikasi matematik seseorang, seseorang tersebut harus mampu memunculkan *self-efficacy* dalam dirinya. Dengan *self-efficacy* yang tinggi seseorang akan mampu mengatasi kecemasan bicarannya dalam menyampaikan ide-ide matematik, mampu menguasai situasi dan menghasilkan hasil (*outcomes*) yang positif, yakin dan percaya bahwa mereka dapat mengontrol hasil dari usaha yang telah dilakukannya. Lebih lanjut, dengan *self-*

*efficacy* yang tinggi mengurangi kemungkinan seseorang menghindari pelajaran yang banyak tugasnya, khususnya untuk tugas-tugas yang menantang seperti matematika. Menurut Goetz (2004), mengembangkan komunikasi matematik tidak berbeda jauh dengan mengembangkan kemampuan komunikasi pada umumnya.

Schunck(1995) menyebutkan bahwa ada beberapa strategi yang dapat dilakukan untuk meningkatkan *self-efficacy*, diantaranya:

1. Mengajarkan siswa suatu strategi khusus sehingga dapat meningkatkan kemampuannya untuk fokus pada tugas-tugasnya.
2. Memandu siswa dalam menetapkan tujuan, khususnya dalam membuat tujuan jangka pendek setelah mereka mebuat tujuan jangka panjang.
3. Memberikan *reward* untuk *performa* siswa.
4. Mengkombinasikan strategi *training* dengan menekankan pada tujuan dan memberi *feedback* pada siswa tentang hasil pembelajarannya.
5. Memberikan *support* atau dukungan pada siswa. Dukungan yang positif dapat berasal dari guru seperti pernyataan “kamu dapat melakukan ini”, orang tua dan *peers*.
6. Meyakinkan bahwa siswa tidak terlalu aroused dan cemas karena hal itu justru akan menurunkan *self-efficacy* siswa.
7. Menyediakan siswa model yang bersifat positif seperti *adult* dan *peer*. Karakteristik tertentu dari model dapat meningkatkan *self-efficacy* siswa. *Modelling* efektif untuk meningkatkan *self-efficacy* khususnya ketika siswa mengobservasi keberhasilan teman *peer* nya yang sebenarnya mempunyai kemampuan yang sama dengan mereka.

## PENUTUP

### Kesimpulan

Secara umum disimpulkan bahwa *self-efficacy* yang dimiliki seseorang memberi pengaruh yang besar terhadap kemampuan komunikasi matematik. Hal ini dimaksudkan bahwa semakin tinggi *self-efficacy* seseorang terhadap kemampuan yang dimilikinya baik dalam merumuskan konsep, menyampaikan ide, dan mempertajam ide untuk meyakinkan orang lain, maka semakin tinggi pula kemampuan komunikasi matematiknya. Sebaliknya semakin rendah *self-efficacy* seseorang maka semakin rendah pula kemampuan komunikasi matematiknya.

### Saran

Disarankan, dalam pembelajaran di kelas khususnya pembelajaran matematika agar memperhatikan cara apasaja yang diperlukan untuk memunculkan dan meningkatkan *self-efficacy* siswa. Lebih lanjut, seorang guru disarankan menciptakan proses pembelajaran yang mampu memunculkan dan meningkatkan *self-efficacy* siswa.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aryan, B. S. 2008. *Membangun Keterampilan Komunikasi Matematika dan Nilai Moral Siswa Melalui Model Pembelajaran Bentang Pangajen*. [Online]. <http://rbaryans.wordpress.com/2008/10/28/membangun-keterampilan-komunikasi-matematika-dan-nilai-moral-siswa-melalui-model-pembelajaran-bentang-pangajen/>. Tanggal akses: 12 April 2011
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The Exercise of Control*. New York: W. H. Freeman Company.
- Bandura, A., & Locke, E. A. (2003). *Negative Self-Efficacy and Goal Effects Revisited*. *Journal of Applied Psychology*. Vol. 88, No.1, 87-99. [Online]. <http://www.emory.edu/education/>. Tanggal akses: 21 Juni 2005.

- Goetz, J. (2004). *Top Ten Thoughts about Communication in Mathematics*. [Online]. [http://www.kent.k12.wa.us/KSD/15/Communication\\_in\\_math.htm.2004](http://www.kent.k12.wa.us/KSD/15/Communication_in_math.htm.2004). Tanggal akses: 21 Juli 2006.
- Herdian. 2010. *Kemampuan Komunikasi Matematika*. [Online].<http://herdy07.wordpress.com/2010/05/27/kemampuan-komunikasi-matematis/>. Tanggal akses: 12 April 2012.
- Indi, A. D. A. (2009). *Hubungan antara Self-Efficacy dengan Kecemasan Berbicara di Depan Umum Pada Mahasiswa Fakultas Psikologi Universitas Sumatera Utara*. Skripsi USU.
- LACOE (Los Angeles County Office of Education). *Communication*. <http://teams.lacoe.edu>. 2004.
- McCroskey, J. (1984). *The Communication Apprehension Perspective*. [Online]. <http://www.Kompas.com/Kesehatan/news/0302/28/020443.htm>. Tanggal akses: 11 Januari 2009.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Schunk, D.H. (1995). *Self-Efficacy and Education and Instruction*. In J.E. Maddux (Ed.), *Self-Efficacy, Adaptation, and Adjustment: Theory, Research, and Application* (pp.281-303) New York: Plenum.
- The SEA Program: Model of Self-esteem, (2004). *The Tool of Coping Series and the SEA's Program Recovery*. [Online]. <http://www.esteem.model.htm>. Tanggal akses: 7 Oktober 2004.
- Zimmerman, B.J., & Bandura, A. (1994). *Impact of Self-Regulatory Influences on Writing Course Attainment*. *American Educational Research Journal*, 31, 845-862.

## UPAYA MENGATASI KESULITAN BELAJAR SISWA KELAS VII SMP KANISIUS PAKEM PADA POKOK BAHASAN SEGITIGA DENGAN MEMANFAATKAN PROGRAM *GEOGEBRA* DALAM PROSES PEMBELAJARAN REMEDIAL

Ignatius Candra Budhiawan<sup>1)</sup> dan M. Andy Rudhito<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
e-mail : [candrabudhiawan@gmail.com](mailto:candrabudhiawan@gmail.com)

**M. Andy Rudhito**

<sup>2)</sup>Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
e-mail: [arudhito@gmail.com](mailto:arudhito@gmail.com)

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kesulitan-kesulitan apa saja yang dialami oleh siswa dalam mempelajari matematika pada pokok bahasan segitiga serta mengetahui sejauh mana program *GeoGebra* dapat mendukung upaya mengatasi kesulitan belajar siswa melalui proses pembelajaran remedial. Subjek penelitian adalah siswa kelas VII Cerdas SMP Kanisius Pakem yang belum memenuhi KKM (Kriteria Ketuntasan Minimal). Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian adalah metode deskriptif-kualitatif. Instrumen penelitian yang digunakan adalah tes diagnostik, angket, LKS (Lembar Kerja Siswa), dan tes remediasi. Tes diagnostik berfungsi untuk mengetahui kesulitan-kesulitan apa saja yang dialami oleh siswa dalam mempelajari materi segitiga, angket berfungsi untuk mengetahui kesulitan-kesulitan apa saja yang dialami siswa serta apa penyebabnya, LKS berfungsi untuk membantu siswa dalam mempelajari materi segitiga menggunakan program *GeoGebra*, dan tes remediasi berfungsi untuk melihat sampai sejauh mana program *GeoGebra* dapat mengatasi kesulitan belajar siswa pada materi segitiga dalam proses pembelajaran remedial. Secara garis besar diagnosis kesulitan belajar dilakukan dengan langkah memperkirakan siswa yang belum tuntas belajar, menentukan letak kesulitan belajar, menentukan penyebab timbulnya kesulitan belajar serta upaya untuk mengatasinya. Tindak lanjut dari kegiatan diagnosis kesulitan belajar adalah dengan dilaksanakannya pembelajaran remedial dengan menggunakan program *GeoGebra* untuk membantu mengatasi kesulitan belajar yang dialami oleh siswa. Dari hasil penelitian terdapat 17 siswa yang belum mencapai KKM kesulitan yang dialami siswa terletak pada kesalahan yang dilakukan siswa. Secara umum siswa banyak melakukan kesalahan dalam menentukan hubungan sudut dalam dan sudut luar pada segitiga, melukis segitiga, melukis garis-garis istimewa pada segitiga, dan dalam menentukan tinggi segitiga untuk menentukan luas daerah segitiga. Berdasarkan hasil dari pengajaran remedial menggunakan program *GeoGebra* dapat disimpulkan bahwa siswa terbantu dalam mengatasi kesulitan belajarnya.

**Kata kunci** : Kesulitan Belajar, Segitiga, Pembelajaran Remedial, Program *GeoGebra*.

### PENDAHULUAN

Belum tercapainya tingkat ketuntasan belajar dalam pembelajaran matematika dapat dijadikan indikator bahwa dalam pembelajaran ini terdapat kesulitan belajar pada peserta didik faktor penyebab dan intensitas kasus kesulitan belajar ada yang dapat ditangani oleh guru dan ada yang dapat dipecahkan oleh peserta didik itu sendiri. Secara metodologis, bahwa penanganan kasus kesulitan belajar dapat dilakukan melalui pendekatan pembelajaran remedial, bimbingan dan penyuluhan, psikoterapi dan atau pendekatan lainnya (Ditjen Dikti, 1984:57). Kegiatan remedial dalam proses pembelajaran merupakan usaha yang dapat dilakukan untuk membantu siswa dalam mengatasi hambatan atau kesulitan belajar yang dialaminya. Kegiatan remedial ini adalah sebagai

tindak lanjut dari hasil evaluasi belajar, dimana telah diketahui siswa mana yang mengalami hambatan atau kesulitan belajar dalam proses belajarnya.

Pemanfaatan teknologi komputer dengan berbagai programnya dalam pembelajaran matematika sudah merupakan keharusan dan kebutuhan. Salah satu program komputer (*software*) yang dapat dimanfaatkan sebagai media pembelajaran matematika, khususnya geometri adalah program *GeoGebra*. Dengan program *GeoGebra*, objek-objek geometri yang bersifat abstrak dapat divisualisasi sekaligus dapat dimanipulasi secara cepat, akurat, dan efisien. Program *GeoGebra* berfungsi sebagai media pembelajaran yang memberikan pengalaman visual kepada siswa dalam berinteraksi dengan konsep-konsep geometri. Dengan tampilan yang variatif dan menarik, serta kemudahan dalam memanipulasi berbagai objek geometri diharapkan dapat meningkatkan minat siswa sekaligus dapat meningkatkan efektivitas pembelajaran geometri.

Penelitian ini bertujuan untuk melihat sejauh mana pemanfaatan teknologi komputer yang didalamnya terdapat program *GeoGebra* dalam membantu mengatasi kesulitan belajar siswa pada pokok bahasan segitiga yang di uji cobakan di SMP Kanisius Pakem. Program *GeoGebra* adalah program yang bersifat dinamis dan inteaktif sehingga memungkinkan banyak eksplorasi yang dapat dilakukan terhadap suatu konsep matematika sehingga dapat merangsang kreatifitas berfikir siswa khususnya geometri, aljabar, dan kalkulus. Program *GeoGebra* diciptakan oleh Markus Hohenwarter pada 2001/2002 di Austria dikembangkan di USA.

## METODE

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif-kualitatif, penelitian ini mendeskripsikan pemanfaatan program *GeoGebra* dalam pembelajaran remedial untuk mengatasi kesulitan-kesulitan siswa pada pokok bahasan segitiga.

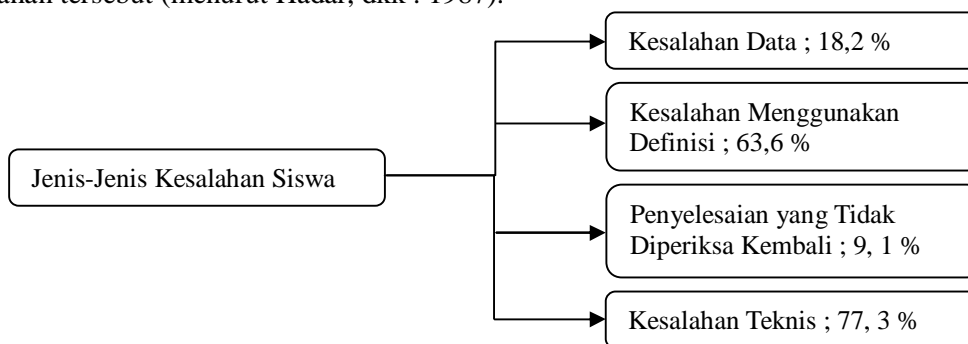
Subyek penelitian adalah siswa kelas VII SMP Kanisius Pakem yang berjumlah 22 siswa, pada semester dua tahun ajaran 2011/2012. Siswa yang diteliti dipilih berdasarkan hasil nilai ulangan siswa yang tidak memenuhi Kriteria Ketuntasan Minimum (KKM). Objek penelitian adalah kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal ulangan materi segitiga, proses pembelajaran remedial menggunakan program *GeoGebra*, dan hasil belajar siswa setelah mengikuti proses pembelajaran remedial menggunakan program *GeoGebra*.

Instrumen penelitian yang digunakan adalah tes diagnostik, angket, LKS (Lembar Kerja Siswa), dan tes remediasi. Peneliti melakukan tes diagnostik sebanyak satu kali, proses pembelajaran remedial sebanyak satu kali pertemuan (2 JP), dan tes remediasi sebanyak satu kali. Tes diagnosis dan angket digunakan oleh peneliti untuk melihat persentase siswa yang mengalami kesulitan dalam belajar dan jenis-jenis kesalahan yang dilakukan oleh siswa serta apa penyebabnya. Pada proses pembelajaran remedial, peneliti menggunakan program *GeoGebra* dan LKS untuk membantu siswa dalam memahami materi segitiga. Setelah proses pembelajaran remedial selesai peneliti melakukan tes remediasi, dari hasil test remediasi peneliti mencoba melihat apakah ada peningkatan hasil belajar siswa setelah melalui proses pembelajaran remedial menggunakan program *GeoGebra*.

## HASIL PENELITIAN

### Analisis Kesulitan Belajar Siswa

Berdasarkan hasil pekerjaan 22 siswa dalam menyelesaikan soal ulangan dapat dikategorikan jenis-jenis kesalahan yang dilakukan oleh siswa dan persentase siswa yang melakukan kesalahan tersebut (menurut Hadar, dkk : 1987).



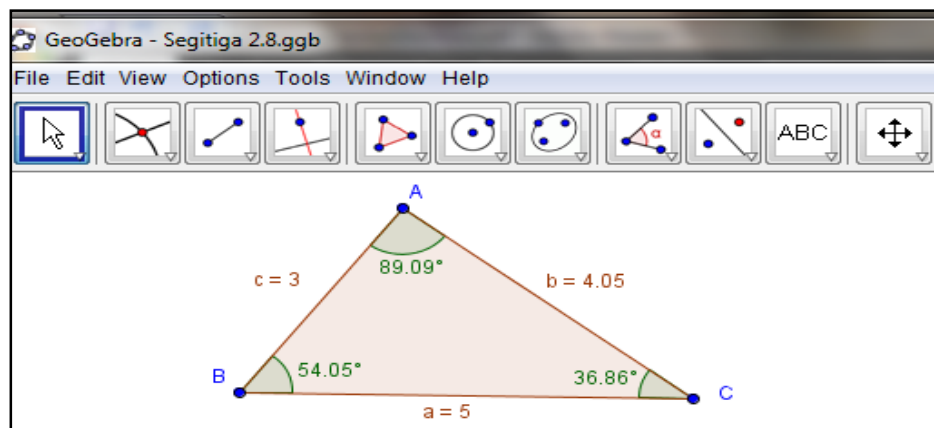
Sebagian besar kesalahan siswa terletak pada menentukan hubungan antara panjang sisi dengan besar sudut pada segitiga, hubungan sudut dalam dan sudut luar pada segitiga, melukis segitiga, melukis garis-garis istimewa pada segitiga, dan menghitung luas serta keliling segitiga. Berdasarkan hasil kuesioner yang dibagikan kepada siswa penyebab kesulitan ini adalah kurangnya media dan alat penunjang seperti jangka, busur dan penggaris yang dapat mendukung pembelajaran pada materi segitiga.

### Proses Pembelajaran Remedial

Dalam proses pembelajaran remedial peneliti menggunakan program *GeoGebra* sebagai media untuk menyampaikan pesan kepada siswa dan untuk mempermudah siswa dalam menentukan hubungan antara panjang sisi dengan besar sudut pada segitiga, hubungan sudut dalam dan sudut luar pada segitiga, dan melukis garis-garis istimewa pada segitiga. Selanjutnya akan dijelaskan pula mengenai *matematika dibalik gambar* yang menjelaskan secara analitis (matematis) mengenai gambar yang dihasilkan dengan program *GeoGebra*.

### Hubungan Panjang Sisi Dengan Besar Sudut Pada Segitiga

Untuk mengetahui hubungan antara besar sudut dengan panjang sisi pada suatu segitiga, buatlah sembarang  $\Delta ABC$  (Gambar 1)



Gambar 1 Hubungan Besar Sudut dengan Panjang Sisi Segitiga

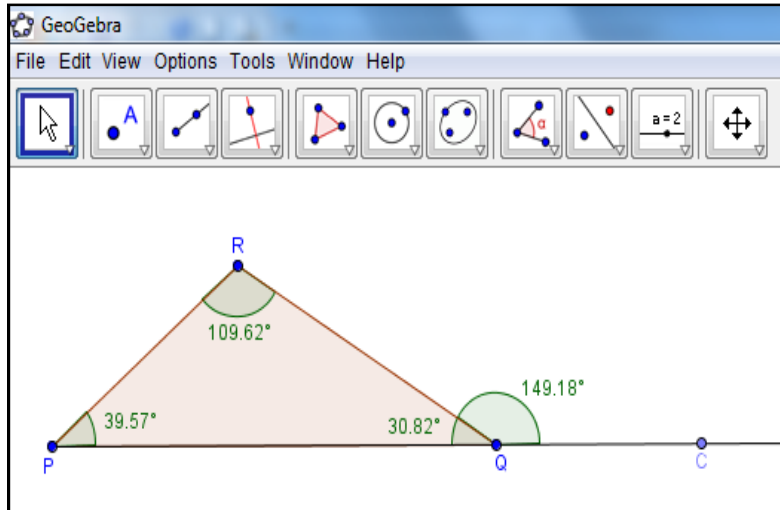
### Matematika di balik Gambar 1

- $\angle A$  merupakan sudut terbesar dan sisi di hadapannya, yaitu sisi BC merupakan sisi terpanjang.
  - $\angle C$  merupakan sudut terkecil dan sisi di hadapannya, yaitu sisi AB merupakan sisi terpendek.
- Pada setiap segitiga berlaku sudut terbesar terletak berhadapan dengan sisi terpanjang, sedangkan sudut terkecil terletak berhadapan dengan sisi terpendek.

### Hubungan Sudut Dalam Dan Sudut Luar Pada Segitiga

Pada pembelajaran sebelumnya siswa sudah memahami bahwa jumlah sudut dalam pada segitiga adalah  $180^\circ$ , namun siswa mengalami kesulitan dalam memahami hubungan sudut dalam dengan sudut luar pada segitiga. Oleh karena itu, peneliti mencoba menggunakan program *GeoGebra* (Gambar 2) untuk membantu siswa dalam memahami materi tersebut.





Gambar 2 Hubungan Sudut Dalam dan Sudut Luar Pada Segitiga

**Matematika di balik Gambar 2**

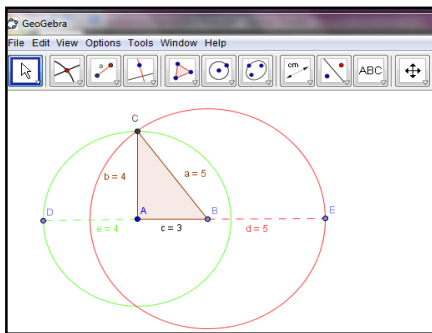
Pada segitiga tersebut nampak bahwa sudut PQR, PRQ, QPR dinamakan sudut dalam sedangkan sudut CQR dinamakan sudut luar segitiga PQR. Dari gambar tersebut nampak pula bahwa:

$$\begin{aligned} \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR &= 180^0 \\ \angle PQR + \angle CQR &= 180^0 \\ \text{sehingga diperoleh } \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR &= \angle PQR + \angle CQR, \\ \angle PRQ + \angle QPR &= \angle CQR \end{aligned}$$

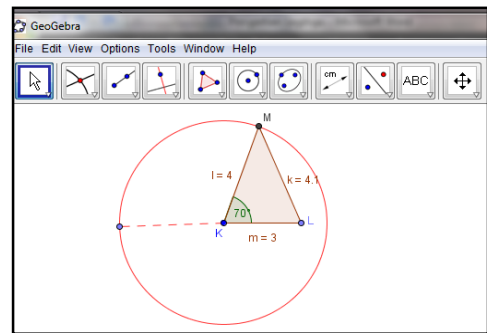
Besar sudut luar suatu segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berpelurus dengan sudut luar tersebut.

**Melukis Segitiga**

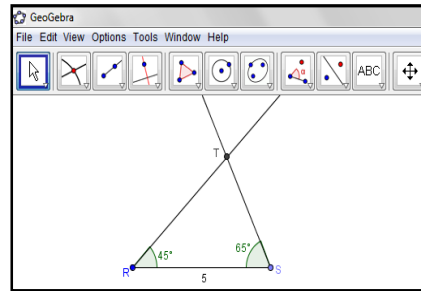
1. Melukis segitiga apabila diketahui panjang ketiga sisinya. (Gambar 3)
2. Melukis segitiga jika diketahui dua sisi dan sudut apit kedua sisi tersebut. (Gambar 4)
3. Melukis segitiga jika diketahui satu sisi dan dua sudut pada kedua ujung sisi tersebut. (Gambar 5)
- 4.



Gambar 3 Melukis Segitiga jika Diketahui Panjang Ketiga Sisinya tersebut



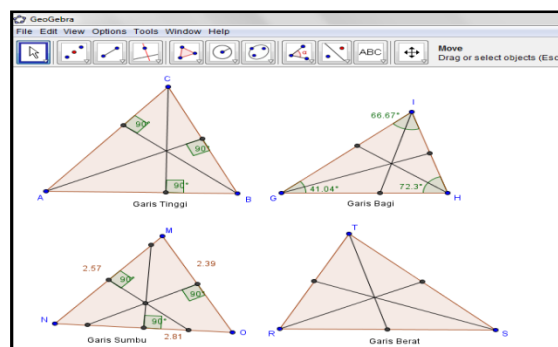
Gambar 4 Melukis Segitiga jika diketahui dua sisi dan satu sudut apit kedua sisi tersebut



Gambar 5 Melukis segitiga jika diketahui satu sisi dan dua sudut pada kedua ujung sisi tersebut

### Melukis Garis-Garis Istimewa Pada Segitiga

Pada bagian ini akan mempelajari mengenai cara melukis garis-garis istimewa yang terdapat pada sebuah segitiga. Ada empat garis istimewa yang terdapat pada suatu segitiga, yaitu garis tinggi, garis bagi, garis sumbu, dan garis berat, (Gambar 6).



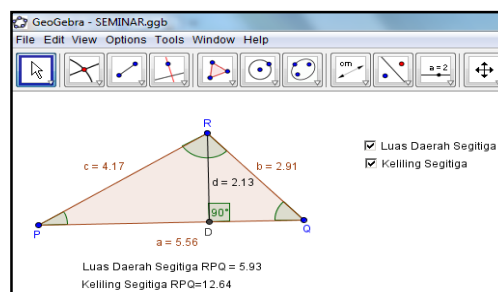
Gambar 6 Melukis Garis-Garis Istimewa Pada Segitiga

### Matematika di balik Gambar 6

- Garis Tinggi :** Garis tinggi segitiga adalah garis yang ditarik dari sebuah titik sudut segitiga tegak lurus sisi di hadapannya.
- Garis Bagi :** Garis bagi segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut segitiga dan membagi sudut menjadi dua sama besar.
- Garis Sumbu :** Garis sumbu suatu segitiga adalah garis yang membagi sisi-sisi segitiga menjadi dua bagian sama panjang dan tegak lurus pada sisi-sisi tersebut.
- Garis Berat :** Garis berat suatu segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut suatu segitiga dan membagi sisi di hadapannya menjadi dua bagian sama panjang.

### Menentukan Keliling Dan Luas Segitiga

Program *GeoGebra* juga bisa dimanfaatkan untuk mencari keliling dan luas segitiga (Gambar 7)



Gambar 7 Menentukan Keliling Dan Luas Segitiga

### Matematika di balik Gambar 7

$$\begin{aligned} \text{Keliling } \Delta RPQ &= PQ + QR + PR \\ &= a + b + c \end{aligned}$$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut. Suatu segitiga dengan panjang sisi  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ , kelilingnya adalah  $K = a + b + c$ .

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle RPQ &= \frac{1}{2} (PQ \times RD) \\ &= \frac{1}{2} (a \times d) \end{aligned}$$

Jadi luas daerah segitiga adalah  $L = \frac{1}{2} (\text{alas} \times \text{tinggi})$

### Lembar Kerja Siswa

Dalam melakukan proses pembelajaran remedial peneliti juga menggunakan LKS, LKS yang digunakan peneliti ada dua macam yaitu LKS yang biasa digunakan siswa dalam proses pembelajaran dengan guru dan LKS yang menggunakan program *GeoGebra* yang di buat oleh peneliti.

Tampilan LKS yang menggunakan program *GeoGebra* untuk membantu siswa dalam memahami garis-garis istimewa pada segitiga, (Gambar 8).

**GARIS-GARIS ISTIMEWA PADA SEGITIGA**

- Garis AE disebut garis ...
- Garis BD disebut garis ...
- Garis CF disebut garis ...

1. Garis tinggi segitiga adalah garis yang ditarik dari sebuah titik sudut segitiga tegak lurus sisi di hadapannya
2. Garis bagi segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut segitiga dan membagi sudut menjadi dua sama besar.
3. Garis berat suatu segitiga adalah garis yang ditarik dari titik sudut suatu segitiga dan membagi sisi di hadapannya menjadi dua bagian sama panjang.
4. Garis sumbu suatu segitiga adalah garis yang membagi sisi-sisi segitiga menjadi dua bagian sama panjang dan tegak lurus pada sisi-sisi tersebut.

- Garis AE disebut garis ...
- Garis BD disebut garis ...
- Garis CF disebut garis ...

1. Garis AE Disebut GARIS BERAT
2. Garis BD Disebut GARIS BAGI
3. Garis CF Disebut GARIS TINGGI

Gambar 8 LKS Garis-Garis Istimewa Pada Segitiga

Tampilan LKS yang menggunakan program *GeoGebra* untuk membantu siswa dalam memahami hubungan panjang sisi dengan besar sudut pada segitiga, (Gambar 9)

**HUBUNGAN PANJANG SISI DENGAN BESAR SUDUT PADA SEGITIGA**

5.43      106.59°      7.17

42.57°      30.84°

10.16

KESIMPULAN

1. sudut A merupakan sudut terbesar dan sisi di hadapannya, yaitu sisi BC merupakan sisi terpanjang.
2. sudut C merupakan sudut terkecil dan sisi di hadapannya, yaitu sisi AB merupakan sisi terpendek.

**KESIMPULAN**

**KESIMPULAN**

Pada setiap segitiga berlaku sudut **TERBESAR** terletak berhadapan dengan sisi **TERPANJANG**, sedangkan sudut **TERKECIL** terletak berhadapan dengan sisi **TERPENDEK**.

Gambar 9 LKS hubungan panjang sisi dengan besar sudut pada segitiga

Tampilan LKS yang menggunakan program *GeoGebra* untuk membantu siswa dalam memahami konsep keliling dan luas segitiga, (Gambar 10)

**LUAS SEGITIGA ABC**

diketahui :  
keliling segitiga ABC = 32 cm

ditanyakan :  
a. panjang AC  
b. tinggi segitiga ABC?  
c. luas segitiga ABC ?

**JAWAB**

a. Mencari Panjang AC  
 $K = AB + AC + BC$   
 $32 = 10 + AC + 10$   
 $32 = 20 + AC$   
 $AC = 32 - 20$   
 $AC = 12 \text{ cm}$

b. Untuk mencari tinggi gunakan teorema pythagoras :  
 $a^2 + b^2 = c^2$   
 $6^2 + t^2 = 10^2$   
 $t^2 = 10^2 - 6^2$   
 $t^2 = 100 - 36$   
 $t^2 = 64$   
 $t = 8 \text{ cm}$

c. Luas segitiga =  $1/2 (a \times t)$   
 $= 1/2 (12 \times 8)$   
 $= 1/2 (96)$   
 $= 48 \text{ cm}^2$

Gambar 10 keliling dan luas segitiga

Dalam pembuatan LKS (Lembar Kerja Siswa) peneliti menggunakan *check box to show* yaitu salah satu *construction tools* yang ada pada program *GeoGebra* yang berfungsi untuk menampilkan atau menyembunyikan teks. *Check box to show* pada LKS *GeoGebra* digunakan untuk menyembunyikan jawaban sehingga siswa diminta untuk mengerjakan soal yang ada pada LKS terlebih dahulu baru kemudian hasilnya akan dicocokkan dengan jawaban yang telah dibuat sebelumnya dengan cara mencentang kotak kecil yang berwarna putih, jika kotak tersebut sudah tercentang maka akan tampil jawaban dari soal LKS. Dengan begitu secara langsung siswa dapat langsung melihat apakah jawaban yang telah dibuatnya itu sudah tepat atau belum. Jika belum tepat maka guru membimbing siswa sampai siswa mendapatkan jawaban yang tepat.

### Hasil Yang Dicapai Siswa Setelah Proses Pembelajaran Remedial

Hasil tes sebelum remedial dan sesudah remedial didapat nilai siswa seperti pada Tabel 1. Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat pada hasil tes sebelum pembelajaran remedial terdapat 17 siswa yang belum mencapai KKM (Kriteria Ketuntasan Minimum) dimana standar ketuntasan minimunya adalah 65 untuk mata pelajaran matematika. Namun setelah mengikuti proses pembelajaran remedial menggunakan program *GeoGebra* terjadi peningkatan nilai siswa. Ditunjukkan pada Tabel 1 nilai siswa sesudah mengikuti pembelajaran remedial semuanya naik meskipun masih ada 5 siswa yang masih belum mencapai KKM. Hal ini menunjukan bahwa pembelajaran remedial menggunakan program *GeoGebra* dapat meningkatkan hasil belajar siswa sebesar 69,2%.

NO	NAMA	NILAI		KATEGORI	KETERANGAN
		SEBELUM REMEDIAL	SESUDAH REMEDIAL		
1	BPPi	35	70	NAIK	TUNTAS
2	DIG	40	60	NAIK	TIDAK TUNTAS
3	DRN.	37	75	NAIK	TUNTAS
4	DDKX	40	60	NAIK	TIDAK TUNTAS
5	EWN	32	60	NAIK	TIDAK TUNTAS
6	EVP	37	65	NAIK	TUNTAS
7	FJ	38	70	NAIK	TUNTAS
8	FDH	77			TUNTAS
9	FRW	47	70	NAIK	TUNTAS
10	GEMAP	70			TUNTAS
11	HBA	67			TUNTAS

12	IR	62	80	NAIK	TUNTAS
13	KNK	70			TUNTAS
14	LS	30	70	NAIK	TUNTAS
15	DP	53	85	NAIK	TUNTAS
16	P	80			TUNTAS
17	RASA	42	65	NAIK	TUNTAS
18	S	18	65	NAIK	TUNTAS
19	TDO	38	50	NAIK	TIDAK TUNTAS
20	VAP	30	60	NAIK	TIDAK TUNTAS
21	VPP	58	90	NAIK	TUNTAS
22	YPN	47	75	NAIK	TUNTAS
<b>Rata-Rata</b>		<b>47,6</b>	<b>68,8</b>		

Tabel 1 Hasil Tes Sebelum dan Sesudah Remedial

Menurut beberapa siswa dalam angket yang telah diisi siswa sebelumnya, siswa merasa program *GeoGebra* dapat membantu dalam memahami materi segitiga, namun ada siswa yang merasa kesulitan dalam menggunakan program *GeoGebra*. Rinciannya dapat dilihat pada Tabel 2 :

	Jumlah Siswa	Alasan
Siswa Mengalami Kesulitan dalam Menggunakan Program <i>GeoGebra</i> .	10 siswa	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Karena belum terbiasa menggunakannya masih bingung</li> <li>2. Karena sulit dipahami</li> </ol>
Siswa Terbantu Karena Adanya Program <i>GeoGebra</i> .	21 siswa	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lebih mudah karena bisa menggambar segitiga dengan menggunakan computer</li> <li>2. Lebih memudahkan dalam menghitung dan mengerjakan soal.</li> <li>3. Karena sudah mulai memahami rumus-rumus matematika</li> </ol>
Siswa Senang Jika Pembelajaran Matematika Menggunakan Media Komputer.	14 siswa	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Karena lebih modern</li> <li>2. Karena lebih mudah menggunakan computer</li> <li>3. Suka karena dapat membantu dalam belajar</li> </ol>

Tabel 2. Jawaban Angket Siswa

## PEMBAHASAN

Berdasarkan data yang diperoleh dapat diketahui bahwa terjadi peningkatan rata-rata nilai siswa sebelum dan sesudah remedial yaitu sebesar 69,2 %. Dari 17 siswa yang mengikuti proses pembelajaran remedial masih ada 5 siswa yang belum mencapai KKM, namun nilai mereka sudah mengalami peningkatan dibandingkan sebelum mengikuti pembelajaran remedial menggunakan program *GeoGebra*.

Peningkatan rata-rata hasil belajar siswa sebelum dan sesudah mengikuti pembelajaran remedial menunjukkan bahwa penggunaan program *GeoGebra* dapat membantu siswa dalam mengatasi kesulitan belajar yang dikemukakan oleh Hadar (1987). Secara umum dikemukakan oleh kusumah (2003) pembelajaran matematika menggunakan komputer sangat ideal untuk dimanfaatkan dalam pembelajaran konsep-konsep matematika yang menuntut ketelitian tinggi,

penyelesaian grafik secara tepat, cepat, dan akurat. Hasil Angket menunjukkan bahwa siswa lebih terbantu dalam memahami materi segitiga dengan memanfaatkan program *GeoGebra* karena program *GeoGebra* dapat memudahkan siswa dalam menggambar segitiga dan garis-garis istimewa yang ada pada segitiga serta memudahkan siswa dalam memahami dan mengerjakan soal matematika. Seperti yang dikemukakan Lavicza (Hohenwarter, 2010), sejumlah penelitian menunjukkan bahwa *GeoGebra* dapat mendorong proses penemuan dan eksperimentasi siswa dikelas, fitur-fitur visualisasinya dapat secara efektif membantu siswa dalam mengajukan berbagai konjektur matematis.

Hasil uji coba pembelajaran matematika menggunakan program *GeoGebra* ternyata mendapat respon positif baik dari dalam diri siswa itu sendiri maupun dari hasil belajar yang diperoleh siswa. respon positif dari dalam diri siswa ditunjukkan dari hasil angket yang diberikan kepada siswa dimana 14 siswa merasa senang belajar matematika menggunakan komputer dan 21 siswa merasa terbantu dalam memahami materi segitiga karena adanya program *GeoGebra*. Sedangkan respon positif dari hasil belajar siswa ditunjukkan dari peningkatan nilai siswa sebelum belajar dengan menggunakan *GeoGebra* dengan belajar setelah menggunakan Program *GeoGebra*.

## **KESIMPULAN DAN SARAN**

Penelitian ini menghasilkan deskripsi pemanfaatan program *GeoGebra* dalam mengatasi kesulitan belajar siswa kelas VII Cerdas SMP Kanisius pada materi Segitiga dalam proses pembelajaran remedial. Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa program *GeoGebra* mampu mengatasi kesulitan belajar siswa pada materi segitiga khususnya dalam menentukan hubungan sudut dalam dan sudut luar pada segitiga, hubungan besar sudut dengan panjang sisi pada segitiga, menentukan garis-garis istimewa yang ada pada segitiga dan menentukan keliling serta luas daerah segitiga. Selain itu, program *GeoGebra* dapat membantu meningkatkan hasil belajar siswa. Hal ini terlihat dari peningkatan hasil belajar siswa sebelum dan sesudah belajar menggunakan program *GeoGebra*.

Untuk penelitian dan implementasi lebih lanjut di masa datang, diberikan saran berikut : pada penelitian ini digunakan metode presentasi saat pembelajaran berlangsung, untuk penelitian selanjutnya mungkin dapat dicoba dengan metode yang lain seperti kelompok dengan masing-masing kelompok terdapat satu buah komputer yang dilengkapi dengan Program *GeoGebra* ataupun individu.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Hadar, Movshovitz, N., Zaslavsky, O., & Shlomo Inbar. 1987. *An Empirical Classification Model For Errors In High School Mathematics*. Journal For Research In Mathematics Education, 18 : 3-14.
- Depdiknas, 2008, Sistem Penilaian KTSP: Panduan Penyelenggaraan Remedial.
- Entang, M., 1984, *Diagnosis Kesulitan Belajar Dan Pengajaran Remedial*, Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Dan Kebudayaan.
- Habiburahman, 1981, *Diagnosis Kesulitan Belajar Dan Pengajaran Remedi Dalam Pendidikan IPA*, Jakarta: Penataran.
- Mahmudi, Ali, 2010, *Membelajarkan Geometri Dengan Program GeoGebra*, jurusan pendidikan matematika, universitas negeri Yogyakarta.
- [www.GeoGebra.org](http://www.GeoGebra.org)



## **EVALUASI TERHADAP HASIL PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDIDIKAN KARAKTER DI INDONESIA**

**Ika Wahyu Anita, S.Pd., M.Pd.**

[albanna.rumaiasha@yahoo.com](mailto:albanna.rumaiasha@yahoo.com)

*STKIP Siliwangi Bandung*

### **Abstrak**

Pendidikan karakter diharapkan menjadi solusi terhadap degradasi moral generasi muda Indonesia. Sekaligus sebagai optimalisasi pencapaian tujuan pendidikan Nasional yang telah dirumuskan. Untuk efektifitas hasil, pendidikan karakter diintegrasikan ke dalam pembelajaran di kelas. Khususnya dalam pembelajaran matematika, terdapat enam nilai yang harus dikembangkan yaitu: teliti, tekun, kerja keras, rasa ingin tahu, pantang menyerah dan kreatif. Hal ini menuntut adanya persiapan yang matang baik dalam sarana, prasarana maupun sumber daya manusia dari semua pihak yang terkait. Perlu dirumuskan pula pengevaluasian dari program tersebut sehingga dapat dilihat efektifitas dan peninjauan ulang sebagai perbaikan hingga di peroleh suatu model pendidikan karakter yang tepat dan dapat di implementasikan dengan baik.

**Kata kunci** : pendidikan karakter, pembelajaran matematika, evaluasi

### **PENDAHULUAN**

Menghadapi era globalisasi dan kemudahan akses informasi dan teknologi yang berkembang pesat, sedikit banyak mempengaruhi pola dan gaya hidup manusia. Perkembangan zaman dan kehidupan manusia kekinian yang ditunjang fasilitas yang semakin memudahkan pelayanan hidup memiliki sisi positif sekaligus sisi negatif yang mulai banyak dirasakan pengaruhnya saat ini. Sisi positif yang dapat diperoleh adalah kenyamanan, terpenuhinya faktor penunjang kehidupan serta rasa aman dan kemudahan-kemudahan hidup sehari-hari. Tetapi tidak dapat di pungkiri juga sisi negatif yang muncul berupa ketergantungan hidup pada pelayanan, harapan mencapai tujuan dengan cara instan, tuntutan untuk memperoleh lebih banyak kemudahan dan berubahnya orientasi kehidupan untuk memperoleh kesenangan dan fasilitas yang semuanya tak lepas dari tabiat manusia.

Dampak-dampak di atas terjadi berangsur-angsur dalam waktu yang lama, hingga melahirkan sifat ketergantungan dan manja, malas berusaha dan bekerja keras serta orientasi mengejar kesenangan hidup walau dengan menghalalkan segala cara. Hal ini melatarbelakangi permasalahan-permasalahan yang berkaitan dengan generasi muda beberapa tahun terakhir ini. Setiap hari media memberitakan banyaknya permasalahan dekadensi moral berupa tawuran, kekerasan, tindak asusila, pergaulan bebas (*free-sex*), pelanggaran nilai-nilai moral, pembunuhan, penyalahgunaan narkoba dan minuman keras, perilaku geng motor, hingga permasalahan korupsi, kolusi dan nepotisme yang tak kunjung selesai dan semakin hari makin terasa biasa terjadi. Seakan-akan telah mengakar kuat dalam jiwa-jiwa masyarakat Indonesia hingga sulit untuk diberantas, karena menjangkiti semua kalangan, tidak hanya generasi muda tapi juga beberapa generasi di atasnya. Beberapa tahun terakhir, kesadaran akan permasalahan-permasalahan yang telah semakin meresahkan dan mengganggu stabilitas tatanan masyarakat ini membuat beberapa pakar mengkajinya dan melakukan studi terkait. Disepakati bersama bahwa degradasi moral bangsa yang kian mengkhawatirkan membutuhkan penanganan yang efektif dan segera.

Permasalahan yang sama tidak hanya dialami di Indonesia, namun juga di hampir seluruh dunia. Beberapa alternatif penanganan digulirkan, dari mulai usaha mendekatkan kembali kehidupan manusia pada sisi religius dan nilai-nilai luhur budaya, hingga pengintegrasian penanaman karakter dalam pendidikan dan pengajaran. Di beberapa negara mulai digagas dan



dikembangkan sejumlah program pendidikan berkarakter. Walaupun menimbulkan kontroversi teoritis dan filosofi (Wahyudin, 2011:34) tetapi seluruhnya sepakat bahwa pendidikan berkarakter harus di implementasikan pada seluruh jenjang pendidikan dan seluruh aktifitas di sekolah (didalam kelas dan diluar kelas) maupun diluar sekolah dengan pelibatan orang tua (keluarga) dan lingkungan tumbuh kembang.

Pendidikan karakter tidak harus menjadi mata pelajaran baru yang terpisah dari mata pelajaran lainnya, namun terimplementasi dan bersinambungan antar seluruh mata pelajaran yang telah ada. Karenanya digagaslah model-model baru pengajaran yang berbasis pendidikan karakter. Di setiap materi dalam seluruh mata pelajaran yang diajarkan disisipkan nilai-nilai karakter yang diharapkan dapat membentuk karakter siswa menjadi kebiasaan yang benar (*right habituation*).

Nilai-nilai yang dikembangkan dalam pendidikan budaya dan karakter bangsa meliputi: religius, jujur, toleransi, disiplin, kerja keras, kreatif, mandiri, demokratis, rasa ingin tahu, semangat kebangsaan, cinta tanah air, menghargai prestasi, bersahabat/ komunikatif, cinta damai, gemar membaca, peduli lingkungan, peduli sosial, dan tanggung jawab (Gozi dalam Sumarmo, 2011:23). Sedangkan dalam pelajaran matematika sendiri terdapat enam nilai karakter yang diintegrasikan untuk dikembangkan yaitu: teliti, tekun, kerja keras, rasa ingin tahu, pantang menyerah dan kreatif. Pendidikan karakter yang terimplementasi membutuhkan sarana evaluasi agar dapat di ukur tingkat tercapaannya. Hal ini yang mendorong penulis untuk membuat kajian dengan judul “Evaluasi Terhadap Hasil Pembelajaran Matematika Berbasis Pendidikan Karakter di Indonesia”.

## PERMASALAHAN DAN URGENSINYA

Dari uraian latar belakang masalah di atas, penulis membuat rumusan masalah sebagai berikut :

1. Proses pengembangan pembelajaran matematika berbasis pendidikan karakter yang seperti apa yang mampu menjawab tantangan permasalahan yang dihadapi bangsa Indonesia?
2. Bagaimana bentuk evaluasi dari pelaksanaan pembelajaran matematika berbasis pendidikan karakter?

Sedangkan urgensi dari masalah tersebut adalah agar pelaksanaan pembelajaran matematika berbasis pendidikan karakter benar-benar dapat menjadi solusi terhadap permasalahan bangsa yang di alami saat ini, serta dapat di evaluasi ketercapaian dan keberhasilannya.

## PEMBAHASAN

### A. Pendidikan Karakter

Di Indonesia sendiri sebenarnya telah dirancang tujuan pendidikan nasional seperti dikutip dalam UU no.20 tahun 2003 pada Bab II pasal 3: “Pendidikan Nasional bertujuan untuk mengembangkan potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan YME, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab”. Hanya saja dalam pelaksanaannya, tujuan pendidikan yang menjadi tujuan pokok adalah berilmu saja, sedangkan yang lain menjadi tujuan sampingan yang cukup dikembangkan dalam pendidikan moral pancasila, mata pelajaran agama, PKn dan budaya.

Pendidikan karakter di Indonesia mulai dirancang sejak tahun 2009 yaitu gagasan implementasi di semua jenjang pendidikan, integrasi secara sistematis pada semua aspek aktifitas pendidikan, serta kesinambungan penanaman karakter antar mata pelajaran. Sejak digagas, pendidikan karakter didengungkan dapat menjadi solusi bagi permasalahan yang dialami bangsa ini. Hal ini dikuatkan oleh Mendiknas dalam amanatnya saat hari pendidikan nasional 2 Mei 2011 yang mengusung tema “Pendidikan karakter sebagai pilar kebangkitan bangsa” (Sugandi, 2011:50).

Fokus pendidikan karakter yang banyak dibicarakan ada tiga, yaitu:

1. Pendidikan karakter yang berpusat pada pengajaran (*teaching values*)
2. Pendidikan karakter yang memusatkan diri pada klarifikasi nilai (*value clarification*)
3. Pendidikan karakter yang mempergunakan pendekatan pertumbuhan moral Kohlberg (*character development*), (A. Koesoema, 2010).

Sedangkan menurut Puskur Balitbang Kemendiknas (2010) pendidikan budaya dan karakter bangsa dimaknai sebagai pendidikan yang mengembangkan nilai-nilai budaya dan karakter bangsa

pada diri peserta didik sehingga mereka memiliki nilai dan karakter sebagai karakter dirinya, menerapkan nilai-nilai tersebut dalam kehidupannya sebagai anggota masyarakat dan warga negara yang religius, nasionalis, produktif, dan kreatif. Pendidikan budaya dan karakter bangsa ini di deskripsikan sebagai olah hati, olah pikir, olah raga dan kinestetik serta olah rasa dan karsa (Wahyudin, 2011:35). Implementasi pendidikan karakter tersebut pada semua jenjang pendidikan, semua lini aktifitas pendidikan dan berkesinambungan dalam semua mata pelajaran memungkinkan tercapainya tujuan pendidikan karakter secara bertahap dan nilai karakter yang semakin tertanam kokoh hingga melahirkan kebiasaan yang benar (*right habituation*) dalam diri peserta didik.

## **B. Pembelajaran Matematika Berbasis Pendidikan Karakter**

Dalam pelajaran matematika sendiri terdapat enam nilai karakter yang diintegrasikan untuk dikembangkan yaitu: teliti, tekun, kerja keras, rasa ingin tahu, pantang menyerah dan kreatif. Sebelumnya dalam KTSP 2006 telah disusun lima tujuan pembelajaran matematika, salah satunya yaitu memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam memecahkan masalah. Hal ini sejalan dengan tujuan pendidikan karakter. Sehingga dalam pembelajaran matematika sebenarnya telah memuat nilai-nilai karakter.

Ilustrasi pengembangan karakter dalam pembelajaran matematika (adaptasi dari Ghazi, 2010 dan Sauri, 2010 dalam Sumarmo, 2011:25-26) secara ringkas sebagai berikut:

1. Memberi pemahaman yang benar tentang pendidikan karakter. Matematika tidak hanya mengkhhususkan pencapaian pada ranah kognitif saja, namun juga mencakup pencapaian afektif dan psikomotor;
2. Pembiasaan nilai-nilai karakter yang disisipkan dalam setiap pembelajaran matematika;
3. Contoh dan teladan yang di tunjukkan oleh guru matematika. Misalnya untuk membiasakan karakter disiplin, maka guru harus memberi teladan bagaimana berdisiplin baik dalam hal waktu ataupun aturan-aturan yang disepakati;
4. Pembelajaran matematika secara integral, tidak parsial dan tidak terpisah-pisah.

Sedangkan dalam prosesnya, nilai-nilai karakter tersebut dituangkan dalam bentuk perencanaan pembelajaran (berupa silabus, RPP, bahan ajar, perangkat pembelajaran dan tes), pada pelaksanaan pembelajaran di kelas, evaluasi dan tindak lanjutnya. Guru matematika dituntut untuk memasukkan nilai-nilai karakter dalam tiap fase pembelajaran sejak kegiatan pendahuluan, inti, dan aktifitas penutup.

## **C. Evaluasi terhadap pembelajaran matematika berbasis pendidikan karakter**

Berbicara evaluasi biasanya berbicara tentang pencapaian baik berupa pencapaian kuantitas dan pencapaian kualitas. Di Indonesia sendiri, evaluasi hasil belajar siswa dilaporkan melalui raport setiap semester (pernah juga tiap trimester/ caturwulan) berupa nilai kuantitatif. Sejak diberlakukannya penilaian terhadap aspek kognitif, afektif dan psikomotor, penilaian melibatkan evaluasi secara kualitatif. Sedangkan untuk mengevaluasi pendidikan berkarakter, seperti dikutip oleh A. Koesoema dalam artikelnya, "Mengembangkan pendidikan karakter itu ibarat mencari kucing hitam dalam kamar yang gelap". Membahas tentang pendidikan karakter bagi sebagian kalangan masih membingungkan, terutama bagi para guru di lapangan yang menjadi pelaksana pembelajaran di kelas. Apalagi membicarakan evaluasi terhadap pendidikan karakter yang memang sulit untuk diukur dan dinilai. Apakah penilaian karakter berpengaruh terhadap kenaikan kelas atau kelulusan? Misalnya siswa yang mendapat nilai bagus tapi dari hasil mencontek dimungkinkan tidak naik kelas, atau siswa yang nilai akademiknya sangat rendah dapat dipertimbangkan lulus karena memiliki karakter diri yang baik.

Menurut Sugandi (2011: 54-55) teknik dan instrumen penilaian yang dipilih dan dilaksanakan tidak hanya mengukur pencapaian akademik/ kognitif siswa, tapi juga mengukur perkembangan kepribadian siswa. Teknik-teknik yang dapat digunakan untuk menilai pencapaian kepribadian yaitu: observasi (dengan lembar observasi/ pengamatan), penilaian diri (dengan lembar penilaian diri/ kuisioner), dan penilaian antar teman (lembar penilaian antar teman).

Beberapa pemerhati pendidikan yang lain menilai bahwa penilaian tersebut masih belum valid. Metode observasi membutuhkan waktu karena guru harus menilai peserta didiknya masing-masing, kesulitan juga ditemui terkait observasi yang mungkin dilakukan oleh guru matematika, guru

bahasa Indonesia, guru IPA dll. Perlu ada komunikasi dan koordinasi antar semua guru mata pelajaran untuk melakukan observasi pada siswa. Penilaian diri adalah suatu teknik penilaian yang meminta peserta didik menilainya sendiri berkaitan dengan status, proses dan tingkat pencapaian kompetensi yang dipelajarinya (Sumarno, 2011). Penilaian diri intinya adalah peserta didik menilai dirinya sendiri, hal ini pun menimbulkan spekulasi atas kevalidan penilaian. Setiap peserta didik punya standar masing-masing dalam menilai, dibutuhkan kejujuran dan keterbukaan agar peserta didik bisa menilai dirinya dengan obyektif sedangkan bisa jadi nilai kejujuran dan sikap terbuka termasuk dalam tujuan pendidikan karakter itu sendiri. Demikian pula dengan penilaian antar teman, kedekatan atau permusuhan (yang mungkin sedang dialami antar peserta didik) menjadikannya tidak/ kurang obyektif dalam menilai temannya.

Secara global keberhasilan pendidikan karakter yang terintegrasi dalam pembelajaran di kelas khususnya pembelajaran matematika belum dapat ditentukan tingkat keberhasilannya karena memang belum ada standar pencapaian pendidikan karakter. Sedangkan jika pendidikan karakter memiliki standar baku dalam pencapaiannya, bisa jadi pelaksanaannya akan menjadi sesuatu yang hierarki dan baku. Sama halnya dengan standar nilai lulus sekolah yang sekarang tengah berlaku di Indonesia, yaitu standar kelulusan 5,5 untuk mata pelajaran yang diujikan. Peserta didik berlomba-lomba untuk mencapai standar tersebut apapun caranya, sehingga banyak kecurangan dan pihak yang menyalahgunakan kondisi tersebut untuk mengambil keuntungan pribadi.

Berkaca dari hal itu, bisa jadi peserta didik akan berperilaku baik hanya agar mencapai standar pencapaian karakter yang ditetapkan, sehingga karakter tersebut tidak menjadi kebiasaan yang sungguh tertanam dalam diri peserta didik namun hanya menjadi usaha memenuhi prasyarat penilaian yang suatu saat bisa ditinggalkan jika penilaian sudah selesai.

## **PENUTUP**

Berdasarkan pembahasan dan uraian-uraian di atas, dapat ditarik kesimpulan bahwa:

1. Proses pengembangan pembelajaran matematika berbasis pendidikan karakter harus dirancang mulai tahap perencanaan pembelajaran, pelaksanaan, pencapaian serta dilakukan tindak lanjut (berupa penguatan, penugasan ataupun pengayaan) yang ditunjang dengan sarana dan prasarana serta daya dukung dan keterlibatan pihak-pihak terkait. Perlu juga kerjasama antar guru mata pelajaran dan dengan orangtua sehingga pendidikan karakter dapat berkesinambungan dan memudahkan penanaman kebiasaan dalam diri peserta didik. Proses pembelajaran matematika berbasis pendidikan karakter di kelas tidak mungkin berhasil tanpa adanya keteladanan dan contoh yang baik, sehingga dibutuhkan kesadaran dan pemahaman dari guru, orang tua dan ciftas akademika untuk menjadi prototipe dari tujuan pendidikan karakter;
2. Perlu adanya rumusan untuk mengevaluasi secara menyeluruh dan efektif dari pelaksanaan pendidikan karakter yang terimplementasi dalam pembelajaran di kelas (khususnya dalam mata pelajaran matematika) serta target-target jangka pendek, jangka menengah dan jangka panjang untuk mengukur tingkat keberhasilan agar pelaksanaan pembelajaran matematika berbasis pendidikan karakter ini dapat terarah dan terstruktur.

## **REKOMENDASI**

Melihat dari harapan pendidikan karakter mampu menjadi solusi dari beragam permasalahan degradasi moral bangsa, maka perlu menjadi catatan bersama bagi semua pihak terkait bahwa:

1. Diperlukan kesiapan lembaga-lembaga pendidikan (dinas pendidikan, sekolah, guru, orang tua dan pemerhati pendidikan) untuk menyiapkan sarana dan prasarana serta daya dukung lain agar pembelajaran berbasis pendidikan karakter dapat segera di implementasikan terutama dalam pembelajaran matematika;
2. Adanya kesadaran secara personal dari kepala sekolah, guru, dan seluruh ciftas akademika untuk menjadi model bagi pendidikan karakter berupa keteladanan dan contoh nyata sehingga menumbuhkan lingkungan belajar yang positif dengan dukungan dari keluarga khususnya orang tua siswa;
3. Perlunya rumusan yang lebih matang dalam mengevaluasi pencapaian hasil pendidikan karakter, sehingga dapat terukur pencapaian target-target (tujuan pendidikan karakter) yang

menunjukkan indikasi dari siswa berkarakter, sehingga pelaksanaannya tidak sekedar “*trial and error*”;

4. Saatnya pembelajaran matematika disajikan dengan kreatif sehingga mampu menghapus kesan bahwa matematika adalah pembelajaran yang kaku dan sulit, berubah menjadi matematika yang menyenangkan (*mathematics is fun*) sehingga dapat menjadi alat bagi pencapaian tujuan pendidikan karakter.

#### DAFTAR PUSTAKA

- A. Koesoema, D. (2010). *Kucing Hitam Pendidikan Karakter*. [Online]. Tersedia: <http://www.pendidikankarakter.org/kucing.html>
- Asrori. (2011). Penerapan Pendidikan Karakter dalam Pembelajaran. [Online]. Tersedia: <http://www.asrori.com/2011/05/makalah-pendidikan-karakter-dalam.html> (7 Mei 2012)
- Indrawadi. (2011). *Pelajaran Matematika Tulang Punggung Pendidikan Karakter*. [Online]. Tersedia: <http://www.bunghatta.ac.id/berita-836-pelajaran-matematika-tulang-punggung-pendidikan-karakter.html> (7 Mei 2012)
- Puskur. (2010). Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa. Jakarta: Puskur Balitbang Kemendiknas
- Sugandi, A.I. (2011). Implementasi Pendidikan Karakter pada Pembelajaran Matematika. Makalah disampaikan pada Seminar Nasional di STKIP Siliwangi tanggal 7 Desember 2011
- Sumarmo, U. (2011). *Pembelajaran Matematika Berbasis Pendidikan Karakter*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika. Vol.1.
- Sumarno, A. (2011). *Mengajar Pendidikan Karakter dengan Berkarakter*. [Online]. Tersedia: <http://blog.elearning.unesa.ac.id/alim-sumarno/mengajar-pendidikan-karakter-dengan-berkarakter> (7 Mei 2012)
- Sumarno, A. (2011). Penilaian Diri (Self Assessment) dalam Pendidikan Karakter. [Online]. Tersedia: <http://blog.elearning.unesa.ac.id/alim-sumarno/penilaian-diri-self-assessment-dalam-pendidikan-karakter>. (20 Mei 2012)
- Wahyudin. (2011). *Membangun Karakter Melalui Pendidikan Matematika yang Berkualitas*. Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika. Vol.1.



**PEMANFAATAN PROGRAM *CABRI 3D* UNTUK MEMBANTU  
PEMBELAJARAN MATEMATIKA PADA POKOK BAHASAN MENENTUKAN  
BESAR SUDUT ANTARA DUA GARIS DALAM RUANG DIMENSI TIGA DI  
KELAS X SEMESTER II  
SMA MARSUDI LUHUR YOGYAKARTA**

**Maria Immaculata Ray Bastiani<sup>1)</sup>, dan M. Andy Rudhito<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup> *Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: [eganmarry@yahoo.com](mailto:eganmarry@yahoo.com)*

<sup>2)</sup> *Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: [arudhito@yahoo.co.id](mailto:arudhito@yahoo.co.id)*

**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui manfaat Program *Cabri 3D* bagi siswa dalam memahami pokok bahasan menentukan besar sudut antara dua garis dalam ruang dimensi tiga di kelas X semester II SMA Marsudi Luhur Yogyakarta. Penelitian ini menggunakan metode deskriptif-kualitatif. Pengumpulan data dilakukan dengan cara observasi langsung, pretes, postes dan kuisioner. Penelitian ini berlangsung selama empat pertemuan dimana setiap pertemuan berdurasi satu jam pelajaran (1x45'). Secara umum penelitian ini merupakan proses kegiatan belajar mengajar, di mana guru mempersiapkan materi yang dirancang dengan Program *Cabri 3D* kemudian dipresentasikan di kelas. Pembelajaran yang dirancang dengan bantuan Program *Cabri 3D* mempunyai suatu kelebihan yaitu dapat membantu siswa dalam memvisualisasikan materi dimensi tiga, khususnya materi menentukan besar sudut antara dua garis. Program *Cabri 3D* juga mempunyai fasilitas-fasilitas, salah satunya fasilitas untuk menghitung besar sudut antara dua garis secara cepat. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Program *Cabri 3D* ini bermanfaat dalam membantu siswa memahami pembelajaran pada pokok bahasan menentukan besar sudut antara dua garis dalam ruang dimensi tiga.

**Kata-kata kunci:** Program *Cabri 3D*, Pembelajaran Matematika, Sudut Antara Dua Garis, Dimensi Tiga.

**PENDAHULUAN**

Pelajaran matematika adalah pelajaran yang bersifat hirarkis. Oleh karena itu materi awal akan mendasari materi selanjutnya. Sehingga dalam mempelajari matematika, kita tidak dapat mempelajarinya secara terpisah-pisah. Salah satu materi dalam pelajaran matematika yang dianggap sulit untuk dipahami oleh siswa di sekolah adalah geometri. Padahal, materi geometri itu sendiri sudah diajarkan pada siswa sejak tingkat Sekolah Dasar. Namun penelitian yang dilakukan beberapa ahli menunjukkan bahwa siswa pada tingkat SMA memiliki pengetahuan atau pengalaman yang sedikit sekali mengenai sifat-sifat bangun ruang geometri (Jiang, 2008). Kesulitan memahami materi geometri tidak hanya dialami para siswa saja, tetapi dialami juga oleh guru. Kesulitan yang dialami guru pada umumnya adalah keterbatasan alat peraga dan media yang mampu mendukung penyampaian materi geometri itu sendiri. Pada umumnya, guru masih menggunakan pembelajaran konvensional dengan metode ceramah dalam mengajarkan materi geometri. Papan tulis dan buku ajar merupakan media yang biasa digunakan untuk mendukung pembelajaran geometri. Akan tetapi pembelajaran geometri berbantuan papan tulis kurang dapat menampilkan materi dimensi tiga secara baik. Misalnya saja untuk menggambar objek-objek

dimensi tiga dengan papan tulis membutuhkan waktu yang lama dan kesukaran yang cukup tinggi. Padahal materi geometri adalah salah satu materi yang membutuhkan daya visualisasi yang baik. Kurangnya media dalam pembelajaran geometri ini merupakan salah satu kendala bagi siswa dalam memahami materi geometri. Siswa sering kali menjadi pendengar yang pasif ketika guru menjadi pembicara yang aktif. Para siswa kurang diikutsertakan dalam membangun pengetahuannya sendiri. Sehingga pembelajaran dengan metode ceramah cenderung membuat siswa lemah dalam menyerap dan memahami materi geometri yang membutuhkan daya visualisasi yang baik. Berbagai metode pembelajaran telah dikembangkan untuk membantu siswa dalam memahami materi geometri. Misalnya saja pada pokok bahasan menentukan besar sudut antara dua garis. Dalam pokok bahasan tersebut siswa harus memahami sudut antara dua garis berpotongan dan sudut antara dua garis bersilangan. Mereka dituntut agar dapat menghitung sudut antara dua garis yang berpotongan dan bersilangan.

Disini peneliti ingin mengenalkan suatu program yaitu Program *Cabri 3D* yang dapat digunakan untuk membantu pembelajaran khususnya pada pokok bahasan menentukan besar sudut antara dua garis. Sesuai dengan namanya *Cabri 3D*, program ini mempunyai keistimewaan dapat menampilkan objek dalam tiga dimensi. Pembelajaran berbantuan Program *Cabri 3D* ini diharapkan mampu mengatasi kesulitan-kesulitan yang dialami oleh siswa sehingga nantinya siswa mampu memahami materi geometri, khususnya pada pokok bahasan menentukan besar sudut antara dua garis dalam ruang dimensi tiga di kelas X semester II SMA Marsudi Luhur Tahun Ajaran 2011-2012.

## METODE

Metode yang digunakan adalah deskriptif-kualitatif. Penelitian ini digunakan untuk mendeskripsikan manfaat dari Program *Cabri 3D* dalam pembelajaran menentukan besar sudut antara dua garis.

Subyek penelitian dalam penelitian ini adalah kelas X di SMA Marsudi Luhur Yogyakarta semester II tahun ajaran 2011-2012. Dalam kelas ini terdapat 15 siswa, yang terdiri atas 14 siswa laki-laki dan 1 siswa perempuan. Hasil wawancara dengan guru bidang studi matematika di kelas tersebut, menunjukkan bahwa siswa-siswi di kelas X ini luar biasa beraneka ragam. Beraneka ragam tingkat kemampuan untuk memahami suatu materi yang disampaikan. Beraneka ragam rasa semangat untuk belajar dan tingkah laku mereka saat dikelas. Dikelas tersebut terdapat satu siswa yang memiliki daya kemampuan dibawah rata-rata. Dari 15 siswa tersebut setiap pertemuannya, rata-rata siswa yang selalu datang hanya 10 siswa saja. Namun begitu selama penelitian berlangsung peneliti melihat semangat dan minat belajar siswa-siswi yang selalu mengikuti pembelajaran ini cukup baik.

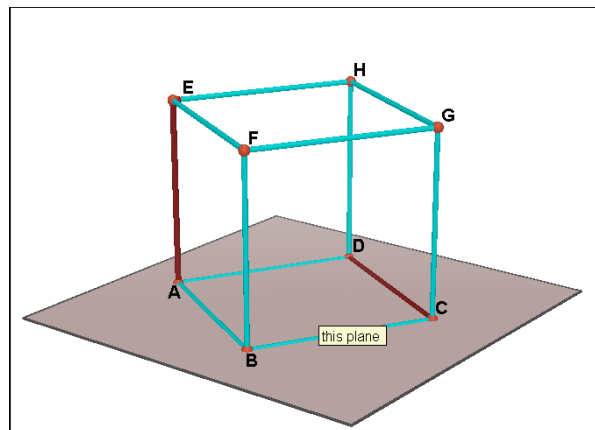
Data penelitian diperoleh dengan cara observasi langsung, pretes, postes dan kuisioner. Data observasi langsung adalah data yang didapat dengan mengamati kegiatan belajar mengajar di kelas. Kegiatan belajar mengajar dilakukan sebanyak empat pertemuan dan tiap pertemuan berdurasi 45 menit. Pretest dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui tingkat pemahaman awal masing-masing siswa mengenai materi menentukan besar sudut antara dua garis. Pretest dilakukan pada saat pertama kali tatap muka dengan siswa (pertemuan pertama). Posttest dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui tingkat pemahaman masing-masing siswa setelah diberi pembelajaran berbantuan Program *Cabri 3D*. Posttest dilakukan setelah penyampaian materi menentukan besar sudut antara dua garis selesai. Sedangkan kuisioner dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui tanggapan atau respon siswa terhadap pembelajaran berbantuan Program *Cabri 3D*.

## HASIL PENELITIAN

### 1. Persiapan Penelitian

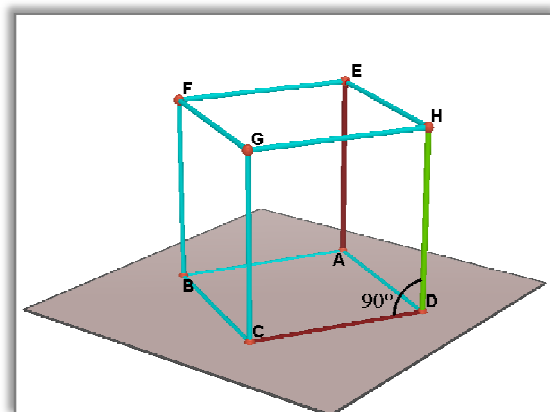
Sebelum melaksanakan penelitian, peneliti mempersiapkan rancangan pelaksanaan pembelajaran yang menggunakan bantuan Program *Cabri 3D*. Peneliti juga mempersiapkan soal-soal pretest dan posttest sebagai alat ukur untuk mengetahui tingkat pemahaman masing-masing siswa terhadap materi yang diajarkan. Selain itu, peneliti juga menyiapkan kuisioner sebagai alat untuk mengetahui tanggapan masing-masing siswa terhadap pembelajaran yang dirancang dengan Program *Cabri 3D*. Disini peneliti

merancang sebuah pembelajaran pada pokok bahasan menentukan besar sudut antara dua garis dengan menggunakan Program *Cabri 3D*. Secara garis besar materi menentukan besar sudut antara dua garis adalah materi yang menjelaskan dua hal yaitu : besar sudut antara dua garis berpotongan dan besar sudut antara garis bersilangan. Sehingga sebelum siswa mempelajari materi tersebut terlebih dahulu siswa harus mengetahui garis yang berpotongan dan garis yang bersilangan. Untuk menjelaskan hal tersebut dibuatlah sebuah bangun kubus untuk membantu siswa dalam membayangkan dan memahaminya. Berikut contoh file *Cabri 3D* yang digunakan pada saat penelitian dapat dilihat pada Gambar.1 dibawah ini.



**Gambar.1** Kedudukan Dua Garis Bersilangan

Gambar diatas adalah file *Cabri 3D* yang akan digunakan untuk menjelaskan sudut antara dua garis yang bersilangan. Harapannya siswa mengerti bahwa garis AE dan CD adalah dua garis bersilangan. Kemudian untuk menghitung sudut antara garis AE dan CD kita ajarkan bagaimana langkah-langkah mencari sudut antara dua garis bersilangan. Pertama, kita harus menentukan terlebih dahulu garis AE atau CD misalnya saja garis AE. Kedua, cari garis yang sejajar garis AE dan mempunyai titik potong dengan garis DC. Garis yang diharapkan adalah garis DH atau garis CG. Ketiga, misalnya saja kita pilih garis DH maka sudut antara garis AE dan CD sama dengan sudut antara garis DH dan CD. Keempat, kita gunakan salah satu fasilitas dalam Program *Cabri 3D* yaitu *angle* untuk mengetahui sudutnya. Langkah-langkah diatas diilustrasikan pada Gambar.2 dan Gambar.3 dibawah ini:



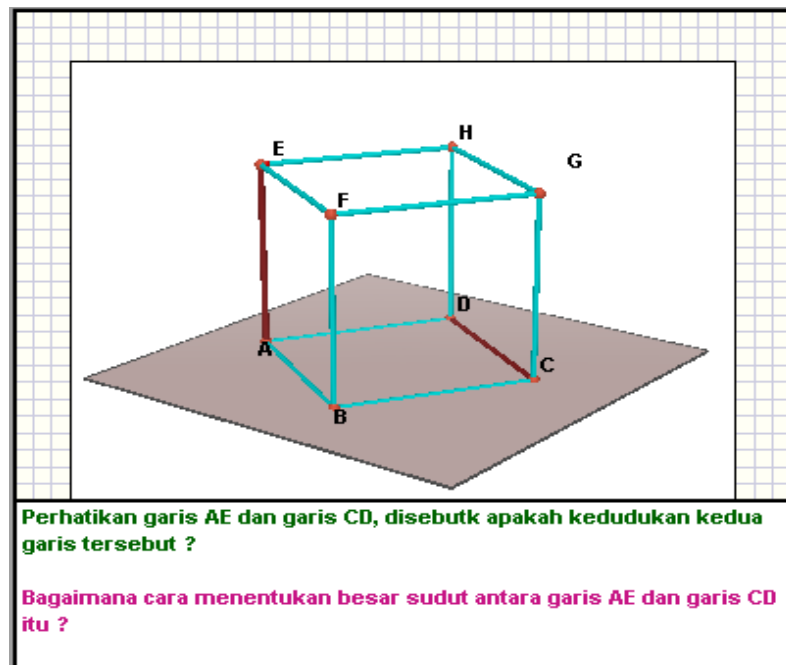
**Gambar.2** Besar Sudut Antara Garis AE,CD = Besar Sudut Antara Garis CD, DH

## 2. Pelaksanaan Penelitian

Penelitian pertama kali dilakukan pada hari Senin, tanggal 23 April 2012, pukul 10.00 – 10.45. dengan jumlah siswa sebanyak 11 orang yang terdiri dari 10 siswa laki-laki dan 1 siswa perempuan. Pada saat ujicoba berlangsung, pembelajaran dilaksanakan di ruang media. Penelitian diawali dengan pretest kepada siswa. Soal-soal yang terdapat pada pretest adalah jenis-jenis soal yang mendasar seperti kedudukan antara dua garis (dua garis

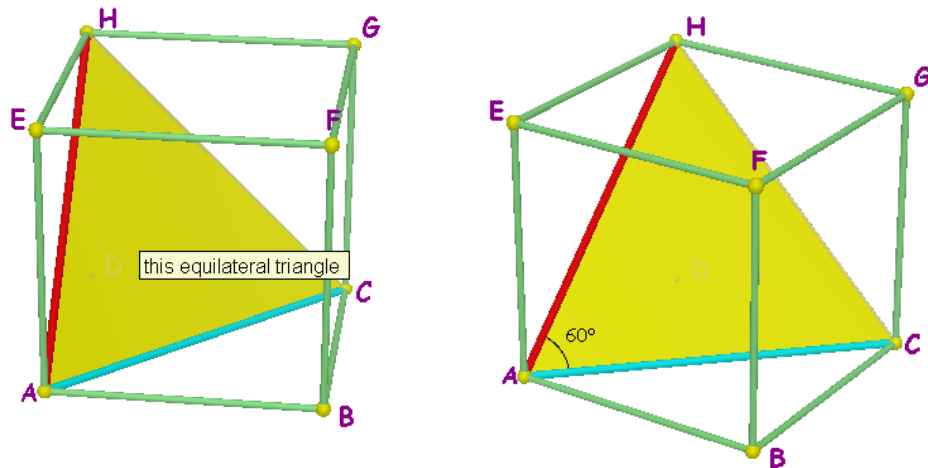


yang sejajar, dua garis yang berpotongan, dua garis yang berimpit dan dua garis yang tegak lurus) dan besar sudut antara dua garis yang diaplikasikan kedalam sebuah bangun kubus. Berdasarkan hasil pretes kita dapat mengetahui bahwa siswa kurang memahami kedudukan dua garis dan siswa masih bingung menghitung besar sudut antara dua garis. Hal ini didukung dengan hasil pretes yang nilai rata-ratanya 37,64 dengan nilai teringinya 50 dan nilai terendahnya 33. Setelah pretes selesai barulah peneliti memperkenalkan Program *Cabri 3D* kepada siswa dan membahas soal-soal pretes dengan Program *Cabri 3D*. Namun pada saat menampilkan Program *Cabri 3D* kurang berjalan lancar pada awalnya karena tampilan yang dihasilkan dari LCD tidak begitu jelas dan terpotong-potong. Padahal tiga hari sebelum hari penelitian, peneliti bersama guru bidang studi sudah mencoba terlebih dahulu LCD yang akan digunakan. Namun begitu, pembelajaran tetap berjalan sampai selesai dan siswa terlihat tertarik ketika melihat Program *Cabri 3D* tersebut. Penelitian kedua dilaksanakan pada hari Rabu, tanggal 26 April 2012, pukul 08.30 – 09.15, dengan jumlah siswa 10 orang. Pembelajaran kali ini lebih baik dari hari pertama penelitian karena tampilan Program *Cabri 3D* sudah tidak bermasalah lagi. Hari kedua penelitian adalah penyampaian materi menentukan besar sudut antara dua garis. File *Cabri 3D* yang berisikan materi dapat dilihat pada Gambar.3 :



Gambar.3 Tampilan File Cabri 3D Pada Pembelajaran

Penelitian ketiga dilaksanakan pada hari Senin, tanggal 30 April 2012, pukul 10.00 – 10.45 dengan jumlah siswa sebanyak 12 orang. Pada pertemuan ketiga, siswa diberikan latihan soal dan dikerjakan berdua-dua kemudian diakhiri dengan kuis mandiri. Latihan soal dikerjakan berkelompok dan dipresentasikan di depan kelas dengan bantuan Program *Cabri 3D*. dibawah ini adalah hasil pembahasan dari salah satu soal yang terdapat di latihan soal. Soal tersebut berbunyi : “Sudut antara AH dan AC pada kubus ABCD.EFGH adalah ...”. Hasil pembahasan dengan Program *Cabri 3D* dari soal tersebut dapat dilihat pada Gambar.4 dibawah ini :



**Gambar.4 Besar Sudut Antara Dua Garis Berpotongan**

Setelah latihan soal selesai siswa diberikan kuis mandiri. Kuis mandiri ini terdiri dari tiga soal yang menanyakan besar sudut antara dua garis yang bersilangan dan diaplikasikan pada sebuah bangun kubus. Kuis mandiri sengaja difokuskan pada sudut antara dua garis yang bersilangan dikarenakan sebagian siswa masih bingung mencari sudut antara dua garis bersilangan daripada sudut antara dua garis berpotongan.

Penelitian keempat dilaksanakan pada hari Kamis, tanggal 3 Mei 2012, pukul 08.30 – 09.15. Pertemuan keempat para siswa diberikan posttest, dimana kegiatan ini bertujuan untuk mengetahui kemampuan akhir siswa dalam memahami materi menentukan besar sudut antara dua garis. Soal posttest terdiri dua soal yang berstruktur. Karena selama pembelajaran dan mengerjakan soal latihan peneliti mengamati bahwa sebagian besar siswa lemah dalam hal memahami maksud suatu soal. Misalnya saja, bagaimana langkah-langkah untuk mengerjakan soal. Sehingga soal posttest memang dibuat berstruktur, harapannya dapat membantu siswa dalam mengerjakan soal posttest. Hasil dari posttest ternyata sesuai dengan yang diharapkan, hampir semua siswa dapat menjawab soal dengan baik. Namun terdapat satu siswa yang sama sekali tidak mendapat skor, karena siswa ini sama sekali tidak memahami pertanyaan yang diberikan sehingga untuk setiap soal ia memberikan dua jawaban dengan alasan yang kurang benar. Untuk mengetahui lebih dalam lagi tentang siswa ini, peneliti mencari informasi dari guru bidang studi. Hasil informasi menunjukkan bahwa siswa ini memiliki kemampuan dibawah rata-rata. Apabila siswa ini akan mengerjakan soal diperlukan bimbingan khusus dari guru agar siswa ini perhatiannya tidak terpecah. Walaupun demikian siswa ini aktif dan sangat berani untuk mengemukakan pendapatnya walaupun pendapatnya kurang tepat. Namun sebagai guru kita harus menghargai keberanian seorang siswa untuk mengemukakan pendapatnya. Hasil dari posttest menunjukkan bahwa 12 siswa dari 13 siswa mendapat nilai yang memenuhi KKM. Dimana KKM untuk matematika di kelas X SMA Marsudi Luhur adalah 65. Sedangkan rata-rata untuk nilai posttest mencapai 68,15 dengan nilai tertingginya 80 dan nilai terendahnya 17.

Pada hari Senin, tanggal 7 Mei 2012, pukul 10.00 – 10.45 dilaksanakan kuisisioner. Para siswa diminta untuk mengisi kuisisioner tersebut dengan jawaban yang jujur dan apa adanya. Kuisisioner ini bersifat terbuka sekaligus tertutup. Pertanyaan-pertanyaan yang terdapat pada kuisisioner terbagi atas tiga kelompok pertanyaan besar yaitu ; mengenai materi geometri itu sendiri, mengenai pembelajaran berbantuan Program *Cabri 3D* dan mengenai pengajaran yang dilakukan oleh peneliti. Salah satu pertanyaan dalam kuisisioner ialah sebagai berikut : “*Program Cabri 3D berhasil membantu saya memahami materi menentukan besar sudut antara dua garis?*”. Tabel.1 dibawah ini menunjukkan jawaban siswa terhadap pertanyaan tersebut.

**Tabel.1 Respon Siswa Terhadap Program Cabri 3D pada Lembar Kuisisioner**

No	Nama siswa	Pendapat	Komentar
1	AY	Setuju	Lebih mudah mencarinya dan memahami dengan Cabri daripada dengan buku
2	DMS P	Setuju	Karena saya menjadi lebih paham
3	DPJ	Setuju	Program ini membantu saya dan mempermudah memahami materi ini
4	EAJ	Setuju	Saya lebih memahami materi dan gambar dan tidak perlu membayangkan gambar yang akan ditentukan
5	GYE	Setuju	Lebih mudah melogika daripada dengan objek aslinya
6	MD M	Setuju	Dengan animasinya membuat pelajaran menjadi mudah
7	NCB S	Setuju	Sudah mengetahui caranya
8	NAP	Setuju	karena tidak rumit
9	PDP	Setuju	Lebih cepat menentukan besar sudut
10	CNW	Setuju	karena dengan program ini kita lebih mudah mengerti

## PEMBAHASAN

Menurut Kristiyanto( 2007) Implementasi teori Van Hiele dalam pembelajaran untuk meningkatkan suatu tahap berpikir ke tahap berpikir yang lebih tinggi, Van Hiele mengajukan pembelajaran yang melibatkan 5 fase (langkah) yaitu : Fase 1 : Informasi (*information*) yaitu fase dimana, guru dan siswa menggunakan tanya jawab dan kegiatan tentang obyek-obyek yang dipelajari pada tahap berpikir yang bersangkutan. Guru mengajukan pertanyaan kepada siswa sambil melakukan observasi. Fase 2 : Orientasi langsung (*directed orientation*) yaitu fase dimana siswa menggali topik yang dipelajari melalui alat-alat yang dengan cermat disiapkan guru. Aktifitas ini akan berangsur-angsur menampakkan kepada siswa struktur yang memberi ciri-ciri untuk tahap berpikir. Jadi, alat ataupun bahan dirancang menjadi tugas pendek sehingga dapat mendatangkan respon khusus. Fase 3 : Penjelasan (*explication*) yaitu fase dimana berdasarkan pengalaman sebelumnya, siswa menyatakan pandangan yang muncul mengenai struktur yang diobservasi. Di samping itu untuk membantu siswa menggunakan bahasa yang tepat dan akurat, guru memberi bantuan seminimal mungkin. Hal tersebut berlangsung sampai sistem hubungan pada tahap berpikir ini mulai tampak nyata.

Fase 4 : Orientasi bebas (*free orientation*) yaitu fase dimana siswa menghadapi tugas-tugas yang lebih kompleks berupa tugas yang memerlukan banyak langkah, tugas-tugas yang dilengkapi dengan banyak cara, dan tugas-tugas *open ended*. Mereka memperoleh pengalaman dalam menemukan cara mereka sendiri, maupun dalam menyelesaikan tugas-tugas. Melalui orientasi diantara para siswa dalam bidang investigasi, banyak hubungan antara obyek-obyek yang dipelajari menjadi jelas.

Fase 5 : Integrasi (*Integration*) yaitu fase dimana siswa meninjau kembali dan meringkas apa yang telah dipelajari. Guru dapat membantu dalam membuat rangkuman terhadap apa saja yang telah dipelajari oleh siswa.

Kelima fase berpikir tersebut telah tampak pada pembelajaran pertama sampai dengan pembelajaran yang ketiga. Misalnya fase 1 sampai fase 3 tampak pada pertemuan pertama dan kedua. Dimana guru mengajukan pertanyaan pada siswa untuk mengetahui informasi yang dibutuhkan. Kemudian guru mengenalkan Program *Cabri 3D* sebagai alat bantu dalam pembelajaran. Siswa mempelajari dan mengamati Program *Cabri 3D* sehingga dapat mendatangkan respon khusus dari siswa. Sedangkan fase 4 dan 5 tampak pada pertemuan ketiga dimana siswa diberikan soal-soal latihan dan diakhiri dengan membuat suatu rangkuman tentang materi yang disampaikan dengan bantuan Program *Cabri 3D*.

*Cabri 3D* adalah alat visualisasi yang memungkinkan siswa sekolah menengah untuk mengeksplorasi sifat-sifat bangun ruang 3D dan geometri padat dengan perhitungan matematis yang berkaitan erat dengan aspek bentuk, ruang, dan ukuran dari kurikulum matematika nasional. Siswa dengan cepat dapat memuat dan memanipulasi bentuk dengan cara yang kreatif, yang tidak mungkin ditirukan dengan benda padat (BETT Award Winners, 2007). Hal tersebut sesuai dengan hasil penelitian, *Cabri 3D* digunakan peneliti untuk menyampaikan materi dan digunakan untuk membantu siswa menjawab soal-soal yang berkaitan. Pada pertemuan kedua peneliti menyampaikan materi dengan menggunakan bantuan Program *Cabri 3D* untuk menunjukkan langkah demi langkahnya. Kemudian saat latihan soal dan pembahasannya para siswa mengerjakan soal dan kemudian dipastikan dengan mengerjakan soal tersebut dengan Program *Cabri 3D*, misalnya pada pertemuan ketiga, guru memintasiswa untuk latihan soal dan dikerjakan berdua-dua. Kemudian hasil pekerjaan siswa ditunjukkan dengan Program *Cabri 3D* dan dibahas secara bersama-sama.

## SIMPULAN DAN SARAN

Secara umum dapat kita lihat tingkat perubahan hasil belajar siswa mulai dari pretest, posttest dan peningkatannya pada Tabel.2 berikut :

**Tabel.2 Daftar Nilai Hasil Belajar Siswa**

NO	NAMA	PRETEST	POSTEST	PENINGKATAN
1	AY	33	70	37
2	DMSP	33	70	37
3	DPJ	33	80	47
4	EAJ	33	65	32
5	GYE	33	80	47
6	MS	33	0	-33
7	MDM	33	70	37
8	NCBS	50	75	25
9	NAP	33	75	42
10	PBP	33	75	42
11	CNW	50	75	25

Pada Tabel.2 dapat disimpulkan bahwa 10 siswa mengalami peningkatan dan hanya satu siswa yang tidak mengalami peningkatan. Peneliti menarik kesimpulan bahwa pembelajaran menentukan besar sudut antara dua garis dengan bantuan Program *Cabri 3D* yang dilaksanakan di kelas X SMA Marsudi Luhur Yogyakarta tahun ajaran 2011-2012 ini cukup berhasil. Selain dari hasil belajar siswa, keberhasilan Program *Cabri 3D* dalam membantu siswa terhadap pembelajaran ini dapat dilihat pada Tabel.1 yang menunjukkan semua siswa merespon positif terhadap Program *Cabri 3D* ini. Sehingga penelitian ini dapat disimpulkan bahwa para siswa merasa terbantu dengan adanya Program *Cabri 3D* dalam memahami materi menentukan besar sudut antara dua garis yang dilaksanakan selama empat pertemuan.

Untuk penelitian lebih lanjut diberikan beberapa saran sebagai berikut : (i) Sebelum melakukan pembelajaran harap dipastikan kembali laptop peneliti dengan LCD sekolah karena terkadang ada beberapa Laptop yang tidak dapat terhubung dengan baik. Sehingga pada saat pembelajaran dapat berjalan lebih baik lagi. (ii) Untuk penelitian yang akan datang dapat menggunakan lab komputer dalam pembelajaran sebagai alternative lain, sehingga masing-masing siswa bisa merasakan sendiri dengan mengoperasikan Program *Cabri 3D*. Sehingga penelitian diharapkan lebih menarik dan bervariasi.

**DAFTAR PUSTAKA**

J.Moleong, Lexy. 2007. *Metodologi Penelitian Kualitatif Edisi Revisi*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Wiroidikromo, Sartono. 2007. *Matematika 1B untuk SMA kelas X Semester 2*, Jakarta: Erlangga.

Budiman, Hedi. 2011. *Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematis Siswa Melalui Pendekatan Pembelajaran Berbasis Masalah Berbantuan Program Cabri 3D*. [http://repository.upi.edu/operator/upload/t\\_mtk\\_0907715\\_chapter1.pdf](http://repository.upi.edu/operator/upload/t_mtk_0907715_chapter1.pdf). Diakses pada tanggal 22 Maret 2012.

Cabri 3D.V2. <http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>. Diakses pada tanggal 11 April 2012.

## E-LEARNING READINESS TO E-LEARNING MATURITY

Nur Hadi Waryanto

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY  
Email : nurhadiw@gmail.com

### Abstrak

Penyediaan infrastruktur teknologi dan pelatihan SDM sama sekali belum menjamin keberhasilan *e-learning*, kultur organisasi dan faktor *leadership* memiliki pengaruh yang besar terhadap keberhasilan *e-learning*. Pengamatan sepintas menunjukkan bahwa tidak semua persyaratan untuk bisa memanfaatkan *e-learning* dalam proses pembelajaran secara optimal telah dipenuhi.

Penerapan *e-learning* yang tidak matang, akan memberikan peluang yang cukup besar akan kegagalan penerapan *e-learning* tersebut. Kegagalan penerapan *e-learning* akan menyebabkan kerugian yang cukup besar, baik kerugian material (financial), waktu dan sumber daya pendukung lainnya.

Suatu model *maturity* dapat membantu institusi pendidikan untuk menilai penerapan *e-learning*-nya khususnya tingkat kematangan dan memberikan rekomendasi tentang tingkat prioritas perbaikan untuk meningkatkan tingkat kematangannya.

**Kata Kunci** : *E-learning, Readiness, Maturity*

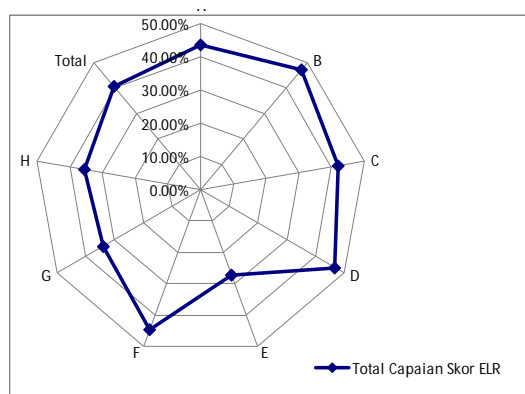
### PENDAHULUAN

Penggunaan internet dalam dunia pendidikan yang semakin meluas terutama dinegara-negara maju, merupakan fakta yang menunjukkan bahwa dengan media ini memungkinkan diselenggarakannya proses belajar mengajar yang lebih efektif. Sifat dan karakteristik internet yang khas diharapkan bisa digunakan sebagai media pembelajaran sebagaimana media lain yang telah dipergunakan sebelumnya seperti radio, televisi, CD interaktif.

*E-learning* merupakan salah satu teknologi pemanfaatan internet dalam dunia pendidikan. *E-learning (electronic learning)* adalah salah satu aspek penerapan ICT di institusi pendidikan. Sebagai media yang diharapkan akan menjadi bagian dari suatu proses pembelajaran di sekolah, *e-learning* harus mampu memberikan dukungan bagi terselenggaranya proses komunikasi interaktif antara guru dengan siswa sebagaimana dipersyaratkan dalam suatu proses pembelajaran. Kondisi yang harus mampu didukung oleh *e-learning* tersebut terutama berkaitan dengan strategi pembelajaran yang akan dikembangkan, yang apabila dijabarkan secara sederhana bisa diartikan sebagai kegiatan komunikasi yang dilakukan untuk mengajak siswa mengerjakan tugas-tugas dan membantu siswa dalam memperoleh pengetahuan yang dibutuhkan dalam rangka mengerjakan tugas tersebut.

Penyediaan infrastruktur teknologi dan pelatihan SDM sama sekali belum menjamin keberhasilan *e-learning*, kultur organisasi dan faktor *leadership* memiliki pengaruh yang besar terhadap keberhasilan *e-learning*. Pengamatan sepintas menunjukkan bahwa tidak semua persyaratan untuk bisa memanfaatkan *e-learning* dalam proses pembelajaran secara optimal telah dipenuhi.

Berdasarkan skor tingkat kesiapan dari delapan kategori *E-learning Readiness (ELR)* Model Chapnick didapat skor total *E-learning Readiness* untuk SMP di Kota Yogyakarta sebesar 114,87 atau dapat dikatakan bahwa SMP di kota Yogyakarta sudah cukup siap untuk menerapkan *E-learning* dalam proses pembelajaran (Nur Hadi, 2010). SMP di Kota Yogyakarta secara keseluruhan cukup siap untuk menerapkan *e-learning* dalam proses pembelajaran berdasarkan skor ELR Model Chapnick dan secara *sociological* sudah siap untuk menerapkan *e-learning* dalam proses pembelajaran atau menunjukkan bahwa aspek interpersonal lingkungan SMP di Kota Yogyakarta di mana program akan diimplementasikan sudah sangat siap (Nur Hadi, 2010).



Gambar 1. Capaian Skor ELR SMP Kota Yogyakarta Secara Keseluruhan

Penerapan *e-learning* yang tidak matang, akan memberikan peluang yang cukup besar akan kegagalan penerapan *e-learning* tersebut. Kegagalan penerapan *e-learning* akan menyebabkan kerugian yang cukup besar, baik kerugian material (financial), waktu dan sumber daya pendukung lainnya. Hills dan Overton (2010) menyebutkan bahwa terdapat 33 penyebab kegagalan *e-learning*, penyebab kegagalan tersebut dibagi menjadi :

1. *Poor alignment to needs*
2. *Communication*
3. *Lack of implementation skill*
4. *Poor Implementation Process*
5. *Management Commitment*
6. *Scalability*
7. *Support*
8. *Technology*

Untuk meminimalisir kegagalan tersebut, maka perlu dilakukan evaluasi secara menyeluruh terhadap penerapan *e-learning* dalam proses pembelajaran tersebut. Untuk melakukan evaluasi tersebut diperlukan suatu metode atau model evaluasi penerapan *e-learning* dalam proses pembelajaran. Evaluasi yang dilakukan adalah evaluasi untuk mengetahui tingkat kesiapan (*e-readiness*) dan evaluasi tingkat kematangan (*maturity*) dari penerapan *e-learning* tersebut.

Tingkat *readiness* diperlukan untuk memotret profil dan kapasitas TI, dan mengevaluasi kecukupannya untuk mencapai tujuan yang diinginkan. Dari hasil evaluasi tersebut akan diketahui tingkat kesiapan dalam penerapan *e-learning* dalam proses pembelajaran. Setelah itu, dapat dimunculkan rekomendasi-rekomendasi untuk peningkatan *e-readiness*. Tingkat *readiness* mengungkap faktor atau area mana yang masih lemah dan memerlukan perbaikan dan area mana sudah dianggap berhasil atau kuat dalam mendukung penerapan *e-learning* dalam proses pembelajaran

Tingkat *maturity* ini diperlukan untuk mengetahui aspek atau kategori apa yang telah mencapai tingkat kematangan yang baik dan kategori apa yang masih perlu ditingkatkan *maturity*-nya supaya tidak mengalami kegagalan dan penerapan *e-learning* dapat berlangsung dengan sukses. Berdasarkan tingkat kematangan dari aspek-aspek dalam penerapan *e-learning* tersebut, maka aspek yang tingkat kematangannya rendah dapat diberikan rekomendasi-rekomendasi untuk meningkatkan kematangan aspek tersebut supaya tidak mengalami kegagalan.

## ***E-RREADINESS***

IBM mendefinisikan *e-readiness* adalah ukuran kualitas infrastruktur informasi dan komunikasi teknologi (ICT) suatu negara dan kemampuan para konsumen, bisnis dan pemerintah untuk menggunakan ICT.

Menurut apdip.net, *E-readiness* secara umum didefinisikan sebagai tingkat mana masyarakat disiapkan untuk berpartisipasi dalam ekonomi digital dengan konsep dasar ekonomi digital yang dapat membantu untuk membangun menuju masyarakat yang lebih baik

Menurut Choucri (2003), *e-readiness* sebagai kemampuan untuk mengejar peluang penciptaan nilai difasilitasi dengan menggunakan internet. Selain itu menurut Vaezi (2009), *e-ready society* adalah salah satu *society* yang memerlukan infrastruktur fisik (*high bandwidth, reliability, and affordable prices*), *integrated current ICTs throughout businesses* (*e-commerce*, sektor ICT lokal), masyarakat (muatan lokal, *many organizations online*, ICT digunakan dalam kehidupan sehari-hari, ICT diajarkan di sekolah), dan pemerintah (*e-government*).

### **E-LEARNING READINESS (ELR)**

Borotis & Poulymenakou (Priyanto,2008) mendefinisikan *e-learning readiness* (ELR) sebagai kesiapan mental atau fisik suatu organisasi untuk suatu pengalaman pembelajaran. Model ELR dirancang untuk menyederhanakan proses dalam memperoleh informasi dasar yang diperlukan dalam mengembangkan *e-learning*.

Organisasi Web Forum mengeluarkan laporan *Global Information Technology Report* (GITR) yang berisi analisa terkait dengan kekuatan dan kelemahan TIK disebuah negara serta evaluasi terhadap perkembangannya (Prayudi,2009). Laporan yang dikeluarkan dalam GITR ini menggunakan parameter *Networked Readiness Index* (NRI) yang memuat 3 komponen utama sebagai alat ukur, yaitu :

1. Lingkungan ICT yang tersedia baik dalam lingkup negara atau komunitas
2. Kesiapan pelaku utama ICT baik secara individu, bisnis ataupun pemerintahan.
3. Penggunaan ICT dikalangan *stakeholder*

Salah satu model evaluasi yang dikenal luas adalah Kirkpatrick Model yang dikemukakan oleh Donald Kirkpatrick (Prayudi, 2009). Dalam model ini, Kirkpatrick membagi evaluasi *e-learning* dalam empat level yaitu: *Reaction, Knowledge, Behavior* dan *Result*. Empat level ini lebih menggambarkan evaluasi terhadap output yang didapat oleh suatu institusi setelah mengimplementasikan *e-learning*. Pada masing-masing level terdapat sejumlah *assessment* yang dapat dijadikan sebagai informasi bagi karakteristik masing-masing level.

Selain itu juga terdapat Model SORT (*Student Online Readiness Tools*) yang dikembangkan *University System Of Georgia*, sebagai upaya untuk kategorisasi kesiapan mahasiswa dalam berinteraksi dengan sistem online yang diterapkan pada model pembelajarannya (Prayudi,2009)

Model lain yang adalah RILO (*Readiness Index for Learning Online*) yang dikembangkan oleh *Indiana University School of Nursing* (Alamat:<http://online.southeast.edu/onlinereadinesssurvey/>) (Prayudi, 2009). RILO berisi sejumlah *assessment* yang mengarah pada pertanyaan dasar kepada calon mahasiswa yang akan mengambil *course* secara online.

Model *e-learning Readiness Index* (eLRI) adalah model evaluasi untuk mengukur sejauh aspek-aspek yang terlibat dalam implementasi *e-learning* telah sesuai dengan tujuan awalnya (Prayudi,2009) Pada prinsipnya, model yang dibangun untuk *e-learning Readiness Index* (eLRI) dapat dianalogikan dengan model pengukuran *Networked Readiness Index* (NRI).

Chapnick (2000) mengusulkan model ELR dengan mengelompokkan kesiapan ke dalam delapan kategori kesiapan, yaitu:

- a. *Psychological readiness.*
- b. *Sociological readiness.*
- c. *Environmental readiness..*
- d. *Human resource readiness.*
- e. *Financial readiness.*
- f. *Technological skill (aptitude) readiness.*
- g. *Equipment readiness.*
- h. *Content readiness.*



**Tabel 1. Komparasi Model ELR**

No	Model	Metode	Fokus	Implementasi
1	<b>Model Donald Kirkpatrick</b>	evaluasi <i>e-learning</i> dalam empat level yaitu: <i>Reaction, Knowledge, Behavior</i> dan <i>Result</i>	Institusi	Setelah penerapan
2	<b>SORT (Student Online Readiness Tools)</b>	upaya untuk kategorisasi kesiapan mahasiswa dalam berinteraksi dengan sistem online yang diterapkan pada model pembelajarannya	Siswa	Setelah penerapan
3	<b>RILO (Readiness Index for Learning Online)</b>	sejumlah <i>assessment</i> yang mengarah pada pertanyaan dasar kepada calon mahasiswa yang akan mengambil course secara online	Siswa	Sebelum penerapan (khusus bagi calon siswa yang akan mengambil course secara online)
4	<b><i>e-learning Readiness Index (eLRI)</i></b>	evaluasi untuk mengukur sejauh aspek-aspek yang terlibat dalam implementasi <i>e-learning</i> telah sesuai dengan tujuan awalnya	Siswa	Setelah penerapan
5	<b>ELR Chapnick</b>	model ELR dengan mengelompokkan kesiapan ke dalam delapan kategori kesiapan	Institusi (guru)	Dapat digunakan Dapat digunakan sebelum penerapan dan dapat digunakan secara terus menerus untuk menjaga keberlangsungan program

Model ELR yang diusulkan Chapnick telah digunakan oleh *Ministry of Education (MOE)* Singapura dalam perencanaan pengembangan *e-learning* di sekolah-sekolah di Singapura (Swatman, 2006).

### **CAPABILITY MATURITY MODEL**

*Capability Maturity Model* disingkat CMM adalah suatu model kematangan kemampuan (kapabilitas) proses yang dapat membantu pendefinisian dan pemahaman proses-proses suatu organisasi. Pengembangan model ini dimulai pada tahun 1986 oleh [SEI \(Software Engineering Institute\)](#) Departemen Pertahanan Amerika Serikat di Universitas Carnegie Mellon di [Pittsburgh, Amerika Serikat](#).

CMM awalnya ditujukan sebagai suatu alat untuk secara objektif menilai kemampuan [kontraktor pemerintah](#) untuk menangani proyek [perangkat lunak](#) yang diberikan. Walaupun berasal dari bidang pengembangan perangkat lunak, model ini dapat juga diterapkan sebagai suatu model umum yang membantu pemahaman kematangan kapabilitas proses organisasi di berbagai bidang.

Misalnya [rekayasa perangkat lunak](#), [rekayasa sistem](#), [manajemen proyek](#), [manajemen risiko](#), [teknologi informasi](#), serta [manajemen sumber daya manusia](#).

Secara umum, *maturity* model biasanya memiliki ciri sebagai berikut:

1. Proses pengembangan dari suatu organisasi disederhanakan dan dideskripsikan dalam wujud tingkatan kematangan dalam jumlah tertentu (biasanya empat hingga enam tingkatan)
2. Tingkatan kematangan tersebut dicirikan dengan beberapa persyaratan tertentu yang harus diraih.
3. Tingkatan-tingkatan yang ada disusun secara sekuensial, mulai dari tingkat inisial sampai pada tingkat akhiran (tingkat terakhir merupakan tingkat kesempurnaan)
4. Selama pengembangan, sang entitas bergerak maju dari satu tingkatan ke tingkatan berikutnya tanpa boleh melewati salah satunya, melainkan secara bertahap berurutan.

Pada tahun 2000 CMM dileburkan ke dalam [CMMI](#) (*Capability Maturity Model Integration*). Peleburan ini disebabkan karena adanya kritik bahwa pengaplikasian CMM di pengembangan perangkat lunak khususnya bisa menimbulkan masalah karena model CMM yang belum terintegrasi di dalam dan di seantero organisasi. Ini kemudian memunculkan beban biaya dalam hal pelatihan, penaksiran kinerja, dan aktivitas perbaikan.

Namun CMM masih tetap digunakan sebagai model acuan teoritis di ranah publik untuk konteks yang berbeda. CMM sendiri telah diganti namanya menjadi SE-CMM (*Software Engineering CMM*). Jika disetarakan dengan standar yang ditetapkan oleh *Badan Standarisasi Internasional (ISO)* maka CMM dapat disetarakan dengan **ISO 9001** (bagian dari seri ISO 9000). Perbedaan yang cukup mendasar antara CMM dan ISO 9001 adalah pada fokus item pengujian atas sebuah proyek pengembangan aplikasi perangkat lunak komputer. *ISO 9001 lebih fokus pada standar minimum* yang wajib dipenuhi dalam proses pengembangan software yang berkualitas. Sedangkan *CMM dikembangkan sebagai framework* yang dapat digunakan secara berkelanjutan dalam peningkatan proses dibandingkan *hanya sekedar menetapkan standar minimum* yang harus dipenuhi dalam memenuhi sebuah software yang berkualitas.

### **E-LEARNING MATURITY MODEL**

*E-learning Maturity Model (EMM)* dikembangkan di Selandia Baru berdasarkan dua model komplementer *Capability Maturity Model (CMM)* dari *Software Engineering Institute (SEI)* (2002) dan *SPICE (Software Process Improvement and Capability Determination)* (Petch et.al, 2007)

*Maturity Model* adalah suatu model kesuksesan yang digunakan oleh suatu organisasi yang digunakan untuk meningkatkan proses organisasi, produk, dan pelayanan. Sebagian besar institusi pendidikan yang menerapkan *online course* dalam pembelajaran, *maturity model* didesain untuk merencanakan dan menilai *online course* tersebut untuk meningkatkan kematangan dalam penerapan *e-learning* (Neuhauser, 2004).

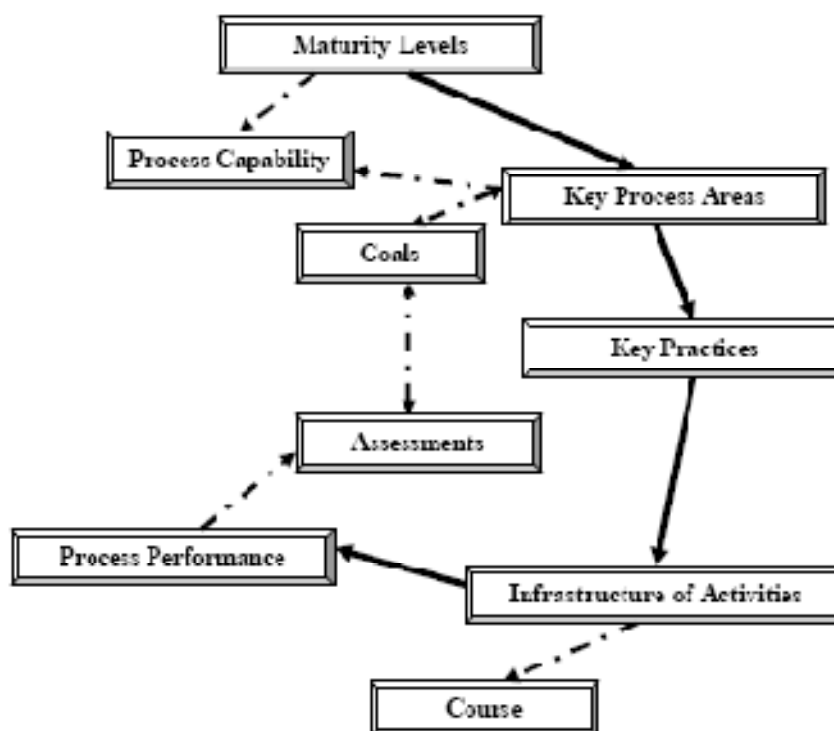
*Maturity Model* yang melibatkan proses dan kinerja yang tinggi terbukti berguna bagi individu dan organisasi untuk menilai sendiri tingkat kematangan dari beberapa aspek yang telah ditetapkan. Suatu institusi pendidikan (PT dan sekolah) berusaha untuk meningkatkan penerapan *e-learning*-nya, sehingga diperlukan suatu informasi tentang sikap, kepuasan dan hasil pembelajaran dari seluruh komponen yang ada dalam institusi tersebut. Suatu model *maturity* dapat membantu institusi pendidikan untuk menilai penerapan *e-learning*-nya khususnya tingkat kematangan dan memberikan rekomendasi tentang tingkat prioritas perbaikan untuk meningkatkan tingkat kematangannya (Neuhauser, 2004).

*Online Course Design Maturity Model (OCDMM)* mempunyai lima level *maturity* (Neuhauser, 2004). Struktur level *maturity* OCDMM menurut Neuhauser (2004) adalah :

1. Level 1 (*Initial*)
2. Level 2 (*Exploring*)
3. Level 3 (*Awakening*)
4. Level 4 (*Strategizing*)
5. Level 5 (*Integrating Best Practices*)

Menurut Neuhauser (2004) *key process areas* dari model OCDMM ini diidentifikasi dari kajian literatur terbaik dalam desain *course online*. *Key process areas* ini dikategorikan dalam lima

area. Setiap process area di setiap tingkat kematangan mengidentifikasi praktek sekelompok kegiatan yang dilakukan secara kolektif yang dapat digunakan untuk mencapai tujuan yang diinginkan untuk meningkatkan kemampuan kinerja. *Key process area* terlihat seperti Gambar 2.



Gambar 2. Relationship of OCDMM Components.

Marshall (2002) mengemukakan bahwa meskipun adopsi *e-learning* sangat luas di dunia pendidikan, tetapi hal ini terbukti baik dan efektif untuk menyampaikan nilai-nilai pendidikan dan cukup efisien dalam penggunaan komponen sumber daya dalam institusi pendidikan tersebut, walaupun dalam implementasinya hal ini sangat sulit. Kesulitan-kesulitan ini muncul karena penciptaan, pemanfaatan dan dukungan fasilitas *e-learning* membutuhkan keseimbangan antara kebutuhan teknis, pertimbangan institusi dan juga aspek pedagogis.

Selain itu berdasarkan 33 kegagalan yang terbagi dalam 8 kategori tersebut, Hill dan Overton (2010) mengelompokkan lagi dalam 6 *Warning Zones*. *Warning Zones* tersebut adalah :

1. *Warning Zone 1 – Poorly Defined Business Need*

Penyebab umumnya adalah :

- proyek tidak sesuai dengan kebutuhan;
- tidak ada target (atau target kurang jelas);
- tidak adanya kontrol dari pimpinan
- Aktivitas yang sering muncul adalah '*a cottage activity*' yang didorong oleh antusiasme lokal terhadap teknologi .

2. *Warning Zone 2 – Lack of Hybrid Skills for Learning Professionals*

3. *Warning Zone 3 – Poor Project Planning and Management*

4. *Warning Zone 4 – Lack of Involvement With Key Stakeholders*

5. *Warning Zone 5 - Failure to Understand The Learner's Environment*

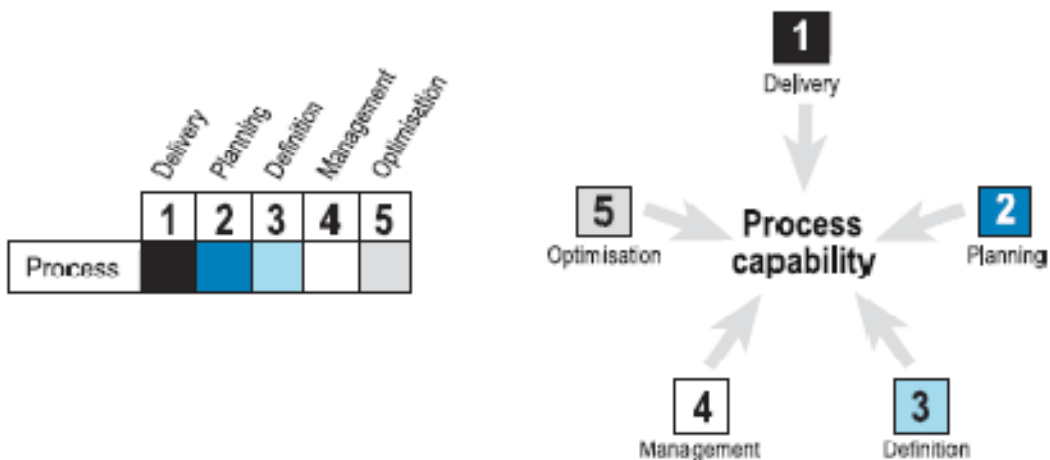
6. *Warning Zone 6 - Failure to Demonstrate Value*

Menurut Marshall dan Mitchell (2007), *E-learning Maturity Model* (EMM) menyediakan sarana dimana lembaga dapat menilai dan membandingkan kemampuan mereka untuk secara berkelanjutan mengembangkan, menyebarkan dan mendukung *e-learning*. *Capability* mungkin merupakan konsep yang paling penting yang tergabung dalam eMM.. Hal ini menggambarkan kemampuan institusi untuk memastikan bahwa desain *e-learning*, pengembangan dan penyebaran

sudah memenuhi kebutuhan staf, peserta didik dan institusi. Dalam hal ini, kemampuan termasuk kemampuan institusi untuk mempertahankan *elearning delivery* dan dukungan proses pembelajaran karena permintaan perkembangan dan perubahan staff dalam institusi (Marshall dan Mitchell, 2007). *E-learning Maturity Model* (eMM) mempunyai 5 dimensi *capability*. Dimensi tersebut adalah :

1. *Delivery*  
Berkaitan dengan penciptaan dan penyediaan proses hasil. Penilaian dimensi ini ditujukan untuk menentukan sejauh mana proses ini terlihat beroperasi dalam lembaga.
2. *Planning*  
Menilai penggunaan tujuan yang telah ditetapkan dan rencana dalam melakukan pekerjaan. Penggunaan rencana yang telah ditetapkan berpotensi membuat proses yang lebih dapat dikelola secara efektif dan direproduksi jika berhasil.
3. *Definition*  
Meliputi pendefinisian penggunaan secara kelembagaan dan pendokumentasian standar, pedoman, template dan kebijakan selama proses implementasi.
4. *Management*  
Berkaitan dengan bagaimana lembaga mengelola pelaksanaan proses dan memastikan kualitas hasil. Kemampuan dalam dimensi ini mencerminkan pengukuran dan kontrol dari hasil pemrosesan
5. *Optimisation*  
Menangkap sejauh mana institusi formal yang menggunakan pendekatan model ini untuk meningkatkan proses kegiatan. Kemampuan ini mencerminkan budaya perbaikan yang berkelanjutan.

(Marshall dan Mitchell, 2007)



Gambar.3 eMM Process Dimension

Selain itu eMM membagi kemampuan lembaga untuk mempertahankan dan memberikan *e-learning* menjadi lima kategori proses utama yang menunjukkan saling keterkaitan antar proses. Kategori proses utama tersebut seperti terlihat dalam tabel

Process category	Brief description
Learning	Processes that directly impact on pedagogical aspects of e-learning
Development	Processes surrounding the creation and maintenance of e-learning resources
Support	Processes surrounding the oversight and management of e-learning
Evaluation	Processes surrounding the evaluation and quality control of e-learning through its entire lifecycle.
Organisation	Processes associated with institutional planning and management

Tabel 2. Kategori Proses eMM

## PENUTUP

Penerapan e-learning, penyediaan infrastruktur teknologi dan pelatihan SDM sama sekali belum menjamin keberhasilan *e-learning*, kultur organisasi dan faktor *leadership* memiliki pengaruh yang besar terhadap keberhasilan *e-learning*. Untuk menghindari kegagalan dalam penerapan e-learning tersebut, diperlukan suatu perencanaan yang matang, mulai dari tahap pra implementasi sampai dengan implementasi. Evaluasi tingkat kesiapan penerapan e-learning (E-Learning Readiness) diperlukan untuk memotret profil dan kapasitas TI, dan mengevaluasi kecukupannya untuk mencapai tujuan yang diinginkan. Dari hasil evaluasi tersebut akan diketahui tingkat kesiapan dalam penerapan *e-learning* dalam proses pembelajaran. Setelah itu, dapat dimunculkan rekomendasi-rekomendasi untuk peningkatan *e-readiness*. Evaluasi tingkat kematangan (E-Maturity) diperlukan untuk mengetahui aspek atau kategori apa yang telah mencapai tingkat kematangan yang baik dan kategori apa yang masih perlu ditingkatkan *maturity*-nya supaya tidak mengalami kegagalan dan penerapan *e-learning* dapat berlangsung dengan sukses. Berdasarkan tingkat kematangan dari aspek-aspek dalam penerapan *e-learning* tersebut, maka aspek yang tingkat kematangannya rendah dapat diberikan rekomendasi-rekomendasi untuk meningkatkan kematangan aspek tersebut supaya tidak mengalami kegagalan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Choucri. 2003. Global E-Readiness - For What? [http://ebusiness.mit.edu/research/papers/177\\_Choucri\\_GLOBAL\\_eREADINESS.pdf](http://ebusiness.mit.edu/research/papers/177_Choucri_GLOBAL_eREADINESS.pdf). Diakses tanggal 5 Agustus 2009
- Jim Petch, Gayle Calverley, Hilary Dexter, and Tim Cappelli. 2007. Petch, J et al. 2007. "Piloting a Process Maturity Model as an e-learning Benchmarking Method" The Electronic Journal of e-learning Volume 5 Issue 1, pp 49 - 58, available online at [www.ejel.org](http://www.ejel.org)
- Marshall, S., and Mitchell, G. 2002. *An E-learning Maturity Model?* In A. Williamson, K. Gunn, A. Young, and T. Clear (eds), Proceedings of the 19th Annual Conference of the Australian Society for Computers in Learning in Tertiary Education (Auckland, Australian Society for Computers in Learning in Tertiary Education, 2002) <http://www.unitec.ac.nz/ascilite/proceedings/papers/173.pdf>
- Marshall, S.J. and Mitchell, G. (2007). *Benchmarking International E-learning Capability with the E-learning Maturity Model*. In Proceedings of EDUCAUSE in Australasia 2007, 29 April - 2 May 2007, Melbourne, Australia. [http://www.caudit.edu.au/educauseaustralasia07/authors\\_papers/Marshall-103.pdf](http://www.caudit.edu.au/educauseaustralasia07/authors_papers/Marshall-103.pdf)
- Neuhauser, Charlotte. 2004. *A Maturity Model: Does It Provide A Path For Online Course Design?*. The Journal of Interactive Online Learning Volume 3, Number 1, Summer 2004
- Nur Hadi. 2010. *Evaluasi E-Readiness untuk Penerapan E-learning dalam Proses Pembelajaran Sekolah Menengah Pertama di Kota Yogyakarta*. Perpustakaan MTI UGM. Tesis. Dokumen tidak dipublikasikan
- Paulk, M. C., Curtis, B., Chrissis, M. B., & Weber, C. V. (1993). *Capability Maturity Model*,

*Version 1.1. IEEE Software, 10 (4), 18-27.*

- Prayudi, Yudi. 2009. *Kajian Awal: E-Learning Readiness Index (EIRI) Sebagai Model Bagi Evaluasi E-Learning Pada Sebuah Institusi*. Prosiding Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2009. Yogyakarta
- Priyanto. 2008. *Model E-Learning Readiness Sebagai Strategi Pengembangan E-Learning*. International Seminar Proceedings, Information And Communication Technology (ICT) In Education. The Graduate School. Yogyakarta State University
- Swatman, Paul MC. 2006. *E-learning Readiness of Hongkong Teachers*. <http://www.insyl.unisa.edu.au/publications/workingpapers/200605.pdf> Diakses Tanggal 2 Agustus 2009
- Vaezi, Seyed Kamal dan Bimar ,H. Sattary I. 2009. *Comparison Of E-Readiness Assessment Models*. Scientific Research and Essay Vol. 4 (5). <http://www.academicjournals.org/SRE>



## MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA SMA MELALUI PENDEKATAN *OPEN- ENDED* DENGAN PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE *COOP-COOP*

Rafiq Zulkarnaen

*STKIP Siliwangi Bandung*

### Abstrak

Penelitian ini merupakan kuasi eksperimen berbentuk kelompok kontrol pretes-postes, dengan perlakuan: pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*, pendekatan *open-ended*, dan pembelajaran konvensional. Subjek sampel diambil tiga kelas dari kelas XI yang ada di satu SMA Negeri di Kota Bandung. Instrumen yang digunakan adalah tes uraian.

Hasil studi ini adalah: 1) Kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan belajar kooperatif tipe *coop-coop* lebih baik dibanding siswa memperoleh pendekatan *open-ended*, dan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik kedua sampel tersebut lebih baik dibanding siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Ditinjau dari: pencapaian hasil belajar, dan peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik, 2) Terdapat asosiasi antara: kemampuan pemecahan masalah dengan kemampuan komunikasi matematik.

**Kata kunci** : Pemecahan Masalah, Komunikasi matematik, pendekatan *open ended* dan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*

### LATAR BELAKANG MASALAH

Matematika merupakan salah satu ilmu yang mendasari perkembangan kemajuan sains dan teknologi, sehingga matematika dipandang sebagai suatu ilmu yang terstruktur dan terpadu, ilmu tentang pola dan hubungan, dan ilmu tentang cara berpikir untuk memahami dunia sekitar. Kemampuan pemecahan masalah matematik yang harus ditumbuhkan dalam pembelajaran adalah: 1) kemampuan mengerti konsep dan istilah matematika; 2) kemampuan untuk mencatat kesamaan, perbedaan, dan analogi; 3) kemampuan untuk mengidentifikasi elemen terpenting dan memilih prosedur yang benar; 4) kemampuan untuk mengetahui hal yang tidak berkaitan; 5) kemampuan untuk menaksir dan menganalisa; 6) kemampuan untuk memvisualisasi dan menginterpretasi kuantitas atau ruang; 7) kemampuan untuk memperumum berdasarkan beberapa contoh; 8) kemampuan untuk berganti metoda yang telah diketahui; 9) mempunyai kepercayaan diri yang cukup dan merasa senang terhadap materinya (Dodson dan Hollander, dalam Setiabudi, 2003: 3).

Selain kemampuan pemecahan masalah matematik, kemampuan komunikasi matematik sangat penting. Greenes dan Schulman (Priyambodo, 2008: 3) menjelaskan bahwa komunikasi matematik merupakan kekuatan sentral bagi siswa dalam merumuskan konsep dan strategi matematika; sebagai modal keberhasilan siswa terhadap pendekatan dan penyelesaian dalam eksplorasi dan investigasi matematika; dan komunikasi sebagai wadah bagi siswa untuk memperoleh informasi atau membagi pikiran, menilai dan mempertajam ide untuk meyakinkan orang lain. Sejalan dengan hal tersebut Pugalee (Sofyan, 2008: 2) menjelaskan, siswa perlu dibiasakan dalam pembelajaran untuk memberikan argumen setiap jawabannya serta memberikan tanggapan atas jawaban yang diberikan oleh orang lain, sehingga apa yang sedang dipelajari menjadi bermakna baginya.

Salah satu pendekatan yang dapat dilakukan oleh guru dalam menumbuhkembangkan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik adalah pendekatan *open-ended*. Pendekatan *open-ended* adalah pendekatan berbasis masalah, dimana jenis masalah yang digunakan adalah masalah terbuka. Masalah terbuka adalah masalah yang memiliki lebih dari satu



metode penyelesaian yang benar atau memiliki lebih dari satu jawaban benar. Dalam pemecahan masalah terbuka, siswa harus bertanggung jawab untuk menentukan keputusan dalam menentukan cara atau prosedur menyelesaikan masalah yang dihadapi, menjalankan cara/prosedur yang telah ditentukan, dan mengecek kebenaran dari jawaban yang diperoleh. Proses aktivitas siswa seperti ini memaksa siswa untuk menggunakan beragam pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya serta mengundang pengalaman dalam menangani masalah-masalah yang berhubungan. Melalui aktivitas seperti ini pula siswa dituntut untuk mengkonstruksi cara atau prosedur sendiri, coba itu dan coba ini, sebelum mendapatkan jawaban, serta dapat menjelaskan kepada yang lain tentang pengalamannya dalam memecahkan masalah. (Herman, 2006: 50).

Selain pendekatan *open-ended* diberikan juga strategi kooperatif tipe *coop-coop*. Slavin (2008: 229) mengemukakan, *coop-coop* adalah menempatkan kelompok dalam kooperasi antara satu dengan yang lainnya, dan dalam kegiatan di kelas yang lebih mengutamakan diskusi kelompok dan antar kelompok untuk mengembangkan pemahaman melalui berbagai kegiatan dan pengalaman yang dilalui siswa. Diskusi kelompok maupun diskusi antar kelompok merupakan hal yang sangat penting guna memberikan pengalaman mengemukakan dan menjelaskan segala hal yang mereka pikirkan dan membuka diri terhadap yang dipikirkan oleh teman mereka. Selanjutnya Sumarmo (2005: 8) menjelaskan bahwa, untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematik, memupuk kerjasama dan saling menghargai pendapat orang lain, siswa dapat diberi tugas belajar dalam kelompok kecil. Dalam kelompok kecil ini nantinya akan terjadi proses *social problem solving*.

Berdasarkan uraian yang dikemukakan di atas, maka penelitian difokuskan pada meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa SMA melalui pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*.

## RUMUSAN MASALAH

Berdasarkan pada uraian latar belakang masalah, maka yang menjadi rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Apakah kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik: siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* lebih baik dibanding siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended*, dan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Ditinjau dari: pencapaian hasil belajar, dan peningkatan kemampuan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik.
2. Adakah asosiasi antara: kemampuan pemecahan masalah dengan kemampuan komunikasi matematik, kemampuan pemecahan masalah dengan pendapat siswa terhadap pembelajaran matematika menggunakan pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*, kemampuan komunikasi matematik dengan pendapat siswa terhadap pembelajaran matematika menggunakan pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*?

## TINJAUAN TEORITIS

### 1. Pemecahan Masalah dan Komunikasi Matematik

Pembahasan mengenai pemecahan masalah tentunya tidak terlepas dari pengertian masalah itu sendiri. Munandir (1991:23) mengemukakan bahwa suatu masalah dapat diartikan sebagai suatu situasi, dimana seseorang diminta menyelesaikan persoalan yang belum pernah dikerjakan, dan belum memahami pemecahannya. Selanjutnya pendapat lain dari Hudoyo (1998:218) bahwa suatu soal matematika atau pernyataan akan merupakan masalah apabila tidak terdapat aturan atau hukum tertentu yang segera dapat digunakan untuk menjawab atau menyelesaikannya.

Untuk menguasai proses pemecahan masalah lebih mendalam, Polya (Sumarmo dkk, 1994: 11) menguraikan lebih rinci proses yang dapat dilakukan pada tiap langkah pemecahan masalah melalui beberapa pertanyaan sebagai berikut:

- 1) Memahami masalah, pada langkah ini siswa harus dapat memahami: Apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan?; Data apa yang diberikan?; Bagaimana kondisi soal?; Mungkinkah kondisi dinyatakan dalam bentuk persamaan?; Apakah kondisi yang diberikan cukup untuk mencari yang ditanyakan?; Buatlah gambar, dan tulislah notasi yang sesuai!

- 2) Membuat rencana pemecahan, untuk membuat rencana pemecahan siswa harus memikirkan: Apakah masalah tersebut pernah dijumpai oleh siswa? Atau pernahkah ada soal yang sama atau serupa dalam bentuk lain?; Konsep matematika apa yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah?; Dapatkah pengalaman yang lama digunakan dalam masalah yang sekarang?; Syarat-syarat apa untuk menyelesaikan masalah?; Perlukah data lain untuk menyelesaikan soal yang dihadapi?
- 3) Menjalankan rencana pemecahan, pada langkah ini siswa melaksanakan rencana pemecahan yang telah direncanakan kemudian memeriksa setiap langkah demi langkah penyelesaian masalah.
- 4) Memeriksa hasil pemecahan masalah, pada langkah ini siswa menguji langkah-langkah yang telah dilakukan: Apakah sesuai dengan yang ditanyakan kepadanya?; Apakah terdapat langkah penyelesaian masalah menggunakan cara yang berbeda?; Langkah-langkah yang dijalankan benar atau tidak? Jika terdapat kesalahan siswa harus dapat menentukan dimana letak kesalahan tersebut; Dapatkah diperiksa sanggahannya?

Sumarmo, dkk (1994: 14-15) mengemukakan beberapa karakteristik pemecah masalah matematik yang baik di antaranya adalah: 1) mampu memahami konsep dan istilah matematika; 2) mampu mengetahui keserupaan, perbedaan dan analogi; 3) mampu mengidentifikasi unsur yang kritis dan memilih prosedur dan data yang benar; 4) mampu mengetahui data yang tidak relevan; 5) mampu mengestimasi dan menganalisis; 6) mampu memvisualisasi (menggambarkan) dan menginterpretasikan fakta kuantitatif dan hubungan; 7) mampu menggeneralisasikan berdasarkan beberapa contoh; 8) mampu menukar/ mengganti metoda/ cara dengan tepat; 9) memiliki harga diri dan kepercayaan diri yang kuat disertai hubungan baik dengan sesama siswa; 10) memiliki rasa cemas yang rendah.

NCTM (2000: 60) menjelaskan bahwa, program pembelajaran matematika harus memberi kesempatan kepada siswa untuk: 1) mengorganisasi dan mengkonsolidasikan pemikiran dan ide matematika dengan cara mengkomunikasikannya; 2) mengkomunikasikan pemikiran matematika mereka secara logis dan jelas kepada teman, guru dan orang lain; 3) menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematika orang lain; 4) menggunakan bahasa matematika untuk menyatakan ide-ide mereka dengan tepat. Selanjutnya Sudrajat (2001: 18) menjelaskan, kemampuan komunikasi matematik merupakan kemampuan yang dapat menyertakan dan memuat berbagai kesempatan untuk berkomunikasi dalam bentuk: 1) merefleksikan benda-benda nyata, gambar atau ide-ide matematika, 2) membuat model situasi atau persoalan menggunakan metode lisan, tulisan, 3) menggunakan keahlian membaca, menulis dan menelaah untuk menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide, simbol, istilah serta informasi matematika, 4) merespon pertanyaan dalam bentuk argumen yang meyakinkan.

Sumarmo (Suhendar, 2008: 21) mengemukakan bahwa kemampuan yang tergolong pada komunikasi matematik diantaranya adalah: 1) menyatakan suatu situasi, gambar, diagram, atau benda nyata kedalam bahasa, simbol, idea, atau model matematika; 2) menjelaskan idea, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tulisan; 3) mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika; 4) membaca dengan pemahaman suatu representasi matematika tertulis; 5) membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi, dan generalisasi; 6) mengungkapkan kembali suatu uraian atau paragraf matematika dalam bahasa sendiri.

Kaitan antara pemecahan masalah dan komunikasi menurut Scheider dan Saunders (Hulukati, 2005: 18) adalah komunikasi dalam pembelajaran matematika bertujuan untuk membantu siswa dalam memahami soal cerita dan mengkomunikasikan hasilnya. Dengan demikian ketika siswa melakukan pemecahan masalah matematik, siswa melakukan juga komunikasi matematik. Tanpa komunikasi matematik yang baik, siswa akan kesulitan dalam memecahkan masalah. Kemudian Riedesel (Sofyan, 2008: 6) menjelaskan, komunikasi matematik berkaitan erat dengan kemampuan pemecahan masalah, sebab dalam mengungkapkan suatu masalah dapat dinyatakan dengan cara lisan, masalah tulisan, menggunakan diagram, grafik dan gambar, menggunakan analogi dan menggunakan perumusan masalah siswa.

## **2. Pendekatan *open-ended***

Pendekatan *open-ended* merupakan suatu upaya pembaharuan pendidikan matematika yang pertama kali dilakukan oleh para ahli pendidikan di Jepang. Shimada (1997: 2) menjelaskan,

munculnya pendekatan *open-ended* berawal dari pandangan bagaimana menilai kemampuan siswa secara objektif dalam berfikir tingkat tinggi matematika. Dalam pengajaran matematika, rangkaian pengetahuan, keterampilan, konsep-konsep, prinsip-prinsip atau aturan-aturan biasanya diberikan pada siswa dalam langkah sistematis. Hal ini tidak diajarkan secara langsung, namun harus disadari sebagai rangkaian yang terintegrasi dengan kemampuan dan sikap setiap siswa. Dengan demikian akan terbentuk suatu keteraturan intelektual dalam pikiran tiap siswa.

Sawada (Shimada, 1997: 32-33) menjelaskan, untuk mengembangkan rencana pembelajaran dengan pendekatan *open-ended*, guru perlu memperhatikan hal-hal sebagai berikut:

- 1) Tuliskan respon siswa yang diharapkan; siswa diharapkan merespon masalah dengan berbagai cara sudut pandang. Oleh karena itu, guru harus menyiapkan atau menuliskan daftar antisipasi respons siswa terhadap masalah. Kemampuan siswa terbatas dalam mengekspresikan ide atau pikirannya, mungkin siswa tidak akan mampu menjelaskan aktivitasnya dalam memecahkan masalah itu. Tetapi mungkin juga siswa mampu menjelaskan ide-ide matematika dengan cara yang berbeda. Dengan demikian, antisipasi guru membuat atau menuliskan kemungkinan respon yang dikemukakan siswa menjadi penting dalam upaya mengarahkan dan membantu siswa memecahkan masalah sesuai dengan cara kemampuannya.
- 2) Tujuan dari masalah itu diberikan kepada siswa harus jelas; Guru memahami dengan baik peranan masalah itu dalam keseluruhan rencana pembelajaran. Masalah dapat diperlakukan sebagai topik yang tertentu, seperti dalam pengenalan konsep baru kepada siswa, atau sebagai rangkuman dari kegiatan belajar siswa.
- 3) Lengkapi dengan metode pemberian masalah baru, sehingga siswa mudah memahami maksud masalah itu; Masalah harus diekspresikan sedemikian rupa sehingga siswa dapat memahaminya dengan mudah dan menemukan pendekatan pemecahannya.
- 4) Sajikan masalah semenarik mungkin bagi siswa; Konteks permasalahan yang diberikan atau disajikan harus dapat dikenal baik oleh siswa, dan harus membangkitkan keingintahuan serta semangat intelektual siswa.
- 5) Berikan waktu yang cukup bagi siswa untuk mengeksplorasi masalah; Terkadang waktu yang dialokasikan tidak cukup dalam menyajikan masalah, memecahkannya, mendiskusikan pendekatan dan penyelesaian, dan merangkum dari apa yang telah dipelajari siswa. Karena itu, guru harus memberi waktu yang cukup kepada siswa untuk mengeksplorasi masalah.

### 3. Pembelajaran Kooperatif Tipe *Co-op Co-op*

Lundgren (Sukarmin, 2002: 2), unsur-unsur dasar yang perlu ditanamkan pada diri siswa agar belajar secara kelompok lebih efektif adalah sebagai berikut : 1) siswa memiliki tanggung jawab terhadap tiap siswa lain dalam kelompoknya, disamping tanggung jawab terhadap diri sendiri, dalam mempelajari materi yang dihadapi; 2) siswa harus membagi tugas dan berbagi tanggung jawab sama besarnya diantara anggota kelompok; 3) siswa akan diberikan suatu evaluasi atau penghargaan yang akan ikut berpengaruh terhadap evaluasi seluruh anggota kelompok; 4) siswa akan diminta mempertanggung jawabkan secara individual materi yang ditangani dalam kelompok. Jenis kooperatif yang digunakan dalam penelitian ini adalah tipe *coop-coop*. Slavin (2008: 229) mengemukakan, *coop-coop* adalah menempatkan kelompok dalam kooperasi antara satu dengan yang lainnya, dan dalam kegiatan di kelas yang lebih mengutamakan diskusi kelompok dan antar kelompok untuk mengembangkan pemahaman melalui berbagai kegiatan dan pengalaman yang dilalui siswa.

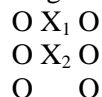
Selanjutnya Slavin (2008: 229) mengemukakan, pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* merupakan sebuah bentuk grup investigasi yang cukup familiar. Kegiatan belajarnya diawali dengan pemberian soal-soal atau masalah-masalah oleh guru, sedangkan kegiatan belajar selanjutnya cenderung terbuka, artinya tidak terstruktur ketat oleh guru. Dalam kegiatan di kelas yang mengembangkan diskusi kelompok dan antar kelompok terdapat berbagai kemungkinan argumentasi terhadap permasalahan yang diajukan berdasar pengalaman siswa. Peranan guru dalam pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* adalah memberikan bimbingan dan arahan seperlunya kepada kelompok siswa melalui *scaffolding*, memberikan dorongan sehingga siswa lebih termotivasi, dan menyiapkan fasilitas-fasilitas yang dibutuhkan siswa. Langkah-langkah pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* sebagai berikut: 1) siswa belajar dalam kelompok yang terdiri dari empat atau lima orang, 2) masing-masing kelompok diberikan tugas (masalah) yang

harus diselesaikan, 3) siswa mendiskusikan tugas yang diberikan dalam kelompok, 4) dipilih satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya sementara siswa-siswa dalam kelompok lain bertanya, menanggapi, 5) setelah diskusi antar kelompok selesai, siswa berdiskusi kembali dalam kelompok masing-masing untuk pengulangan kembali materi dan merevisi jawabannya.

## METODELOGI PENELITIAN

### 1. Desain Penelitian

Penelitian ini adalah suatu quasi eksperimen, dengan desain kelompok kontrol pretes-postes. Diagram desain penelitian ini adalah sebagai berikut:



Keterangan :

- $X_1$  : pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*
- $X_2$  : pendekatan *open-ended*
- O : pretes dan postes pemecahan masalah dan komunikasi matematik

### 2. Populasi dan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa di satu SMAN di Kota Bandung. Sedangkan siswa yang menjadi sampel adalah kelas XI. Sampel diambil dengan tehnik *purposive sampling*, sebanyak tiga kelas dari 10 kelas yang ada di SMAN tersebut. Pengambilan kelas XI disesuaikan dengan materi pembelajaran.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Data yang diperoleh dan dianalisis dalam penelitian ini berupa hasil tes kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik, pendapat siswa terhadap pembelajaran matematika menggunakan pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*, dan lembar observasi. Dengan hasil penelitian sebagai berikut.

### 1. Hasil Tes Kemampuan Pemecahan Masalah dan Komunikasi Matematik

Berdasarkan pengolahan data pretes, postes, dan gain ternormalisasi kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik, diperoleh skor rerata ( $\bar{x}$ ) berikut persentase dari skor ideal (%), deviasi standar ( $s$ ).

**Tabel. 1**  
**Rekapitulasi Hasil Tes Kemampuan Pemecahan Masalah dan Komunikasi Matematik**

		Pendekatan <i>Open-ended</i> dengan Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Coop-coop</i>			Pendekatan <i>Open-ended</i>			Konvensional		
		Pretes	Postes	Gain	Pretes	Postes	Gain	Pretes	Postes	Gain
PM	$\bar{x}$	12,33	23,82	0,49	11,72	21,16	0,38	11,25	19,02	0,32
		34,25%	66,17%		32,56%	58,77%		31,25%	52,77%	
	$s$	3,43	3,84	0,13	3,15	3,25	0,12	3,13	3,80	0,10
KM	$\bar{x}$	7,78	15,16	0,60	7,37	13,81	0,51	7,84	12,09	0,34
		39,90%	75,80%		36,85%	69,45%		39,20%	60,45%	
	$s$	2,50	2,29	0,15	2,72	2,05	0,14	2,40	2,08	0,11

Keterangan : Skor ideal tes pemecahan masalah (PM) = 36

Skor ideal tes komunikasi matematik (KM) = 20

Berdasarkan pada Tabel.1 di atas, kemampuan awal pemecahan masalah dan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel tidak berbeda secara signifikan, dengan kualifikasi masing-masing kelompok sampel berada pada kategori kurang. Hasil postes kemampuan pemecahan

masalah dan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel menunjukkan perbedaan secara signifikan. Pencapaian hasil belajar dalam hal kemampuan pemecahan masalah matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* berada pada kategori cukup, sedangkan pencapaian hasil belajar dalam hal kemampuan pemecahan masalah matematik kedua kelompok sampel yang lainnya berada pada kategori kurang.

Selanjutnya, pencapaian hasil belajar dalam hal kemampuan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*, siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended*, dan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional berturut-turut berada pada kategori baik, cukup, dan kurang.

Kemudian, peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* lebih baik dibanding peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended*, dan peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa pada kedua kelompok sampel tersebut lebih baik dibanding peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Interpretasi-interpretasi sebagaimana dipaparkan tersebut di atas, harus dibuktikan secara statistik.

Hasil pengujian secara statistik rerata postes dan peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel diperoleh kesimpulan bahwa paling tidak ada sebuah yang berbeda secara signifikan postes dan peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik antara ketiga kelompok sampel. Setelah diketahui ada perbedaan yang signifikan antara peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa ketiga kelompok sampel, digunakan uji perbedaan dua rerata antara dua kelompok sampel seperti pada Tabel.2 dan Tabel.3

**Tabel.2**  
**Uji Perbedaan Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematik antara Dua Kelompok Sampel**

Kelas yang Diuji	Distribusi Nilai Rerata gain PM	Uji yang Digunakan	Kesimpulan
Pendekatan <i>open-ended</i> dengan pembelajaran kooperatif tipe <i>coop-coop</i> , Pendekatan <i>open-ended</i>	Normal, Normal	Uji t	H <sub>0</sub> Ditolak
Pendekatan <i>open-ended</i> dengan pembelajaran kooperatif tipe <i>coop-coop</i> , Pembelajaran Konvensional	Normal, Tidak Normal	Uji Mann Whitney	H <sub>0</sub> Ditolak
Pendekatan <i>open-ended</i> Pembelajaran Konvensional	Normal, Tidak Normal	Uji Mann Whitney	H <sub>0</sub> Ditolak

**Tabel.3**  
**Uji Perbedaan Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematik antara Dua Kelompok Sampel**

Kelas yang Diuji	Distribusi Nilai Rerata gain KM	Uji yang Digunakan	Kesimpulan
Pendekatan <i>open-ended</i> dengan pembelajaran kooperatif tipe <i>coop-coop</i> , Pendekatan <i>open-ended</i>	Normal, Normal	Uji t	H <sub>0</sub> Ditolak
Pendekatan <i>open-ended</i> dengan pembelajaran kooperatif tipe <i>coop-coop</i> , Pembelajaran Konvensional	Normal, Tidak Normal	Uji Mann Whitney	H <sub>0</sub> Ditolak
Pendekatan <i>open-ended</i> Pembelajaran Konvensional	Normal, Tidak Normal	Uji Mann Whitney	H <sub>0</sub> Ditolak

Untuk melihat asosiasi antara kemampuan pemecahan masalah dengan kemampuan komunikasi matematik, nilai postes kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel diklasifikasikan terlebih dahulu kedalam kategori Baik, Sedang, dan Kurang.

**Tabel.4**  
**Asosiasi Kemampuan Pemecahan Masalah dengan Komunikasi Matematik**

		Kemampuan Pemecahan Masalah			Total
		Kurang	Sedang	Baik	
Kemampuan Komunikasi Matematik	Kurang	24	2	1	27
	Sedang	44	33	3	80
	Baik	1	17	7	25
Total		69	52	11	132

Berdasarkan data di atas, hampir setengahnya dari jumlah siswa mempunyai kemampuan yang sama dalam pemecahan masalah dan komunikasi matematik. Frekuensi siswa yang termasuk kategori kurang dalam kemampuan pemecahan masalah matematik dan termasuk kategori sedang dan baik dalam kemampuan komunikasi matematik lebih banyak dibanding dengan frekuensi siswa yang termasuk kategori kurang dalam kemampuan komunikasi matematik dan termasuk kategori sedang dan baik dalam kemampuan pemecahan masalah matematik. Berdasarkan tabel tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematika lebih sulit dibandingkan dengan kemampuan komunikasi matematik, hal tersebut diperkuat dari hasil postes kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik. Adapun ukuran asosiasi kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan komunikasi matematik sebesar 0,503 dengan interpretasi cukup kuat.

## 2. Pembahasan

Berdasarkan hasil pengolahan data pretes di bagian terdahulu diperoleh kesimpulan bahwa kemampuan awal pemecahan masalah dan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel tidak berbeda secara signifikan. Kualifikasi rerata pretes kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel berada pada kategori kurang, karena persentase rerata dari skor ideal masing-masing kelompok sampel kurang dari 65%.

Setelah diberikannya perlakuan pembelajaran yang berbeda kepada masing-masing kelompok sampel, hasil postes menunjukkan perbedaan yang signifikan antara ketiga kelompok sampel. Pencapaian hasil belajar kemampuan pemecahan masalah matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* berdasarkan kualifikasi rerata postes berada pada kategori cukup, sedangkan dua kelompok sampel yang lainnya berada pada kategori kurang. Kemudian pencapaian hasil belajar kemampuan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* berdasarkan kualifikasi rerata postes berada pada kategori baik, sedangkan siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* berada pada kategori cukup, dan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional berada pada kategori kurang. Berdasarkan hal tersebut pencapaian hasil belajar kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan belajar kooperatif tipe *coop-coop* lebih baik dibanding dua kelompok sampel yang lainnya.

Peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel berdasarkan gain ternormalisasi masing-masing peningkatan berada pada kategori sedang. Meskipun kategori peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik ketiga kelompok sampel berada pada kategori sedang, setelah dilakukan pengujian perbedaan rerata gain ternormalisasi kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa pada ketiga kelompok sampel tersebut menunjukkan perbedaan secara signifikan.

Hasil pengujian perbedaan peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematik ketiga kelompok sampel, diperoleh kesimpulan bahwa: peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* lebih baik daripada peningkatan kemampuan pemecahan masalah

matematik siswa yang memperoleh pendekatan *open-ended*; dan peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik kedua kelas tersebut lebih baik daripada peningkatan kemampuan pemecahan masalah siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

Perbedaan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik tersebut disebabkan oleh beberapa faktor, salah satu diantaranya disebabkan oleh pendekatan *open-ended*. Melalui pendekatan *open-ended* siswa diberikan keleluasaan untuk mengemukakan jawaban, memperoleh pengalaman untuk menemukan, mengenali dan mengkonstruksi pengetahuan matematika. Dalam pembelajaran menggunakan pendekatan *open-ended* siswa tidak hanya dituntut menemukan solusi dari masalah yang diberikan tetapi juga memberikan penjelasan atas jawabannya. (Shimada, 1997:1)

Belajar matematika melalui pemecahan masalah terbuka yang memiliki karakteristik keberagaman metode penyelesaian yang benar atau memiliki lebih dari satu jawaban benar membiasakan siswa dalam memecahkan masalah, dan memberikan penjelasan jawaban yang diajukan. Dengan demikian melalui pendekatan *open-ended* selain siswa melakukan aktivitas pemecahan masalah juga melakukan aktivitas komunikasi matematik. Sehingga pendekatan *open-ended* dapat menumbuhkembangkan kemampuan siswa dalam pemecahan masalah dan komunikasi matematik. Melalui pendekatan *open-ended* siswa dihadapkan dengan masalah, melalui masalah tersebut diharapkan siswa dapat mengkonstruksi sendiri pengetahuan matematika. Masalah yang diajukan kepada siswa harus dapat membangkitkan semangat, potensi atau kemampuan yang dimiliki siswa secara maksimal, dan siswa terdorong untuk menggunakan berbagai pengetahuan yang telah dimilikinya untuk menyelesaikan situasi masalah dengan berbagai cara.

Dalam proses menyelesaikan masalah siswa dirangsang untuk menggunakan segenap pengetahuan dan pengalaman yang telah dimilikinya dan pada saat yang bersamaan siswa harus mencari dan memilih strategi penyelesaian yang tepat. Kegiatan ini menuntut aktivitas kognitif maupun aktivitas psikomotorik ini tidak saja menumbuhkan pemahaman siswa, namun juga memerlukan keterampilan intelektual tingkat tinggi (Moyer dkk dalam Herman, 2006:111). Selain pembelajaran matematika menggunakan pendekatan *open-ended*, satu kelas eksperimen diberikan strategi pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*. Melalui pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* siswanya lebih aktif dalam kelas, memberi kesempatan kepada siswa dalam mengembangkan pengetahuan bersama kelompoknya kemudian saling berbagi pengetahuan itu dengan teman-teman sekelasnya, adanya kelompok belajar menyebabkan siswa termotivasi dalam mempelajari matematika sehingga matematika bukan lagi pelajaran yang sulit.

Dalam setiap pertemuan, proses pembelajaran matematika menggunakan pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* dimulai dengan diskusi tentang materi pertemuan sebelumnya, kemudian penjelasan tentang yang akan dipelajari pada waktu pertemuan itu, dan guru memberikan situasi masalah matematika (LKS) kepada masing-masing kelompok (terdiri atas 4-5 orang). Diskusi kelompok berlangsung 10-20 menit (bergantung pada tingkat kesukaran masalah), dan guru berkeliling memperhatikan diskusi kelompok, dan melakukan *scaffolding* apabila dibutuhkan. Setelah diskusi kelompok berakhir, dipilih satu kelompok untuk menjelaskan solusi masalah di depan kelas, dan setiap siswa berhak bertanya atau memberi komentar, dipandu oleh guru. Pada akhir pertemuan, guru memandu siswa untuk mencari mana solusi yang terbaik dan alasannya, kemudian siswa bersama-sama dengan kelompoknya merangkum apa yang didiskusikan pada pertemuan itu dan merevisi jawaban yang telah diperoleh pada saat diskusi kelompok.

Pada beberapa pertemuan pertama, proses ini berjalan dengan alot, karena siswa belum terbiasa dengan kondisi ini. Kehadiran siswa setelah beberapa pertemuan pertama hampir selalu mencapai 100%, seakan-akan siswa tidak mau kehilangan momentum pembelajaran matematika menggunakan pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop* ini. Ketika siswa dihadapkan dengan masalah dalam dunianya yang menarik dan menantang, mereka merasa benar-benar memiliki masalah tersebut dan terdorong untuk bertanggung jawab menyelesaikannya. Sebaliknya siswa yang belajar melalui hapalan dan latihan akan memiliki pemahaman lemah dan memiliki kepuasan diri yang kurang. Menurut Hiebert, dkk (Herman, 2006:53) bukti menunjukkan jika siswa belajar dengan mengingat dan latihan prosedural, mereka akan kesulitan dalam memperoleh pemahaman konsep-konsep matematika secara mendalam.

Kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan komunikasi matematik mempunyai

asosiasi yang signifikan. Berdasarkan hal ini, kualitas siswa dalam kemampuan pemecahan masalah setara dengan kualitas siswa dalam kemampuan komunikasi matematik. Senada dengan hal tersebut Riedesel (Sofyan, 2008: 6) menjelaskan, komunikasi matematik berkaitan erat dengan kemampuan pemecahan masalah, sebab dalam mengungkapkan suatu masalah dapat dinyatakan dengan cara lisan, masalah tulisan, menggunakan diagram, grafik dan gambar, menggunakan analogi dan menggunakan perumusan masalah siswa.

Berdasarkan hasil analisis terhadap hipotesis menunjukkan bahwa terdapat perubahan ke arah yang lebih baik dalam hal kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematik setelah siswa mendapatkan pembelajaran dengan pendekatan *open-ended* dengan pembelajaran kooperatif tipe *coop-coop*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Herman, T. (2006). *Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematis Tingkat Tinggi Siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP)*. Disertasi pada PPS Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung: Tidak Diterbitkan.
- Hudoyo, H. (1998). *Pembelajaran Matematika Menurut Pandangan Konstruktivistik*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Upaya-upaya Meningkatkan Peran Pendidikan dalam Era Globalisasi PPS IKIP Malang. Malang, 4 April.
- Hulukati, E. (2005). *Mengembangkan Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematika Siswa SMP melalui Model Pembelajaran Generatif*. Disertasi pada PPS Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung: Tidak Diterbitkan.
- Munandir. (1991). *Belajar dan Membelajarkan*. Jakarta: CV Rajawali.
- NCTM (2000). *Principle and Standarts of School Mathematics*. Reston: NCTM
- Priyambodo, S. (2008). *Meningkatkan Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematika siswa SMP melalui Strategi Heuristik*. Tesis pada SPS UPI Bandung: tidak diterbitkan
- Setiabudi, W. (2003). *Langkah awal menuju ke olimpiade matematika*. Jakarta: Ricardo
- Slavin, R.E (2008). *Cooperative Learning: Theory, Research, and practice*. London: Allmand Bacon
- Shimada, S. (1997). *The Open ended Approach: A new Proposal for Teching Mathematics*. Virginia: NCTM.
- Sudrajat. (2001). *Penerapan SQ3R pada Pembelajaran Tindak Lanjut untuk Peningkatan Kemampuan Komunikasi dalam Matematika Siswa SMU*. Tesis pada PPS Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung: tidak diterbitkan
- Sofyan, D. (2008). *Pembelajaran Berbasis Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Komunikasi Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama*. Tesis pada SPs UPI Bandung: Tidak diterbitkan
- Suhendar. (2008). *Meningkatkan kemampuan komunikasi dan koneksi matematika siswa SMP yang berkemampuan rendah melalui pendekatan kontekstual dengan tugas tambahan*. Tesis pada SPS UPI Bandung: Tidak diterbitkan.
- Sukarmin. (2002). *Pembelajaran Kooperatif*. UNESA: Surabaya
- Sumarmo, U., dkk (1994). *Suatu Alternatif Pengajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika pada Guru dan Siswa SMP*. Laporan Penelitian pada Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA IKIP Bandung.
- Sumarmo, U. (2005). *Pembelajaran matematika untuk mendukung pelaksanaan kurikulum tahun 2002 sekolah menengah*. Makalah pada seminar pendidikan matematika di FMIPA Universitas Gorontalo, Gorontalo





## **PEMBELAJARAN MATEMATIKA REALISTIK SEBAGAI UPAYA UNTUK MENUMBUHKEMBANGKAN KEPEDULIAN SISWA TERHADAP LINGKUNGAN**

**Rifka Zammilah**

*Mahasiswa Pendidikan Matematika Fakultas Saintek  
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta*

### **Abstrak**

Pembelajaran matematika realistik, merupakan sebuah inovasi baru dalam pembelajaran matematika. Melalui pembelajaran realistik ini siswa dapat belajar matematika dengan lebih mudah dan menyenangkan. Dengan pembelajaran matematika realistik ini siswa dapat belajar matematika dengan lebih konkret karena siswa langsung belajar melalui kehidupan kesehariannya. Melalui sifat pembelajaran matematika realistik yang berbasis lingkungan ini, dapat dimanfaatkan guru sebagai sarana untuk menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap kondisi sosial disekitarnya. Adapun cara untuk menumbuhkembangkan kepedulian siswa ini dapat dilakukan dengan memberikan suatu kondisi lingkungan masyarakat kemudian siswa diajak untuk diskusi tentang kondisi lingkungan tersebut, apakah sudah ideal atau belum. Dengan adanya pengarahannya "plus" dari guru terhadap pembelajaran matematika realistik ini diharapkan mampu menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap lingkungan. Implikasi dari perkembangan kepedulian siswa adalah terciptanya insan cerdas sekaligus memiliki rasa kepedulian yang tinggi terhadap lingkungan sekitarnya.

**Kata kunci:** *pembelajaran matematika realistik, kepedulian lingkungan*

## **PENDAHULUAN**

### **Latar Belakang**

Pada zaman yang semakin maju ini, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sangatlah pesat. Teknologi yang semakin canggih dikhawatirkan akan membentuk karakter siswa yang kurang peduli terhadap lingkungannya. Saat ini, siswa lebih senang mengisi waktu luangnya untuk duduk di depan komputer untuk bermain *games*, facebook-an, atau sibuk dengan aplikasi lengkap yang ada di handphone mereka. Melihat keadaan siswa yang seperti ini, dikhawatirkan siswa akan kurang dalam bersosialisasi dengan lingkungannya.

Matematika, merupakan suatu ilmu yang aplikatif dan sangat dekat dengan kehidupan kita. Disadari atau tidak, kita selalu menggunakan matematika dalam keseharian kita, baik menggunakan ilmu matematika maupun cara berpikir matematis. Matematika digunakan dalam keseharian kita, mulai dari belanja hingga membangun gedung pencakar langit. Dengan demikian, matematika merupakan ilmu yang sangat bermanfaat bagi kehidupan.

Mengingat pentingnya matematika dalam kehidupan, dikembangkanlah sebuah pendekatan dalam pembelajaran matematika yang disebut dengan matematika realistik. Pembelajaran matematika realistik dikembangkan agar siswa lebih mudah dalam mempelajari matematika dan guru juga akan lebih mudah dalam mengajarkan matematika. Melalui pembelajaran matematika realistik ini, selain mempermudah siswa dalam memahami matematika, guru juga bisa menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap lingkungannya.

### **Rumusan masalah**

Masalah yang akan dibahas dalam makalah ini adalah sebagai berikut:

1. Apakah pembelajaran matematika realistik itu?
2. Bagaimana implementasi pembelajaran matematika realistik agar bisa menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap lingkungan?

### **Tujuan dan Manfaat Penulisan**

Makalah ini bertujuan untuk memahami penerapan pembelajaran matematika realistik di sekolah serta bagaimana pembelajaran matematika realistik ini bisa menjadi sarana untuk menumbuhkembangkan rasa kepeduliann siswa terhadap lingkungannya. Harapan selanjutnya adalah makalah ini akan bermanfaat bagi dunia pendidikan maupun dalam kehidupan bermasyarakat.

## **PEMBAHASAN**

### **Makna dan Teori Belajar**

Pembelajaran ialah membelajarkan siswa menggunakan asas pendidikan maupun teori belajar. Pembelajaran merupakan proses komunikasi dua arah. Mengajar dilakukan oleh pihak guru sebagai pendidik, sedangkan belajar dilakukan oleh peserta didik atau siswa<sup>1</sup>. Berdasarkan definisi tersebut, teori belajar sanngat diperlukan dalam proses pembelajaran agar hasil belajar yang dicapai oleh siswa dapat maksimal.

Dalam pembelajaran matematika, kini mulai diterapkan belajar bermakna (*Meaningfull Learning*). Belajar bermakna yang dikemukakan oleh Ausubel adalah suatu proses belajar yang mengaitkan materi belajar dengan pengetahuan siswa yang telah diperolehnya. Dengan adanya keterkaitan ini, siswa akan lebih mudah untuk mengkonstruksi pengetahuannya<sup>2</sup>.

Menurut pendekatan konstektual, belajar akan lebih bermakna jika anak mengalami apa yang dipelajarinya, tidak sekedar mengetahuinya. Pembelajaran yang berorientasi target penguasaan materi terbukti berhasil dalam kompetisi mengingat dalam jangka waktu pendek, tetapi gagal membekali anak memecahkan masalah dalam kehidupan jangka panjang<sup>3</sup>. Pendekatan konstektual (*Contextual Teaching and Learning*) atau yang kemudian dikenal dengan CTL merupakan konsep belajar yang membantu guru mengaitkan antara materi yang diajarkannya dengan situasi dunia nyata siswa dan mendorong siswa membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan mereka sebagai anggota keluarga dan masyarakat.

Penggunaan CTL dalam pembelajaran matematika di Indonesia mulai diterapkan pada kurikulum 1994. Adanya CTL ini ditandai dengan berkembangnya soal cerita yang berupa penyelesaian masalah di kehidupan sehari-hari. Selama beberapa tahun terakhir ini, CTL mulai banyak dikembangkan oleh para pendidik matematika, salah satu hasil dari pengembangan CTL adalah pembelajaran matematika realistik. Pengembangan matematika realistik ini juga sesuai dengan prinsip konstruktivis. Masalah-masalah yang dapat digunakan adalah sejenis konflik, ketegangan, atau krisis yang memotivasi ketertarikan siswa<sup>4</sup>.

### **Pembelajaran Matematika Realistik**

Sebagai ilmu yang abstrak, matematika menjadi sebuah mata pelajaran yang tidak mudah untuk dipahami siswa. Namun, dibalik keabstrakannya, matematika mempunyai peran yang cukup besar dalam kehidupan manusia. Karena pentingnya matematika, maka banyak dikembangkan bagaimana cara belajar matematika yang menyenangkan sehingga matematika menjadi lebih mudah untuk dipelajari. Sebagai upaya untuk mengembangkan pembelajaran matematika yang mudah dan menyenangkan, para pendidik matematika mengembangkan sebuah pendekatan baru yang dikenal dengan pembelajaran matematika realistik.

Hans Freudenthal mengatakan bahwa “matematika merupakan suatu bentuk aktivitas manusia”. Freudenthal berpendapat bahwa matematika merupakan suatu bentuk kegiatan dalam mengkonstruksi konsep matematika. Dalam hal ini, Freudenthal menganggap matematika bukanlah sebagai suatu produk jadi, tetapi matematika haruslah dipelajari dengan membangun konsep matematika dalam pengetahuan siswa. Berdasarkan prinsip konstruktivis, agar matematika mudah

---

<sup>1</sup> Syaiful Sagala, *Konsep dan Makna Pembelajaran* (Bandung: Alfabeta, 2003), hlmn.61.

<sup>2</sup> Shinta Sih Dewanti, *Handout Psikologi Belajar Matematika* (Yogyakarta: Prodi Pendidikan Matematika UIN Sunan Kalijaga), hlmn. 66

<sup>3</sup> *Ibid*, hlmn. 87

<sup>4</sup> John W. Santrock, *Psikologi Pendidikan* (Jakarta: Salemba Humanika, 2009), hlm. 113

dipahami, hal yang dapat dilakukan adalah dengan cara menjadikan matematika realistik dan menarik. Berdasarkan beberapa faktor tersebut, muncullah gagasan tentang pembelajaran matematika realistik.

Pendidikan matematika realistik (*Realistic Mathematics Educations*) merupakan suatu pendekatan dalam pembelajaran matematika di Belanda. Penggunaan kata “realistik” sebenarnya berasal dari bahasa Belanda “*zich realuseren*” yang berarti untuk dibayangkan. Menurut Van de Heuvel-Paunzen, penggunaan kata “realistik” tidak hanya sekedar menunjukkan adanya suatu koneksi dengan dunia nyata (*real-world*) tetapi lebih mengacu pada pendidikan matematika realistik dalam menempatkan penekanan penggunaan suatu situasi yang bisa dibayangkan (*imaginable*) oleh siswa<sup>5</sup>.

Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) tidak dapat dipisahkan dari institute Freudenthal. Institut ini didirikan pada tahun 1971, berada di bawah Utrecht University Belanda. Nama institut diambil dari nama pendirinya yaitu Profesor Hans Freudenthal (1905-1990), seorang penulis, pendidik dan matematikawan berkebangsaan Jerman-Belanda. Sejak tahun 1971, Institut ini mengembangkan suatu pendekatan teoritis terhadap pembelajaran matematika yang dikenal dengan RME (*Realistic Mathematics Education*). RME menggabungkan pandangan tentang apa itu matematika, bagaimana siswa belajar matematika dan bagaimana matematika harus diajarkan<sup>6</sup>.

Pendidikan matematika realistik dikembangkan berdasarkan pemikiran Hans Freudenthal yang berpendapat bahwa matematika merupakan aktivitas insani (*human activities*) yang harus dikaitkan dengan realitas. Berdasarkan pemikiran tersebut, PMRI mempunyai ciri antara lain bahwa dalam proses pembelajaran siswa harus diberikan kesempatan untuk menemukan kembali (*to reinvent*) matematika melalui bimbingan guru, dan bahwa penemuan kembali (*reinvention*) ide dan konsep matematika tersebut harus dimulai dari penjelajahan berbagai situasi dan persoalan “dunia riil”<sup>7</sup>.

Freudenthal berkeyakinan bahwa siswa tidak boleh dipandang sebagai penerima pasif matematika yang sudah jadi. Menurutnya pendidikan harus mengarahkan siswa kepada penggunaan berbagai situasi dan kesempatan untuk menemukan kembali matematika dengan cara mereka sendiri. Banyak soal yang dapat diangkat dari berbagai konteks (situasi) yang dirasakan bermakna sehingga menjadi sumber belajar. Konsep matematika muncul dari proses matematisasi, yaitu dimulai dari penyelesaian yang berkait dengan konteks (*context link solution*), siswa secara perlahan mengembangkan alat dan pemahaman matematik ke tingkat yang lebih formal. Model-model yang muncul dari aktivitas matematik siswa akan dapat mendorong terjadinya interaksi di kelas sehingga mengarah pada level berpikir matematik yang lebih tinggi. Teori PMRI sejalan dengan teori belajar yang berkembang saat ini, seperti konstruktivisme dan pembelajaran kontekstual (*contextual teaching and learning*, disingkat CTL). Namun, baik pendekatan konstruktivisme maupun CTL mewakili teori belajar secara umum. PMRI merupakan suatu teori pembelajaran yang dikembangkan khusus untuk matematika. Selanjutnya juga diakui bahwa konsep pendidikan matematika realistik sejalan dengan kebutuhan untuk memperbaiki pendidikan matematika di Indonesia yang didominasi oleh persoalan bagaimana meningkatkan pemahaman siswa tentang matematika dan mengembangkan daya nalar<sup>8</sup>.

Menurut Treffers<sup>9</sup> lima karakteristik Pendidikan matematika realistik, yaitu:

1. Penggunaan Konteks

Konteks atau permasalahan realistik digunakan sebagai titik awal pembelajaran matematika. Konteks tidak harus berupa masalah dunia nyata namun bisa dalam bentuk permainan, penggunaan alat peraga, atau situasi lain selama hal tersebut bermakna dan bisa dibayangkan oleh siswa.

Melalui penggunaan konteks, siswa dilibatkan secara aktif untuk melakukan kegiatan eksplorasi masalah. Hasil eksplorasi siswa tidak hanya bertujuan untuk menemukan

---

<sup>5</sup> Ariyadi Wijaya, *Pendidikan Matematika Realistik: Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika* (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2012), hlmn. 20.

<sup>6</sup> Artikel Hammad Fithriy Ramadhan, Pendidikan Matematika realistik Indonesia (PMRI), <http://h4mm4d.wordpress.com/2009/02/27/pendidikan-matematika-realistik-indonesia-pmri-indonesia/>

<sup>7</sup> *Ibid.*

<sup>8</sup> *Ibid.*

<sup>9</sup> Ariyadi Wijaya, *Opcit*, hlmn. 21

- jawaban akhir dari suatu permasalahan, tetapi juga diarahkan untuk mengembangkan berbagai strategi penyelesaian masalah.
2. Penggunaan model untuk matematisasi progressif  
Penggunaan model berfungsi sebagai jembatan dari pengetahuan matematika tingkat konkret menuju pengetahuan matematika tingkat formal.
  3. Pemanfaatan hasil konstruksi siswa  
Mengacu pada pendapat Freudenthal yang mengatakan bahwa matematika bukanlah suatu produk siap pakai tetapi sebagai suatu konsep yang dibangun oleh siswa, maka dalam pendidikan matematika realistik, siswa ditempatkan sebagai subjek belajar. Siswa memiliki kebebasan untuk mengembangkan strategi pemecahan masalah sehingga diharapkan akan diperoleh strategi yang bervariasi. Hasil kerja dan konstruksi siswa ini selanjutnya digunakan untuk landasan pengembangan konsep matematika.
  4. Interaktivitas  
Proses belajar seseorang bukan hanya suatu proses individu melainkan juga suatu proses sosial. Dengan adanya saling mengkomunikasikan hasil kerja dan gagasan, proses belajar siswa akan menjadi lebih singkat dan bermakna. Pemanfaatan interaksi dalam pembelajaran matematika bermanfaat dalam mengembangkan kemampuan kognitif dan afektif siswa secara simultan.
  5. Keterkaitan  
Matematika merupakan struktur yang terorganisasi, sehingga konsep-konsep yang ada dalam matematika mempunyai keterkaitan satu sama lainnya. Adanya keterkaitan ini memungkinkan guru untuk menyampaikan lebih dari satu konsep secara bersamaan.

### **Kepedulian Lingkungan**

Kepedulian berasal dari kata dasar peduli yang mendapat imbuhan ke-an. Peduli diartikan sebagai sikap dan tindakan yang selalu ingin memberi bantuan pada orang lain dan masyarakat yang membutuhkan<sup>10</sup>. Sedangkan menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, peduli adalah mengindahkan, memperhatikan, menghiraukan. Kepedulian diartikan sebagai sikap mengindahkan (memperhatikan) apa yang terjadi di masyarakat. Kepedulian terhadap lingkungan berarti sikap yang selalu ingin memberi bantuan kepada orang maupun makhluk lain yang ada di sekitarnya yang membutuhkan pertolongan.

Kepedulian terhadap lingkungan, merupakan sikap yang baik untuk dikembangkan. Hal ini dikarenakan dalam kehidupan bermasyarakat, manusia merupakan makhluk sosial yang tidak dapat hidup tanpa bantuan orang lain. Sebagai timbal baliknya, maka individu dalam masyarakat tersebut haruslah mempunyai sikap kepedulian terhadap lingkungannya agar proses saling memberikan bantuan yang terjadi menjadi hubungan yang mutualisme. Kepedulian terhadap lingkungan merupakan salah satu nilai dari 18 karakter yang ingin dikembangkan dalam pendidikan karakter di Indonesia.

Tanpa mempunyai rasa kepedulian terhadap lingkungan, seseorang tidak akan pula dipedulikan oleh orang lain. Seseorang akan diperlakukan seperti ia memperlakukan orang lain. Oleh karena itu, untuk memperoleh kepedulian dari orang lain, maka seseorang harusnya mempunyai rasa kepedulian terhadap lingkungannya. Rasa kepedulian ini juga menjadi faktor yang menentukan seberapa tingkat kenyamanan hubungan seseorang.

Beberapa langkah yang perlu diterapkan dalam rangka menanamkan dan menumbuhkan karakter peduli pada peserta didik adalah sebagai berikut<sup>11</sup>:

1. Menanamkan rasa peduli terhadap diri sendiri

---

<sup>10</sup> ----, *Bahan Pelatihan: Pengembangan Pengembangan Karakter dan Budaya* (Jakarta: Kemendikbud, 2010), hlmn. 19

<sup>11</sup> Nurla Isna Aunillah, *Panduan Menerapkan Pendidikan Karakter di Sekolah* (Yogyakarta: Laksana, 2010), hlmn. 65-71.

Rasa kepedulian berawal dari peduli terhadap diri sendiri. Setelah siswa telah mempunyai rasa peduli pada diri sendiri, diharapkan rasa kepedulian itu akan meluas pada orang lain. Kepedulian terhadap diri sendiri berbeda dengan egois. Kepedulian ini merupakan bentuk penghargaan kepada diri sendiri. Untuk menumbuhkembangkan kepedulian terhadap diri sendiri, guru bisa memotivasi siswa untuk selalu memperhatikan kesehatan dan kebersihan dirinya.

2. Peduli terhadap adik kelas  
Langkah yang dapat ditempuh selanjutnya adalah mengarahkan siswa untuk peduli terhadap adik kelas. Hal ini bisa dilakukan siswa dengan senantiasa menjalin hubungan baik dengan adik kelas, saling berbagi pengalaman, dan meminjamkan buku kepada adik kelas yang membutuhkan.
3. Peduli terhadap orangtua  
Rasa peduli terhadap orangtua dapat dilakukan dengan membantu pekerjaan rumah tangga sehingga pekerjaan orangtua menjadi lebih ringan. Selain itu, guru juga bisa menanamkan kepedulian siswa kepada orang tua dengan memberikan pengarahan agar selalu belajar dengan giat sehingga bisa membahagiakan orangtua.
4. Peduli terhadap teman sekelas  
Guru harus senantiasa memperhatikan tingkah laku siswa terhadap temannya. Apabila siswa melakukan hal yang kurang baik kepada temannya, maka hendaknya siswa dinasehati. Rasa kepedulian siswa terhadap teman sebaya akan semakin subur jika guru juga memberikan kepeduliannya kepada siswa dengan tanpa pandang bulu.
5. Peduli terhadap guru  
Guru memberikan penjelasan tentang pentingnya kepedulian sekaligus memberikan teladan bagaimana seharusnya seseorang berlaku peduli terhadap orang lain.
6. Peduli terhadap lingkungan sosial  
Guru bisa memberikan sebuah kisah teladan yang memuat nilai-nilai kepedulian. Selain itu, hendaknya guru, orangtua, dan masyarakat juga memberikan keteladanan kepada siswa untuk peduli terhadap lingkungan. Hal ini bisa dilakukan dengan cara membuang sampah pada tempatnya, menyantuni anak-anak yatim di panti asuhan, dan budaya saling tolong menolong.

### **Pembelajaran Matematika Realistik dalam Menumbuh kembangkan Kepedulian Siswa**

Pembelajaran matematika realistik merupakan sebuah desain pembelajaran matematika kontekstual, yakni yang mengacu pada kehidupan nyata, penggunaan alat peraga, maupun permainan. Agar mempunyai fungsi ganda yakni mewujudkan pembelajaran matematika yang mudah dan menyenangkan serta dapat menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap lingkungan, dalam pelaksanaan pembelajaran matematika realistik perlu di desain secara khusus untuk tujuan tertentu.

Dalam rangka menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap lingkungan, maka pembelajaran matematika realistik direncanakan berbasis lingkungan. Artinya, jika model pembelajaran matematika realistik dilakukan melalui penyelesaian masalah, maka soal yang dibuat haruslah mengandung hal-hal yang berkaitan dengan lingkungan dan dapat menimbulkan rasa kepedulian siswa menjadi terasah dan berkembang.

Untuk selanjutnya, akan diberikan contoh desain pembelajaran matematika realistik yang didesain khusus sehingga mampu menumbuhkembangkan rasa kepedulian siswa terhadap lingkungan.

Dalam contoh desain pembelajaran matematika realistik berbasis kepedulian ini, akan diberikan dua model desain, yaitu dengan menggunakan soal cerita.

**Desain Pembelajaran Matematika Realistik Berbasis Kepedulian Lingkungan  
Dengan Soal Cerita**

Pokok Bahasan : Aritmatika  
Sub Pokok Bahasan : Laba dan Rugi

Minggu ini Pak Basuki memanen hasil tanamannya berupa padi dan jagung. Hasil panen padi Pak Basuki adalah 100 kg. Setiap kali panen, Pak Basuki selalu menyisakan  $\frac{1}{4}$  bagian dari hasil panen untuk disimpan di lumbung dan sisanya dijual dengan harga Rp6.500,00 per kg. Pak Basuki mengeluarkan uang sebanyak Rp 175.000,00 untuk pembiayaan pertanian. Pada suatu hari, ternyata Pak Basuki didatangi oleh pengurus desa yang meminta bantuan untuk dana kelangsungan panti asuhan. Jika semua sisa beras Pak Basuki telah laku terjual, dan Pak Basuki memberikan bantuan kepada panti asuhan sebesar Rp150.000,00 berapakah penghasilan bersih Pak Basuki? Untung atau rugikah Pak Basuki?

Nilai yang diusung:

- Peduli terhadap anak-anak yatim dengan berbagi rezeki.
- Membiasakan diri untuk dermawan dan ringan hati untuk saling tolong menolong

**Prosedur Pembelajaran**

Agar pembelajaran berlangsung dengan baik dan sesuai tujuan awal yaitu menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap lingkungan, maka ada beberapa langkah yang harus dilakukan oleh guru dalam menerapkan pembelajaran matematika realistik. Adapun prosedur pembelajaran yang harus ditempuh oleh guru adalah sebagai berikut:

1. *Pembelajaran bisa dilakukan dengan cara berkelompok.* Dengan berkelompok, siswa secara tidak sadar akan belajar untuk bersosialisasi dengan teman-temannya. Dalam sistem kelompok ini siswa juga akan terlatih untuk menyampaikan pendapatnya. Kelompok yang diterapkan lebih baik adalah kelompok kecil dengan maksimal 4 anak perkelompoknya. Hal ini bertujuan agar pembelajaran yang dilakukan dapat semakin efektif.
2. *Memberikan masalah kepada siswa untuk didiskusikan di dalam kelompok.*
3. *Presentasi kelompok.* Setiap kelompok mempresentasikan hasilkerja kelompoknya di depan kelas. Pemilihan urutan tampil bisa menggunakan metode *snowball throwing*, *Talking stick*, atau metode lainnya yang bisa membangkitkan semangat siswa.
4. *Pemberian apresiasi kepada siswa.* pemberian apresiasi kepada siswa yang telah presentasi merupakan suatu bentuk penghargaan yang bisa menjadikan siswa semakin bersemangat dalam kegiatan belajar mengajar. Hal ini penting dilakukan agar proses pembelajaran menjadi lebih bersemangat sehingga hasil belajar siswa pun akan meningkat.
5. *Klarifikasi guru terhadap permasalahan.* Di akhir presentasi, guru hendaknya selalu mengklarifikasi apa yang telah didiskusikan di kelas. Fungsi klarifikasi ini adalah untuk membenarkan kesalahan pada saat diskusi serta menekankan konsep.
6. *Eksplorasi pesan pembelajaran.* Selain klarifikasi tentang konsep yang didapat siswa, guru juga harus memberikan penjelasan tentang pesan yang hendak dicapai dalam pembelajaran. Dalam pembelajaran matematika realistik ini, guru hendaknya menyampaikan nilai-nilai yang terkandung, yakni kepedulian terhadap lingkungan. Pesan ini akan dikuatkan dengan pemberian contoh lain yang relevan serta dekat dengan kehidupan anak.

## **KESIMPULAN**

Pembelajaran matematika realistik merupakan suatu pendekatan dalam pembelajaran matematika yang menggunakan prinsip belajar kontekstual, yaitu dengan menggunakan model yang dekat dengan kehidupan siswa, sehingga siswa bisa mengkonkritkan matematika. Harapan dari pembelajaran matematika realistik ini adalah siswa dapat belajar matematika dengan mudah dan menyenangkan. Implikasi selanjutnya yang diharapkan adalah matematika menjadi lebih dekat dengan siswa yang tidak lagi dianggap sulit.

Sikap kepedulian terhadap lingkungan yang kini perlahan mulai luntur, dapat kembali ditumbuhkembangkan melalui pembelajaran matematika realistik. Pembelajaran matematika realistik ini bisa dilakukan melalui soal cerita, permainan, atau pun dengan menggunakan alat peraga. Materi belajar perlu didesain terlebih dahulu sesuai dengan kebutuhan. Agar tujuan untuk menumbuhkembangkan kepedulian siswa terhadap lingkungan bisa tercapai, maka di akhir pembelajaran, guru seharusnya memberikan benang merah atas apa yang dipelajari oleh siswanya.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Adinawan, M. Cholik. 2007. *Matematika Untuk SMP Kelas VII*. Jakarta: Erlangga.
- Aunillah, Nurla Isna. 2010. *Panduan Menerapkan Pendidikan Karakter di Sekolah*. Yogyakarta: Laksana.
- Dewanti, Shinta Sih. 2010. *Handout Psikologi Belajar Matematika*. Yogyakarta: Prodi pendidikan Matematika UIN Sunan Kalijaga.
- Sagala, Syaiful. 2006. *Konsep dan Makna Pembelajaran*. Bandung: Alfabeta.
- Sanrock, John W. 2009. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: salemba Humanika.
- Wijaya, ariyadi. 2012. *Pendidikan Matematika Realistik: Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Artikel Hammad Fithriy Ramadhan, *Pendidikan Matematika realistik Indonesia (PMRI)*, <http://h4mm4d.wordpress.com/2009/02/27/pendidikan-matematika-realistik-indonesia-pmri-indonesia/> didownload pada tanggal 16 Mei 2012
- . 2010. *Bahan Pelatihan: Pengembangan Pengembangan Karakter dan Budaya*. Jakarta: Kemendikbud.





## **PERFORMANCE ASSESSMENT DALAM PERSPEKTIF MULTIPLE CRITERIA DECISION MAKING**

**Sri Andayani<sup>1)</sup> dan Djemari Mardapi<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup>*Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY*

<sup>2)</sup>*Program Pascasarjana UNY*

### **Abstrak**

Asesmen merupakan proses pengambilan keputusan yang dilakukan guru dengan mempertimbangkan banyak kriteria dengan tujuan untuk memberikan penghargaan terhadap hasil kerja siswa. Pengambilan keputusan (*decision making*) adalah studi pengidentifikasian dan pemilihan alternatif-alternatif berdasarkan nilai-nilai dan preferensi pengambil keputusan. Proses pengambilan keputusan yang melibatkan banyak kriteria merupakan ranah kajian *multiple criteria decision making* (MCDM).

MCDM merupakan salah satu metode yang paling banyak digunakan dalam area pengambilan keputusan. Tujuan dari MCDM adalah memilih alternatif terbaik dari beberapa alternatif eksklusif yang saling menguntungkan atas dasar performansi umum dalam bermacam kriteria (atau atribut) yang ditentukan oleh pengambil keputusan. Masalah MCDM diselesaikan dengan menggunakan teknik-teknik dalam bidang kecerdasan buatan (*artificial intelligent*) dan beberapa dekade terakhir menjadi kajian intensif dari *soft computing* karena melibatkan teori himpunan *fuzzy*.

Tulisan ini akan memaparkan aspek-aspek asesmen, khususnya performance assessment, dari perspektif *multiple criteria decision making*, di antaranya mengenai kriteria, bagaimana kerangka kerja (*framework*) pemilihannya dan apa saja jenisnya. Selain itu juga dipaparkan format-format preferensi yang dapat diberikan oleh pengambil keputusan (dalam hal ini guru) serta metode penyelesaiannya.

**Kata Kunci:** *multiple criteria decision making, performance assessment*

## **PENDAHULUAN**

Asesmen dalam dunia pendidikan senantiasa berkembang dinamis sesuai dengan perkembangan teori, teknologi, sosial dan pengaruh politik, meski beberapa aspek tetap stabil selama bertahun-tahun, seperti misalnya teori tes klasik. Profesionalisme dalam bidang asesmen ditandai dengan keterbukaan pemikiran terhadap adanya berbagai kemungkinan perkembangan baru dalam asesmen. Beberapa trend perkembangan dalam asesmen saat ini adalah (1). *Computerized Adaptive Testing* (CAT) dan teknologi lainnya; (2). *Authentic* atau *complex-performance assessment*; (3). Akuntabilitas pendidikan dan *high-stakes assessment*; dan (4). Asesmen untuk siswa disabel (Reynolds, dkk. 2010:25-29).

Asesmen merupakan proses pembentukan penilaian tentang kualitas dan tingkat prestasi atau kinerja siswa. Visi yang berkembang dewasa ini menempatkan asesmen sebagai proses dinamis yang secara kontinu menghasilkan informasi tentang perkembangan siswa dalam pencapaian tujuan pembelajaran. Asesmen bukan lagi sekedar tes yang terpisah dan merupakan kulminasi dari pembelajaran, akan tetapi dipandang sebagai bagian integrasi yang tak terpisahkan dari proses pembelajaran.

Perkembangan asesmen mengarah pada penggunaan bentuk-bentuk alternatif penilaian untuk memberikan informasi lebih lengkap tentang apa yang dipelajari siswa dan apa yang mampu dilakukan dengan pengetahuan mereka, serta untuk memberikan umpan balik yang lebih rinci dan

tepat waktu kepada siswa tentang kualitas pembelajaran mereka. Pendekatan penilaian yang sekarang banyak digunakan lebih menangkap bagaimana siswa berpikir, menalar, dan berperan aktif dalam proses pembelajaran, bukan hanya melihat apa yang diingat dan dilaporkan siswa kepada guru atau sekedar menunjukkan bahwa siswa dapat melakukan perhitungan atau melaksanakan prosedur dengan benar. Beberapa metode alternatif seperti penilaian portofolio, penilaian otentik (*authentic assessment*), dan penilaian kinerja (*performance assessment*) mulai banyak dimanfaatkan dalam praktek asesmen di dunia pendidikan.

*Performance assessment* dan portofolio bukan merupakan hal baru, akan tetapi pemanfaatannya di sekolah-sekolah diperhitungkan meningkat dalam dekade terakhir ini. Tidak mudah untuk menyelenggarakan *performance assessment* di sekolah, ada prosedur yang harus diikuti, banyak kelemahan yang menjadi kendala, meski tidak sedikit keuntungan yang dapat diperoleh. *Performance assessment* dianggap lebih dapat menggambarkan kompetensi siswa secara nyata.

Di sisi lain, terdapat kecenderungan peningkatan penggunaan pendekatan *criteria-based assessment*, yang merupakan konsekuensi dari rasional teoritis dan efektivitas pendidikan. Alasan umum penggunaan *criteria-based grading* dapat disajikan dalam 2 ide berikut: 1). Siswa berhak mendapat penilaian atas dasar kualitas pekerjaan mereka sendiri, tidak terkontaminasi dengan adanya referensi bagaimana siswa lain mengerjakan tugas yang sama, dan tanpa memperhatikan pada level performansi sebelumnya 2). Pada awal pembelajaran, siswa berhak tahu kriteria yang digunakan dalam penilaian atas kualitas pekerjaan mereka. Hal ini memungkinkan siswa menggunakan informasi tersebut untuk mengarahkan pekerjaan mereka secara cerdas dan tepat selama mengikuti pembelajaran (Sadler, 2005).

Istilah asesmen (penilaian) proses dan hasil belajar merupakan suatu kegiatan guru selama rentang pembelajaran yang berkaitan dengan pengambilan keputusan tentang pencapaian kompetensi siswa didik yang memiliki karakteristik individual yang unik. Proses pengambilan keputusan tersebut tidak mungkin dapat dilakukan tanpa mempertimbangkan kriteria penilaian. Bahkan, dalam prakteknya banyak kriteria yang harus dipertimbangkan guru dalam melakukan asesmen terhadap siswa. Proses pengambilan keputusan yang melibatkan banyak kriteria merupakan ranah *multiple criteria decision making*. Tulisan ini akan memaparkan aspek-aspek asesmen, khususnya *performance assessment*, dari perspektif *multiple criteria decision making*.

## PEMBAHASAN

### A. *Performance assessment*, keunggulan dan kelemahannya

*Performance assessment*, *authentic assessment* dan *direct assessment* dianggap memiliki makna yang sama yang dapat dipertukarkan (Gipps and Stobart, 2010:172), yang intinya menilai tugas nyata dan kinerja yang dapat dikerjakan siswa yang merupakan tujuan pembelajaran. Pendekatan ini merefleksikan pergeseran paradigma dari model psikometris dan pengukuran kearah model yang menekankan asesmen sebagai bagian integral dari proses pembelajaran (*assessment for learning*) dan bukan sekedar *assessment of learning*. Perbedaan krusial dari kedua tipe ini terletak pada asesmen untuk menentukan status dari pembelajaran dan asesmen untuk meningkatkan pembelajaran yang lebih baik (Stiggins, 2002). Dalam *assessment for learning* guru menggunakan proses penilaian kelas (*classroom assessment*) dan secara kontinu mengalirkan informasi tentang pencapaian siswa yang digunakan untuk meningkatkan – tidak sekedar mengecek – pembelajaran siswa.

Dalam pelaksanaannya, asesmen ini dapat meliputi *formative* dan *summative assessment*. *Formative Assessment* merupakan salah satu komponen dalam sistem instruksional yang berhubungan dengan proses pemberian penghargaan secara kualitatif terhadap outcome siswa dengan menggunakan banyak kriteria. Adanya fenomena yang menunjukkan bahwa meski guru telah melakukan asesmen dengan memberikan penilaian kualitatif yang valid dan terpercaya atas hasil kerja siswa, tetapi peningkatan kualitas siswa kurang signifikan (Sadler, 2010:3). Hal ini

dapat diartikan bahwa asesmen yang telah dilakukan guru belum menjadi *feedback* yang dimanfaatkan secara optimal.

Reynolds, dkk (2010:266) menyebutkan beberapa keunggulan dari *performance assessment* sebagai berikut: 1). Dapat mengukur outcome pembelajaran yang tidak dapat diukur oleh tipe asesmen yang lain; 2). Penggunaan *performance assessment* konsisten dengan teori pembelajaran modern; 3). Memungkinkan untuk menghasilkan pembelajaran yang lebih baik; 4). Membuat pembelajaran lebih bermakna dan memotivasi siswa; 5). Memungkinkan menilai proses sebaik menilai hasil; 6). Memperluas pendekatan kepada tipe asesmen yang lain.

Keunggulan *performance assessment* tersebut bermuara pada peningkatan kualitas pembelajaran, oleh karena itu penyelenggaraannya bukanlah hal yang mudah, yang justru menjadi kelemahan asesmen jenis ini. Reynolds, dkk (2010:267) mendaftar beberapa kelemahan dari *performance assessment*, yaitu: 1). Penyekoran *performance assessment* dalam cara yang reliabel sulit dilakukan; 2). Biasanya hanya memberikan sampling dari domain konten yang terbatas sehingga sulit membuat generalisasi atas keahlian dan pengetahuan siswa; 3). Membutuhkan banyak waktu dan sulit disusun, diadministrasi dan diskor; dan 4). Ada beberapa praktek yang membatasi penggunaan *performance assessment*.

*Performance assessment* dilakukan diwujudkan berdasarkan “empat asumsi” pokok, yaitu (1) asesmen kinerja yang didasarkan pada partisipasi aktif siswa; (2) tugas-tugas yang diberikan atau dikerjakan oleh siswa yang merupakan bagian yang tak terpisahkan dari keseluruhan proses pembelajaran; (3) asesmen tidak hanya untuk mengetahui pembelajaran, tetapi lebih dari itu, asesmen juga dimaksudkan untuk memperbaiki proses pembelajaran; dan (4) dengan mengetahui lebih dahulu kriteria yang akan digunakan untuk mengukur dan menilai keberhasilan proses pembelajarannya, siswa akan secara terbuka dan aktif berupaya untuk mencapai tujuan pembelajaran (Zainul, 2005:9).

## **B. Multiple Criteria Decision Making**

Asesmen merupakan proses pengambilan keputusan yang dilakukan guru dengan mempertimbangkan banyak kriteria dengan tujuan untuk memberikan penghargaan terhadap hasil kerja siswa. Fulop (2005) mengutip pendapat Haris, menyatakan bahwa *decision making* adalah studi pengidentifikasian dan pemilihan alternatif-alternatif berdasarkan nilai-nilai dan preferensi pengambil keputusan.

*Multiple Criteria Decision Making* (MCDM) merupakan salah satu metode yang paling banyak digunakan dalam area pengambilan keputusan. Tujuan dari MCDM adalah memilih alternatif terbaik dari beberapa alternatif eksklusif yang saling menguntungkan atas dasar performansi umum dalam bermacam kriteria (atau atribut) yang ditentukan oleh pengambil keputusan (Chen, 2005:10). Ada 2 pendekatan dasar pada masalah MCDM, yaitu *Multiple Attribute Decision Making* (MADM) dan *Multiple Objective Decision Making* (MODM) (Kahraman, 2008:1; Tseng and Huang, 2011:1). MADM mengambil keputusan dengan memperhatikan beberapa atribut yang kadang saling bertentangan, sedangkan dalam MODM banyaknya alternatif tak terbatas dan timbal balik antar kriteria dideskripsikan dengan menggunakan fungsi kontinu (Kahraman, 2008:2).

Sebagian besar masalah MCDM dalam praktek nyata melibatkan informasi yang tidak hanya kuantitatif akan tetapi juga kualitatif, yang bersifat tidak pasti. Dalam hal ini, masalah MCDM selayaknya dianggap sebagai masalah fuzzy MCDM yang melibatkan tujuan, aspek-aspek (dimensi), atribut (atau kriteria) dan kemungkinan alternatif-alternatif (atau strategi) (Tseng and Huang, 2011:2). Masalah MCDM diselesaikan dengan menggunakan teknik-teknik dalam bidang kecerdasan buatan (*artificial intelligent*) dan beberapa dekade terakhir menjadi kajian intensif dari *soft computing* karena melibatkan teori himpunan fuzzy.

Fulop (2005) menyebutkan, secara umum proses pengambilan keputusan meliputi langkah-

langkah: (1). Mendefinisikan masalah; (2). Menentukan kebutuhan; (3). Menetapkan tujuan; (4). Mengidentifikasi alternatif; (5). Mendefinisikan kriteria; (6). Memilih tool pengambil keputusan; (7). Mengevaluasi alternatif terhadap kriteria; dan (8). Memvalidasi solusi. Lebih ringkas, Tseng dan Huang (2011:1) menuliskan 4 langkah pengambilan keputusan meliputi; 1). Identifikasi masalah; 2). Menyusun preferensi; 3). Mengevaluasi alternatif; dan 4). Menentukan alternatif terbaik.

Berdasarkan uraian di atas, beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam masalah MCDM adalah: 1). Alternatif; 2). Kriteria; 3). Preferensi; dan 4). Tool/teknik pengambil keputusan. Misal ada  $m$  kriteria ( $C_1, \dots, C_m$ ) dan  $n$  alternatif ( $A_1, \dots, A_n$ ). Masalah MCDM biasa direpresentasikan dalam bentuk tabel keputusan seperti pada gambar 1 (Fulop,2005).

		$A_1$	.	.	$A_n$
$w_1$	$C_1$	$a_{11}$	.	.	$a_{m1}$
		.	.	.	.
		.	.	.	.
$w_m$	$C_m$	$a_{m1}$	.	.	$a_{mn}$

Gambar 1. Tabel keputusan

Nilai  $a_{ij}$  menunjukkan skor kinerja alternatif  $A_j$  pada kriteria  $C_i$  yang merupakan preferensi dari pengambil keputusan. Setiap kriteria mempunyai bobot  $w_i$  yang menunjukkan tingkat pentingnya kriteria  $C_i$  dalam proses pengambilan keputusan.

**a. Alternatif dalam asesmen**

Proses pengambilan keputusan dalam asesmen mempertimbangkan beberapa alternatif yang akan menjadi hasil keputusan akhir. Alternatif yang dimaksud dapat berupa siswa-siswa yang akan diberi penilaian, atau tingkatan nilai yang akan diberikan. Pada kasus yang pertama, hasil asesmen dapat berupa nilai akhir siswa beserta urutan rankingnya, sedangkan pada kasus kedua, hasil akhir berupa aturan (*rule*) atau pedoman penilaian yang dapat digunakan untuk menilai hasil kinerja siswa.

**b. Kriteria dalam asesmen**

Dalam analisisnya, Sadler (2005) menyatakan bahwa tidak ada kesepahaman umum tentang arti dari *criteria-based* dan implikasi dalam prakteknya. Konsep ‘kriteria’ dan ‘standar’ sering membingungkan, dan di samping penggunaan kriteria, penilaian fundamental dari guru tentang kualitas performansi siswa menjadi subjektif dan secara substansial tersembunyi dari pandangan siswa.

Secara terminologi, kriteria didefinisikan sebagai sifat yang membedakan atau karakteristik sesuatu hal, yang dengannya kualitas hal tersebut dapat dinilai atau diestimasi, sebuah keputusan atau klasifikasi dapat dibuat (Sadler, 2005). Kriteria adalah atribut atau aturan yang berguna sebagai pengungkit dalam membuat penilaian. Asesmen yang mengacu pada kriteria atau standar tertentu dalam penentuan keputusan diistilahkan dengan *criteria-based assessment* atau *criteria-referenced assessment*.

*Criteria-based assessment* mengukur performansi siswa atas dasar kriteria/standar kompetensi yang telah ditetapkan, performansi siswa tidak dibandingkan dengan siswa yang lain (Rose, 2011). Dalam pendekatan ini guru dapat menentukan nilai/ranking siswa berdasarkan kualiiitas dalam skala numerik. Metode asesmen ini seringkali menggunakan rubric atau kriteria perangkingan yang detil tertulis yang menjelaskan apa yang harus dipelajari siswa dan bagaimana hal tersebut akan dievaluasi.

Proses menentukan dan mempertimbangkan kriteria memunculkan sudut pandang asesmen yang lebih luas dari sekedar tes dan perangkingan. Asesmen dipandang sebagai bagian terintegral dari pembelajaran, meliputi berbagai metode yang menghasilkan sumber informasi tentang

pembelajaran siswa yang saling melengkapi, dan memberi siswa dan guru analisis yang lebih lengkap tentang kejadian dalam pelajaran tertentu.

Ada beberapa hal yang perlu dipertimbangkan dalam menentukan kriteria asesmen, karena kriteria tersebut akan menentukan asesmen yang baik seharusnya (Garfield, 1994): a).Menyediakan informasi yang memberi kontribusi pada keputusan berkaitan dengan peningkatan kualitas pembelajaran; b). Sejalan dengan tujuan pembelajaran; c). Memberikan informasi yang dibutuhkan siswa; d).Menjadi pelengkap bagi hasil asesmen yang lain untuk memberikan deskripsi lengkap tentang apa yang diketahui siswa

Dalam kaitan dengan asesmen baik, Carless (2007) menggunakan istilah '*learnin-oriented assessment*' dan mengelaborasi 3 elemen yang menjadi prinsipnya, yaitu: a).Tugas asesmen harus didesain untuk menstimulasi proses pembelajaran di antara siswa; b).Asesmen seharusnya melibatkan siswa secara aktif dalam melibatkan kriteria, kualitas performansi mereka atau kelompoknya; dan c).Umpan balik seharusnya dilakukan rutin pada waktu tertentu dan mendukung pembelajaran siswa sekarang dan yang akan datang.

Kriteria dalam asesmen menjadi penting karena dapat mengubah pendekatan siswa terhadap pembelajaran, dalam menyelesaikan tugas-tugas, dalam melakukan revisi dan pendekatan dalam ujian. Oleh karena itu, jenis kriteria penilaian harus didiskusikan terlebih dahulu dengan siswa dan kolega, agar jelas apa yang diinginkan dan bagaimana digunakan (Brown, 2001). Brown memberikan acuan asensi dari kriteria yang lebih baik adalah: a). Sesuai dengan tugas asesmen dan outcome pembelajaran; b).Memfungsikan konsistensi penilaian; c). Dapat menerjemahkan area ketidaksepakatan antar penilai; d). Membantu siswa mencapai outcome pembelajaran; e). Dapat digunakan sebagai *feedback* bagi siswa.

Brown (2001) menulis tipe-tipe utama kriteria yang digunakan dalam asesmen adalah: a). Intuitif (kriteria implicit). Tersembunyi dari siswa dan penilai yang lain; b). *Global*; c). *Criterion reference grading*; d). *Broad criteria*; e). *Specific criteria*; f). *Marking schemes*; g). *Checklist*; h). *Detailed checklist*; i). *Detailed criteria*.

Pada dasarnya penentuan kriteria asesmen bermula dari apa yang akan diases. Menurut Garfield (1994), kerangka kerja asesmen yang pertama adalah menentukan apa yang akan diases, yang terbagi dalam 5 kelompok yaitu konsep (*concepts*), keahlian (*skills*), penerapan (*application*), atitud (*attitudes*), dan kepercayaan (*beliefs*). Ma and Zhou (2000) mengusulkan 4 langkah terkait dengan asesmen berbasis kriteria, yaitu: 1). Menentukan himpunan dasar kriteria asesmen; 2). Memilih kriteria asesmen dari himpunan dasar tersebut; 3). Menentukan bobot kriteria; dan 4). Mengevaluasi kinerja siswa atas dasar kriteria tersebut. Ada 3 kriteria dasar yang ditentukan oleh Ma and Zhou (2000), yaitu *knowledge*, *attitude* dan *skills*. Kriteria dasar tersebut selanjutnya dipecah lagi ke dalam kriteria yang lebih detil dan pemberian bobot yang relevan pada setiap kriteria untuk memperoleh tujuan asesmen yang ditentukan.

### c. Ragam Preferensi

Guru sebagai pengambil keputusan memberikan preferensinya atas sejumlah kriteria yang telah disepakati. Pemberian preferensi oleh guru terhadap kinerja siswa dapat berupa nilai kuantitatif atau kualitatif. Outcome proses pembelajaran yang kompleks yang dihasilkan dari asesmen dengan cara memberikan penilaian kualitatif merupakan hal yang biasa ditemui pada berbagai mata pelajaran di sekolah menengah sampai perguruan tinggi. Penilaian kualitatif melibatkan multi kriteria, beberapa kriteria diantaranya bersifat fuzzy, dan hanya beberapa kriteria saja yang biasanya digunakan dari sekian banyak kriteria yang mungkin (Sadler, 2010:8).

Ada beberapa macam format preferensi yang dapat diberikan pengambil keputusan dalam MCDM. Chen (2005:108) menyebutkan ada 5 cara mengevaluasi preferensi pakar dalam masalah pengambilan keputusan: 1). *Ordering preference*; 2). *Fuzzy preference relation*; 3). *Multiplicative preference relation*; 4). *Utility function*; dan 5). Variabel linguistik dengan fungsi konversi ke bentuk yang lain. Salah satu preferensi yang paling banyak digunakan dalam asesmen adalah dalam

format linguistik. Misal pengambil keputusan memberi preferensi terhadap 4 alternatif  $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  masing-masing  $A_1 = \text{"Sangat Baik"}$ ,  $A_2 = \text{"Baik"}$ ,  $A_3 = \text{"Cukup"}$ ,  $A_4 = \text{"Kurang Baik"}$ .

Perbedaan format preferensi oleh pengambil keputusan individu maupun kelompok terhadap kriteria sudah menjadi hal yang biasa dalam masalah MCDM, karena setiap kriteria dapat memiliki unit pengukuran yang berbeda. Dimensi kriteria yang berbeda dapat diselesaikan dengan proses normalisasi, yang bertujuan untuk mendapatkan skala nilai yang dapat diperbandingkan. Berbagai teknik normalisasi nilai preferensi terhadap kriteria telah menjadi bagian dari metode MCDM (Turskis and Zavadskas, 2010).

#### d. Metode penyelesaian MCDM

Turskis and Zavadskas(2010) menyatakan berbagai macam metode MCDM banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan di bidang sains, bisnis dan pemerintahan. Metode-metode MCDM tersebut dikelompokkan sebagai berikut.

- Metode yang didasarkan pada pengukuran kuantitatif. Metode-metode yang berdasarkan *multiple criteria utility theory* (MAUT) termasuk dalam kelompok ini, misal TOPSIS, SAW (*Simple Additive Weighting*), LINMAP (*Linear Programming Techniques for Multidimensional*), *Analysis of Preference*, COPRAS (*Complex Proportional Assessment*), COPRAS-G, dan ARAS (*Additive Ratio Assessment*).
- Metode-metode yang berdasarkan pada pengukuran awal kualitatif (*qualitative initial measurements*), meliputi 2 kelompok yaitu *Analytic Hierarchy Methods* (AHP) dan metode teori himpunan fuzzy.
- Metode perbandingan preferensi yang berdasarkan pada perbandingan pasangan alternatif. Kelompok ini meliputi ELECTRE, PROMETHEE.
- Metode yang berdasarkan pada pengukuran kualitatif yang tidak dikonversi ke variable kuantitatif. Kelompok ini meliputi metode pengambilan keputusan pada data linguistik dan penggunaan data kualitatif yang melibatkan ketidakpastian tingkat tinggi.

Kahraman (2008:3) menyebutkan ada 20 macam metode penyelesaian MCDM, yaitu: *Dominance, Maximin, Maximax, Conjunctive, Disjunctive, Lexicographic, Lexicographic semi-order, Elimination by aspects, Linear Assignment method, Additive weighting, Weighted Product, Nontraditional Capital Investment Criteria, TOPSIS, Distance from Target, AHP, Outranking methods* (ELECTRE, PROMETHEE, ORESTE), *Multiple Attribute Utility Models, ANP, Data envelopment analysis, Multi-Attribute fuzzy integrals*.

#### C. Penerapan MCDM dalam Asesmen

Dalam perkembangannya, metode MCDM banyak diterapkan dalam asesmen pendidikan. Penerapan tersebut banyak dilakukan terkait dengan upaya untuk melakukan asesmen yang lebih reliabel dan menggambarkan kinerja siswa secara *fair*. Beberapa contoh penerapan tersebut adalah: Kwok, dkk. (2001) menyajikan sebuah asesmen kolaboratif dan pendekatan terpadu berbasis himpunan fuzzy untuk menilai hasil pembelajaran yang berpusat pada siswa dan mewakili konsep yang kurang tepat dalam penilaian subjektif. Baba dkk (2009) mengembangkan *Fuzzy Group Decision Support Systems* (FGDSS) yang dapat digunakan untuk pengambilan keputusan multi fungsi. Group dalam FGDSS ini adalah dosen dan mahasiswa yang berperan dalam proses menentukan kriteria asesmen bersama-sama di awal sistem.

Hasil penelitian-penelitian tersebut menunjukkan bahwa: 1). Asesmen siswa di sekolah maupun di perguruan tinggi selayaknya mempertimbangkan multi kriteria, yang dapat mempunyai bobot yang berbeda dan sebagian besar bersifat fuzzy; 2). Dalam beberapa kasus, perlu proses asesmen merupakan pengambilan keputusan kelompok, dengan masing-masing pengambil keputusan mempunyai bobot yang berbeda; 3). Penerapan metode fuzzy MCDM dapat menghasilkan sistem asesmen yang lebih adil, tidak memihak dan menguntungkan bagi semua siswa.

Salah satu masalah asesmen yang menarik untuk diselesaikan dengan menggunakan metode MCDM adalah penilaian akhlak mulia untuk siswa sekolah menengah. Akhlak mulia merupakan salah satu aspek yang harus diperhatikan sebagai kriteria kelulusan berdasarkan Permendiknas 45/2010 tentang kriteria kelulusan peserta didik tahun pelajaran 2010/2011 dari satuan pendidikan. Terlepas dari cara yang dilakukan untuk mendapatkan data penilaian, penentuan nilai akhir aspek ini tidaklah mudah karena harus mempertimbangkan 7 aspek afektif lain sebagai kriteria penilaian. Ketujuh aspek afektif lain tersebut merupakan pengamalan ajaran agama, yaitu kedisiplinan, kebersihan, tanggung jawab, sopan santun, hubungan sosial, kejujuran, dan pelaksanaan ibadah ritual. Masing-masing aspek ini memiliki subkriteria yang juga menjadi penentu penilaian atas masing-masing kriteria, misalnya kedisiplinan memiliki sub kriteria: datang dan pulang tepat waktu dan mengikuti kegiatan dengan tertib; hubungan sosial mempertimbangkan sub kriteria: menjalin hubungan baik dengan guru, hubungan dengan sesama teman, menolong teman, dan mau bekerja sama dalam kegiatan positif (Direktorat Pembinaan SMA, 2010).

Aspek afektif biasanya dinilai dari hasil pengamatan terhadap sikap dan perilaku keseharian siswa, oleh karena itu, sangat dimungkinkan penilaian aspek ini sangat bersifat subjektif dan mengandung ketidakpastian. Asesmen aspek afektif biasanya melibatkan informasi yang lebih banyak berupa linguistik daripada numerik. Pada umumnya, ada 5 variabel linguistik yang digunakan dalam penilaian, yaitu SB="sangat baik", B="baik", C="cukup", K="kurang", dan SK="sangat kurang". Dalam MCDM, masalah penilaian aspek afektif akhlak mulia, yang melibatkan informasi linguistik sebagai preferensi pengambil keputusan, dapat direpresentasikan dalam matriks keputusan seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. Matriks keputusan penilaian akhlak mulia

Kriteria	Sub kriteria	Nama siswa				
		Siswa1	Siswa2	...	...	SiswaN
Kedisiplinan	datang tepat waktu	B	B	...	...	SB
	pulang tepat waktu	B	C	...	...	B
	mengikuti kegiatan dengan tertib	B	C	...	...	SB
Kebersihan	<i>Sub kriteria-1</i>	...	...	...	...	...
	.....	...	...	...	...	...
	<i>Sub kriteria-n</i>	...	...	...	...	...
Tanggung jawab	<i>Sub kriteria-1</i>	...	...	...	...	...
	.....	...	...	...	...	...
	<i>Sub kriteria-n</i>	...	...	...	...	...
Sopan santun	<i>Sub kriteria-1</i>	...	...	...	...	...
	.....	...	...	...	...	...
	<i>Sub kriteria-n</i>	...	...	...	...	...
Hubungan sosial	menjalin hubungan baik dengan guru	B	C	...	...	B
	menjalin hubungan baik dengan sesama teman	B	C	...	...	SB
	menolong teman	C	K	...	...	C
	mau bekerja sama dalam kegiatan positif	B	C	...	...	C
Kejujuran	<i>Sub kriteria-1</i>	...	...	...	...	...
	.....	...	...	...	...	...
	<i>Sub kriteria-n</i>	...	...	...	...	...



Pelaksanaan ibadah ritual	<i>Sub kriteria-1</i>	...	...	...	...	...
	.....	...	...	...	...	...
	<i>Sub kriteria-n</i>	...	...	...	...	...

Hasil akhir nilai akhlak mulia ditentukan dari agregasi atas nilai linguistik pada setiap kriteria yang diberikan oleh guru. Setiap kriteria (maupun sub kriteria) dapat mempunyai bobot yang sama atau berbeda, atas dasar kebijakan yang ditentukan oleh satuan pendidikan. MCDM memiliki banyak metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah di atas, misalnya TOPSIS, PROMETHEE, yang diintegrasikan dengan pengolahan informasi linguistik.

Sangat dimungkinkan, nilai akhlak mulia ditentukan atas dasar penilaian oleh lebih dari satu orang guru. Dalam hal yang demikian, masalah tersebut menjadi kajian *Multi Criteria Group Decision Making* (MCGDM), atau *Multi Expert-Multi Criteria Decision Making* (ME-MCDM).

## KESIMPULAN

*Performance assessment* merupakan proses penentuan tingkat kinerja individu, dalam hal ini siswa, dalam kaitannya dengan tujuan pembelajaran. Sebuah sistem asesmen yang berkualitas tinggi dapat menjamin, mendukung, dan meningkatkan prestasi individu dan memastikan bahwa semua siswa menerima evaluasi yang adil sehingga tidak menghambat prospek siswa sekarang dan masa depan.

Dalam perspektif MCDM, asesmen pendidikan merupakan salah satu bidang pengambilan keputusan yang sangat cocok diselesaikan dengan menggunakan metode penyelesaian MCDM. Banyak kriteria (juga bobotnya), baik kuantitatif maupun kualitatif, yang harus dipertimbangkan guru sebagai pengambil keputusan dalam melakukan asesmen terhadap siswa. Kriteria-kriteria tersebut tidak dapat diabaikan begitu saja, sehingga diperlukan metode yang tepat dalam mengelola informasi yang terkait dengannya. MCDM menawarkan banyak metode penyelesaian untuk hal tersebut, termasuk perluasannya yakni MCGDM atau ME-MCDM.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Baba A.F, Kuscü D, & Han K. 2009. Developing A Software For Fuzzy Group Decision Support System: A Case Study. *The Turkish Online Journal of Educational Technnology – TOJET july 2009 ISSN: 1303-6521 volume 8 Issue 3 Article 3.*
- [2] Brown, G. 2001. *Assessment: A Guide for Lecturers. Assessment Series No 3.* Learning and Teaching Support Network (LTSN) Generic Center, York science Park.
- [3] Carless, D. 2007. Learning-oriented assessment conceptual bases and practical implications. *Innovation in Education and Teaching International Vol. 44, No.1, February 2007,pp.57-66*
- [4] Chen, Zhifeng. 2005. Consensus in Group Decision Making Under Linguistic Assessments. *Dissertation, Kansas State University, Manhattan Kansas*
- [5] Direktorat Pembinaan SMA. 2010. *Juknis Penyusunan Perangkat Penilaian afektif di SMA.*
- [6] Fulop, Janos. 2005. *Introduction to Decision Making Methods.* Laboratory of Operation Research and Decision Systems: Computer and Automation Institute, Hungarian Academy of Sciences.
- [7] Garfield, J.B. 1994. Beyond Testing and grading: Using Assessment To Improve Student Learning. *Journal of Statistics Education v.2, n.1 (1994)*
- [8] Gipps, C., and Stobart, G., 2010. Alternative Assessment. *Student Assessment and testing Volume 2.2010.* Sage Library of educational Thought and practice
- [9] Kahraman, C. 2008. Multi-Criteria Decision Making Methods and Fuzzy Sets. *Fuzzy Multi-Criteria Decision Making, Theory and applications with recent Development.* Springer.
- [10] Kwok, R.C.W., Ma, J., Vogel, D., & Zhou, D. 2001. Collaborative assessment in education: an application of a fuzzy GSS, *Information Management, 39, 243-253*

- [11] Ma, J., and Zhou, D. 2000. Fuzzy Set Approach to the Assessment of Student-Centered Learning. *IEEE Transactions On Education*, VOL. 43, NO. 2, May 2000.
- [12] Reynolds, C.R., Livingstone, R.B., and Willson, V. 2010. *Measurement and Assessment in Education, Second Edition*. Pearson, New Jersey.
- [13] Rose, L. 2011. Norm-Referenced Grading in the Age of Carnegie: Why Criteria-Referenced Grading Is More Consistent with Current Trends in Legal Education and How Legal Writing Can Lead the Way. *The Journal of the Legal Writing Institute* Vol. 17, 2011 pp.123-159.
- [14] Sadler, D.R. 2010. Formative Assessment and the Design of Instructional Systems. *Student Assessment and testing, Volume 2*. 2010. Sage Library of Educational Thought and Practice.
- [15] Sadler, D.R. 2005. Interpretations of criteria-based assessment and grading in higher education. *Assessment & Evaluation in Higher Education* Vol.30, No.2, April 2005 pp.175-194.
- [16] Stiggins, R.J., 2002 A special Section on Assessment. Assessment Crisis: The Absence of Assessment FOR Learning. *Phi Delta Kappan* June 2002 vol. 83 no. 10 pp. 758-765.
- [17] Turskis, Z., and Zavadskas, E.K. 2010. A Novel Method for Multiple Criteria Analysis: Grey Additive Ratio Assessment (ARAS-G) Method. *INFORMATICA*, 2010, Vol. 21, No. 4, 597–610. Vilnius University, Lithuania
- [18] Tseng, G.H. and Huang, J.J. 2011. *Multiple Attribute Decision Making, Methods and Applications*. CRC Press, Boca Raton
- [19] Zainul, A.. 2005. *Alternative Assessment*. Pusat Antar Universitas – Peningkatan dan Pengembangan Aktivitas Instruksional – Unniversitas Terbuka (PAU-PPAI-UT). Jakarta.

*Sri A, Djemari/Performance Assessment Dalam*

**RANCANGAN DAN PENGEMBANGAN MODUL ELEKTRONIK  
PEMBELAJARAN PROGRAM LINEAR DENGAN PROGRAM *GEOGEBRA*  
PADA KELAS X TKJ B SMK N 2 DEPOK SLEMAN TAHUN AJARAN 2011/2012**

**Suko Baryoto Adi Raharjo<sup>1)</sup> dan M. Andy Rudhito<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup>*Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: [zukoboy@yahoo.com](mailto:zukoboy@yahoo.com)*

<sup>2)</sup>*Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: [arudhito@yahoo.co.id](mailto:arudhito@yahoo.co.id)*

**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan suatu inovasi baru dalam pembelajaran matematika menggunakan media komputer yaitu dengan pembuatan modul elektronik pembelajaran program linier dengan bantuan aplikasi *GeoGebra* dan mengetahui prestasi siswa dalam pembelajaran menggunakan modul elektronik. Subyek dari penelitian ini adalah 13 siswa-siswi yang tidak tuntas KKM (siswa-siswi remedial) kelas X TKJ B pada SMK N 2 Depok Sleman Tahun Ajaran 2011/2012. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian *design reasearch*. Data dikumpulkan dengan cara pengamatan, kuisioner, dan ulangan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa program *GeoGebra* dapat membantu siswa dalam pembelajaran program linier. Kemampuan *GeoGebra* ini direalisasikan dalam modul elektronik pembelajaran program linier. Hasil ulangan siswa menunjukkan bahwa prestasi siswa tergolong sedang dengan nilai rata-rata 70,7.

**Kata kunci** : modul elektronik, program linier, pembelajaran matematika, *GeoGebra*.

**PENDAHULUAN**

Pemanfaatan TIK (Teknologi Informasi dan Komunikasi) dalam dunia pendidikan, khususnya di Indonesia sering kali hanya digunakan untuk membantu kegiatan administrasi di sekolah, tak ubahnya seperti mesin ketik konvensional (Winastawan Gora dan Sunarto, 2010)

Dari hasil wawancara dengan Ibu Ratna guru SMK Negeri 2 Depok, siswa mengalami beberapa masalah pada topik program linear. Dalam menyelesaikan soal program linear, siswa lebih cenderung menggunakan uji titik pojok dari pada garis selidik, karena siswa memang agak lemah dalam materi garis selidik dan membutuhkan waktu lama. Dalam menggambar grafik siswa tidak menggunakan skala yang tepat untuk koordinat cartesiusnya. Hal ini membuat gambar grafiknya tidak tepat, dan masalah tidak dapat terselesaikan. Kecenderungan siswa untuk menentukan pola daerah hasil, jika pertidaksamaan bertanda lebih besar maka daerah hasilnya ada disebelah atas atau kanan grafik, namun jika pertidaksamaan bertanda kurang dari maka daerah hasil ada disebelah bawah atau kiri grafik. Ini tidak berlaku untuk semua pertidaksamaan. Hanya pertidaksamaan yang memiliki koefisien x dan y positif yang dipenuhi. Tapi siswa sering menganggap bahwa hal tersebut berlaku untuk semua pertidaksamaan.

Dengan bantuan program *GeoGebra*, masalah masalah tersebut dapat diatasi. Berkaitan dengan topik program linear pada kompetensi dasar garis selidik, *GeoGebra* dapat menampilkan animasi dari pergeseran garis selidik yang lebih akurat. *GeoGebra* juga mengurangi kesalahan siswa dalam membuat skala koordinat cartesius, karena program ini dapat memunculkan koordinat cartesius dan *grid* garis nya. *GeoGebra* juga mampu untuk menunjukan daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan linear.

Menurut Krismanto(<http://ardansirodjuddin.blogspot.com/2007/11/komputer-sebagai-media-pembelajaran.html>) pembelajaran menggunakan media komputer bila dirancang dengan baik, merupakan media pembelajaran yang efektif, dapat memudahkan dan meningkatkan kualitas pembelajaran serta meningkatkan motivasi belajar siswa.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memberikan contoh inovasi baru dalam pembelajaran matematika menggunakan TIK (Teknologi Informasi dan Komunikasi) yaitu membuat suatu modul elektronik yang dipadukan dengan program *GeoGebra* untuk pembelajaran program linier.

Penelitian ini difokuskan untuk melihat kelemahan rancangan atau desain awal modul elektronik dari pengamatan selama pembelajaran dengan modul dengan pencatatan pertanyaan siswa, dan kuisioner. Semua itu akan digunakan peneliti untuk melakukan perbaikan pada rancangan modul elektronik buatan peneliti serta mengetahui tingkat keefektifan modul, yang dilihat dari hasil ulangan siswa.

## **METODE PENELITIAN**

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian rancangan dan pengembangan (R&D). Rancangan awal (setelah melewati uji validasi pakar) akan di uji cobakan kepada siswa. Dari uji coba akan diperoleh data (melalui pengamatan dan kuisioner) kesulitan siswa selama menggunakan modul. Data ini akan digunakan untuk mengembangkan rancangan awal modul.

Subyek penelitian dalam penelitian ini adalah siswa-siswi yang tidak tuntas dalam pembelajaran program linier di SMK N 2 Depok kelas X TKJ B yang berjumlah 13 siswa.

Data penelitian diperoleh dengan cara pengamatan dan kuisioner. Data pengamatan ini diperoleh saat pembelajaran menggunakan modul elektronik. Kuisioner dibagikan diakhir kegiatan sebelum pelaksanaan ulangan. Kegiatan pembelajaran dilakukan selama 3 kali pertemuan dengan perincian 2 kali pembelajaran dengan menggunakan modul elektronik dan 1 kali digunakan untuk melakukan ulangan. Materi pembelajaran yang diamati adalah Program Linier di kelas X TKJ B SMK N 2 Depok.

Data pengamatan akan diklasifikasikan berdasarkan 2 kriteria kesulitan siswa yaitu Kesulitan pengoperasian program dan Kesulitan modul. Kesulitan pengoperasian program diketahui dari pertanyaan atau kebingungan siswa tentang penggunaan *GeoGebra* dan pengoperasian modul. Sedangkan Kesulitan modul, diketahui dari semua pertanyaan siswa atau semua kebingungan siswa dalam memahami modul (kecuali penggunaan *GeoGebra*). Tujuan klasifikasi ini untuk memudahkan proses pembahasan. Untuk masalah yang berkaitan dengan kesulitan pengoperasian program, perbaikan yang akan dilakukan adalah memberikan tutorial singkat penggunaan modul, mulai dari bagian-bagian modul, bagian-bagian *GeoGebra*, dan penggunaan menu pada *GeoGebra*. Kesulitan dalam memahami modul, menunjukan salah satu dari kelemahan modul. Kesulitan dalam memahami modul akan digunakan untuk memperbaiki modul berdasarkan pertanyaan siswa atau kebingungan siswa selama pembelajaran. Data kuisioner mengenai kendala penggunaan dan pemahaman modul akan digunakan untuk melakukan perbaikan modul.

## **HASIL PENELITIAN**

### **Desain Awal**

Rencana dari peneliti adalah membuat sebuah paket pembelajaran yang utuh dari materi program linier. Materi ini meliputi menggambar daerah himpunan penyelesaian, menentukan sistem pertidaksamaan dari sebuah gambar daerah himpunan penyelesaian, menentukan titik potong, menggunakan uji titik pojok dan uji garis selidik untuk menentukan nilai optimum (maksimum-minimum).

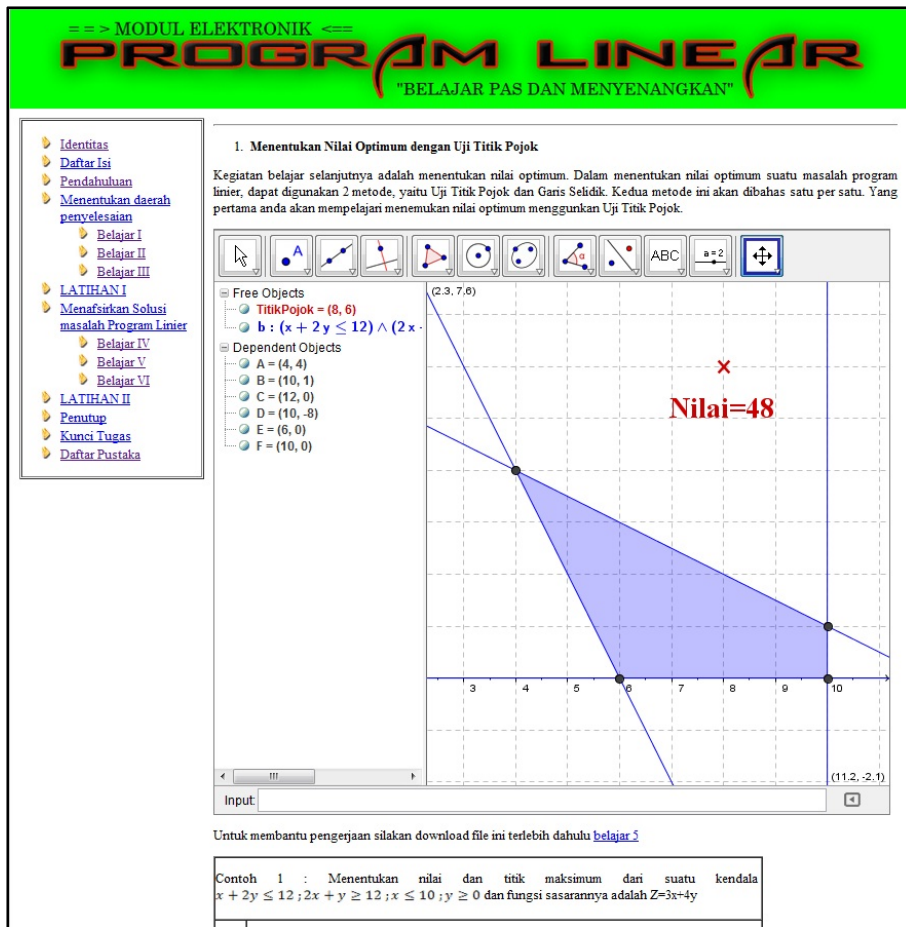
Modul dirancang sedemikian rupa sehingga materi ajar program linier dan *GeoGebra* berada dalam 1 paket pembelajaran dengan bantuan aplikasi Adobe Dreamweaver CS3. Desain modul terdiri dari beberapa menu utama yaitu isian identitas modul, daftar isi, pendahuluan, kegiatan belajar program linier (dibagi menjadi 6 kegiatan belajar dengan 2 latihan), penutup, kunci tugas, dan diakhiri dengan daftar pustaka.

Identitas berisikan mata pelajaran, kelas, nomor modul, dan penulis. Pendahuluan berisi sapaan pembuka dan sebuah aturan pembelajaran dengan modul. Belajar I dan Belajar II adalah kegiatan belajar menentukan daerah HP menggunakan *GeoGebra*. Belajar III berisi kegiatan belajar untuk menentukan pertidaksamaan dari suatu daerah HP yang diketahui. Setelah mempelajari 3 kegiatan belajar tersebut, menu selanjutnya adalah latihan 1. Latihan 1 berisikan latihan soal pilihan ganda mengenai menentukan daerah HP dan menentukan sistem pertidaksamaan.

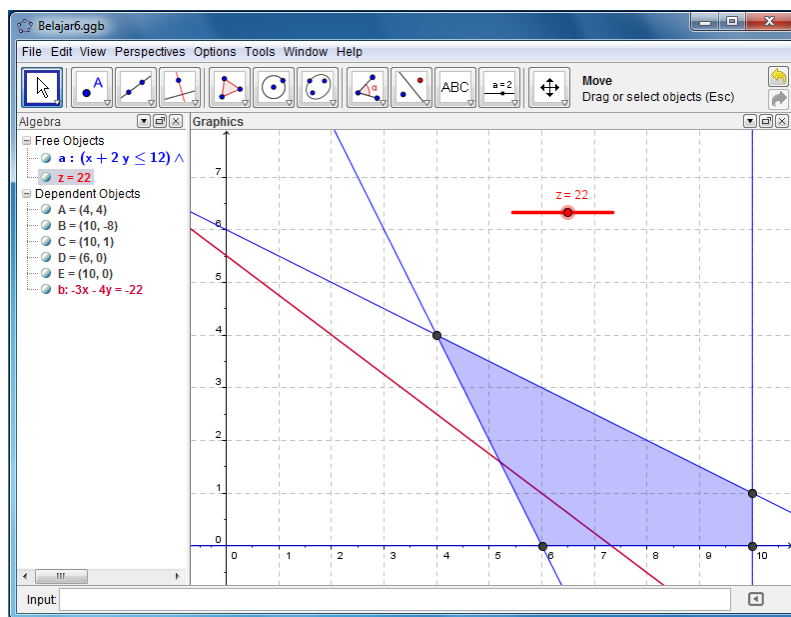
Latihan IV bertujuan untuk mendapatkan pemahaman mengenai titik potong dan cara membuatnya menggunakan *GeoGebra*. Latihan V memberikan pemahaman mengenai uji titik pojok dengan memberikan suatu gambar daerah HP dengan titik pojok kemudian siswa mengetikkan suatu perintah maka titik pojok akan berubah dan muncul nilai untuk titik pojok tersebut. Latihan VI dibuat akan muncul tampilan daerah HP dan sebuah garis selidik dengan bantuan *slider*. *Slider* (dalam kasus program linier) akan membantu menggeser garis selidik, sehingga diharapkan siswa akan mengetahui dampak dari pergeseran garis selidik tersebut terhadap nilai optimum.

Menu selanjutnya adalah latihan 2 berisikan latihan menentukan nilai optimum dan titik optimum. Penutup merupakan salam akhir dari kegiatan pembelajaran dengan modul dari penulis. Kunci tugas berisi kunci jawaban dari Latihan 1 dan Latihan 2 dan diakhiri dengan menu daftar pustaka.

Contoh tampilan dari desain awal modul elektronik pembelajaran program linier dengan program *GeoGebra* setelah melewati uji validasi oleh Dr. M Andy Rudhito.



Gambar 1. Tampilan kegiatan Belajar 5 (menentukan nilai optimum menggunakan uji titik pojok)



Gambar 6. GeoGebra untuk menentukan titik optimum menggunakan garis selidik

### Data Pengamatan

Data pengamatan yang diperoleh peneliti disajikan dalam Tabel 1. Data yang disajikan hanya sebagian yang mewakili keseluruhan (banyak data yang sama).

Tabel 1

Pertanyaan Siswa	Frekwensi	Kriteria
<i>GeoGebra4</i> itu yang mana mas?, kesulitan pengoperasian program	9	kesulitan pengoperasian program
Mas bagaimana caranya melihat angkanya biar bisa banyak (sambil menunjuk pada layar <i>GeoGebra4</i> )?	4	kesulitan pengoperasian program
Ini garis I dan garis a sama gak to mas?	4	Kesulitan modul
Cara menggambarinya gimana mas?	2	kesulitan pengoperasian program
Keterangannya diisi gimana mas?, Mas, perubahannya cuma muncul titik saja!	3	Kesulitan modul
Cara membuat garis selidik gimana mas?	2	kesulitan pengoperasian program

Data Tabel 1 menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang kesulitan dalam pengoperasian program. Data pertanyaan siswa tersebut juga menunjukkan bahwa modul sulit dipahami, maka modul perlu diperbaiki.

### Data Kuisoner

Data kuisoner disajikan berdasarkan pertanyaan yang disajikan dalam kuisoner. Penyajian data kuisoner hanya akan diambil beberapa contoh namun yang mewakili keseluruhan data.

- Jawaban siswa tentang beberapa pertanyaan mengenai perasaan siswa selama mengikuti proses pembelajaran dengan modul.

Tabel 2

Jawaban siswa	Frekwensi
Saya merasa agak kesulitan saat mengikuti proses pembelajaran dengan modul, bila mengerjakan manual bingung.	3
Menyenangkan dan mengasyikkan	13
Serasa bermain game, boom!!,sangat antusias	3
Saya merasa lebih mudah saat menyelesaikan masalah matematika dengan bantuan komputer ( <i>GeoGebra4</i> )	7

Dari Tabel 2 diperoleh data bahwa perasaan positif siswa setelah pembelajaran dengan modul lebih besar dari perasaan negatif siswa. Hal ini menunjukkan bahwa siswa sangat senang dengan pembelajaran dengan modul.

- Jawaban siswa tentang beberapa pertanyaan mengenai kesulitan dan saran dalam menggunakan modul.

Tabel 3

Jawaban siswa	Frekwensi
Pernah, misalnya menanyakan tentang <i>GeoGebra4</i> dan cara penggunaannya	5
Pernah, bagaimanakah membuat garis selidik menggunakan <i>GeoGebra</i>	3
Pernah, karena data yang ditampilkan kurang mudah dipahami,	6
Seharusnya pada bagian atas modul pada lembar kerja diberi judul.	3



Misalnya : <i>GeoGebra</i> untuk mencari titik pojok, <i>GeoGebra</i> untuk mencari nilai max, dsb	
Font kekecilan	4
Materi di modul bisa ditambah dengan materi yang lain	3
Sudah bagus	2

Tabel 3 menunjukkan bahwa modul perlu diperbaiki, karena banyaknya kesulitan yang dihadapi oleh siswa. Perbaikan modul berdasarkan saran dan kesulitan siswa selama pembelajaran dengan modul tersebut.

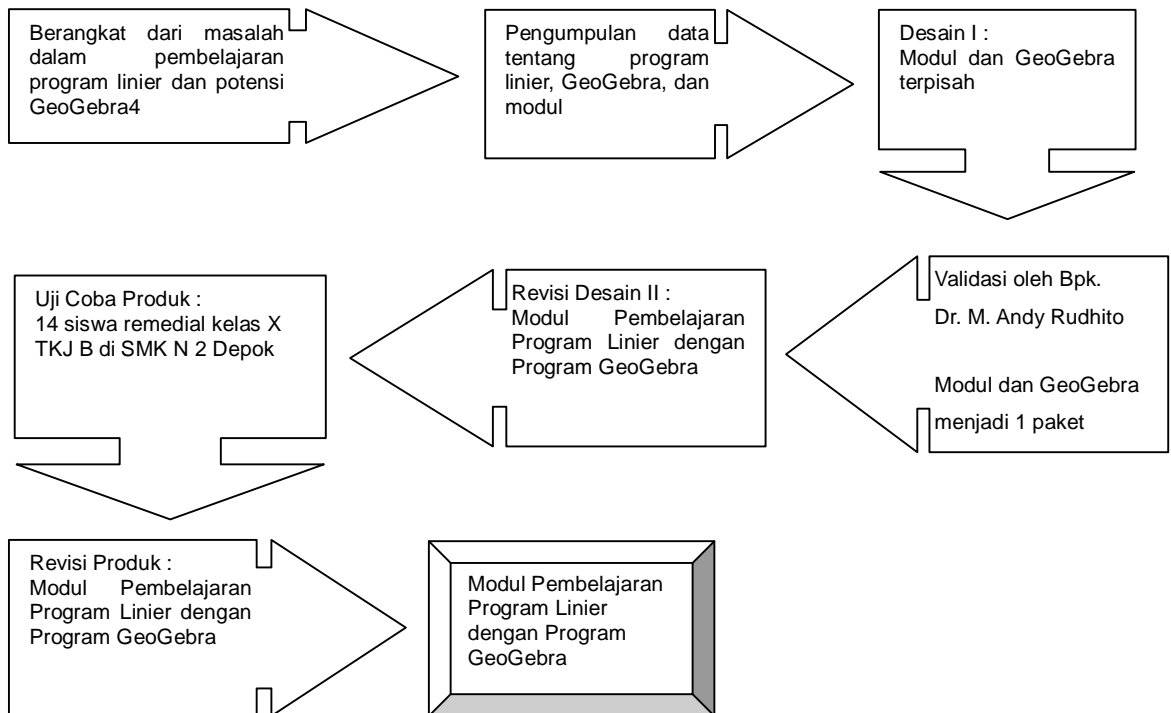
#### Data Hasil Ulangan Siswa

Siswa	Nilai
1	70
2	86
3	70
4	100
5	100
6	80
7	80

Tabel 4

Siswa	Nilai
8	70
9	66
10	56
11	56
12	50
13	36

Dari data Tabel 4, diperoleh kesimpulan bahwa nilai rata-rata siswa setelah mengikuti pembelajaran dengan modul elektronik termasuk kategori sedang dengan nilai 70,77.



Gambar 3 Bagan alur penelitian

## PEMBAHASAN

Tujuan yang ingin dicapai adalah diperoleh modul elektronik pembelajaran program linier dengan program *GeoGebra*. Dalam penelitian yang dilakukan di SMK N 2 Depok kelas X TKJ B pada pembelajaran program linier dengan menggunakan modul elektronik diperoleh data bahwa beberapa siswa masih kesulitan dalam memahami penggunaan modul elektronik, selain itu juga dalam pengoperasian modul dan program. Hal ini mungkin dikarenakan dalam pembelajaran menggunakan modul elektronik siswa tidak diberi pengarahan terlebih dahulu dalam mengoperasikan modul elektronik dan program *GeoGebra*. Maka modul harus diperbaiki.

Menurut Nurhidayati (2006) salah satu indikator dari minat belajar yang tinggi adalah perasaan senang. Dari data perasaan siswa selama mengikuti proses pembelajaran dengan modul diperoleh kesimpulan bahwa siswa sangat senang. Sesuai dengan Nurhidayati, maka dapat disimpulkan bahwa minat belajar siswa dengan modul elektronik ini tinggi.

**Perbaiki Modul**

**Tabel 5**

Kegiatan	Pertanyaan	Perbaikan	
		Sebelum	Sesudah
Belajar I	<i>GeoGebra4</i> itu yang mana mas? Input bar nya yang mana to mas?		
Belajar II	Mas bagaimana caranya melihat angkanya biar bisa banyak (sambil menunjuk pada layar <i>GeoGebra4</i> )?	Tidak ada penjelasan mengenai pengoperasian program	Terdapat tutorial pengoperasian program pada bagian menu pendahuluan
	Bingung menentukan titik yang dilalui dari daerah pertidaksamaan	Tidak ada contoh	Diberi contoh
	Mas, maksudnya dicocokin itu gimana (setelah menemukan 2 titik)?	Tidak ada petunjuk	Diberi petunjuk mencocokin
Belajar III	Mas, titiknya urutannya dari mana atau bebas aja?	Tidak ada contoh	Diberi contoh
	Ini garis I dan garis a sama gak to mas?	Nama garis ada yang menggunakan bilangan romawi dan huruf	Nama garis semua dengan huruf romawi
Belajar IV	Cara menggambar nya gimana mas?		Siswa hanya lupa cara menggambar diminta membuka belajar I
Belajar V	Keterangannya diisi gimana mas?	Terdapat keterangan	Keterangan dihilangkan
Belajar VI	Mas, pergeserannya dilihat dari posisi awal tadi atau dari nilai yang baru?	Tidak diberi titik awal	Diberi titik awal dan akhir
	Cara membuat garis selidik gimana mas?	Tidak ada penjelasan mengenai garis selidik	Diberi penjelasan mengenai membuat garis selidik
Font kekecilan		Font Size = 14	Font Size = 24
Seharusnya pada bagian atas modul pada lembar kerja diberi judul. Misalnya : <i>GeoGebra</i> untuk mencari titik pojok, <i>GeoGebra</i> untuk mencari nilai max, dsb		<b>Menentukan Himpunan Penyelesaian</b>	<b>Menentukan Himpunan Penyelesaian (Pembelajaran <i>GeoGebra</i> Untuk Menggambar Daerah HP)</b>

## KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini menghasilkan sebuah modul elektronik pembelajaran program linier dengan memanfaatkan program *GeoGebra* untuk siswa kelas X TKJ B SMK N 2 Depok dan mengetahui hasil ulangan siswa setelah mengikuti pembelajaran dengan modul. Dari hasil pelaksanaan uji coba modul elektronik dapat disimpulkan bahwa secara keseluruhan pembelajaran dengan modul elektronik ini sangat disenangi oleh siswa. Hasil ulangan setelah pelaksanaan pembelajaran dengan modul menunjukkan bahwa prestasi siswa tergolong sedang dengan nilai rata-rata 70,7. Pembelajaran dengan modul elektronik ini bisa digunakan untuk guru sebagai salah satu inovasi dalam pembelajaran matematika menggunakan media komputer.

Untuk penelitian lebih lanjut dimasa yang akan datang, jika masih ingin menggunakan modul elektronik pembelajaran program linier dengan program *GeoGebra*, sebaiknya menggunakan modul elektronik hasil akhir dari penelitian ini sebagai desain awal yang kemudian untuk dikembangkan dan direvisi kembali. Jika dirasa hasil telah maksimal, alangkah baiknya jika modul elektronik ini bisa dipublikasikan secara *online*. Untuk melakukan pengamatan sebaiknya juga menggunakan voice record agar data percakapan dapat terekam dengan jelas.\

## DAFTAR PUSTAKA

Departemen Pendidikan Nasional. 2008. *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Pusat Bahasa.

Drs. St. Mulyanta, M. Kom dan Marlon Leong, S.Kom.,M.Kom, **Tutorial membangun Multimedia Interaktif Media Pembelajaran**, Universitas Atma Jaya Yogyakarta, 2009, hal 2.

Dra. Roestiyah N.K, **Strategi Belajar Mengajar**, PT Asdi Mahastya, Jakarta, 2001, hal 154.

Nurhidayati. 2006. **HUBUNGAN ANTARA MINAT DENGAN PRESTASI BELAJAR SISWA DALAM BIDAN STUDI SEJARAH KEBUDAYAAN ISLAM**. Diakses 21 Mei 2012, <http://idb4.wikispaces.com/file/view/fz4005-HUBUNGAN+ANTARA+MINAT+DENGAN+PRESTASI+BELAJAR+SISWA+DALAM+BIDAN+STUDI+SEJARAH+KEBUDAYAAN+ISLAM.pdf>

Sirodjuddin A. 2010. **KOMPUTER SEBAGAI MEDIA PEMBELAJARAN**. Diakses 21 Mei 2012, <http://ardansirodjuddin.blogspot.com/2007/11/komputer-sebagai-media-pembelajaran.html>

Sugiyono. 2010. **METODE PENELITIAN PENDIDIKAN Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D**. Bandung: Alfabeta.

Winastawan Gora, Sunarto. 2010. **PAKEMATIK Strategi Pembelajaran Inovatif Berbasis TIK**. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.



## **PENGEMBANGAN KARAKTER BANGSA MELALUI INTEGRASI NILAI KEISLAMAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

**Suparni, S.Pd., M.Pd.**

*Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta  
email: suparni71@yahoo.com*

### **Abstrak**

Pendidikan matematika tidak dapat terlepas dari matematika itu sendiri. Oleh karena itu, untuk mengintegrasikan nilai-nilai keislaman dalam pembelajaran matematika akan lebih baik jika terlebih dahulu mengungkap karakteristik dari matematika yaitu obyeknya yang abstrak, simbol yang kosong dari arti, kesepakatan dan pemikiran deduktif aksiomatik, dan anti kontradiksi. Tujuan pendidikan matematika harus memperhatikan (1) tujuan yang bersifat formal, yaitu penataan nalar dan pembentukan kepribadian anak, dan (2) tujuan yang bersifat material yaitu penerapan matematika serta ketrampilan matematika. Beberapa nilai moral dalam pembelajaran matematika yang berkaitan dengan karakteristik dari matematika yang dapat diintegrasikan dengan Al Qur'an di antaranya: kesepakatan, ketaatasaan/konsistensi, deduksi, semesta.

Program Pendidikan Budaya dan karakter Bangsa memuat 18 nilai yang dikembangkan, yaitu: religius, jujur, toleransi, disiplin, kerja keras, kreatif, mandiri, demokratis, rasa ingin tahu, semangat kebangsaan, cinta tanah air, menghargai prestasi, bersahabat/komunikatif, cinta damai, gemar membaca, peduli lingkungan, peduli sosial, dan tanggung-jawab.

Pengembangan karakter bangsa dapat dilakukan dengan mengintegrasikan nilai keislaman dalam pembelajaran matematika yaitu: nilai yang terkait dengan hablun minallah (hubungan seorang hamba kepada Allah), hablun minannas, (hubungan seseorang dengan sesama manusia), hablun minannafsi (diri sendiri), dan hablun minal-'alam (hubungan dengan alam sekitar),

**Kata kunci:** *karakter bangsa, nilai keislaman, pembelajaran matematika*

## **PENDAHULUAN**

### **Latar Belakang Masalah**

Pendidikan karakter akhir-akhir ini memang menjadi isu utama pendidikan, selain menjadi bagian dari proses pembentukan akhlak anak bangsa. Pendidikan karakter menjadi fokus pendidikan di seluruh jenjang pendidikan dari pendidikan dasar, menengah, hingga di pendidikan tinggi, pendidikan karakter pun mendapatkan perhatian yang cukup besar. Pendidikan karakter ini juga diperjelas melalui UU No 20 tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional yang berbunyi "Pendidikan Nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa, bertujuan untuk berkembangnya potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokrasi serta bertanggung jawab."

Pada dasarnya pembentukan karakter dimulai dari fitrah yang diberikan Ilahi, yang kemudian membentuk jati diri dan perilaku. Dalam prosesnya sendiri fitrah Ilahi ini sangat dipengaruhi oleh keadaan lingkungan, sehingga lingkungan memiliki peranan yang cukup besar dalam membentuk jati

diri dan perilaku. Pendidikan karakter ini tidak dijadikan kurikulum yang baku, melainkan dibiasakan melalui proses pembelajaran. Selain itu mengenai sarana-prasarana, pendidikan karakter ini tidak memiliki sarana-prasarana yang istimewa, karena yang diperlukan adalah proses penyadaran dan pembiasaan.

Perkembangan sejarah Islam, kunci keberhasilan dakwah Rasulullah SAW adalah keluhuran akhlak yang dimilikinya (QS. Qalam/68: 4) dan keteladan yang mulia yang ditunjukkan pada umatnya (QS. Al-Ahzab/33: 21). Hanya dalam 23 tahun beliau berhasil menjalankan misinya dalam menyempurnakan akhlak manusia (*li utammima makaarim al-akhlaq*) sehingga masyarakat jahiliyah berganti menjadi masyarakat madani. Lalu bagaimana bentuk keagungan akhlak Nabi Muhammad SAW itu? Pertanyaan ini juga pernah dirasakan oleh para sahabat sehingga di antara mereka ada yang bertanya kepada Siti Aisyah. Istri Nabi Muhammad ini pun menjawab: *kana khuluquhu al-Qur'an*, akhlaknya adalah al-Qur'an (HR. Abu Dawud dan Muslim).

Nabi Muhammad SAW laksana al-Qur'an berjalan. Dengan al-Qur'an itu pula ia mendidik para sahabatnya sehingga memiliki karakter/akhlak yang begitu kuat. Sahabat-sahabat yang berkarakter berbasis al-Qur'an tersebut menjadi modal utama dalam membangun masyarakat berperadaban tinggi. Belajar dari keberhasilan Rasulullah SAW tersebut dapat disimpulkan bahwa untuk mendidik karakter manusia, dibutuhkan teradan yang baik. Bagi umat Islam, teladan itu ada pada diri Rasulullah yang tertulis dalam Al Qur'an.

Pada perkembangan pendidikan sekarang, pendidikan karakter menjadi tema hangat untuk diterapkan melalui lembaga pendidikan formal. Bahkan Kementerian Pendidikan Nasional melalui Badan Penelitian dan Pengembangan Pusat Kurikulum telah merumuskan program "Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa" atau disingkat dengan PBKB, sejak tahun 2010 lalu. Dalam proses PBKB, secara aktif peserta didik mengembangkan potensi dirinya, melakukan proses internalisasi, dan penghayatan nilai-nilai menjadi kepribadian mereka dalam bergaul di masyarakat, mengembangkan kehidupan masyarakat yang lebih sejahtera, serta mengembangkan kehidupan bangsa yang bermartabat.

Program tersebut memuat 18 nilai yang dikembangkan, yaitu: religius, jujur, toleransi, disiplin, kerja keras, kreatif, mandiri, demokratis, rasa ingin tahu, semangat kebangsaan, cinta tanah air, menghargai prestasi, bersahabat/komunikatif, cinta damai, gemar membaca, peduli lingkungan, peduli sosial, dan tanggung-jawab. Program ini patut direpson oleh masyarakat, terutama praktisi pendidikan dan *stakeholder* yang terkait. Namun, konsep PBKB masih bersifat umum sehingga masih membutuhkan ide-ide kreatif dalam pengembangannya. Di era otonomi ini, pemerintah daerah, termasuk sekolah, sesungguhnya memperoleh peluang yang besar untuk mengembangkan berbagai program yang sesuai dengan kebutuhannya, termasuk mengembangkan konsep pelaksanaan pendidikan karakter tersebut.

Hakikat pendidikan karakter itu sendiri adalah penanaman nilai, membutuhkan keteladanan dan harus dibiasakan, bukan diajarkan. Jika dalam konsep PBKB yang disusun oleh Puskur terdapat 18 nilai, maka dalam perspektif Al-Qur'an jauh melebihi angka tersebut. Namun untuk memudahkan penanaman nilai tersebut, perlu dirumuskan secara sederhana sesuai dengan tingkat pendidikan itu sendiri.

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut diatas maka perlu dikaji nilai-nilai keislaman apa saja yang selaras dengan pengembangan karakter bangsa yang dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika.

### **Rumusan masalah**

Berdasarkan pada latar belakang tersebut di atas, maka dalam makalah ini dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut.

Nilai-nilai keislaman apa saja yang dapat diintegrasikan dalam pembelajaran matematika untuk mengembangkan karakter bangsa?

## Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah tersebut di atas, maka penulisan makalah ini bertujuan untuk mengkaji nilai-nilai keislaman yang dapat diintegrasikan dalam pembelajaran matematika untuk mengembangkan karakter bangsa.

## PEMBAHASAN

### Pendidikan Karakter

Pendidikan adalah suatu upaya sadar dan sistematis untuk mengembangkan potensi peserta didik secara optimal. Dalam proses pendidikan budaya dan karakter bangsa secara aktif peserta didik secara aktif mengembangkan potensi dirinya, melakukan proses internalisasi dan penghayatan nilai-nilai menjadi kepribadian mereka dalam bergaul di masyarakat, dan mengembangkan kehidupan bangsa yang bermartabat. Usaha sadar ini tidak boleh dilepaskan dari lingkungan peserta didik berada, terutama dari lingkungan budayanya karena peserta didik hidup tak terpisahkan dalam lingkungan dan bertindak sesuai dengan kaidah-kaidah budayanya.

Karakter adalah watak, tabiat, akhlak, atau kepribadian seseorang yang terbentuk dari hasil internalisasi berbagai kebajikan yang diyakini dan digunakan sebagai landasan untuk cara pandang, berpikir, bersikap, dan bertindak.<sup>12</sup> Manusia hidup dalam lingkungan sosial dan budaya tertentu, maka pengembangan karakter individu hanya dapat dilakukan dalam lingkungan sosial budaya yang bersangkutan. Artinya pengembangan karakter bangsa hanya dapat dilakukan dalam setiap proses pendidikan yang tidak dapat dilepaskan dari lingkungan sosial budaya masyarakat.

Berdasarkan pengertian di atas dapat disimpulkan bahwa pendidikan karakter adalah pendidikan yang mengembangkan nilai-nilai karakter bangsa pada diri peserta didik sehingga mereka memiliki nilai dan karakter sebagai karakter dirinya, menerapkan nilai-nilai tersebut dalam kehidupan dirinya sebagai anggota masyarakat dan warga negara yang religius, nasionalis, produktif, dan kreatif.

Nilai-nilai yang dikembangkan dalam pendidikan karakter adalah sebagai berikut:<sup>13</sup>

- |                |                         |                            |
|----------------|-------------------------|----------------------------|
| 1. Religius    | 7. Mandiri              | 13. Bersahabat/komunikatif |
| 2. Jujur       | 8. Demokratis           | 14. Cinta damai            |
| 3. Toleransi   | 9. Rasa ingin tahu      | 15. Gemar membaca          |
| 4. Disiplin    | 10. Semangat kebangsaan | 16. Peduli Lingkungan      |
| 5. Kerja keras | 11. Cinta tanah air     | 17. Peduli sosial          |
| 6. Kreatif     | 12. Menghargai prestasi | 18. Tanggung jawab         |

### Pembelajaran Matematika

Salah satu wadah kegiatan yang dapat berfungsi sebagai wadah untuk menciptakan sumber daya manusia yang bermutu tinggi adalah pendidikan, baik pendidikan jalur sekolah maupun luar sekolah. Matematika sebagai "Queen of Science" yang merupakan pondasi dalam penguasaan ilmu pengetahuan dan teknologi, sudah seharusnya mendapat perhatian yang serius dari berbagai pihak dalam pembudayaannya. Ada 3 unsur yang menunjang keberhasilan usaha pembudayaan matematika, yaitu (1) lembaga tinggi yang menyiapkan calon tenaga guru dan mengembangkan berbagai inovasi dalam pembelajaran matematika sekolah, (2) mahasiswa pendidikan matematika sebagai calon guru matematika yang harus memperoleh bekal yang memadai agar siap menjadi guru profesional, (3) guru

<sup>12</sup> \_\_\_\_\_, *Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa*. Balitbang Kemendiknas. 2010. Jakarta. halm. 3

<sup>13</sup> \_\_\_\_\_, *Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa*. Balitbang Kemendiknas. 2010. Jakarta. halm 9-10



sebagai ujung tombak dalam setiap pelaksanaan inovasi dalam pembelajaran. Matematika sebagai salah satu ilmu dasar baik aspek terapan maupun aspek penalarannya, mempunyai peranan yang penting dalam upaya penguasaan ilmu pengetahuan dan teknologi. Ini berarti bahwa sampai pada batas tertentu matematika perlu dikuasai oleh segenap warga negara Indonesia, baik penerapannya maupun pola pikirnya. Matematika sekolah yang merupakan bagian dari matematika yang dipilih atas dasar kepentingan pengembangan kemampuan dan kepribadian siswa serta perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi perlu selalu dapat sejalan dengan tuntutan kepentingan siswa menghadapi tantangan kehidupan masa depan.

Untuk keperluan proses belajar mengajar di dalam kelas, tujuan kurikuler tersebut masih perlu dijabarkan ke dalam tujuan institusional (SK, dan KD) Pada tahap ini, kesulitan akan dialami terutama dalam usaha memadukan ranah afektif dan psikomotor sehingga dewasa ini lebih diperhatikan hanya pada ranah kognitif saja. Hal ini tentu akan mempengaruhi proses pembelajaran di kelas yang tentunya juga akan mempengaruhi pendidikan matematika yang memuat nilai-nilai luhur.

Dengan menyelaraskan dan memadukan tujuan pembelajaran dari ranah kognitif, afektif, dan psikomotor, maka akan semakin meningkatkan keimanan dan ketaqwaan siswa pada Tuhan Yang Maha Esa yang merupakan salah satu aspek tujuan pendidikan yaitu mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat. Untuk mewujudkan tujuan tersebut dan membudayakan matematika di sekolah salah satunya adalah dengan mengintegrasikan beberapa nilai-nilai keislaman dalam pembelajaran matematika.

Pendidikan akan melatih dan mengasah nalar manusia, sehingga dengan pendidikan maka kita akan semakin terbuka wawasan terhadap segala sesuatu yang ada di dunia ini. Nilai moral dari suatu materi pembelajaran adalah keyakinan dari suatu individu atau budaya yang subjektif dan mungkin berbeda-beda bagi setiap orang dan budaya. Nilai moral seseorang dapat berkembang dan berubah-ubah setiap saat, sedangkan nilai moral dari suatu budaya yang terbagi atau diperlakukan sama bagi semua anggota atau kelompok berbeda dengan kelompok yang lainnya.

Pemilihan bagian-bagian dari matematika untuk matematika sekolah tersebut perlu selalu disesuaikan dengan perkembangan dan tantangan masa depan. Hal ini berarti bahwa tujuan pendidikan matematika untuk masa depan harus memperhatikan (1) tujuan yang bersifat formal, yaitu penataan nalar dan pembentukan kepribadian anak, dan (2) tujuan yang bersifat material yaitu penerapan matematika serta ketrampilan matematika.

Matematika sekolah yang diajarkan di setiap jenjang pendidikan tertentu harus dengan jelas dapat mendukung upaya pencapaian tujuan pendidikan nasional. Hal ini berarti bahwa setiap materi yang akan diajarkan harus dapat ditunjukkan aspek-aspek tertentu yang mengandung nilai dalam mendidik siswa. Tujuan pendidikan matematika memiliki sifat formal dan material yang berarti bahwa pendidikan matematika harus memiliki nilai didik dan nilai praktis.

Bangsa yang unggul adalah bangsa yang bermoral tinggi. Dengan matematika dapat meningkatkan moral bangsa. Ada beberapa nilai didik dalam pembelajaran matematika yang berkaitan dengan karakteristik dari matematika yang dapat diintegrasikan dengan Al Qur'an yang diharapkan dapat mendukung tujuan pendidikan nasional dan mencapai bangsa yang unggul, di antaranya: kesepakatan, ketaatasaan/konsistensi, deduksi, semesta

### **Integrasi Nilai Keislaman**

Pada perkembangan sejarah islam, kunci keberhasilan dakwah Rasulullah SAW adalah keagungan akhlak yang dimilikinya (Qs. Qalam/68: 4) keteladan/uswatun hasanah bagi umatnya (Qs. Al-Ahzab/33: 21). Hanya dalam 23 tahun ia berhasil menjalankan misinya dalam menyempurnakan akhlak manusia (*li utammima makaarim al-akhlaq*) sehingga masyarakat jahiliyah berganti menjadi masyarakat madani. Nabi Muhammad SAW laksana al-Qur'an berjalan. Dengan al-Qur'an itu pula ia mendidik para sahabatnya sehingga memiliki karakter/akhlak yang begitu kuat. Sahabat-sahabat yang berkarakter berbasis al-Qur'an tersebut menjadi modal utama dalam membangun masyarakat

berperadaban tinggi. Belajar dari keberhasilan Rasulullah SAW tersebut dapat disimpulkan bahwa untuk mendidik karakter manusia, terutama yang mengaku Islam sebagai agamanya, mesti berdasarkan kepada al-Qur'an.

Pada perkembangan pendidikan, pendidikan karakter menjadi tema hangat untuk diterapkan melalui lembaga pendidikan formal. Bahkan Kementerian Pendidikan Nasional melalui Badan Penelitian dan Pengembangan Pusat Kurikulum telah merumuskan program "Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa" atau disingkat dengan PBKB, sejak tahun 2010 lalu. Dalam proses PBKB, secara aktif peserta didik mengembangkan potensi dirinya, melakukan proses internalisasi, dan penghayatan nilai-nilai menjadi kepribadian mereka dalam bergaul di masyarakat, mengembangkan kehidupan masyarakat yang lebih sejahtera, serta mengembangkan kehidupan bangsa yang bermartabat. Dalam program tersebut, terdapat 18 nilai yang dikembangkan, yaitu: religius, jujur, toleransi, disiplin, kerja keras, kreatif, mandiri, demokratis, rasa ingin tahu, semangat kebangsaan, cinta tanah air, menghargai prestasi, bersahabat/komunikatif, cinta damai, gemar membaca, peduli lingkungan, peduli sosial, dan tanggung-jawab. Program ini patut direspon oleh masyarakat, terutama praktisi pendidikan dan *stakeholder* yang terkait. Namun, konsep PBKB masih bersifat umum sehingga masih membutuhkan ide-ide kreatif dalam pengembangannya. Di era otonomi ini, pemerintah daerah, termasuk sekolah, sesungguhnya memperoleh peluang yang besar untuk mengembangkan berbagai program yang sesuai dengan kebutuhannya, termasuk mengembangkan konsep pelaksanaan pendidikan karakter tersebut.

Sebagai umat Islam yang meyakini al-Qur'an sebagai pedoman hidupnya, dan sebagai guru matematika, seharusnya kita dapat memanfaatkan peluang ini. Sebagai guru matematika, seyogyanya kita dapat merumuskan konsep pendidikan karakter berbasis Al-Qur'an. Hal ini disebabkan secara teologis, mustahil seorang muslim yang mengabaikan Al-Qur'an memiliki karakter atau akhlakul karimah sebagaimana yang diinginkan dalam ajaran Islam itu sendiri.

Hakikat pendidikan karakter itu sendiri adalah penanaman nilai, membutuhkan keteladanan dan harus dibiasakan, bukan diajarkan. Jika dalam konsep PBKB yang disusun oleh Puskur terdapat 18 nilai, maka dalam perspektif Al-Qur'an jauh melebihi angka tersebut. Namun untuk memudahkan penanaman nilai tersebut, perlu dirumuskan secara sederhana sesuai dengan tingkat pendidikan itu sendiri. Paling tidak nilai-nilai itu bisa dikelompokkan dalam empat hal, yaitu:

1. nilai yang terkait dengan *hablun minallah* (hubungan seorang hamba kepada Allah), seperti ketaatan, keikhlasan, syukur, sabar, tawakal, mahabbah, dan sebagainya.
2. nilai yang terkait dengan *hablun minannas*, yaitu nilai-nilai yang harus dikembangkan seseorang dalam hubungannya dengan sesama manusia, seperti tolong-menolong, empaty, kasih-sayang, kerjasama, saling mendoakan dan memaafkan, hormat-menghormati, dan sebagainya.
3. nilai yang berhubungan dengan *hablun minannafsi* (diri sendiri), seperti: kejujuran, disiplin, amanah, mandiri, istiqamah, keteladanan, kewibawaan, optimis, tawadhu', dan sebagainya.
4. nilai yang berhubungan dengan *hablun minal-'alam* (hubungan dengan alam sekitar), seperti: keseimbangan, kepekaan, kepedulian, kelestarian, kebersihan, keindahan, dan sebagainya.

Nilai-nilai tersebut mesti dikembangkan lebih lanjut dengan merujuk pada ayat-ayat al-Qur'an. Nilai-nilai yang terkandung dalam al-Qur'an itu sesungguhnya memiliki makna yang lebih luas, kompleks dan aplikatif jika dibandingkan dengan nilai-nilai yang muncul dari hasil pikiran manusia. Misalnya, nilai istiqamah jauh lebih luas dari nilai komitmen dan konsisten. Begitu pula makna ikhlas jauh lebih mendalam dibandingkan dengan makna rela berkorban. Bahkan istilah akhlak pun jauh lebih kompleks dibanding dengan istilah moral, etika, atau karakter.

Pada kegiatan intrakurikuler, nilai-nilai tersebut harus dirumuskan dalam bentuk "Indikator Penanaman Nilai" oleh guru dalam rencana pembelajarannya untuk diintegrasikan dengan materi tiap

mata pelajaran. Dengan begitu tak satu pun materi yang bebas dari nilai. Selain itu, proses pembelajarannya pun sebaiknya diintegrasikan dengan ayat-ayat al-Qur'an. Dalam hal ini, ayat-ayat al-Qur'an akan menjadi basis terhadap suatu ilmu sehingga siswa tidak saja memperoleh pengetahuan, tetapi diharapkan memperoleh keberkahan dari ilmu itu sendiri.

Penanaman nilai pada budaya sekolah harus dirumuskan dalam bentuk beberapa aturan sehingga terjadi proses pembiasaan dan pembudayaan. Seperti tadarus di awal pembelajaran, setiap guru membuka pelajaran dengan membaca surat-surat pendek, membudayakan ucapan salam, mengedepankan keteladanan, malu melanggar peraturan, menjalin interaksi dengan kasih sayang, menjaga kebersihan dan sebagainya. Dalam hal ini, pemberian reward (penghargaan) lebih dikedepankan dari pada *punishment* (hukuman).

Pembelajaran matematika tidak terlepas dari ilmu-ilmu yang lain. Pembelajaran matematika juga dapat diintegrasikan dengan pendidikan agama, khususnya agama Islam. Pembelajaran matematika berbasis ke-Islam-an dapat digunakan untuk memperkuat karakter bangsa.

## PENUTUP

### Kesimpulan

Berdasarkan kajian tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa pengembangan karakter bangsa dapat dilakukan dengan mengintegrasikan nilai keislaman dalam pembelajaran matematika yaitu:

- nilai yang terkait dengan *hablun minallah* (hubungan seorang hamba kepada Allah)
- nilai yang terkait dengan *hablun minannas*, (hubungan seseorang dengan sesama manusia)
- nilai yang berhubungan dengan *hablun minannafsi* (diri sendiri),
- nilai *hablun minal-alam* (hubungan dengan alam sekitar).

### Saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, dapat disarankan sebagai berikut:

- perlu ditingkatkan profesionalitas guru matematika agar dapat mengembangkan karakter siswa
- perlu dibina keteladanan pada guru matematika sesuai dengan keislaman untuk mengembangkan karakter siswa

## DAFTAR PUSTAKA

Bell, Frederick H. 1981. *Teaching and Learning mathematics (in Secondary Schools)*. Wm. C. Brown Company. Dubuque. Iowa

Soedjadi, R. 1995. *Matematika Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama sebagai wahana pendidikan dan pembudayaan penalaran*. Surabaya

\_\_\_\_\_. 2003. *UU no 20 tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional*. Deprtemen Pendidikan . Jakarta

\_\_\_\_\_. 2006. *Kerangka Dasar Keilmuan dan Pengembangan Kerikulum UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta*. Pokja Akademik.

\_\_\_\_\_. 2006. *Kurikulum KTSP*. Departemen Pendidikan Nasional. Jakarta

\_\_\_\_\_. 2009. *Al Qur'an*. Departemen Agama RI

\_\_\_\_\_. *Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa*. Balitbang Kemendiknas. 2010. Jakarta.

## MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS DAN KREATIF MATEMATIK SISWA SMA MELALUI PEMBELAJARAN KOOPERATIF *THINK- TALK-WRITE* (TTW)

Wahyu Hidayat

Dosen Tetap STKIP Siliwangi Bandung  
[manual\\_emotional@yahoo.com](mailto:manual_emotional@yahoo.com)

### Abstrak

Penelitian ini merupakan kuasi eksperimen berbentuk kelompok kontrol pretes-postes, dengan perlakuan pendekatan pembelajaran kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) dan pembelajaran konvensional. Berdasarkan hasil analisis data, diperoleh kesimpulan bahwa: (1) Peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang memperoleh pembelajaran dengan kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran dengan cara konvensional berdasarkan tingkat kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang ( $\alpha = 5\%$ ); (2) Tidak terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dan TKAS dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa; (3) Faktor Pendekatan Pembelajaran memiliki peran yang lebih besar dalam pencapaian kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa dibanding faktor Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS); (4) Terdapat asosiasi yang signifikan antara kualifikasi kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa pada taraf signifikansi 5% dan asosiasinya termasuk kategori cukup.

**Kata Kunci** : berpikir kritis matematik, berpikir kreatif matematik, *Think-Talk-Write* (TTW)

### PENDAHULUAN

Kemampuan berpikir kritis dan kreatif merupakan suatu hal yang amat penting dalam masyarakat modern, karena dapat membuat manusia menjadi lebih fleksibel secara mental, terbuka dan mudah menyesuaikan dengan berbagai situasi dan permasalahan. Hassoubah (2004:13) menyatakan bahwa dengan berpikir kritis dan kreatif masyarakat dapat mengembangkan diri mereka dalam membuat keputusan, penilaian, serta menyelesaikan masalah.

Johnson (2006) mengemukakan bahwa berpikir kritis dan kreatif memungkinkan siswa untuk mempelajari masalah secara sistematis, menghadapi berjuta tantangan dengan cara terorganisasi, merumuskan pertanyaan inovatif, dan merancang permasalahan yang dipandang relatif baru. Sedangkan Hendriana (2009:15) mengatakan bahwa siswa hanya mencontoh dan mencatat bagaimana cara menyelesaikan soal yang telah dikerjakan oleh gurunya. Jika mereka diberikan soal yang berbeda dengan soal latihan, maka mereka bingung karena tidak tahu harus mulai dari mana mereka bekerja. Hal ini sejalan dengan pendapat Rif'at (2001 : 25) bahwa kegiatan belajar seperti ini membuat siswa cenderung belajar mengingat atau menghafal dan tanpa memahami atau tanpa mengerti apa yang diajarkan oleh gurunya.

Kenyataan di lapangan menurut Crockcroft (Hendriana, 2009:3), *Mathematics is a difficult both teach and learn* atau matematika merupakan pelajaran yang sulit untuk diajarkan dan dipelajari. Kesulitan ini terjadi karena matematika merupakan pelajaran yang berstruktur vertikal dimana terdapat suatu runtutan untuk mempelajari materi matematika. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Rohaeti (2008:2) yang mengatakan bahwa para siswa cenderung hanya menghapalkan sejumlah rumus, perhitungan dan langkah-langkah penyelesaian soal yang telah dikerjakan guru atau yang ada dalam

buku teks. Hal ini menyebabkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa tidak berkembang secara optimal. Oleh karena itu, pada pembelajaran matematika di sekolah hendaknya siswa dilatih untuk memiliki keterampilan berpikir kritis dan kreatif dalam memperoleh, memilih, dan mengolah informasi agar dapat bertahan dalam keadaan yang selalu berubah dan kompetitif.

Hasil studi awal di Kota Cimahi terhadap siswa SMA, kecenderungan mereka menganggap bahwa matematika adalah pelajaran yang sulit untuk dipelajari dan jika diperbolehkan mereka berusaha menghindari dari bidang studi matematika. Kecenderungan ini berakibat pada motivasi siswa untuk belajar matematika sangat rendah. Ini juga berakibat pada tingkat Kemampuan Awal Siswa terhadap matematika (TKAS) yang rendah. Tingkat Kemampuan Awal Siswa terhadap Matematika (TKAS) memberi pengaruh langsung atau tidak terhadap kemampuan matematika selanjutnya. Karena orang yang belajar matematika harus memiliki pengetahuan matematika sebelumnya (Sumarmo, 2002). Ada kemungkinan kemampuan siswa baik, sedang ataupun kurang berpengaruh terhadap kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa.

Salah satu solusi dari permasalahan-permasalahan di atas adalah pembelajaran matematika di sekolah dengan menggunakan pembelajaran kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) yang diupayakan dapat membuat siswa lebih aktif terlibat dalam proses pembelajaran matematika di kelas. Keaktifan siswa tersebut dapat terwujud dengan mengikuti setiap proses pembelajaran matematika berupa interaksi dalam kegiatan proses pembelajaran dan mengajukan cara-cara penyelesaian dari suatu masalah matematika yang diberikan. Melalui keterlibatan siswa secara aktif dalam proses pembelajaran matematika tersebut, maka diharapkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa akan dapat terlatih dengan baik. Pembelajaran Kooperatif TTW diharapkan dapat memicu keaktifan siswa di dalam kelas yang sarannya dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa.

## **RUMUSAN DAN BATASAN MASALAH**

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apakah peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang memperoleh pembelajaran dengan kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran dengan cara biasa berdasarkan tingkat kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang?
2. Apakah terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa?
3. Mana di antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) yang lebih berperan dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa?
4. Apakah terdapat asosiasi antara kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa?

## **TUJUAN PENELITIAN**

Berdasarkan permasalahan, penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui apakah peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang memperoleh pembelajaran dengan kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran dengan cara biasa berdasarkan tingkat kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang.
2. Mengetahui apakah terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis serta kemampuan berpikir kreatif matematik siswa.

3. Mengetahui mana di antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) yang lebih berperan dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa.
4. Mengetahui apakah terdapat asosiasi antara kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa.

## MANFAAT PENELITIAN

Dengan diadakannya penelitian ini, diharapkan dapat bermanfaat :

1. Bagi siswa, penerapan pembelajaran dengan Kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) sebagai salah satu sarana untuk melibatkan aktivitas siswa secara optimal dalam memahami konsep matematika sehingga konsep yang semula abstrak akan lebih cepat dipahami secara terintegrasi.
2. Bagi peneliti, merupakan pengalaman yang berharga sehingga dapat dijadikan bahan pertimbangan untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis matematik pada berbagai jenjang pendidikan.

## BERPIKIR KRITIS MATEMATIK, BERPIKIR KREATIF MATEMATIK, DAN *THINK-TALK-WRITE*

### 1. Berpikir Kritis Matematik

Mulyana (2008 : 14) menyatakan bahwa kemampuan berpikir kritis matematik adalah kemampuan berpikir yang ditandai dengan kemampuan mengidentifikasi asumsi yang diberikan, kemampuan merumuskan pokok-pokok permasalahan, kemampuan menentukan akibat dari suatu ketentuan yang diambil, kemampuan mendeteksi adanya bias berdasarkan pada sudut pandang yang berbeda, kemampuan mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah, dan kemampuan mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah.

Harsanto (2005:45) menyatakan bahwa ciri orang yang berpikir kritis meliputi: (1) Membedakan antara fakta, non fakta dan opini; (2) Membedakan antara kesimpulan definitif dan sementara; (3) Menguji tingkat kepercayaan; (4) Membedakan informasi yang relevan dan tidak relevan; (5) Berpikir kritis atas materi yang dibacanya; (6) Membuat keputusan; (6) Mengidentifikasi sebab dan akibat; (7) Mempertimbangkan wawasan lain; (8) Menguji pertanyaan yang dimilikinya.

Berpikir kritis matematik adalah proses kemampuan siswa untuk mengidentifikasi asumsi yang digunakan; merumuskan pokok-pokok permasalahan; menentukan akibat dari suatu ketentuan yang diambil; mendeteksi adanya bias berdasarkan pada sudut pandang yang berbeda; mengungkap konsep, teorema atau definisi yang digunakan; serta mengevaluasi argumen yang relevan dalam menyelesaikan suatu masalah.

### 2. Berpikir Kreatif Matematik

Kemampuan berpikir kreatif merupakan kemampuan untuk menghasilkan atau mengembangkan sesuatu yang baru, yaitu sesuatu yang berbeda dari ide-ide yang dihasilkan kebanyakan orang. Coleman dan Hammen (Yudha, 2004: 63) menyatakan bahwa berpikir kreatif merupakan cara berpikir yang menghasilkan sesuatu yang baru dalam konsep, pengertian, penemuan dan karya seni. Sejalan dengan pendapat Coleman dan Hammen, (Sukmadinata, 2004:177) mengemukakan, "Berpikir kreatif adalah suatu kegiatan mental untuk meningkatkan kemurnian (*originality*) dan ketajaman pemahaman (*insight*) dalam mengembangkan sesuatu (*generating*)".

Munandar (Nurlaelah, 2009 : 37) mengemukakan aspek-aspek yang digunakan untuk mengukur kreativitas yaitu kelancaran (*fluency*), keluwesan (*flexibility*), keaslian (*originality*), dan keterincian (*elaboration*). Sejalan dengan pendapat munandar tersebut, Nurlaelah (2009 : 18) menyatakan bahwa

keaktivitas matematika adalah tingkat kemampuan matematika mahasiswa yang memiliki ciri-ciri kelancaran, keluwesan, keaslian, dan keterampilan.

Nicholl (Rohaeti, 2008 : 18) mengatakan bahwa langkah-langkah yang harus dilakukan untuk menjadi orang kreatif adalah: mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya; berpikir empat arah; memunculkan banyak gagasan; mencari kombinasi terbaik dari gagasan-gagasan itu; memutuskan mana kombinasi terbaik; dan melakukan tindakan.

Berpikir kreatif matematik adalah kemampuan yang meliputi keaslian, kelancaran, kelenturan, dan keterampilan respon siswa dalam menggunakan konsep-konsep matematika.

### 3. *Think-Talk-Write (TTW)*

Pembelajaran TTW dimulai dengan bagaimana siswa memikirkan penyelesaian suatu tugas atau masalah, kemudian diikuti dengan mengkomunikasikan hasil pemikirannya melalui forum diskusi, dan akhirnya melalui forum diskusi tersebut siswa dapat menuliskan kembali hasil pemikirannya. Aktivitas berpikir, berbicara, dan menulis adalah salah satu bentuk aktivitas belajar-mengajar matematika yang memberikan peluang kepada siswa untuk berpartisipasi aktif. Melalui aktivitas tersebut siswa dapat mengembangkan kemampuan berbahasa secara tepat, terutama saat menyampaikan ide-ide matematika.

#### a. *Think*

Menurut Marzuki (2006 : 27) bahwa berpikir yang dilakukan manusia meliputi lima dimensi yaitu :

- 1) Metakognisi, merupakan kesadaran seseorang tentang proses berpikirnya pada saat melakukan tugas tertentu dan kemudian menggunakan kesadaran tersebut untuk mengontrol apa yang dilakukan.
- 2) Berpikir kritis dan kreatif, merupakan dua komponen yang sangat mendasar. Berpikir kritis merupakan proses penggunaan kemampuan berpikir secara efektif yang dapat membantu seseorang untuk membuat, mengevaluasi, serta mengambil keputusan tentang apa yang diyakini serta dilakukan. Sedangkan berpikir kreatif merupakan kemampuan yang bersifat spontan, terjadi karena adanya arahan yang bersifat internal dan keberadaannya tidak bisa diprediksi.
- 3) Proses berpikir, memiliki delapan komponen utama yaitu pembentukan konsep, pembentukan prinsip, pemahaman, pemecahan masalah, pengambilan keputusan, penelitian, penyusunan, dan wawancara secara oral.
- 4) Kemampuan berpikir utama, juga memiliki delapan komponen yang memfokuskan, kemampuan mendapatkan informasi, kemampuan mengingat, kemampuan mengorganisasikan, kemampuan menganalisis, kemampuan menghasilkan, kemampuan mengintegrasikan, serta kemampuan mengevaluasi.
- 5) Berpikir matematik tingkat tinggi, pada hakekatnya merupakan non-prosedural yang antara lain mencakup hal-hal berikut : kemampuan mencari dan mengeksplorasi pola, kemampuan menggunakan fakta-fakta, kemampuan membuat ide-ide matematik, kemampuan berpikir dan bernalar secara fleksibel, serta menetapkan bahwa suatu pemecahan masalah bersifat logis.

#### b. *Talk*

Diskusi dapat menguntungkan pendengar yang baik, karena dapat memberi wawasan baru baginya. Baroody (Ansari, 2003:25) menguraikan beberapa kelebihan dari diskusi kelas, yaitu :

- 1) Dapat mempercepat pemahaman materi pembelajaran dan kemahiran menggunakan strategi.
- 2) Membantu siswa mengkonstruksi matematika.
- 3) Menginformasikan bahwa para ahli matematika biasanya tidak memecahkan masalah sendiri-sendiri, tetapi membangun ide bersama pakar lainnya dalam satu tim.
- 4) Membantu siswa menganalisis dan memecahkan masalah secara bijaksana.

**c. Write**

Aktivitas menulis berarti mengonstruksi ide, karena setelah berdiskusi antar teman kemudian mengungkapkannya melalui tulisan. Shield dan Swinson (Ansari, 2003:39) menyatakan, bahwa menulis dalam matematika membantu merealisasikan salah satu tujuan pembelajaran, yaitu pemahaman siswa tentang materi yang ia pelajari. Aktivitas selama tahap ini adalah :

- 1) Menulis solusi terhadap masalah yang diberikan termasuk perhitungan.
- 2) Mengorganisasikan semua pekerjaan langkah demi langkah.
- 3) Mengoreksi semua pekerjaan sehingga yakin tidak ada pekerjaan yang tertinggal.
- 4) Meyakini bahwa pekerjaannya lengkap, mudah dibaca dan terjamin keasliannya.

**METODE DAN PROSEDUR PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen dengan disain penelitiannya sebagai berikut :

$$\frac{O \quad X \quad O}{O \quad O} \quad (\text{Ruseffendi, 2005 : 53})$$

Keterangan :

O : Tes Kemampuan berpikir kritis atau kreatif matematik

X : Perlakuan dengan pembelajaran Kooperatif TTW

Subyek populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa Sekolah Menengah Atas (SMA) di kota Cimahi. Kemudian dari sekolah tersebut diambil siswa kelas XI sebagai subyek sampel. Disamping skenario pembelajaran untuk pendekatan TTW, dalam penelitian ini digunakan Instrumen berupa tes kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik.

**INSTRUMEN PENELITIAN**

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini digunakan beberapa macam instrumen, yaitu seperangkat tes kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik. Didalam penelitian ini, disamping tes awal, kedua sampel dikelompokkan berdasarkan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) yang data kuantitatifnya diperoleh dari data nilai guru pada tiga standar kompetensi terakhir. Untuk mengetahui seberapa besar peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa sebelum dan setelah kegiatan pembelajaran, dilakukan analisis skor gain ternormalisasi yang dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$g = \frac{\text{skor tes akhir} - \text{skor tes awal}}{\text{skor maksimum ideal} - \text{skor tes awal}}$$

Tingkat perolehan skor gain ternormalisasi dikelompokkan kedalam tiga kategori, yaitu :

- |      |                |          |
|------|----------------|----------|
| 0,70 | < ( g )        | : Tinggi |
| 0,30 | ≤ ( g ) ≤ 0,70 | : Sedang |
|      | ( g ) < 0,30   | : Rendah |

**ANALISIS DATA DAN PEMBAHASAN**

Deskripsi peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik merupakan gambaran kualitas peningkatan kemampuan berpikir kritis kreatif matematik berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (pendekatan pembelajaran TTW dan pendekatan pembelajaran KONV) dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) kelompok tinggi, sedang atau kurang. Deskripsi yang dimaksud adalah rata-rata dan standar deviasi berdasarkan pendekatan pembelajaran dan klasifikasi Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) dalam Tabel 1



**Tabel 1**  
**Deskripsi Data Gain Ternormalisasi**  
**Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik Siswa**  
**Berdasarkan Pendekatan Pembelajaran dan TKAS**

Pend Pemb	TKAS	Skor				Rerata		Simp. Baku	
		Kritis		Kreatif		Kritis	Kreatif	Kritis	Kreatif
		Min	Maks	Min.	Maks.				
TTW	TINGGI	0,50	0,72	0,63	0,83	0,65	0,75	0,06	0,07
	SEDANG	0,48	0,71	0,53	0,82	0,60	0,71	0,08	0,10
	KURANG	0,46	0,68	0,59	0,76	0,57	0,68	0,08	0,07
	<b>TOTAL</b>	<b>0.46</b>	<b>0.72</b>	<b>0.53</b>	<b>0.83</b>	<b>0.61</b>	<b>0.72</b>	<b>0.08</b>	<b>0.08</b>
KONV	TINGGI	0,37	0,74	0,38	0,61	0,55	0,51	0,10	0,08
	SEDANG	0,23	0,63	0,25	0,53	0,47	0,39	0,11	0,09
	KURANG	0,48	0,63	0,31	0,59	0,54	0,47	0,05	0,10
	<b>TOTAL</b>	<b>0.23</b>	<b>0.74</b>	<b>0.25</b>	<b>0.61</b>	<b>0.51</b>	<b>0.44</b>	<b>0.10</b>	<b>0.10</b>

Catatan: Skor Maksimum Ideal 1,00

Berdasarkan Tabel 1, dapat dikemukakan deskripsi peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa sebagai berikut:

- 1) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa secara keseluruhan berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) untuk berpikir kritis matematik rerata  $0,61 > 0,51$ ; standar deviasi  $0,08 < 0,10$ ; dan untuk berpikir kreatif matematik rerata  $0,72 > 0,44$ ; standar deviasi  $0,08 < 0,10$ ; yang dapat dideskripsikan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.
- 2) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang berasal dari TKAS tinggi berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) untuk berpikir kritis matematik rerata  $0,65 > 0,55$ ; standar deviasi  $0,06 < 0,10$ ; dan untuk berpikir kreatif matematik rerata  $0,75 > 0,51$ ; standar deviasi  $0,07 < 0,08$ . Ini menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa pada TKAS tinggi yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.
- 3) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang berasal dari TKAS sedang berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) untuk berpikir kritis matematik rerata  $0,60 > 0,47$ ; standar deviasi  $0,08 < 0,11$ ; dan untuk berpikir kreatif matematik rerata  $0,71 > 0,39$ ; standar deviasi  $0,10 > 0,09$ . Ini menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa pada TKAS sedang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.
- 4) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang berasal dari TKAS kurang berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) untuk berpikir kritis matematik rerata  $0,57 > 0,54$ ; standar deviasi  $0,08 > 0,05$ ; dan untuk berpikir kreatif

matematik rerata  $0,68 > 0,47$ ; standar deviasi  $0,07 < 0,10$ . Ini menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa pada TKAS kurang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.

- 5) Dari faktor pendekatan pembelajaran dan TKAS maka faktor pendekatan pembelajaran lebih berperan daripada faktor TKAS dalam pencapaian kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa. Hal ini dapat dilihat dari peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa TKAS sedang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa TKAS tinggi yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional. Begitu pula peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa TKAS kurang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa TKAS sedang yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional. Dengan demikian dari kedua faktor yaitu pendekatan pembelajaran dan TKAS maka faktor pendekatan pembelajaran yang lebih berperan dalam pencapaian peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa.

Untuk mendukung deskripsi peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik yang telah dijelaskan, maka dilakukan analisis data berpikir kritis dan kreatif matematik siswa melalui uji statistik dengan menggunakan ANOVA dua jalur, sedangkan untuk melihat ada tidaknya asosiasi antara kualitas kemampuan berpikir kritis dan kreatif menggunakan uji koefisien kontingensi.

### 1. Berpikir Kritis Matematik

**Tabel 2**  
**Rangkuman Uji Anova Dua Jalur**  
**Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik**  
**Berdasarkan Faktor Pendekatan Pembelajaran dan TKAS**

SUMBER	JK	dk	RJK	F <sub>hit</sub>	Sig
Pendekatan Pembelajaran (A)	0,132	1	0,132	18,404	0,000
TKAS (B)	0,050	2	0,025	3,469	0,038
AxB	0,029	2	0,014	1,986	0,147
Inter	0,410	57	0,007		

(Diambil dari output SPSS. 17)

#### a) Pendekatan Pembelajaran

$$H_0 : \mu_e = \mu_k$$

$$H_A : \mu_e \neq \mu_k$$

Kriteria pengujian : Jika  $sig > 0,05$  maka  $H_0$  diterima

Dari Tabel 2 diperoleh nilai  $sig = 0,000$ ; atau dengan kata lain  $sig < 0,05$ . Hal tersebut dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan pembelajaran kooperatif TTW dengan yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional pada taraf signifikansi 5%.

**b) TKAS**

$$H_0 : \mu_r = \mu_s = \mu_k$$

$H_A$  : Paling tidak terdapat satu TKAS yang berbeda secara signifikan dengan TKAS lainnya

Kriteria pengujian : Jika  $sig > 0,05$  maka  $H_0$  diterima

Dari Tabel 2 diperoleh nilai  $sig = 0,000$ ; atau dengan kata lain  $sig < 0,05$ ; hal tersebut dapat disimpulkan bahwa paling tidak terdapat satu kelompok siswa dengan TKAS tertentu yang kemampuan berpikir kritis matematik siswanya berbeda secara signifikan dengan TKAS lainnya pada taraf signifikansi 5%. Untuk mengetahui TKAS mana yang berbeda secara signifikan dilakukan uji scheffe. Hasil perhitungannya disajikan pada Tabel 3.

**Tabel 3**  
**Uji Scheffe Skor Rerata Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik Berdasarkan TKAS**

TKAS (I)	TKAS(J)	Sig	$H_0$
Tinggi	Sedang	0,010	Ditolak
Sedang	Kurang	0,585	Diterima
Tinggi	Kurang	0,167	Diterima

(Diambil dari output SPSS.17)

Dari Tabel 3 disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara kemampuan berpikir kritis matematik siswa dengan TKAS tinggi dibandingkan siswa dengan TKAS sedang dan kurang pada taraf signifikansi 5%, dalam hal ini kemampuan berpikir kritis siswa dengan TKAS tinggi lebih baik daripada siswa dengan TKAS sedang dan kurang. Namun untuk kemampuan berpikir kritis matematik siswa dengan TKAS sedang tidak berbeda secara signifikan dari siswa dengan TKAS kurang pada taraf signifikansi 5%. Implikasinya Kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada TKAS tinggi lebih berkembang dari TKAS sedang dan kurang.

**c) Efek Interaksi antara Pendekatan Pembelajaran dan TKAS**

$H_0$  : Tidak terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dengan peringkat sekolah

$H_A$  : Paling tidak ada satu selisih yang berbeda secara signifikan dari yang lainnya.

Dari tabel 2 diperoleh nilai  $sig = 0,147$  lebih besar dari 0,05; hal tersebut dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat efek interaksi yang signifikan antara pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) dengan TKAS dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada taraf signifikansi 5%.

## 2. Berpikir Kreatif Matematik

**Tabel 4**  
**Rangkuman Uji Anova Dua Jalur**  
**Peningkatan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematik**  
**Berdasarkan Faktor Pendekatan Pembelajaran dan TKAS**

SUMBER	JK	dk	RJK	F <sub>hit</sub>	Sig
Pendekatan Pembelajaran (A)	1,051	1	1,051	149,246	0,000
TKAS (B)	0,079	2	0,039	5,573	0,006
AxB	0,030	2	0,018	2,624	0,081
Inter	0,402	57	0,007		

(Diambil dari output SPSS. 17)

### a) Pendekatan Pembelajaran

$$H_0 : \mu_e = \mu_k$$

$$H_A : \mu_e \neq \mu_k$$

Kriteria pengujian : Jika  $sig > 0,05$  maka  $H_0$  diter

Dari Tabel 4 diperoleh nilai  $sig = 0,000$ ; atau dengan kata lain  $sig < 0,05$ . Hal tersebut dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara kemampuan berpikir kreatif matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan pembelajaran kooperatif TTW dengan yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional pada taraf signifikansi 5%.

### b) TKAS

$$H_0 : \mu_{t'} = \mu_{s'} = \mu_{k'}$$

$H_A$  : Paling tidak terdapat satu TKAS yang berbeda secara signifikan dengan TKAS lainnya

Kriteria pengujian : Jika  $sig > 0,05$  maka  $H_0$  diterima

Dari Tabel 4 diperoleh nilai  $sig = 0,006$ ; atau dengan kata lain  $sig < 0,05$ ; hal tersebut dapat disimpulkan bahwa paling tidak terdapat satu kelompok siswa dengan TKAS tertentu yang kemampuan berpikir kreatif matematik siswanya berbeda secara signifikan dengan TKAS lainnya pada taraf signifikansi 5%. Untuk mengetahui TKAS mana yang berbeda secara signifikan dilakukan uji scheffe. Hasil perhitungannya disajikan pada Tabel 5.

**Tabel 5**  
**Uji Scheffe Skor Rerata Peningkatan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematik**  
**Berdasarkan TKAS**

TKAS (I)	TKAS(J)	Sig	H <sub>0</sub>
Tinggi	Sedang	0,000	Ditolak
Sedang	Kurang	0,359	Diterima
Tinggi	Kurang	0,024	Ditolak

(Diambil dari output SPSS.17)

Dari Tabel 5 disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara kemampuan berpikir kreatif matematik siswa pada TKAS tinggi dan kurang dibandingkan siswa dengan TKAS sedang pada taraf signifikansi 5%. Dalam hal ini kemampuan berpikir kreatif matematik siswa dengan TKAS tinggi dan kurang lebih baik daripada siswa dengan TKAS sedang. Implikasinya Kemampuan berpikir kreatif matematik siswa pada TKAS tinggi dan kurang lebih berkembang dari TKAS sedang.

**c) Efek Interaksi antara Pendekatan Pembelajaran dan TKAS**

$H_0$  : Tidak terdapat interaksi antara pendekatan pembelajaran dengan peringkat sekolah

$H_A$  : Paling tidak ada satu selisih yang berbeda secara signifikan dari yang lainnya.

Dari Tabel 4 diperoleh nilai  $sig = 0,081$  lebih besar dari 0,05; hal tersebut dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat efek interaksi yang signifikan antara pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) dengan TKAS dalam menghasilkan kemampuan berpikir kreatif matematik siswa pada taraf signifikansi 5%.

**3. Asosiasi antara Kualifikasi Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik**

Untuk melihat ada tidaknya asosiasi antara kualifikasi kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa digunakan asosiasi kontingensi. Sebelumnya pada masing-masing variabel dibuat kriteria penggolongan kualifikasinya. Untuk kemampuan berpikir kritis matematik dengan skor maksimum idealnya (SMI) 60 maka penggolongannya adalah:

- Skor > 42 : Baik
- $36 \leq \text{skor} \leq 42$  : Sedang
- Skor < 36 : Kurang

Sedangkan untuk kemampuan berpikir kreatif matematik dengan skor maksimum ideal (SMI) 40 maka penggolongannya adalah:

- Skor > 28 : Baik
- $24 \leq \text{skor} \leq 28$  : Sedang
- Skor < 24 : Kurang

Hasil penggolongan tersebut disajikan dalam Tabel 6

**Tabel 6**  
**Banyaknya Siswa Berdasarkan Kualitas Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik Siswa**

KEMAMPUAN BERPIKIR		KRITIS MATEMATIK			JUMLAH
		Baik	Sedang	Kurang	
KREATIF MATEMATIK	Baik	13	10	2	25
	Sedang	1	11	8	20
	Kurang	1	6	11	18
JUMLAH		15	27	21	63

(Diambil dari output SPSS.17)

Berdasarkan data pada Tabel 6 di atas, terlihat bahwa frekuensi siswa yang termasuk ke dalam kategori kemampuan kurang dalam berpikir kritis dan termasuk kategori tinggi dalam berpikir kreatif lebih banyak dibandingkan dengan frekuensi siswa yang termasuk kategori kurang dalam kemampuan kreatif dan termasuk tinggi dalam kemampuan berpikir kritis. Berdasarkan hal tersebut di atas dapat disimpulkan bahwa kemampuan berpikir kritis matematik lebih sulit dibandingkan dengan kemampuan berpikir kreatif matematik.

Untuk mengetahui apakah terdapat asosiasi antara kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik, dilakukan uji koefisien kontingensi dengan hasil pengujiannya disajikan dalam Tabel 7.

**Tabel. 7**  
**Hasil Uji Koefisien Kontingensi**  
**Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik Siswa**

		Value	Approx. Sig.
Nominal by Nominal	Contingency Coefficient	.527	.000
Ordinal by Ordinal	Gamma	.729	.000
	Spearman Correlation	.566	.000 <sup>c</sup>
Interval by Interval	Pearson's R	.560	.000 <sup>c</sup>
N of Valid Cases		63	

(Diambil dari output SPSS.17)

Rumusan hipotesisnya sebagai berikut :

$H_0$  : Tidak terdapat asosiasi antara kualitas kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa

$H_A$  : Terdapat asosiasi antara kualitas kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa

Kriteria pengujian: jika  $sig > 0,05$  maka terima  $H_0$

Dari hasil perhitungan yang diperoleh pada Tabel 7 diperoleh nilai  $sig = 0,000$ , sehingga  $sig < 0,05$  dengan kata lain  $H_0$  ditolak. Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat asosiasi yang signifikan antara kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa pada taraf signifikansi 5% dengan ukuran asosiasi termasuk ke dalam kriteria cukup kuat.

## KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan pembelajaran kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional (KONV) berdasarkan kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang. Peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang memperoleh pembelajaran TTW dan KONV dari semua aspek kemampuan tinggi, sedang, dan kurang berada dalam kualifikasi sedang. Sedangkan untuk kemampuan berpikir kreatif matematik siswa yang memperoleh pembelajaran TTW dan KONV pada aspek kemampuan tinggi dan sedang berada dalam kualifikasi tinggi, sedangkan pada aspek kemampuan kurang, berada dalam kualifikasi sedang.
2. Tidak terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dan TKAS dalam meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa. Berarti secara bersamaan faktor pendekatan pembelajaran dan TKAS tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa pada taraf signifikansi 5%.
3. Faktor Pendekatan Pembelajaran memiliki peran yang lebih besar dalam pencapaian kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik siswa dibanding faktor TKAS.
4. Terdapat asosiasi yang signifikan antara kemampuan berpikir kritis matematik dengan kemampuan berpikir kreatif matematik pada taraf signifikansi 5%. Asosiasinya termasuk kategori cukup kuat. Hal ini menunjukkan bahwa: (1) Siswa yang kemampuan berpikir kritisnya baik, kemampuan berpikir kreatifnya cenderung baik; (2) Siswa yang kemampuan berpikir kritisnya

sedang, kemampuan berpikir kreatifnya cenderung baik dan sedang. Namun untuk siswa yang kemampuan kreatifnya sedang, kemampuan berpikir kritisnya cenderung sedang dan kurang. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa berpikir kritis lebih sukar bagi siswa daripada berpikir kreatif.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Ansari, B. I. (2003). *Menumbuhkembangkan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa Sekolah Menengah Umum (SMU) melalui Strategi Think Talk Write*. Disertasi Sekolah Pasca Sarjana UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.
- Harsanto, R. (2005). *Melatih Anak Berpikir Analitis, Kritis, dan Kreatif*. Jakarta : PT Gramedia Widiasarana Indonesia.
- Hassoubah, Z. I. (2004). *Developing Creative & Critical Thinking Skills (Cara Berpikir Kreatif dan Kritis)*. Bandung: Yayasan Nuansa Cendekia.
- Hendriana, H. (2009). *Pembelajaran Dengan Pendekatan Metaphorical Thinking Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik, Komunikasi Matematik Dan Kepercayaan Diri Siswa Sekolah Menengah Pertama*. Disertasi Sekolah Pasca Sarjana UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.
- Johnson, E. (2006). *Contextual Teaching and Learning*. Bandung : MLC.
- Marzuki, A. (2006). *Implementasi Pembelajaran Kooperatif (Cooperative Learning) Dalam Upaya Meningkatkan Kemampuan Koneksi dan Pemecahan Masalah Matematik Siswa*. Tesis pada PPS UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.
- Mulyana, T. (2008). *Pembelajaran Analitik Sintetik untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik Siswa Sekolah Menengah Atas*. Disertasi pada PPS UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.
- Nurlaelah, E. (2009). *Pencapaian Daya dan Kreativitas Matematik Mahasiswa Calon Guru Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS*. Disertasi pada SPS UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.
- Rif'at, M. (2001). *Pengaruh Pola-Pola Pembelajaran Visual dalam Rangka Meningkatkan Kemampuan Menyelesaikan Masalah-Masalah Matematika*. Disertasi PPS UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.
- Rohaeti, E. E. (2008). *Pembelajaran Dengan Pendekatan Eksplorasi Untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama*. Disertasi Sekolah Pasca Sarjana UPI. Bandung : Tidak Diterbitkan.
- Ruseffendi, E. T. (2005). *Dasar-Dasar Penelitian Pendidikan dan Bidang Non-Eksakta Lainnya*. Bandung : Tarsito
- Sukmadinata, N.S (2004). *Kurikulum dan Pembelajaran Kompetensi*. Bandung: Yayasan Kesuma Karya.
- Sumarmo,U. (2002). *Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional FPMIPA UPI: Tidak diterbitkan.
- Yudha, A. S. (2004). *Berpikir Kreatif Pecahkan Masalah*. Bandung: Kompas Cyber Media

**METODE PEER LESSON UNTUK MELATIHKAN  
KOMPETENSI PEDAGOGIK DAN PENDIDIKAN KARAKTER  
PADA MATA KULIAH MICROTEACHING**

**Wasilatul Murtafiah, S.Pd., M.Pd., dan Ervina Maret S, S.Si., M.Pd**

*Program Studi Pendidikan Matematika IKIP PGRI MADIUN*

**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk melatih kompetensi pedagogik dan pendidikan karakter pada mahasiswa yang menempuh mata kuliah microteaching demi meningkatkan kompetensi lulusan program studi S-1 pendidikan matematika. Teknik pengumpulan data yang digunakan yaitu teknik pengamatan (observation).

Hasil penelitian menunjukkan Perangkat pembelajaran pada mata kuliah microteaching yang dapat melatih kompetensi pedagogik dan pendidikan karakter yang telah dikembangkan masuk dalam kategori baik. Kompetensi pedagogik mahasiswa melalui pembelajaran dengan metode peer lesson pada mata kuliah microteaching masuk kategori kurang, cukup, dan baik. Kompetensi mahasiswa dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan berkarakter dari keempat kelompok termasuk dalam kategori baik. Aktivitas mahasiswa selama proses pembelajaran dengan metode peer lesson pada mata kuliah microteaching sesuai indikator yang telah ditetapkan yaitu aktivitas mendengarkan penjelasan dosen/guru dan tidak relevan sebesar 20,39% atau kurang dari 30%. Pengelolaan pembelajaran yang dilakukan dosen lebih dari 75% RPP terlaksana. Tujuan pembelajaran dikatakan tercapai karena 85% atau lebih dari 75% mahasiswa tuntas belajar sesuai indikator yang telah ditetapkan.

**Kata kunci:** *peer lesson, microteaching*, kompetensi pedagogik, pendidikan karakter

**PENDAHULUAN**

**Latar Belakang**

Pendidikan memiliki peranan yang sangat penting dalam memajukan suatu bangsa dan negara. Guru sebagai perantara ilmu pengetahuan memiliki andil yang sangat besar dalam dunia pendidikan. Sebagai seorang guru haruslah mempunyai kompetensi yang cukup memadai. Undang-Undang RI Nomor 14 tahun 2005 menyatakan, kedudukan guru sebagai tenaga profesional berfungsi untuk meningkatkan martabat guru serta perannya sebagai agen pembelajaran untuk meningkatkan mutu pendidikan nasional. Guru sebagai tenaga profesional mengandung arti bahwa pekerjaan guru hanya dapat dilakukan oleh seseorang yang antara lain memiliki kompetensi tertentu, yaitu *kompetensi pedagogik* (kemampuan mengelola pembelajaran peserta didik), *kompetensi kepribadian* (kemampuan kepribadian yang mantap, berakhlak mulia, arif, dan berwibawa serta menjadi teladan peserta didik), *kompetensi sosial* (kemampuan guru untuk berkomunikasi dan berinteraksi secara efektif dan efisien dengan peserta didik, sesama guru, orangtua/wali peserta didik, dan masyarakat sekitar), dan *kompetensi profesional* (kemampuan penguasaan materi pelajaran secara luas dan mendalam).

Kompetensi pedagogik adalah kemampuan mengelola pembelajaran yang meliputi pemahaman terhadap peserta didik; perencanaan, pelaksanaan, dan evaluasi pembelajaran; pengembangan peserta didik. Sedangkan guru sebagai agen pembelajaran (*learning agent*) adalah peran guru sebagai fasilitator, motivator, pemacu, perekayasa pembelajaran, dan pemberi inspirasi belajar bagi peserta didik. Hal itu selaras dengan kebijakan peningkatan mutu pendidikan dewasa ini yang semakin diarahkan pada perluasan inovasi pembelajaran, dalam rangka mewujudkan proses yang efisien, menyenangkan dan mencerdaskan, sesuai tingkat usia, kematangan, serta tingkat perkembangan peserta didik.

Selain hal tersebut di atas, salah satu pilar dari program Mendiknas saat ini yang juga sangat urgen untuk dikembangkan adalah karakter peserta didik. Seperti dijelaskan oleh Nur



(2010:1) bahwa: “Karakter merupakan kepribadian utuh yang mencerminkan keselarasan dan keharmonisan dari olah HATI (Jujur, bertanggung jawab), PIKIR (Cerdas), RAGA (Sehat dan bersih), serta RASA dan KARSA (Peduli dan kreatif). Dengan demikian pendidikan karakter merupakan proses pemberian tuntunan peserta/anak didik agar menjadi manusia seutuhnya yang berkarakter dalam dimensi hati, pikir, raga, serta rasa dan karsa. Peserta didik diharapkan memiliki karakter yang baik meliputi: kejujuran, tanggung jawab, cerdas, bersih dan sehat, peduli, dan kreatif (Tim Pendidikan Karakter Kementerian Pendidikan Nasional).”

Bagi para calon guru yang masih duduk di bangku kuliah, hendaknya dilatihkan kepada mereka kompetensi yang harus dipenuhi sebagai seorang guru salah satunya adalah kompetensi pedagogik. Selain kompetensi tersebut, pendidikan karakter juga sangat penting bagi seorang calon guru. Dengan harapan bahwa jika seorang guru memiliki karakter maka guru tersebut dapat mengajarkan pendidikan karakter kepada peserta didiknya. Untuk mewujudkan tujuan tersebut, diterapkan suatu metode pembelajaran peer lesson (pengajaran teman sebaya).

Metode peer lesson merupakan salah satu metode dari pembelajaran aktif yang memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk mempelajari sesuatu dengan baik pada waktu yang sama dan mahasiswa dapat menjadi narasumber bagi yang lain (pengajaran teman sebaya). Menurut Silberman (1996:165), prosedur pelaksanaan pembelajaran aktif dengan metode peer lesson yaitu dosen membagi kelas menjadi kelompok besar kemudian membaginya lagi ke dalam kelompok kecil yang tiap-tiap kelompok beranggotakan 4 sampai 5 mahasiswa. Membagi kelompok besar untuk mengkaji topik/materi dan menganalisis sesuai dengan bidang (divisi) yang dibagi dosen, meminta mahasiswa untuk menyampaikan materi kajian kelompoknya di depan kelas dan mahasiswa lain sebagai mahasiswa aktif.

Matakuliah *microteaching* merupakan matakuliah yang ditempuh mahasiswa pendidikan matematika pada semester 6. Pada matakuliah ini, seorang mahasiswa dituntut untuk dapat menguasai materi-materi matematika sekolah serta mengajarkannya kepada teman mahasiswa yang lain. Selain itu matakuliah ini dipersiapkan untuk matakuliah PPL (Praktek Pengalaman Lapangan). Sehingga pada pelaksanaan perkuliahan *microteaching* ini mahasiswa diharapkan untuk benar-benar menguasai kompetensi pedagogik dan menjadi seorang calon guru yang berkarakter. Selama ini, perkuliahan *microteaching* yang telah berlangsung belum sepenuhnya dirancang (*by design*) untuk menguasai kompetensi pedagogik dan menjadi calon guru yang berkarakter. Berdasarkan uraian di atas, maka penulis termotivasi untuk mengadakan penelitian yang berjudul “Metode *Peer Lesson* untuk Melatihkan Kompetensi Pedagogik dan Pendidikan Karakter pada Mata Kuliah *Microteaching*.”

### **Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dijabarkan menjadi pertanyaan penelitian sebagai berikut.

1. Bagaimanakah kelayakan perangkat pembelajaran pada mata kuliah *microteaching* yang dapat melatih kompetensi pedagogik dan pendidikan karakter?
2. Bagaimanakah kompetensi pedagogik pada mahasiswa melalui pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada mata kuliah *microteaching*?
3. Bagaimanakah kompetensi mahasiswa dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan berkarakter?

### **Tujuan**

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mendeskripsikan kelayakan perangkat pembelajaran pada mata kuliah *microteaching* yang dapat melatih kompetensi pedagogik dan pendidikan karakter.
2. Mendeskripsikan kompetensi pedagogik pada mahasiswa melalui pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada mata kuliah *microteaching*.
3. Mendeskripsikan kompetensi mahasiswa dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan berkarakter.

## Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah:

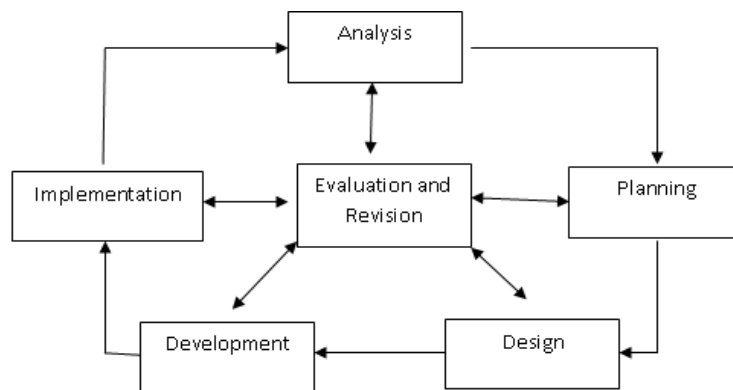
1. Melatihkan dan mengembangkan kompetensi pedagogik mahasiswa.
2. Menghasilkan perangkat pembelajaran untuk mata kuliah Microteaching.
3. Memberikan inovasi pembelajaran pada mata kuliah Microteaching.

## PEMBAHASAN

### Metode Penelitian

Mekanisme dan rancangan yang digunakan pada penelitian ini adalah rancangan pengembangan perangkat pembelajaran menurut Fenrich (1997). Adapun langkah-langkah pengembangan perangkat pembelajaran tersebut dapat divisualisasikan seperti pada Gambar 1. Perancangan perangkat pembelajaran merupakan suatu proses sistematis dari kegiatan-kegiatan yang diarahkan pada penciptaan suatu solusi untuk suatu masalah terkait perangkat pembelajaran.

Siklus pengembangan instruksional tersebut meliputi fase *analysis* (analisis), *planning* (perencanaan), *design* (perancangan), *development* (pengembangan), *implementation* (implementasi), *evaluation and revision* (evaluasi dan revisi). Fase evaluasi dan revisi merupakan kegiatan berkelanjutan yang dilakukan pada tiap fase di sepanjang siklus pengembangan tersebut.. Setelah setiap fase, seharusnya dilakukan evaluasi atas hasil kegiatan tersebut, melakukan revisi, dan melanjutkan ke fase berikutnya (Fenrich, P., 1997, h. 56).



**Gambar 1.** Model of the Instructional Development Cycle (Fenrich, 1997, h. 56)

Pada fase *analysis* dilakukan identifikasi komponen kompetensi apa saja yang harus dikuasai oleh mahasiswa. Pada fase *planning* dilakukan perencanaan rinci tentang perencanaan pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada matakuliah *Microteaching*. Pada fase *design* dilakukan penyusunan draft 1 perangkat yang digunakan. Pada fase *development* dilakukan telaah atau evaluasi formatif terhadap draft 1. Fase *implemetasi* merupakan fase pelaksanaan pembelajaran di kelas.

Subyek penelitian ini adalah 20 mahasiswa semester 6 tahun akademik 2011/2012 program studi pendidikan Matematika pada sebuah Institut Keguruan dan Ilmu Pendidikan PGRI di Madiun yang pada saat tahap ujicoba mereka mengambil mata kuliah *Microteaching*. Pada penelitian ini teknik pengumpulan dan analisis data dapat dilihat pada Tabel 4.1 sebagai berikut.

**Tabel 1. Indikator Ketercapaian Penelitian**

No.	Kriteria	Tehnik Pengumpulan	Tehnik Analisis
1.	Kelayakan perangkat pembelajaran	Perangkat pembelajaran (Draft 1) divalidasi ahli/pakar dengan menggunakan instrumen validasi	Perangkat pembelajaran dikatakan layak apabila validator memberikan penilaian tiap-tiap komponen yang ada dalam instrumen minimal 3 (baik)

2.	Kompetensi pedagogik	Pengamat mengamati tiap-tiap kelompok ketika menyampaikan materi serta memberikan penilaian pada perangkat pembelajaran yang mereka gunakan dengan menggunakan IPKG	Penguasaan kompetensi pedagogik dikatakan tercapai apabila skor rata-rata IPKG minimal 3 (baik)
3.	Kompetensi mahasiswa dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan berkarakter	Menilai RPP yang dibuat mahasiswa dengan menggunakan IPKG (pada komponen pendidikan berkarakter)	Mahasiswa dikatakan dapat merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan berkarakter apabila skor rata-rata IPKG (pada komponen pendidikan berkarakter) minimal 3 (baik)

### Hasil dan Analisis

Berikut diuraikan tahapan pengembangan perangkat pembelajaran berdasarkan Plomp (1997) yang meliputi empat fase, yaitu: (1) fase analisis, (2) fase perencanaan, (3) fase disain, (4) fase pengembangan, dan (5) fase implementasi.

#### 1. Fase Analisis (*analysis*)

Dalam fase analisis ini terdapat tiga kegiatan utama yaitu (a) mengkaji materi yang cocok dengan metode yang digunakan yaitu pembuatan RPP dan implementasinya, (b) mengkaji standar kompetensi dan kompetensi dasar dari materi tentang pembuatan RPP berkarakter dan implementasinya, dan (c) mengkaji referensi yang relevan.

Berdasarkan karakteristik dari pembelajaran dengan metode *peer lesson*, materi yang cocok untuk digunakan adalah materi yang dapat dibagi menjadi beberapa topik dan antara topik satu dengan yang lain saling berkaitan. Sehingga dipilihlah materi tentang pembuatan RPP berkarakter dan implementasinya yang meliputi beberapa topik yaitu RPP dengan 3 tujuan pembelajaran yang berbeda. Selanjutnya di analisis Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar-nya untuk menentukan kompetensi apa saja yang harus dikuasai oleh mahasiswa terkait materi tersebut.

#### 2. Fase Perencanaan (*planning*)

Pada kegiatan ini dilakukan analisis terhadap berbagai tujuan pembelajaran yang mendasari pengembangan perangkat. Dalam fase perencanaan terdapat empat kegiatan utama, yaitu (a) menentukan tim pelaksana penelitian, (b) menentukan jadwal kegiatan penelitian, (c) menentukan tempat pelaksanaan penelitian, dan (d) menentukan instrumen yang akan digunakan.

Tim pelaksana kegiatan penelitian ini meliputi: peneliti selaku tim dosen mata kuliah *Microteaching*, pengamat I dan II adalah alumni mahasiswa prodi pendidikan matematika IKIP PGRI Madiun yaitu (1) Afifatu Zahro, S.Pd, (2) Eny Astuti M.S, S.Pd.

Pada tahap perencanaan ini, telah ditentukan jadwal kegiatan penelitian. Sedangkan tempat pelaksanaan penelitian direncanakan di gedung perkuliahan B.102 Program Studi Pendidikan Matematika IKIP PGRI Madiun dengan jumlah mahasiswa sebanyak 20 dengan kemampuan yang heterogen.

Instrumen yang akan digunakan pada penelitian ini adalah lembar validasi RPP dan Bahan Ajar *Microteaching*, lembar pengamatan aktivitas mahasiswa, lembar pengamatan kompetensi pedagogik yang dilatihkan, lembar pengamatan pengelolaan pembelajaran yang dilakukan dosen dalam pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada mata kuliah *Microteaching*, dan IPKG untuk mengukur kompetensi mahasiswa dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan

pendidikan berkarakter dan mengukur tingkat ketercapaian tujuan pembelajaran pada mata kuliah *Microteaching*.

### 3. Fase desain (*design*)

Dalam perancangan perangkat pembelajaran ini terdapat tiga kegiatan utama, yaitu penyusunan tujuan pembelajaran dan penyusunan *prototipe* perangkat pembelajaran (*Draf 1*) yang meliputi: RPP dan Bahan Ajar *Microteaching*.

### 4. Fase pengembangan (*development*)

Kegiatan pengembangan pada penelitian ini adalah telaah dan penilaian kelayakan sejumlah komponen perangkat pembelajaran oleh pakar (dosen program studi pendidikan matematika IKIP PGRI Madiun) yaitu (1) Drs. Sanusi, M.Pd, (2) Fatria Adamura, S.Pd, M.Pd, (3) Rizqi Tresnaningsih, S.Pd, M.Pd.

### Hasil Validasi Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)

Hasil penilaian oleh tiga dosen program studi pendidikan matematika IKIP PGRI Madiun terhadap satuan acara pembelajaran yang telah dikembangkan peneliti adalah sebagai berikut.

**Tabel 2. Hasil Validasi RPP**

No.	Aspek Penilaian	Banyak Validator yang Memberi nilai			
		1	2	3	4
<b>Tujuan Pembelajaran</b>					
1	Menuliskan Kompetensi Dasar (KD)	0	0	2	1
2	Ketepatan penjabaran dari KD ke Indikator	0	0	3	0
<b>Fase Pembelajaran</b>					
1	Metode yang dipilih sesuai dengan tujuan pembelajaran	0	0	2	1
2	Fase-fase metode ditulis lengkap dalam RPP	0	0	1	2
3	Fase-fase dalam sintaks memuat urutan kegiatan pembelajaran yang logis	0	0	2	1
4	Fase-fase sintaks memuat dengan jelas peran dosen	0	0	2	1
5	Fase-fase dalam sintaks dapat dilaksanakan dosen	0	0	3	0
<b>Waktu</b>					
1	Pembagian waktu setiap kegiatan/fase dinyatakan dengan jelas	0	0	1	2
2	Kesesuaian waktu setiap fase/kegiatan	0	0	0	3
<b>Perangkat Pembelajaran</b>					
1	Bahan ajar mahasiswa menunjang ketercapaian tujuan pembelajaran	0	0	2	1
2	Media menunjang ketercapaian tujuan pembelajaran	0	0	1	2
3	Lembar penilaian sesuai dengan Indikator	0	0	3	0
4	Bahan ajar, media dan tes hasil belajar diskenariokan penggunaannya dalam SAP	0	0	0	3
<b>Metode Sajian</b>					
1	Sebelum menyajikan konsep baru, sajian dikaitkan dengan konsep yang telah dimiliki mahasiswa	0	0	3	0
2	Memberikan kesempatan bertanya kepada mahasiswa	0	0	2	1
3	Guru mengecek pemahaman mahasiswa	0	0	1	2
4	Memberi kemudahan terlaksananya KBM yang inovatif	0	0	1	2
<b>Bahasa</b>					
1	Menggunakan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar	0	0	0	3
2	Ketepatan struktur kalimat	0	0	0	3
3	Kemutakhiran daftar pustaka	0	0	1	2

Keterangan:

1 : berarti "sangat tidak baik"

2 : berarti “tidak baik”

3 : berarti “baik”

4 : berarti “sangat baik”

Dari hasil di atas dapat dilihat bahwa ketiga validator memberikan penilaian 3 ke atas, yang berarti komponen-komponen dalam RPP mendapatkan penilaian baik dan sangat baik. Sehingga dapat disimpulkan bahwa RPP yang dikembangkan dapat digunakan dengan sedikit revisi.

### Hasil Validasi Bahan Ajar *Microteaching*

Hasil penilaian oleh tiga dosen program studi pendidikan matematika IKIP PGRI Madiun terhadap Bahan Ajar mahasiswa yang telah dikembangkan peneliti adalah sebagai berikut.

**Tabel 3. Hasil Validasi Bahan Ajar oleh Dosen**

No	Aspek Penilaian	Banyak Validator yang Memberi Nilai			
		1	2	3	4
<b>Format</b>					
1	Kejelasan pembagian materi	0	0	2	1
2	Memiliki daya tarik	0	0	1	2
3	Sistem penomoran jelas	0	0	0	3
4	Kesesuaian antara teks dan ilustrasi	0	0	0	3
5	Pengaturan ruang/tata letak	0	0	1	2
6	Jenis dan ukuran huruf sesuai	0	0	3	0
<b>Bahasa</b>					
1	Kebenaran tata bahasa	0	0	3	0
2	Kesesuaian kalimat dengan taraf berpikir dan kemampuan mahasiswa	0	0	1	2
3	Kejelasan petunjuk dan arahan	0	0	1	2
4	Kesederhanaan struktur kalimat	0	0	2	1
5	Mendorong minat baca	0	0	3	0
6	Kalimat tidak mengandung arti ganda	0	0	1	2
7	Sifat komunikatif bahasa yang digunakan	0	0	0	3
<b>Ilustrasi</b>					
1	Dukungan ilustrasi untuk memperjelas konsep	0	0	1	2
2	Memberi rangsangan secara visual	0	0	0	3
3	Memiliki tampilan yang jelas	0	0	0	3
4	Mudah dipahami	0	0	2	1
<b>Isi</b>					
1	Kebenaran isi /materi	0	0	2	1
2	Merupakan materi yang esensial	0	0	3	0
3	Dikelompokkan dalam bagian-bagian yang logis	0	0	1	2

5	Kesesuaian dengan pembelajaran metode <i>peer lesson</i>	0	0	1	2
6	Kesesuaian tugas dengan urutan materi	0	0	2	1
7	Peranannya untuk mendorong mahasiswa dalam memahami konsep/prosedur	0	0	2	2
8	Kelayakan sebagai bahan ajar	0	0	3	0

Keterangan:

1 : berarti "sangat tidak baik"

2 : berarti "tidak baik"

3 : berarti "baik"

4 : berarti "sangat baik"

Dari tabel 3. di atas terlihat bahwa ketiga validator memberikan penilaian 3 ke atas. Ini berarti komponen-komponen dalam Bahan Ajar mendapatkan penilaian baik dan sangat baik. Sehingga dapat disimpulkan bahwa Bahan Ajar dapat digunakan dengan sedikit revisi.

#### 5. Fase implementasi (*implementation*)

Kegiatan yang dilakukan pada tahap implementasi ini adalah penerapan pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada materi aplikasi integral dengan menggunakan perangkat pembelajaran yang telah dikembangkan. Pada tahap ini diperoleh data diantaranya: (1) Kompetensi pedagogik mahasiswa, (2) Kompetensi mahasiswa dalam pembuatan RPP berkarakter, (3) Aktititas mahasiswa, (4) Pengelolaan pembelajaran oleh dosen, (5) Ketercapaian tujuan pembelajaran, yang akan diuraikan sebagai berikut.

#### Kompetensi Pedagogik Mahasiswa

Berdasarkan peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 16 Tahun 2007 Tanggal 4 Mei 2007 tentang standar kualifikasi akademik dan kompetensi guru, terdapat beberapa kompetensi yang harus dimiliki oleh seorang guru salah satunya adalah kompetensi pedagogik. Berikut diuraikan kompetensi pedagogik mahasiswa selama 3 pertemuan melalui pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada mata kuliah *Microteaching*.

**Tabel 4. Kompetensi Pedagogik Mahasiswa**

No.	Kompetensi Pedagogik	Penilaian kelompok 1			Penilaian kelompok 2			Penilaian kelompok 3			Penilaian kelompok 4			
		B	C	K	B	C	K	B	C	K	B	C	K	
1.	Menguasai karakteristik peserta didik dari aspek fisik, moral, spiritual, sosial, kultural, emosional, dan intelektual.	1.1	2	1	0	1	2	0	1	2	0	2	1	0
		1.2	1	2	1	0	3	0	2	1	0	1	2	0
		1.3	1	2	0	2	1	0	2	1	0	0	3	0
		1.4	1	2	0	2	1	0	3	0	0	0	3	0
2.	Menguasai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik.	2.1	1	1	1	1	2	0	3	0	0	2	1	0
		2.2	0	2	1	1	2	0	3	0	0	2	1	0
3.	Mengembangkan kurikulum yang terkait dengan mata pelajaran yang	3.1	0	2	1	1	2	0	1	2	0	2	0	1
		3.2	0	1	2	2	1	0	1	2	0	1	2	0
		3.3	2	0	1	1	2	0	1	2	0	1	2	0
		3.4	1	1	1	1	1	1	3	0	0	1	2	0

	diampu.	3.5	0	3	0	1	2	0	2	1	0	0	3	0
		3.6	1	2	0	0	3	0	2	1	0	1	2	0
4.	Menyelenggarakan pembelajaran yang mendidik.	4.1	1	2	0	1	2	0	0	3	0	0	3	0
		4.2	2	1	0	2	1	0	1	2	0	1	2	0
		4.3	0	1	1	0	2	0	3	0	0	1	2	0
		4.4	1	2	0	2	0	1	2	0	0	0	3	0
		4.5	0	2	0	1	1	0	2	1	0	1	1	1
		4.6	0	1	1	1	2	0	1	1	0	1	2	0
		4.7	3	0	0	0	1	1	1	2	0	1	2	0

5.	Memanfaatkan teknologi informasi dan komunikasi untuk kepentingan pembelajaran.	5.1	1	2	0	0	2	1	2	1	0	1	2	0
6.	Memfasilitasi pengembangan potensi peserta didik untuk mengaktualisasikan berbagai potensi yang dimiliki.	6.1	1	2	0	1	1	1	2	1	0	1	2	0
		6.2	0	2	1	1	1	1	2	1	0	2	0	1
7.	Berkomunikasi secara efektif, empatik, dan santun dengan peserta didik.	7.1	0	1	2	2	0	1	1	2	0	1	1	1
		7.2	0	3	0	2	1	0	1	2	0	0	3	0
8.	Menyelenggarakan penilaian dan evaluasi proses dan hasil belajar.	8.1	0	2	1	0	2	1	0	3	0	0	3	0
		8.2	1	1	1	0	3	0	3	0	0	0	3	0
		8.3	1	2	0	0	3	0	1	2	0	0	3	0
		8.4	0	2	1	1	1	1	3	0	0	2	0	1
		8.5	0	3	0	2	1	0	1	2	0	2	0	1
		8.6	0	0	3	1	0	2	0	2	0	1	2	0
		8.7	1	2	0	2	0	1	2	1	0	0	3	0
9.	Memanfaatkan hasil penilaian dan evaluasi untuk	9.1	0	3	0	0	1	2	2	1	0	0	3	0
		9.2	0	2	1	2	0	1	1	2	0	1	2	0
		9.3	0	2	1	1	2	0	1	2	0	1	1	1
		9.4	2	1	0	1	2	0	2	0	0	1	2	0
10.	Melakukan tindakan reflektif	10.1	1	1	1	0	3	0	3	0	0	0	3	0
		10.2	0	2	1	0	3	0	3	0	0	0	3	0
		10.3	0	3	0	1	1	1	2	1	0	0	3	0
Jumlah Total			2	6	2	3	5	1	6	4	0	3	7	7
Skor			5	4	3	7	8	6	6	4		1	6	
			1.98			2.13			2.51			2.21		

Keterangan:

1,00 – 1,99 = Kurang (K)

2,00 – 2,49 = Cukup (C)

2,50 – 3,00 = Baik (B)

Berdasarkan tabel 4. di atas terlihat bahwa kemampuan pedagogik dengan nilai kelompok 1, 2, 3 dan 4 berturut-turut 1,98; 2,13; 2,51; 2,21. Hal ini menunjukkan kompetensi pedagogik kelompok pertama masuk kategori kurang, kompetensi pedagogik kelompok kedua dan keempat masuk kategori cukup dan kompetensi pedagogik kelompok ketiga termasuk dalam kategori baik.

### Kompetensi Mahasiswa dalam Merencanakan Pembelajaran yang Mengintegrasikan Pendidikan Berkarakter

Kompetensi mahasiswa calon guru dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan karakter ini dinilai menggunakan IPKG yang dimodifikasi. Penilaian dilakukan terhadap 4 kelompok yang melakukan *team teaching* selama 3 pertemuan melalui pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada mata kuliah *Microteaching*. Adapun hasil penilaian kompetensi mahasiswa dalam merencanakan pembelajaran dapat dilihat pada tabel berikut.

**Tabel 5. Kompetensi Mahasiswa dalam Perencanaan Pembelajaran**

No.	Aspek yang dinilai	RERATA KELOMPOK				RERATA
		1	2	3	4	3
<b>A.</b>	<b>PERENCANAAN PEMBELAJARAN</b>					
1	Kejelasan perumusan tujuan pembelajaran (tidak menimbulkan penafsiran ganda dan mengandung perilaku hasil belajar) dan menunjukkan tujuan pembelajaran karakter	3.00	3.00	3.00	3.00	3.33
2	Pemilihan materi ajar (sesuai dengan tujuan dan karakteristik peserta didik)	3.00	3.33	3.33	3.00	3.00
3	Pengorganisasian materi ajar (keruntutan, sistematika materi dan kesesuaian dengan alokasi waktu)	3.33	3.33	3.33	3.33	3.33
4	Pemilihan sumber/media pembelajaran (sesuai dengan tujuan, materi, dan karakteristik peserta didik)	3.00	3.33	3.33	3.33	3.33
5	Kejelasan skenario pembelajaran (langkah-langkah kegiatan pembelajaran : awal, inti, dan penutup), sesuai dengan model pembelajaran yang direncanakan	3.33	3.33	3.33	3.00	3.33
6	Kerincian skenario pembelajaran (setiap langkah tercermin strategi/metode dan alokasi waktu pada setiap tahap)	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
7	Kesesuaian teknik dengan tujuan pembelajaran	3.00	3.00	3.33	3.33	3.33
8	Kekengkapan instrumen penilaian (kesesuaian soal dengan tujuan, kunci, pedoman penskoran)	2.67	3.33	3.00	2.67	2.33
<b>B.</b>	<b>PROSES PEMBELAJARAN</b>					
9	Memeriksa kesiapan siswa dan melakukan kegiatan apersepsi	3.00	2.67	2.67	2.67	2.67
10	Menguasai materi pembelajaran dan menyampaikannya dengan jelas sesuai dengan hierarki belajar.	2.67	3.00	3.00	2.67	2.67
11	Mengaitkan materi dengan realitas kehidupan dan pengetahuan lain yang relevan	2.67	2.67	3.00	3.00	3.00
12	Melaksanakan pembelajaran sesuai dengan kompetensi (tujuan) yang akan dicapai, secara runtut dan sesuai dengan alokasi waktu yang direncanakan	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
13	Melaksanakan pembelajaran secara kontekstual dan memungkinkan tumbuhnya kebiasaan positif	3.00	3.33	3.33	3.33	3.00
14	Menguasai kelas	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00



15	Menggunakan media secara efektif, efisien dan menarik serta melibatkan siswa dalam pemanfaatannya	3.00	3.33	3.33	3.00	3.00
16	Menumbuhkan keceriaan, antusiasme dan partisipasi aktif siswa dalam pembelajaran	3.00	3.33	3.00	3.00	3.33
17	Menunjukkan sikap terbuka terhadap respons siswa	3.00	3.33	3.33	3.67	3.33
18	Memantau kemajuan belajar selama proses pembelajaran dan melakukan penilaian akhir sesuai dengan kompetensi (tujuan)	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
19	Menggunakan bahasa lisan dan tulis secara jelas, baik dan benar serta dengan gaya yang sesuai	3.00	3.33	3.67	3.33	3.33
20	Melakukan refleksi atau membuat rangkuman dengan melibatkan siswa, memberikan arahan, kegiatan atau tugas sebagai bagian remidi/pengayaan	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
<b>Total Skor</b>		2.98	3.13	3.15	3.07	3.07

Berdasarkan tabel 4.5 di atas terlihat bahwa kompetensi mahasiswa calon guru dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan karakter kelompok 1, 2, 3 dan 4 berturut-turut 2,98; 3,13; 3,15; 3,07. Hal ini menunjukkan kompetensi yang dimiliki keempat kelompok termasuk dalam kategori baik.

## KESIMPULAN

### Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan analisis data, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

2. Perangkat pembelajaran pada mata kuliah *microteaching* yang dapat melatih kompetensi pedagogik dan pendidikan karakter yang telah dikembangkan meliputi RPP dan bahan ajar. Berdasarkan hasil validasi para ahli, perangkat pembelajaran yang dikembangkan oleh peneliti masuk dalam kategori baik sehingga layak untuk digunakan.
3. Kompetensi pedagogik mahasiswa melalui pembelajaran dengan metode *peer lesson* pada mata kuliah *microteaching* diantaranya: (1) kompetensi pedagogik kelompok pertama masuk kategori kurang, (2) kompetensi pedagogik kelompok kedua dan keempat masuk kategori cukup, dan (3) kompetensi pedagogik kelompok ketiga termasuk dalam kategori baik
4. Kompetensi mahasiswa dalam merencanakan pembelajaran yang mengintegrasikan pendidikan berkarakter dari keempat kelompok termasuk dalam kategori baik.

### Saran

Berdasarkan hasil dari penelitian ini, beberapa saran yang dapat peneliti kemukakan, sebagai berikut.

1. Metode pembelajaran lain perlu dicoba agar upaya melatih kompetensi pedagogik dan pendidikan karakter pada mata kuliah *Microteaching* bisa lebih baik lagi.
2. Perangkat pembelajaran yang dihasilkan ini masih perlu diujicobakan di perguruan tinggi lain dengan berbagai kondisi agar diperoleh perangkat pembelajaran yang benar-benar berkualitas.

## DAFTAR PUSTAKA

- Dimiyati dan Mujiono. 2006. *Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Fenrich, Peter. 1997. *Practical Guidelines for Creating Instructional Multimedia Applications*. Fort Worth: The Dryden Press Harcourt Brace College Publishers.
- Nur, Mohamad 2010. Pengembangan Perangkat Pembelajaran IPA SD untuk Memberi Kemudahan Guru Mengajar dan Siswa Belajar IPA dan Keterampilan Berfikir. Surabaya: Unesa
- Silberman, M. 2006. *Active Learning: 101 Metodees to Teach Any Subject*. Boston: Allyn&Bacon Publisher.
- Undang-Undang RI Nomor 14 tahun 2005 tentang guru dan dosen.
- Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 16 Tahun 2007 kompetensi pedagogik.
- Widyaningsih, S. 2007. Pengaruh Pembelajaran Aktif Terhadap hasil Belajar Siswa Pada Materi Pokok Plantae. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.

## UPAYA MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA MENGGUNAKAN MACRO MEDIA FLASH SISWA KELAS V SD ISLAM TERPADU LUQMANUL HAKIM DAN SD ISLAM TERPADU AL-KHAIRAT YOGYAKARTA

**Dra. Widayati, MSc.**

*Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Ahmad Dahlan  
Jl. Prof Soepomo, Janturan  
Yogyakarta*

### **Abstrak**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui penerapan pembelajaran matematika menggunakan *macro media flash* dalam upaya meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas V SD Islam Terpadu Luqman Al Hakim dan SDIT AL Khairat Yogyakarta.

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan setting kelas V SD Islam Terpadu Luqman Al Hakim SDIT AL Khairat Yogyakarta, yang berjumlah 79 siswa pada semester genap. Dengan teknik sampling purposive sampling, yaitu menentukan sampel dengan pertimbangan tertentu yang dipandang dapat memberikan data secara maksimal. Metode pembelajarannya menggunakan *macro media flash*. Data dikumpulkan dengan pengamatan, tes dan wawancara. Analisis data yang digunakan adalah analisis deskriptif kualitatif.

Dari hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan *macro media flash* memiliki dampak positif dalam meningkatkan hasil belajar siswa. Hal ini dapat dilihat dari ketuntasan klasikal hasil belajar siswa SD IT Luqman Al Hakim, kelas V A pada tes I sebesar 68 % dan tes II sebesar 90,3%, ketuntasan klasikal hasil belajar siswa kelas V D pada tes I sebesar 62 % dan tes II sebesar 89,6% . Sedangkan SDIT AL Khairat kelas V pada tes I sebesar 76,3% dan tes II sebesar 100%. Dalam hal ini menunjukkan bahwa siswa semakin faham tentang materi bidang datar.

**Kata kunci** : penelitian kualitatif, macro media flash, ketuntasan belajar.

## **PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang**

Pendidikan di Indonesia sudah harus dapat membangun jati diri bangsa, sehingga faktor yang sangat penting diperhatikan adalah masalah pembelajaran, khususnya pembelajaran matematika. Matematika merupakan ilmu yang dipakai oleh semua ilmu lain, sehingga para pendidik harus dapat membuat matematika itu merupakan pelajaran yang menyenangkan. Sekolah Dasar merupakan fondasi untuk pendidikan selanjutnya. Jika sistem pendidikan diibaratkan suatu bangunan bertingkat, Sekolah Dasar merupakan fondasi bangunan tersebut. Fondasi yang kuat merupakan syarat agar suatu bangunan bertingkat dapat berdiri tegak. Penguasaan konsep-konsep dasar di Sekolah Dasar sangat penting untuk dapat memahami matematika dan ilmu-ilmu lain yang semakin kompleks yang akan dipelajari di jenjang yang lebih tinggi.

Media pembelajarn dengan menggunakan IT (Information and technology) pada era globalisasi ini merupakan salah satu komponen penting bagi berkembangnya dunia pendidikan dan berperan penting dalam upaya pengembangannya, baik pada proses pembelajaran formal maupun informal. Dengan pembelajaran menggunakan IT diharapkan proses belajar mengajar dapat lebih optimal dan lebih memperkaya untuk media pendidikan.

Dari hasil wawancara dengan guru pengampu pelajaran matematika sebelum dilakukan penelitian tindakan kelas :

1. Alat peraga yang inovatif dan konkrit sering menjadi kendala dalam pelajaran matematika.
2. Nilai ulangan harian pelajaran matematika masih 50 % siswa dibawah KKM .
3. Guru masih kadang-kadang menggunakan media dalam mengajar.
4. Kondisi siswa cukup kondusif tetapi kurang kreatif.

Dengan pembelajaran matematika berbasis IT (Information and technology) menggunakan *macro media flash* diharapkan siswa akan lebih jelas tentang konsep-konsep dalam matematika.

Dari berbagai permasalahan dalam pembelajaran matematika di Sekolah Dasar pada umumnya, penulis ingin meneliti tentang peran media pembelajaran matematika berbasis IT menggunakan *macro media flash* di Sekolah Dasar dalam meningkatkan hasil belajar matematika.

## **B. Rumusan Masalah.**

Berdasarkan latar belakang, identifikasi dan batasan masalah maka dalam penelitian ini dirumuskan beberapa masalah sebagai berikut :

1. Bagaimanakah pelaksanaan model pembelajaran matematika berbasis IT (information and technology) menggunakan *macro media flash* pada proses pembelajaran matematika siswa kelas Vsemester II SD Islam Terpadu Luqman Al Hakim dan SD Islam Terpadu Al Khairat Yogyakarta Tahun Ajaran 2009/2010 ?
2. Apakah penerapan model pembelajaran matematika berbasis IT (information and technology) menggunakan *macro media flash* dalam pembelajaran matematika dapat meningkatkan hasil belajar siswa kelas Vsemester II SD Islam Terpadu Luqman Al Hakim dan SD Islam Terpadu Al Khairat Yogyakarta Tahun Ajaran 2009/2010 ?

## **C. Tujuan Penelitian**

Sesuai dengan rumusan masalah, maka tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah :

1. Mendeskripsikan penerapan model pembelajaran berbasis IT (information and technology) menggunakan *macro media flash* dalam upaya meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas Vsemester II SD Islam Terpadu Luqman Al Hakim dan SD Islam Terpadu Al Khairat Yogyakarta Tahun Ajaran 2009/2010 ?
2. Mengetahui penerapan model pembelajaran berbasis IT (information and technology) menggunakan *macro media flash* dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas Vsemester II SD Islam Terpadu Luqman Al Hakim dan SD Islam Terpadu Al Khairat Yogyakarta Tahun Ajaran 2009/2010 ?

## **D. Manfaat Penelitian**

Dari hasil penelitian ini, diharapkan dapat memberikan manfaat bagi berbagai pihak. Adapun manfaat tersebut adalah :

1. Perlunya menggunakan metode pembelajaran yang tepat dengan memperhatikan perkembangan anak.
2. Penggunaan media pembelajaran matematika dapat memudahkan siswa memahami konsep dan memudahkan dalam proses pembelajaran.
3. Ada peningkatan para pendidik dalam menggunakan media pembelajaran.
4. Yang terkait dengan dunia pendidikan lebih menyadari manfaat penggunaan media pembelajaran khususnya pembelajaran matematika

## **METODE PENELITIAN**

Sesuai dengan jenis penelitian yang dipilih, yaitu penelitian tindakan, maka penelitian ini menggunakan model penelitian tindakan dari Kemmis dan Taggart (1988:14), yaitu berbentuk spiral dari siklus yang satu ke siklus yang berikutnya. Setiap siklus meliputi *planning* (rencana), *action* (tindakan), *observation* (pengamatan), dan *reflection* (refleksi).

### **A. Prosedur Penelitian**

Penelitian ini dilaksanakan melalui 5 tahap, yaitu, (1) tahap perencanaan, (2) tahap persiapan, dan (3) tahap pelaksanaan, (4) tahap pengolahan data, dan (5) penyusunan Laporan.

## B. Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari:

### 1. Silabus

Yaitu seperangkat rencana dan pengaturan tentang kegiatan pembelajaran pengelolaan kelas, serta penilaian hasil belajar.

### 2. Rencana Pelajaran (RP)

Rencana Pelajaran berisi kompetensi dasar, indikator pencapaian hasil belajar, tujuan pembelajaran khusus, dan kegiatan belajar mengajar.

### 3. Lembar Kegiatan Siswa

Lembar kegiatan ini yang dipergunakan siswa untuk membantu proses pengumpulan data hasil eksperimen.

### 4. Lembar Observasi Kegiatan Belajar Mengajar

Lembar observasi dalam pembelajaran menggunakan macro media flash, untuk mengamati kemampuan guru dalam mengelola pembelajaran.

### 1. Wawancara

Wawancara ini untuk mengungkap peristiwa selama proses pembelajaran. Berdasar pada aktivitas siswa dan guru, untuk mengamati aktivitas siswa dan guru selama proses pembelajaran.

### 2. Tes diagnostik

Tes ini disusun berdasarkan tujuan pembelajaran yang akan dicapai. Tes diagnostik ini diberikan setiap akhir putaran. Bentuk soal yang diberikan adalah essay.

## C. Teknik Analisis Data

Pada penelitian ini menggunakan teknik analisis deskriptif kualitatif, untuk mengetahui hasil belajar yang dicapai siswa juga untuk memperoleh respon siswa terhadap kegiatan pembelajaran serta aktivitas siswa selama proses pembelajaran.

Untuk menganalisis tingkat keberhasilan atau persentase keberhasilan siswa setelah proses belajar mengajar setiap putarannya dilakukan dengan cara memberikan evaluasi berupa soal tes tertulis pada setiap akhir putaran.

Analisis ini dihitung dengan menggunakan statistik sederhana yaitu:

### 1. Untuk menilai tes diagnostik.

Penilaian untuk tes diagnostik yakni setiap satu pertanyaan dengan jawaban benar mempunyai nilai 1, jika jawaban salah 0. Peneliti melakukan penjumlahan nilai yang diperoleh siswa, yang selanjutnya dibagi dengan jumlah siswa yang ada di kelas tersebut sehingga diperoleh rata-rata tes tes diagnostik dapat dirumuskan:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{\sum N}$$

Dengan :  $\bar{X}$  = Nilai rata-rata  
 $\sum X$  = Jumlah semua nilai siswa  
 $\sum N$  = Jumlah siswa

### 2. Untuk ketuntasan belajar

Ada dua kategori ketuntasan belajar yaitu secara perorangan dan secara klasikal. Berdasarkan aturan yang telah ditetapkan oleh SD IT Luqman Al Hakim, yaitu seorang siswa telah tuntas belajar bila telah mencapai skor 70% atau nilai 70, dan kelas disebut tuntas belajar bila di kelas tersebut terdapat 85% yang telah mencapai daya serap lebih dari atau sama dengan 85%. Untuk menghitung persentase ketuntasan klasikal digunakan rumus sebagai berikut:

$$P = \frac{\sum \text{Siswa.yang.tuntas.belajar}}{\sum \text{Siswa}} \times 100\%$$

Untuk menghitung persentase ketuntasan individual digunakan rumus sebagai berikut:

$$P = \frac{\sum \text{Skor} \cdot \text{benar} \cdot \text{jawaban} \cdot \text{siswa}}{\sum \text{Skor} \cdot \text{maksimal}} \times 100\%$$

Adapun yang digunakan di SD IT Al Khairat, seorang siswa telah tuntas belajar bila telah mencapai skor 65% atau nilai 65, dan kelas disebut tuntas belajar bila di kelas tersebut terdapat 85% yang telah mencapai daya serap lebih dari atau sama dengan 85%. Untuk menghitung persentase ketuntasan belajar sama dengan rumus tersebut di atas.

3. Untuk analisis observasi  
Analisis data wawancara aktivitas siswa

Data hasil wawancara dengan guru dan siswa dianalisis secara diskriptif dengan tujuan mendapat informasi kelebihan dan kekurangan tentang pembelajaran menggunakan *macro media flash*, mengetahui hambatan yang dialami guru serta kesulitan siswa selama proses pembelajaran.

4. Dokumentasi  
Studi dokumentasi dilakukan untuk memperkuat data yang diperoleh dari observasi. Dokumen yang digunakan berupa hasil pekerjaan siswa, daftar nilai siswa, RPP dan silabus. Untuk memberikan gambaran secara nyata mengenai kegiatan pembelajaran yang berlangsung juga diadakan dokumentasi foto. Dokumen ini berupa foto-foto yang diambil pada saat pelaksanaan pembelajaran di kelas V SD Islam Terpadu Luqman Al Hakim dan SD IT Al Khairat.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

### A. Hasil Penelitian

1. Berikut ini adalah rekapitulasi hasil tes diagnostik siswa kelas V A SD IT Luqman Al Hakim seperti terlihat pada tabel berikut.

Rekapitulasi Hasil Tes Kelas A Siklus I

Nilai tertinggi	Nilai terendah	Nilai rata-rata	Ketuntasan klasikal
89	47	73.23	68%

Dari tabel di atas dapat dijelaskan bahwa dengan menggunakan *macro media flash* diperoleh nilai rata-rata prestasi belajar siswa adalah 73,23 dan ketuntasan belajar mencapai 68% atau ada 21 siswa dari 31 siswa sudah tuntas belajar, siswa yang memperoleh nilai  $\geq 70$  hanya sebesar 68% lebih kecil dari persentase ketuntasan yang dikehendaki yaitu sebesar 85%.

Rekapitulasi Hasil Tes Kelas A Siklus II

Nilai tertinggi	Nilai terendah	Nilai rata-rata	Ketuntasan klasikal
100	64	82.68	90.3%

Dari tabel di atas diperoleh nilai rata-rata prestasi belajar siswa adalah 82,68 dan ketuntasan belajar mencapai 90,3% atau ada 28 siswa dari 31 siswa sudah tuntas belajar.

2. Pembahasan
  - a. Ketuntasan Hasil belajar Siswa Kelas V A SD Islam Terpadu Luqmanul Hakim.  
Dari hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan *macro media flash* memiliki dampak positif dalam meningkatkan hasil belajar siswa. Hal ini dapat dilihat dari ketuntasan hasil belajar siswa pada siklus I sebesar 68 % dan siklus II sebesar 90,3% .
  - b. Kemampuan Guru dalam Proses Pembelajaran  
Berdasarkan analisis data, diperoleh aktivitas siswa dalam proses pembelajaran menggunakan *macro media flash* dalam setiap siklus semakin baik, dapat dilihat meningkatnya nilai rata-rata siswa pada setiap siklus .
  - c. Aktivitas Guru dan Siswa Dalam Pembelajaran  
Hasil dari wawancara aktivitas guru dan siswa setelah dilakukan penelitian tindakan kelas :
    - 1) Pembelajaran matematika menggunakan *macro media flash* sangat menarik.

- 2) Kemandirian siswa dalam pembelajaran matematika menggunakan macro media flash cukup baik. Siswa aktif dalam mengikuti pelajaran.
  - 3) Pembelajaran matematika menggunakan macro media flash sangat membantu dalam meningkatkan hasil belajar.
3. Berikut ini adalah rekapitulasi hasil tes diagnostik siswa kelas V D SD IT Luqman Al Hakim seperti terlihat pada tabel berikut.

Rekapitulasi Hasil Tes Kelas D Siklus I

Nilai tertinggi	Nilai terendah	Nilai rata-rata	Ketuntasan klasikal
92	50	75.31	62%

Dari tabel di atas dapat dijelaskan bahwa dengan menggunakan *macro media flash* diperoleh nilai rata-rata prestasi belajar siswa adalah 75,31 dan ketuntasan belajar mencapai 62% atau ada 18 siswa dari 29 siswa sudah tuntas belajar, siswa yang memperoleh nilai  $\geq 70$  hanya sebesar 62% lebih kecil dari persentase ketuntasan yang dikehendaki yaitu sebesar 85%.

Rekapitulasi Hasil Tes Kelas D Siklus II

Nilai tertinggi	Nilai terendah	Nilai rata-rata	Ketuntasan klasikal
100	64	83.9	89.65%

Dari tabel di atas diperoleh nilai rata-rata prestasi belajar siswa adalah 83,9 dan ketuntasan belajar mencapai 89,65% atau ada 26 siswa dari 29 siswa sudah tuntas belajar.

Ketuntasan Hasil belajar Siswa Kelas V D SD Islam Terpadu Luqmanul Hakim.

4. Pembahasan.
    - a. Dari hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan *macro media flash* memiliki dampak positif dalam meningkatkan hasil belajar siswa. Hal ini dapat dilihat dari ketuntasan hasil belajar siswa pada siklus I sebesar 62 % dan siklus II sebesar 89,65% .
    - b. Kemampuan Guru dalam Proses Pembelajaran  
Berdasarkan analisis data, diperoleh aktivitas siswa dalam proses pembelajaran menggunakan *macro media flash* dalam setiap siklus terdapat peningkatan. Hal ini berdampak positif terhadap hasil belajar siswa yaitu dapat ditunjukkan dengan meningkatnya nilai rata-rata siswa pada setiap siklus.
    - c. Aktivitas Guru dan Siswa Dalam Pembelajaran  
Hasil dari wawancara aktivitas guru dan siswa setelah dilakukan penelitian tindakan kelas :
      - 1) Pembelajaran matematika menggunakan macro media flash sangat menarik
      - 2) Kemandirian siswa dalam pembelajaran matematika menggunakan macro media flash cukup baik. Siswa aktif dalam mengikuti pelajaran, terjadi diskusi antara guru dan siswa.
      - 3) Pembelajaran matematika menggunakan *macro media flash* sangat membantu dalam meningkatkan hasil belajar.
5. Berikut ini adalah rekapitulasi hasil tes diagnostik siswa kelas V SD IT Al Khairat pada siklus I dapat dijelaskan bahwa dengan menggunakan *macro media flash* diperoleh nilai rata-rata prestasi belajar siswa adalah 63,89 dan ketuntasan belajar mencapai 76,3% atau ada 13 siswa dari 19 siswa sudah tuntas belajar, siswa yang memperoleh nilai  $\geq 65$  hanya sebesar 76,3% lebih kecil dari persentase ketuntasan yang dikehendaki yaitu sebesar 85%.

. Rekapitulasi Hasil Tes Siklus II

No	Uraian	Hasil Siklus II
1	Nilai rata-rata tes formatif	74.4
2	Jumlah siswa yang tuntas belajar	19
3	Persentase ketuntasan belajar	100

Dari tabel di atas diperoleh nilai rata-rata prestasi belajar siswa adalah 74,4 dan ketuntasan belajar mencapai 100% atau ada 19 siswa sudah tuntas belajar.

## 6. Pembahasan

### a. Ketuntasan Hasil belajar Siswa Kelas V SD Islam Terpadu Al Khairat

Dari hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan *macro media flash* memiliki dampak positif dalam meningkatkan hasil belajar siswa. Hal ini dapat dilihat dari ketuntasan hasil belajar siswa pada siklus I sebesar 76,3 % dan siklus II sebesar 100%. Dalam hal ini menunjukkan bahwa siswa semakin faham tentang materi bidang datar.

### b. Kemampuan Guru dalam Proses Pembelajaran

Berdasarkan analisis data, diperoleh aktivitas siswa dalam proses pembelajaran menggunakan *macro media flash* dalam setiap siklus terdapat peningkatan.

### c. Aktivitas Guru dan Siswa Dalam Pembelajaran

Hasil dari wawancara tentang aktivitas guru dan siswa setelah dilakukan penelitian tindakan kelas :

- 1) Kemandirian siswa dalam pembelajaran matematika menggunakan *macro media flash* cukup baik. Siswa aktif dalam mengikuti pelajaran.
- 2) Pembelajaran matematika menggunakan *macro media flash* sangat membantu dalam meningkatkan hasil belajar.
- 3) Dengan pembelajaran matematika menggunakan *macro media flash* menjadikan siswa suka dan senang belajar matematika.
- 4) Dengan pembelajaran matematika menggunakan *macro media flash* menjadikan siswa mudah memahami konsep.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### A. Kesimpulan

Berdasarkan seluruh pembahasan serta analisis yang telah dilakukan dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Pembelajaran dengan menggunakan *macro media flash* memiliki dampak positif dalam meningkatkan hasil belajar siswa yang ditandai dengan peningkatan ketuntasan belajar siswa dalam setiap siklus. Sekolah Dasar Islam Terpadu Luqman Al Hakim dilihat dari ketuntasan hasil belajar siswa kelas VA pada siklus I sebesar 68 % dan siklus II sebesar 90,3%. Dilihat dari ketuntasan hasil belajar siswa kelas V D pada siklus I sebesar 62 % dan siklus II sebesar 89,65% . Sedangkan SD IT Al-Khairat Yogyakarta, dapat dilihat dari ketuntasan hasil belajar siswa kelas V pada siklus I sebesar 76,3 % dan siklus II sebesar 100%.
2. Penerapan metode pembelajaran menggunakan *macro media flash* yang dilakukan di tiga sekolah rata-rata mempunyai pengaruh positif pada siswa. Hal ini dikarenakan dari hasil observasi siswa lebih aktif dalam belajar di kelas, siswa lebih antusias terhadap pelajaran matematika, siswa juga tertarik dengan pembelajaran menggunakan *macro media flash* ditunjukkan dengan hasil wawancara dengan guru dan sebagian siswa.

### B. Saran

Dari hasil penelitian disampaikan saran sebagai berikut:

1. Untuk melaksanakan pembelajaran menggunakan *macro media flash* memerlukan persiapan yang cukup matang, sehingga guru harus mampu menyajikan konsep yang dapat dengan mudah difahami siswa sehingga diperoleh hasil yang optimal.
2. Dalam rangka meningkatkan hasil belajar siswa, guru hendaknya lebih sering melatih siswa dengan berbagai media pembelajaran, walau dalam taraf yang sederhana, dimana siswa nantinya dapat menemukan pengetahuan baru, lebih mudah memahami konsep dan keterampilan menyelesaikan masalah, sehingga siswa menjadi aktif dan kreatif, serta senantiasa mempunyai semangat mempelajari matematika.
3. Perlu adanya penelitian yang lebih lanjut, karena hasil penelitian ini hanya dilakukan di Sekolah Dasar Islam Terpadu Luqman Al Hakim dan SD IT Al-Khairat Yogyakarta

**DAFTAR PUSTAKA**

- Arikunto. 2010. *Prosedur penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta
- Avianti, N. 2008. *Mudah Belajar Matematika*. Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional
- Hamalik, O. 2006. *Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: PT Bumi Aksara
- Hudoyo, H. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Dirje Dikti
- Ibrahim. M dkk. 2000. *Pembelajaran Kooperatif*. Surabaya : UNESA University Press.
- Lie, A. 2008. *Mempraktekkan Cooperative Learning di Ruang-ruang Kelas*. Jakarta: PT Grasindo Remaja Rosdakarya.
- Sugiyono. 2010. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: Alfabeta
- Suherman, E. dkk. 2003. *Strategi Pengajaran Matematika Kontemporer*. JICA – Bandung : UPI
- Suprijono, A. 2009. *Cooperative Learning*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar
- Winkel, W. S. 1989. *Psikologi Pengajaran*. Jakarta: Gramedia



## PENGUNAAN METODE BAYESIAN OBYEKTIF DALAM PEMBUATAN GRAFIK PENGENDALI $p$ -CHART

Adi Setiawan

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika  
Universitas Kristen Satya Wacana Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711, Indonesia  
e-mail: [adi\\_setia\\_03@yahoo.com](mailto:adi_setia_03@yahoo.com)

### Abstrak

Grafik pengendali  $p$ -chart sangat penting dalam pengendalian kualitas produk industri dengan menggunakan statistika terapan. Metode Bayesian obyektif dapat digunakan untuk melakukan estimasi titik dan estimasi interval dengan hanya mendasarkan diri pada sampel dan menggunakan informasi *prior* secara *default* yaitu dengan menggunakan *prior* Jeffry. Dalam makalah ini akan dijelaskan penggunaan metode Bayes obyektif dalam pengkonstruksian grafik pengendali  $p$ -chart dan digambarkan bagaimana pengkonstruksian tersebut dilakukan. Grafik pengendali  $p$ -chart yang dikonstruksikan akan dijamin terletak antara 0 dan 1 sehingga berbeda dengan  $p$ -chart klasik.

**Kata kunci:**  $p$ -chart, metode Bayesian obyektif, *out of control*.

### PENDAHULUAN

Grafik pengendali digunakan untuk melakukan pengecekan apakah sampel yang terambil berada pada keadaan *out of control* atau tidak. Dengan melakukan pengecekan tersebut maka dapat dilakukan analisis penyebab sampel menjadi *out of control*. Salah satu alat yang digunakan dalam pengecekan tersebut adalah  $p$ -chart yang digunakan untuk data *attribute* artinya data yang merupakan identifikasi banyaknya produk yang cacat dibandingkan ukuran sampel  $n$  dalam setiap kali mengambil sampel.

Dalam makalah-makalah Setiawan (2009a, 2011) telah dijelaskan metode Bayesian obyektif untuk menentukan estimasi titik untuk parameter populasi. Dengan metode ini, hasil estimasi yang diperoleh hanya akan tergantung pada sampel dan distribusi anggapan dari populasi yang menjadi asal dari sampel. Di samping itu, dalam makalah-makalah Setiawan (2009b, 2011) metode Bayesian obyektif juga digunakan dalam menentukan interval kredibel untuk parameter populasi. Dalam makalah ini akan dijelaskan penggunaan metode Bayes obyektif dalam pengkonstruksian grafik pengendali  $p$ -chart dan digambarkan bagaimana pengkonstruksian tersebut dilakukan.

### DASAR TEORI

Dasar teori yang digunakan dalam pembahasan kali ini adalah grafik pengendali  $p$ -chart, metode Bayesian obyektif dan metode Bayesian obyektif untuk distribusi Binomial.

#### Grafik Pengendali $p$ -Chart

Proporsi kerusakan dalam suatu populasi didefinisikan sebagai perbandingan (rasio) banyaknya barang yang rusak dalam populasi dan total banyaknya barang dalam populasi. Jika paling sedikit satu karakteristik tidak sesuai dengan standard maka barang tersebut dikatakan rusak. Proporsi dapat dinyatakan dalam desimal atau persentase. Prinsip statistik yang digunakan dalam grafik pengendali (*control chart*) untuk proporsi kerusakan didasarkan pada distribusi Binomial dan dinamakan dengan grafik pengendali  $p$ -chart.

Misalkan dianggap bahwa proses produksi beroperasi secara stabil sehingga probabilitas bahwa suatu barang tidak sesuai dengan peruntukan (rusak) adalah  $p$ . Selanjutnya, dianggap bahwa barang-barang diproduksi saling bebas, sehingga rusak atau tidaknya produk barang tersebut mengikuti distribusi Bernoulli dengan parameter  $p$ . Jika sampel dengan ukuran  $n$  dipilih dan  $D$

menyatakan banyaknya barang rusak yang terambil dalam sampel maka  $D$  akan mengikuti distribusi Binomial dengan parameter  $n$  dan  $p$ . Mean dari  $D$  adalah  $np$  dan variansinya adalah  $np(1-p)$ . Proporsi sampel yang rusak adalah perbandingan antara banyaknya barang yang rusak dalam sampel dibandingkan dengan ukuran sampel  $n$  yaitu  $\hat{p} = \frac{D}{n}$ . Mean dan variansi estimator

ini masing-masing adalah  $p$  dan  $p(1-p)/n$ . Jika rasio barang yang rusak dalam populasi  $p$  diketahui maka garis tengah  $GT$  (center line) dari grafik pengendali  $p$ -chart akan mempunyai garis tengah  $p$ , batas pengendali atas (*upper control limit*)  $BPA$

$$BPA = p + 3 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

dan batas pengendali bawah (*lower control line*)  $BPB$

$$BPB = p - 3 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Dengan menggunakan batas-batas tersebut, maka akan diperoleh tingkat signifikansi (*level of significance*)  $\alpha$  mendekati 0,0027.

Jika  $p$  tidak diketahui maka  $p$  dapat diestimasi dari data yang tersedia. Hal ini dilakukan dengan cara memilih  $m$  sampel awal yang masing-masing berukuran  $n$ . Jika  $D_i$  menyatakan banyaknya barang yang rusak pada sampel ke- $i$  maka proporsi banyaknya barang yang rusak dalam sampel ke- $i$  adalah  $\hat{p}_i = \frac{D_i}{n}$  untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  dan rata-rata dari proporsi sampel individual

adalah  $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i}{m}$ . Nilai digunakan sebagai estimasi untuk  $p$  dalam grafik pengendali  $p$ -chart (Montgomery, 2001).

Gambaran numerik dari hal tersebut di atas dapat dinyatakan berikut ini. Misalkan dilakukan pengambilan sampel awal sebanyak  $m=30$  sampel dengan  $n=50$  dan Tabel 1 menyatakan banyaknya barang yang rusak untuk setiap sampel. Berdasarkan Tabel 1 diperoleh sehingga garis tengah  $GT$  diperoleh

$$GT = \bar{p} = 0,2313$$

BPA

$$BPA = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0,2313 + 0,1789 = 0,4102$$

dan BPB

$$BPB = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0,2313 - 0,1789 = 0,0524$$

Akibatnya diperoleh  $p$ -chart pada Gambar 1. Jika BPA yang diperoleh tidak negatif maka akan terbentuk batas-batas  $p$ -chart yang simetris. Akan tetapi, jika BPA yang diperoleh negatif maka dilakukan pengesetan BPA = 0 sehingga batas-batas  $p$ -chart menjadi tidak simetris.

### Metode Bayesian Obyektif

Misalkan data  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  terdiri dari pengamatan dari

$$M \equiv \{ f(x|\theta, \lambda), x \in X, \theta \in \Theta, \lambda \in \Lambda \}$$

dan misalkan  $\delta_x\{\theta_0, (\lambda, \theta)\}$  adalah fungsi kerugian diskrepansi intrinsik (*intrinsic discrepancy loss*) yang diderita jika  $\theta_0$  digunakan sebagai *proxy* untuk  $\theta$ . Estimasi (titik) intrinsik untuk parameter  $\theta$  adalah

$$\theta^*(x) = \arg \min_{\theta_i \in \Theta} d(\theta_i | x)$$

yaitu adalah nilai parameter yang meminimalkan harapan fungsi kerugian diskrepansi intrinsik dari

reference posterior yaitu  $d(\theta_i | x)$  dengan

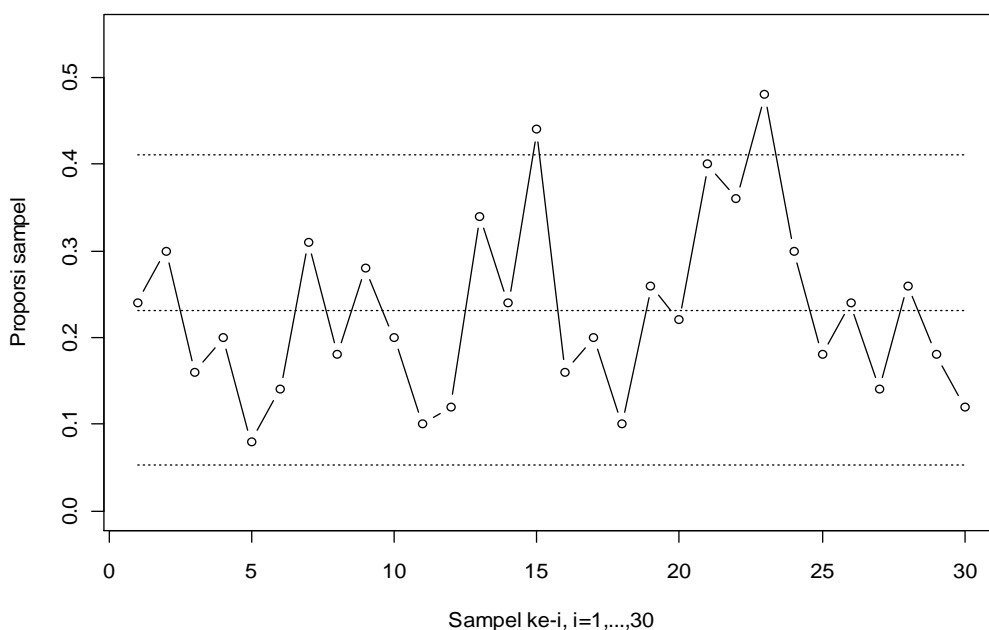
$$d(\theta_i | x) = \int_{\Theta} \int_{\Lambda} \delta_x\{\theta_i, (\theta, \lambda)\} \pi(\theta, \lambda | x) d\theta d\lambda, \quad (1)$$

$$\pi(\theta, \lambda | x) \propto p(x | \theta, \lambda) \pi(\lambda | \theta) \pi(\theta),$$

dan  $\pi(\lambda | \theta) \pi(\theta)$  adalah *reference prior* bersama dari  $(\theta, \lambda)$  dengan  $\theta$  merupakan kuantitas yang menjadi perhatian (Bernardo dan Juarez, 2003).

**Tabel 1.** Tabel contoh data banyaknya barang yang rusak dalam sampel ukuran  $n = 50$ .

No. Sampel	Banyaknya barang yang rusak	Proporsi sampel	No. Sampel	Banyaknya barang yang rusak	Proporsi sampel
1	12	0.24	16	8	0.16
2	15	0.30	17	10	0.20
3	8	0.16	18	5	0.10
4	10	0.20	19	13	0.26
5	4	0.08	20	11	0.22
6	7	0.14	21	20	0.40
7	16	0.32	22	18	0.36
8	9	0.18	23	24	0.48
9	14	0.28	24	15	0.30
10	10	0.20	25	9	0.18
11	5	0.10	26	12	0.24
12	6	0.12	27	7	0.14
13	17	0.34	28	13	0.26
14	12	0.24	29	9	0.18
15	22	0.44	30	6	0.12



**Gambar 1.** Grafik Pengendali  $p$ -chart Berdasarkan Tabel 1.

Bermula dari estimasi titik menuju ke estimasi interval, daerah/interval kredibel intrinsik (*intrinsic credible region*) didefinisikan sebagai interval kredibel yang mempunyai *lowest posterior loss* yang berkaitan dengan penggunaan fungsi kerugian *intrinsic discrepancy* dan *reference prior* yang bersesuaian.

Interval kredibel intrinsik  $100q\%$  (*q-credible region intrinsic*) adalah himpunan bagian  $R^*_q = R^*_q(x, \Theta) \subseteq \Theta$  dari ruang parameter  $\Theta$  sehingga memenuhi

$$(i) \int_{R^*_q} \pi(\theta|x) d\theta = q$$

(ii) untuk setiap  $\theta_i \in R^*_q$  dan untuk setiap  $\theta_j \notin R^*_q$  berlaku  $d(\theta_i | x) \leq d(\theta_j | x)$  dengan  $d(\theta_i | x)$  adalah harapan fungsi kerugian *reference posterior* sebagai *proxy* untuk nilai dari parameter yang diberikan pada persamaan (1) (Bernardo, 2005).

Terlihat bahwa pernyataan pada persamaan (1) mempunyai bentuk yang sulit sehingga perhitungannya tidaklah mudah namun dengan menggunakan integrasi numerik, hal itu dengan mudah dapat dilakukan.

### Metode Bayesian Obyektif untuk Distribusi Binomial

Misalkan himpunan  $x = \{ x_1, x_2, \dots, x_n \}$  adalah  $n$  pengamatan saling bebas berdistribusi Bernoulli dengan parameter  $p \in \Theta = (0,1)$  sehingga

$$f(x|p) = p^x(1-p)^{1-x}$$

dan fungsi likelihoodnya adalah

$$f(x|p) = p^r(1-p)^{n-r}$$

dengan  $r = \sum_{j=1}^n x_j$ . Dalam hal ini, *reference prior* adalah  $\pi(p) = \text{Beta}(p|1/2, 1/2)$  dan *reference posterior* adalah

$$\pi(p) = \text{Beta}(p|r + (1/2), n - r + (1/2)).$$

Interval kredibel  $100q\%$  untuk  $p$  adalah sebarang himpunan bagian  $R_q$  dari  $(0,1)$  sehingga

$$\int_{R_q} \text{Beta}(p|r + (1/2), n - r + (1/2)) dp = q.$$

Dapat dibuktikan bahwa *Kullback-Leibler divergence* antara  $f(x|p_2)$  dan  $f(x|p_1)$  adalah

$$K(p_2|p_1) = p_1 \log[p_1/p_2] + (1-p_1) \log[(1-p_1)/(1-p_2)]$$

dan diskrepansi intrinsik antara  $f(x|p_1)$  dan  $f(x|p_2)$  dapat dinyatakan sebagai

$$\delta(p_1, p_2) = n \begin{cases} K(p_2|p_1) & p_2 \in (p_1, 1-p_1) \\ K(p_1|p_2) & \text{yang lain} \end{cases}.$$

Nilai harapan fungsi kerugian *reference posterior* dari penggunaan  $p_0$  dari pada  $p$  adalah

$$d(p_0|r, n) = n \int_0^1 \delta_x(p_0, p) \text{Beta}\left(p \left| r + \frac{1}{2}, n - r + \frac{1}{2} \right.\right) dp. \quad (2)$$

Integrasi numerik dapat digunakan untuk memperoleh estimasi intrinsik dan interval kredibel intrinsik yaitu interval yang mempunyai fungsi kerugian *posterior* terkecil dengan probabilitas posterior yang diperlukan.

### PENGGONSTRUKSIAN DAN STUDI SIMULASI GRAFIK PENGENDALI *p*-CHART BERDASARKAN METODE BAYESIAN OBYEKTIF

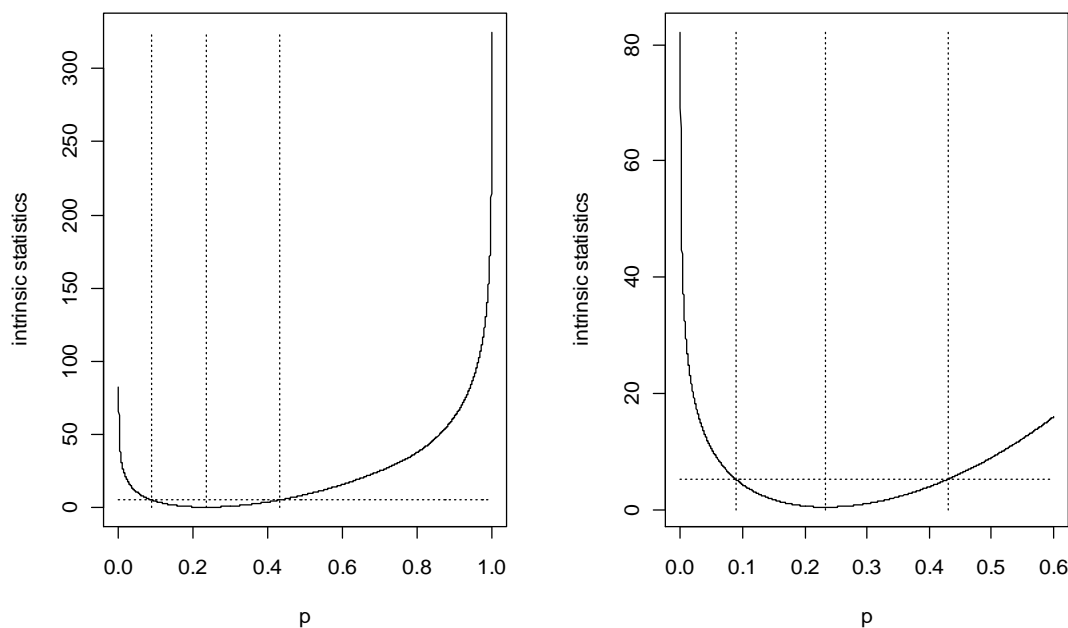
Grafik pengendali *p*-chart dengan menggunakan metode Bayesian obyektif dapat ditentukan dengan metode berikut ini. Misalkan dimiliki data  $\{ y_1, y_2, \dots, y_m \}$  yang menyatakan banyaknya barang yang rusak dalam setiap kali mengambil sampel ukuran  $n$  dengan proporsi mendapatkan barang yang rusak dalam populasi  $p$ . Variabel banyaknya barang yang rusak dalam setiap kali mengambil sampel ukuran  $n$  yaitu  $x_i$  dapat dipandang berdistribusi Binomial dengan parameter  $n$  dan  $p$ . Parameter  $p$  dapat diestimasi dengan menggunakan estimasi titik berdasarkan metode Bayesian obyektif yaitu  $p^*$  sehingga nilai harapan dari fungsi kerugian *reference posterior*

minimum. Demikian juga interval kredibel intrinsik  $(1 - q) \times 100 \%$  untuk  $p$  dapat ditentukan yaitu  $(p_a, p_b)$  sehingga  $d(p_a | r, n) = d(p_b | r, n)$  dan

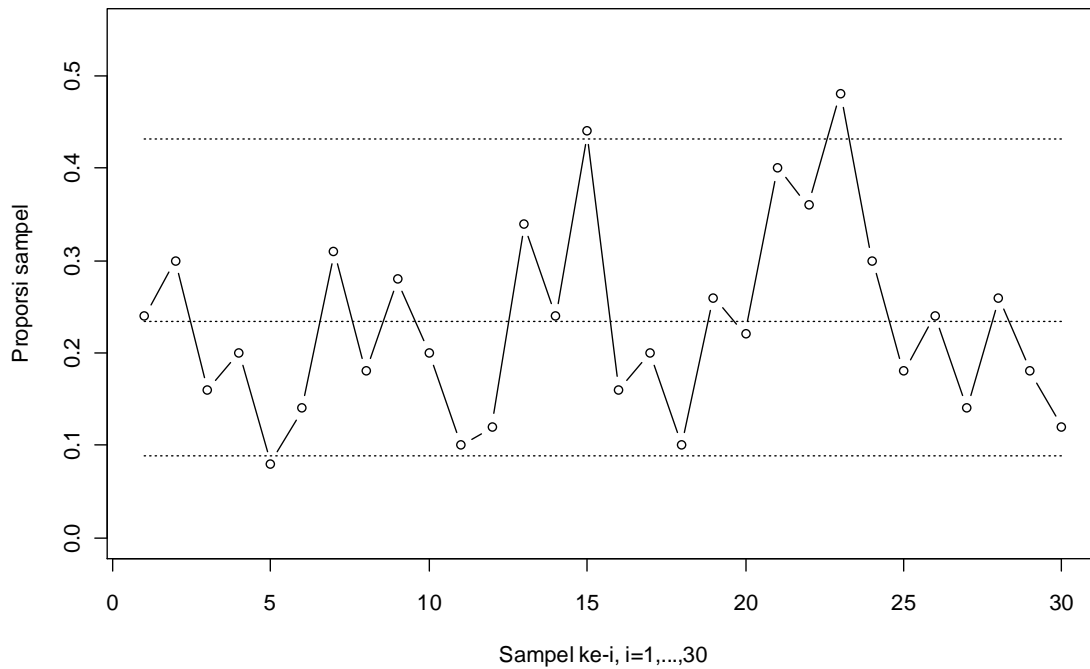
$$\int_{p_a}^{p_b} \text{Beta}\left(p \left| r + \frac{1}{2}, n - r + \frac{1}{2} \right.\right) dp = 1 - q . \quad (3)$$

Garis tengah  $GT$  dari grafik pengendali  $p$ -chart digunakan estimasi titik  $p^*$ , sedangkan batas pengendali atas  $BPA$  dan batas pengendali bawah  $BPB$  masing-masing digunakan  $p_a$  dan  $p_b$  sehingga memenuhi sifat persamaan (2). Dengan menggunakan  $BPA$  dan  $BPB$  di atas maka dapat dijamin bahwa kedua nilai terletak diantara 0 dan 1 sehingga hal tersebut menjadi kelebihan  $p$ -chart yang disusun dengan menggunakan metode Bayesian obyektif dibandingkan dengan  $p$ -chart yang menggunakan metode klasik.

Gambaran penggunaan metode Bayesian obyektif dalam pengkonstruksian  $p$ -chart dapat dijelaskan berikut ini. Dalam contoh di atas, rata-rata banyaknya barang yang rusak adalah  $r = 347/30 = 11,5667$  sedangkan ukuran sampel  $n=50$  sehingga diperoleh estimasi titik untuk  $p$  dengan metode Bayesian obyektif adalah  $p^* = 0,2336$  yaitu nilai  $p^*$  yang mengakibatkan statistik intrinsik  $d$  yang diperoleh pada persamaan (2) minimum (pada Gambar 2 ditunjukkan oleh garis putus-putus tegak). Hasil ini digunakan sebagai  $GT$  sehingga dalam  $p$ -chart diperoleh  $GT = 0,2336$ . Selanjutnya, dengan menggunakan tingkat signifikansi  $\alpha = 0,0027$  maka akan diperoleh interval kredibel 99,73 % untuk parameter  $p$  yaitu  $(0,0885, 0,4308)$  dan kedua batas tersebut akan menghasilkan statistik intrinsik yang sama yaitu 5,3431 (Gambar 2 sebelah kiri menyatakan interval kepercayaan untuk  $p$  dan statistik intrinsik yang bersesuaian sedangkan Gambar 2 sebelah kanan menunjukkan detail untuk interval kepercayaan tersebut). Akibatnya  $p$ -chart berdasarkan metode Bayesian obyektif akan mempunyai  $BPA = 0,4308$  dan  $BPB = 0,0885$  sehingga akan diperoleh  $p$ -chart untuk data pada contoh di atas pada Gambar 3. Berdasarkan  $p$ -chart yang terbentuk, terlihat bahwa  $p$ -chart tidak simetris antara  $BPA$ ,  $GT$  dan  $BPB$ . Di samping itu, mudah dibuktikan bahwa  $BPA$ ,  $GT$  dan  $BPB$  selalu terletak pada interval  $(0,1)$  sehingga tidak perlu dilakukan pengesetan  $BPB = 0$  jika diperoleh  $BPB$  negatif seperti yang dapat diperoleh pada  $p$ -chart klasik. Pada sisi lain, berdasarkan data pada Tabel 1, diperoleh hasil bahwa untuk  $p$ -chart yang terbentuk menghasilkan 3 titik yang *out of statistical control* sedangkan dengan menggunakan  $p$ -chart klasik hanya diperoleh 2 titik.



**Gambar 2.** Hasil estimasi titik dan interval kredibel untuk tingkat signifikansi  $\alpha = 0,0027$  berdasarkan data pada Tabel 1.



**Gambar 3.** Grafik Pengendali *p*-chart berdasarkan Tabel 1 dengan metode Bayesian obyektif.

Studi simulasi dilakukan dengan cara membangkitkan sampel dengan ukuran bilangan besar  $B$  (dalam hal ini diambil  $B = 100.000$ ) dari distribusi Binomial dengan parameter  $n=50$  dan  $p = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$  dan menggunakan sampel tersebut dikonstruksikan *p*-chart klasik (metode 1) dan ditentukan berapa proporsi titik yang *out of control*. Dengan menggunakan sampel yang sama dikonstruksikan *p*-chart berdasarkan metode Bayesian obyektif (metode 2) dan ditentukan berapa proporsi titik yang *out of control*. Bila prosedur tersebut diulang sebanyak 100 kali dan untuk  $n = 50, 500$  dan  $5000$  maka akan diperoleh rata-rata proporsi titik yang *out of control* untuk kedua metode tersebut. Hasil tersebut dinyatakan pada Tabel 2 dan Tabel 3. Pada Tabel 2 dan Tabel 3 terlihat bahwa untuk  $n$  yang cukup besar yaitu  $n = 5000$  maka metode 2 memberikan hasil seperti yang diharapkan yaitu proporsi banyaknya titik yang *out of control* menuju ke nilai  $\alpha = 0,0027$  sedangkan pada metode 1 dan untuk  $n$  yang cukup besar yaitu  $n = 5000$  belum menghasilkan proporsi banyaknya titik yang *out of control* yang cenderung menuju ke nilai  $\alpha = 0,0027$ .

**Tabel 2.** Tabel hasil rata-rata proporsi titik yang *out of control* untuk metode 1.

No.	$p$	Metode 1, $n=50$	Metode 1, $n=500$	Metode 1, $n=5000$
1	0.1	0.0032	0.0018	0.0016
2	0.2	0.0025	0.0019	0.0015
3	0.3	0.0024	0.0017	0.0014
4	0.4	0.0014	0.0016	0.0014
5	0.5	0.0013	0.0013	0.0013
6	0.6	0.0007	0.0014	0.0013
7	0.7	0.0007	0.0012	0.0012
8	0.8	0.0002	0.0011	0.0013
9	0.9	0	0	0.0011

**Tabel 3.** Tabel hasil rata-rata proporsi titik yang *out of control* untuk metode 2.

No.	p	Metode 2, n=50	Metode 2, n=500	Metode 2, n=5000
1	0.1	0.0054	0.0025	0.0026
2	0.2	0.0066	0.0026	0.0025
3	0.3	0.0034	0.0029	0.0027
4	0.4	0.0036	0.0026	0.0027
5	0.5	0.0026	0.0027	0.0026
6	0.6	0.0035	0.0028	0.0027
7	0.7	0.0034	0.0026	0.0027
8	0.8	0.006	0.0036	0.0027
9	0.9	0.0338	0.0338	0.0028

### KESIMPULAN

Dalam pembahasan di atas, telah dijelaskan penggunaan metode Bayesian obyektif dalam pengkonstruksian grafik pengendali *p*-chart dan studi simulasinya. Grafik pengendali *p*-chart yang dikonstruksikan akan dijamin terletak antara 0 dan 1 sehingga berbeda dengan *p*-chart klasik. Di samping itu, studi simulasi menguatkan bahwa proporsi titik yang *out of control* dari *p*-chart yang dikonstruksikan dengan metode Bayesian obyektif cenderung akan menuju pada nilai yang diharapkan yaitu ke nilai  $\alpha = 0,0027$ . Penelitian ini dapat dikembangkan untuk pengkonstruksian grafik pengendali yang lain dengan metode Bayesian obyektif.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1.] Bernardo, J. M. (2005) Intrinsic Credible Regions : An objective Bayesian Approach to Interval Estimation, *Test* **14**, 2:317-384.
- [2.] Bernardo, J. M. dan M. A. Juarez (2003) Intrinsic Estimation, *Bayesian Statistics 7*, Oxford: University Press.
- [3.] Montgomery, D. C. (2001) *Introduction to Statistical Quality Control 4th edition*, Wiley, New York.
- [4.] Setiawan, A. (2009a) Estimasi Titik Bayesian Obyektif, *Prosiding Seminar Sains dan Pendidikan Sains*, FSM UKSW, Salatiga.
- [5.] Setiawan, A. (2009b) Credible Interval Bayesian Obyektif, *Prosiding Seminar Nasional Matematika*, Unpar Bandung.
- [6.] Setiawan, A. (2010) Interval Kredibel Bayesian Obyektif dari Parameter Populasi Berdistribusi Poisson dan Eksponensial, *Prosiding Seminar Nasional Sains dan Pendidikan Sains V*, UKSW Salatiga.
- [7.] Setiawan, A. (2011) Penggunaan Metode Bayesian Obyektif dalam Inferensi Parameter Populasi Seragam, *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, UNS Surakarta.





## SISTEM KENDALI DAN NAVIGASI WAHANA BAWAH AIR TANPA AWAK UNTUK MENUNJANG PERTAHANAN DAN KEAMANAN NEGARA

Annisa Dwi S.<sup>1)</sup>, Fatma Ayu N.F.A<sup>2)</sup>, Putra S. B<sup>3)</sup>, Andri A.<sup>4)</sup>, Muflih M. K.<sup>5)</sup>

- <sup>1)</sup> Jurusan Matematika ITS, Surabaya. e-mail: [anissa.dwi@gmail.com](mailto:anissa.dwi@gmail.com)
- <sup>2)</sup> Jurusan Matematika ITS, Surabaya. e-mail: [fatma09@mhs.matematika.its.ac.id](mailto:fatma09@mhs.matematika.its.ac.id)
- <sup>3)</sup> Jurusan Matematika ITS, Surabaya. e-mail: [sentosaputra@gmail.com](mailto:sentosaputra@gmail.com)
- <sup>4)</sup> Jurusan Teknik Elektro ITS, Surabaya. e-mail: [andriashfahani@gmail.com](mailto:andriashfahani@gmail.com)
- <sup>5)</sup> Jurusan Teknik Kelautan ITS, Surabaya. e-mail: [mbix13@oe.its.ac.id](mailto:mbix13@oe.its.ac.id)

### Abstrak

Wahana bawah air tanpa awak atau disebut *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV) adalah wahana yang dapat bergerak dalam air secara otomatis tanpa kendali langsung oleh manusia sesuai dengan lintasannya, memiliki enam derajat kebebasan (DOF) manuver sehingga diperlukan suatu sistem kendali yang baik dan akurat. Pada penelitian ini, desain AUV berbentuk seperti desain torpedo dengan panjang 1260 mm dan diameter 220 mm. Pergerakan AUV dibatasi dalam tiga hal, yakni gerak maju (*Surge*), gerak belok (*turning*), dan gerak menyelam (*diving*). Sistem kendali AUV dirancang untuk mengendalikan *thruster* sebagai penggerak dan empat *fin* sebagai pengatur sudut pergerakan AUV. Pengendali yang digunakan adalah *Linear Quadratic Gaussian*. Pemodelan trayektori atau rute yang akan dilewati oleh AUV dilakukan dengan algoritma dari metode *Kalman Filter*. Simulasi dengan penggunaan bantuan *software Matlab*. Hasil dari simulasi dinamika AUV menunjukkan bahwa pengendali mampu mengurangi *overshoot* dan mampu memperbaiki *error steady state*. Kinerja sistem kendali dan navigasi menunjukkan bahwa sistem AUV mampu mengikuti sinyal referensi yang diberikan dan dapat bergerak sesuai lintasannya.

**Kata kunci:** sistem kendali, sistem navigasi, *Linear Quadratic Gaussian (LQG)*, *Kalman Filter*.

### PENDAHULUAN

Lautan yang menyelimuti bumi sekitar dua pertiga dari seluruh permukaan bumi. Sedangkan luas lautan di Indonesia mencapai 5,8 juta km<sup>2</sup> atau mendekati 70% dari luas seluruh permukaan Indonesia sehingga potensi negara Indonesia yang sangat kaya ini perlu menjadi perhatian dan perlu teknologi yang cukup baik mampu mengetahui seluruh potensi yang terdapat didalam lautan serta meningkatkan penjagaan terhadap kekayaan. Maka teknologi robotika bawah air sangat diperlukan dalam hal ini untuk membantu peran manusia dalam mengupayakan pemberdayaan dan eksplorasi perairan di Indonesia. Teknologi bawah air yang banyak dikembangkan saat ini adalah wahana tanpa awak bawah laut atau disebut *autonomous underwater vehicle (AUV)*. Namun untuk mampu menghasilkan teknologi yang baik maka perlu adanya desain sistem kendali yang baik pula.

AUV dapat dimanfaatkan untuk eksplorasi bawah laut, survei dan *mapping* kontur bawah, peralatan sistem pertahanan bawah laut, sensor *off board* kapal selam, inspeksi struktur bawah air, seperti inspeksi pipa bawah laut, bendungan serta monitoring jangka panjang seperti radiasi, kebocoran, dan polusi. [1].

### TINJAUAN PUSTAKA

AUV merupakan teknologi yang banyak dikembangkan dikarenakan fungsinya bervariasi sesuai dengan tujuan serta medan yang akan ditempuh AUV. Dalam analisa pergerakan AUV ada dua referensi yaitu *body-fixed frame (BFF)* dan *Earth-fixed Frame (EFF)* dikarenakan gerak AUV dalam 6 DOF [1].

Titik mula AUV berada pada pusat gravitasinya. Sebelum mengembangkan dinamika AUV maka perlu diketahui terlebih dahulu model kinematika berdasarkan deskripsi geometris pergerakan AUV sebagai berikut

- posisi dan sudut Euler

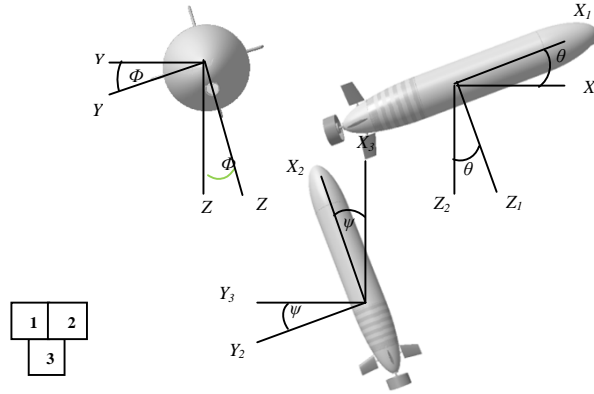
$$\eta = [\eta_1^T, \eta_2^T]^T, \eta_1 = [x, y, z]^T, \eta_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$$

- Kecepatan linier dan angular

$$v = [v_1^T, v_2^T]^T, v_1 = [u, v, w]^T, v_2 = [p, q, r]^T$$

- Gaya dan momen

$$\tau = [\tau_1^T, \tau_2^T]^T, \tau_1 = [X, Y, Z]^T, \tau_2 = [K, M, N]^T$$



**Gambar 1.** Gerak rotasi dari AUV terhadap sumbu x, y, z

- (1) Rotasi AUV terhadap sudut roll  $\Phi$
- (2) Rotasi AUV terhadap sudut pitch  $\theta$
- (3) Rotasi AUV terhadap sudut yaw  $\psi$

Sedangkan persamaan gerak yang dimiliki AUV berdasarkan gaya resultan  $F (X, Y, Z)$  dan momen pada titik origin (O) yaitu  $(K, M, N)$  didapatkan persamaan gerak AUV dalam 6 derajat kebebasan sebagai berikut[2]:

**SURGE**

$$m[\ddot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] = X$$

**SWAY**

$$m[\ddot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] = Y$$

**HEAVE**

$$m[\ddot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] = Z$$

**ROLL**

$$I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] = K$$

**PITCH**

$$I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] = M$$

**YAW**

$$I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] = N$$

$m$  adalah massa dari AUV,  $(x_G, y_G, z_G)$  adalah koordinat dari pusat gravitasi pada BFF. Dalam dinamika AUV, ada gaya luar yang mempengaruhi pergerakan tersebut yaitu :

$$\tau = \tau_{hidrostatik} + \tau_{addedmass} + \tau_{drag} + \tau_{lift} + \tau_{control}$$

Desain AUV ini menggunakan 1 thruster yang diletakkan dibagian ekor sebagai pendorong untuk gerakan gerak maju (*surge*) dari AUV seperti pada gambar 4.2. Gaya dan momen thruster pada bidang x, y, z dapat dituliskan dalam matriks sebagai berikut [1]

$$F = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho D^4 K_T(J) |\omega_p| \omega_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho D^5 K_T(J) |\omega_p| \omega_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Maka gaya dan momen thruster adalah

$$X_{TR} = \frac{1}{2} \rho D^4 K_T(J) |\omega_p| \omega_p$$

$$K_{TR} = \frac{1}{2} \rho D^5 K_T(J) |\omega_p| \omega_p$$

## LINEAR QUADRATIC REGULATOR

$$\dot{x} = Ax + Bu + v(t)$$

$$y = Cx + w(t) \quad (1)$$

Persamaan (1) merupakan persamaan *state* dari suatu *plant* linear. Dengan  $A$  merupakan matriks sistem,  $B$  matriks input sistem,  $C$  merupakan matriks keluaran, serta  $v(t)$  dan  $w(t)$  merupakan nois masukan dan nois pengukuran. Apabila ada suatu *plant* dengan Persamaan (1), dapat dirancang suatu kontroler *Linear Quadratic Gaussian* (LQG) dengan beberapa prosedur desain.

Yang pertama, desain terlebih dahulu dengan sinyal kontrol  $u = -Fx$  yang mampu meminimumkan persamaan berikut

$$J(x, u, Q, R) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad Q \geq 0, R > 0$$

Hal ini dapat dicapai dengan cara menyelesaikan Persamaan (2)

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (2)$$

$$P > 0, \quad F = R^{-1}B^T P$$

Langkah kedua adalah dengan mendesain kalman filter untuk *plant* (1). *Plant* dengan kalman filter ditunjukkan seperti pada persamaan berikut

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_e(y - \hat{y})$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (3)$$

dengan

$$K_e = P_e C^T R^{-1}, \quad P_e A^T + A P_e - P_e C^T R_e^{-1} C P_e + Q_e = 0, \quad P_e > 0 \quad (4)$$

Dan yang terakhir adalah membentuk sinyal kontrol *LQG*  $u = -F\hat{x}$  dengan  $\hat{x}$  diperoleh dari (3). Dan Persamaan (3) dapat ditulis sebagai berikut

$$\dot{\hat{x}} = (A - BF - K_e C)\hat{x} + K_e y$$

$$u = -F\hat{x}$$

Persamaan (5) merupakan persamaan gerak *surge*, Persamaan (6) merupakan persamaan gerak belok, dan Persamaan (7) merupakan persamaan gerak menyelam.

$$\dot{u} = (m - X_{\dot{u}})^{-1} \{ X_u u + X_{TR} U_i \} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} & 0 \\ -N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} -S U_0 + Y_v & -(m - X_{\dot{u}} + S x_f) U_0 & 0 \\ -S x_f - (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}}) & -(x_f^2 S + Y_r) U_0 - N_r & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S U_0^2 \\ S x_f U_0^2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \right\} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_y - M_{\dot{q}} & 0 & 0 & -M_{\dot{w}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_0 & 0 & 0 \\ Z_{\dot{q}} & 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} -(x_f^2 S + Z_{\dot{q}}) U_0 + M_{\dot{q}} & 0 & 0 & [S x_f - (Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}})] U_0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_0 & 0 & 1 \\ (X_{\dot{u}} m - S x_f) U_0 & 0 & 0 & S U_0 Z_{\dot{w}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ z \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S x_f U_0^2 \\ 0 \\ 0 \\ S U_0^2 \end{bmatrix} \delta_r \right\} \quad (7)$$

Dari ketiga persamaan ini, dicari model linear AUV dengan cara melinearisasi persamaan *state* di sekitar titik ekuilibrium dan diperoleh Persamaan (8), (9), dan (10).

$$\dot{u} = 0,1351u + 0,0587U_i \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,7826 & -0,2834 & 0 \\ -11,7685 & -1,61 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0014 \\ 0,2377 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,3626 & 0 & 0 & 9,9601 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & -1 \\ 0,2644 & 0 & 0 & -4,78 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \theta \\ z \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,2011 \\ 0 \\ 0 \\ 0,0014 \end{bmatrix} \delta_e \quad (10)$$

Nilai dari  $K_e$  dan  $F$  untuk masing-masing persamaan gerak dihitung dengan menyelesaikan Persamaan (2) dan (4) dengan asumsi gangguan diberikan pada input. Nilai  $Q$ ,  $R$ ,  $Q_e$ , dan  $R_e$  untuk masing-masing persamaan gerak dapat dilihat pada Tabel 1. Dari parameter ini diperoleh  $K_e$  dan  $F$  seperti pada tabel 2.

**Tabel 1** Nilai  $Q$ ,  $R$ ,  $Q_e$ , dan  $R_e$

Gerak	$Q$	$R$	$Q_e$	$R_e$
Surge	[25]	[0,1]	[0,0034]	[1]
Belok	[10 0 0; 0 10 0; 0 0 10]	[0,1]	[ $4,9 \times 10^{-5}$ 0,0083 0; 0,0083 1,4125 0; 0 0 0]	[1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
Menyelam	[10 0 0 0; 0 10 0 0; 0 0 10 0; 0 0 0 10]	[0,1]	[0.0404 0 0 0.0003; 0 0 0 0; 0 0 0 0; 0.0003 0 0 0.0000]	[1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1]

**Tabel 2** Nilai  $F$  dan  $K_e$

Gerak	$F$	$K_e$
Surge	[18,2796]	[0,2824]
Belok	[-16,1343; 9,6136; -10]	[0,0012 -0,0205 0,0156; -0,0205 0,4941 -0,2456; 0,0156 -0,2456 0,6562]
Menyelam	[12,0801; -15,9297; -10; 19,8053]	[0,0225 -0,0233 -0,0082 0,0011; -0,0233 0,1441 0,1593 -0,0015; -0,0082 0,1593 0,3673 -0,0005; 0,0011 -0,0015 -0,0005 0,0001]

Dari nilai  $F$  dan  $K_e$  yang terdapat pada Tabel 2, dirancang sistem lup tertutup untuk masing-masing persamaan gerak. Dan selanjutnya disimulasikan untuk mengetahui apakah kontroler yang didesain mampu menggiring keluaran sistem menuju nol. Kondisi awal yang digunakan pada simulasi adalah 0,1. Persamaan  $v(t)$  adalah variabel acak terdistribusi gauss dengan *mean* nol dan varians 0,01 sedangkan  $w(t)$  variabel acak terdistribusi gauss dengan *mean* nol dan varians 0,001.

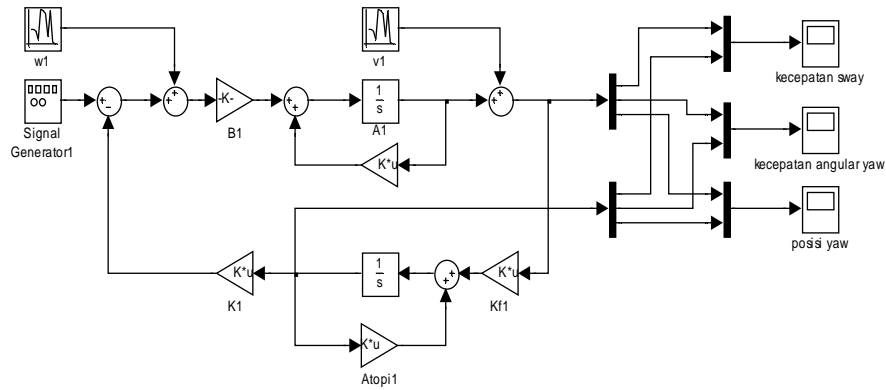
### SIMULASI DAN PEMBAHASAN

Simulasi ini menggunakan computer dengan spesifikasi processor intel core 2 duo 2.40Ghz, memory 2036 RAM. Model AUV diperencanaan dengan menggunakan software Catia V5 R17 untuk memperoleh dimensi yang tepat berdasarkan skala yang telah ditentukan sedangkan simulasi dalam permodelan sitem kendali AUV menggunakan software Matlab R2009b Simulink. data dimensional yang didesain pada Catia

**Tabel 3** data dimensional

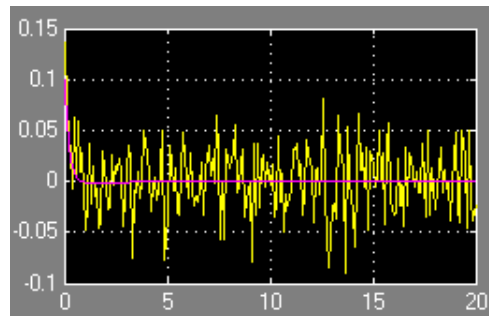
Data dimensional	Nilai	Satuan
Massa hull	55	kg
Panjang diameter	1,260	m
	0,220	m
Pusat gravitasi	$x_G = y_G = 0$ $z_G = 0,0001$	m
Pusat bouyancy	$x_B = y_G = z_G = 0$	m
Aspect Ratio	$A_R = 4,081633$	



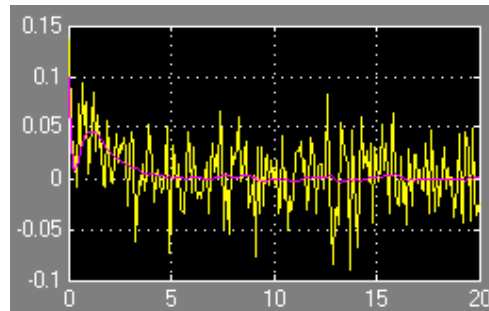


**Gambar 4** simulasi gerak Belok AUV

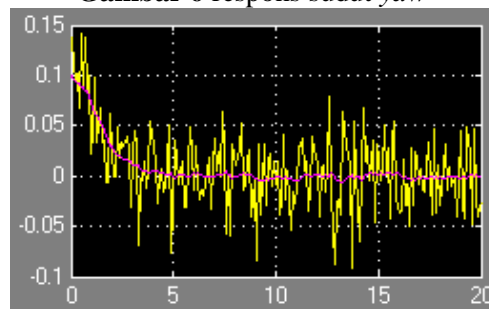
Pada simulasi sistem kendali belok dengan menggunakan *Linear Quadratic Gaussian*.



**Gambar 5** respons kecepatan belok



**Gambar 6** respons sudut yaw

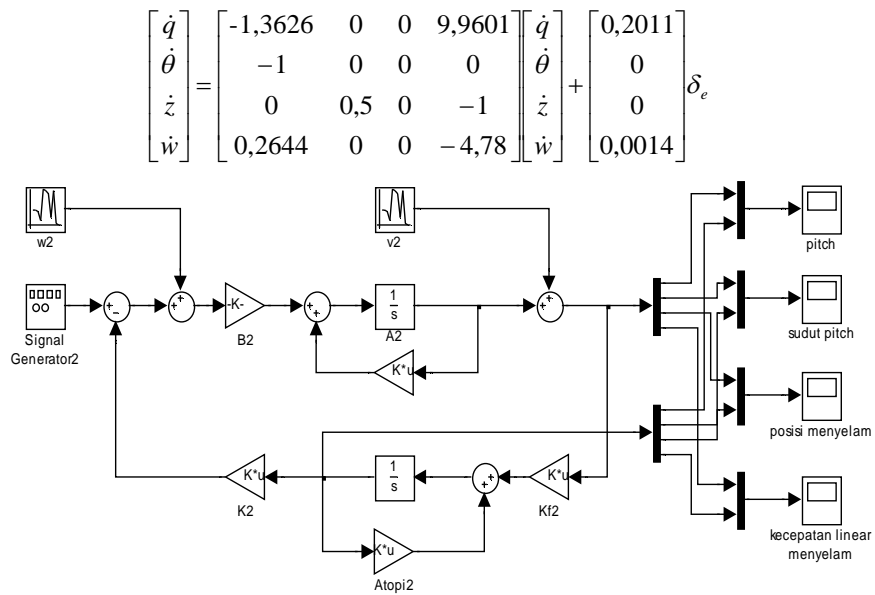


**Gambar 7** respons yaw rate

Gambar 5, 6, dan 7 menunjukkan hasil respons belok bahwa mampu mengikuti sinyal referensi yang diberikan.

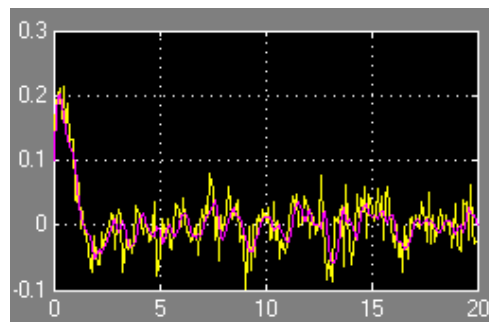
**c. Sistem Kendali Gerak Menyelam (diving)**

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_y - M_{\dot{q}} & 0 & 0 & -M_{\dot{w}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_0 & 0 & 0 \\ Z_{\dot{q}} & 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} -(x_f^2 S + Z_{\dot{q}})U_0 + M_{\dot{q}} & 0 & 0 & [Sx_f - (Z_{\dot{w}} - X_u)]U_0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_0 & 0 & 1 \\ (X_u m - Sx_f)U_0 & 0 & 0 & SU_0 Z_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{z} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Sx_f U_0^2 \\ 0 \\ 0 \\ SU_0^2 \end{bmatrix} \delta_e \right\}$$

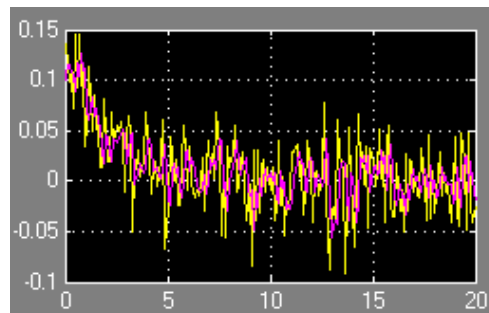


**Gambar 8** simulasi gerak menyelam

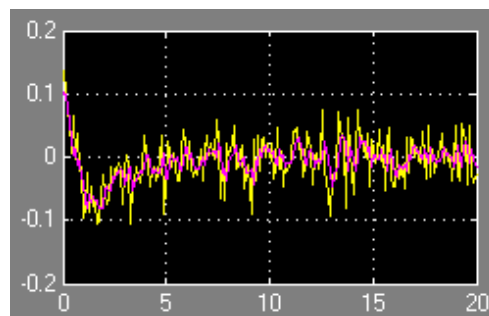
Seperti dalam simulasi sistem kendali belok, pada gerak menyelam juga digunakan *setpoint* untuk menguji respon sistem. Dari hasil simulasi didapatkan respons gerak menyelam (*diving*) AUV pada gambar 9 sampai 12



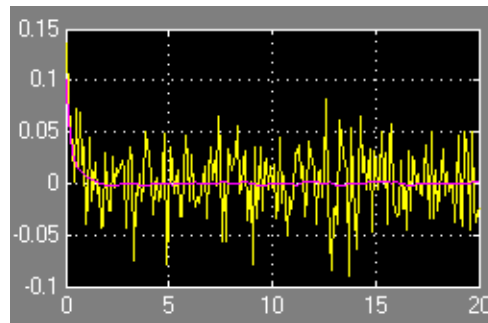
**Gambar 9** respons *pitch rate*



**Gambar 10** respons posisi menyelam



**Gambar 11** respons sudut *pitch*



**Gambar 12** respons kecepatan linear menyelam

Respon sistem pada gerak menyelam dipengaruhi oleh defleksi dari sirip *elevator* AUV. Gambar 9, 10, 11, dan 12 menunjukkan hasil respons menyelam bahwa mampu mengikuti sinyal referensi yang diberikan.

### **KESIMPULAN**

*Linear Quadratic Gaussian* mampu mengurangi overshoot dan mampu memperbaiki eror steady state. Dari Gambar 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, dan 12 dapat diamati bahwa kontroler yang dirancang mampu menggiring keluaran *plant* dari kondisi awal 0,1 menuju nol. Garis berwarna kuning merupakan keluaran ( $y$ ) dengan noise  $w(t)$  dan garis berwarna merah muda merupakan keluaran hasil estimasi ( $\hat{y}$ ).

### **DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Yang, Chen., 2007, "Modular Modeling and Control for Autonomous Underwater Vehicle (AUV)", Departement of Mechanical Engineering National University of Singapore, Singapore.
- [2] Thor I. Fossen., 1994, "Guidance and Control of Ocean Vehicle", *Buffins Lane*, Chichester, England : John Wiley and Sons Ltd.
- [3] Utkin, Vadim I., 1992, "Sliding Modes in Control and Optimization", Heidelberg, Germany : Springer-Verlag.
- [4] Gonzalez, Louis Andrew., 2004, *Design*, "Modelling and Control of an Autonomous Underwater Vehicle", *mobile Robotics Laboratory, center for Intelligent Information Processing Systems, School of Electrical, Electronic and Computer engineering*, The University of Western Australia.
- [5] Burns, Roland S., 2001, "Advanced Control Engineering", Department of Mechanical and Marine Engineering University of Plymouth. UK: Butterworth Heinemann.
- [6] Jun, Bong-huan., Park, Jin-Yeong., Lee, Fill-Youb., Lee, Pan-Mook., Lee, Chong-Moo., Kim, Kihun., Lim, Young-kon., Oh, Jun-Ho., 2008, "Development of the AUV 'IsiMI' and a free Running Test in an Ocean Engineering Basin", *Ocean Engineering Research Department and Humanoid Robot Research Center*, KAIST, Republic of Korea



**PENDEKATAN CART DAN REGRESI LOGISTIK  
PADA POLA TINGKAT KEPARAHAN KORBAN KECELAKAAN LALU LINTAS  
DI SURABAYA**

**Atika Nurani Ambarwati<sup>1)</sup>, Heri Kuswanto<sup>2)</sup>, Ismaini Zain<sup>3)</sup>**

<sup>1)</sup>*Mahasiswa Pascasarjana, Jurusan Statistik, ITS Surabaya  
(atika.nurani@gmail.com)*

<sup>2)</sup>*Pengajar, jurusan Statistik, ITS Surabaya  
(heri\_k@statistika.its.ac.id)*

<sup>3)</sup>*Pengajar, jurusan Statistik, ITS Surabaya  
(ismaini\_z@statistika.its.ac.id)*

**Abstrak**

Kecelakaan lalu lintas merupakan kejadian dimana sebuah kendaraan bermotor bertabrakan dengan benda lain sehingga menyebabkan kerusakan. Kecelakaan ini mungkin dapat mengakibatkan luka-luka atau kematian manusia atau binatang. Berdasarkan informasi data penyebab kematian di Indonesia, kecelakaan lalu lintas termasuk dalam penyebab kematian ketiga terbesar setelah HIV/AIDS dan TBC. Oleh karena itu masalah ini perlu mendapat perhatian untuk mengantisipasi jatuhnya korban meninggal dunia pada kecelakaan lalu lintas.

Dalam berbagai penelitian yang ada, ditemukan banyak faktor yang berpengaruh terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas. Oleh karena itu dalam penelitian ini dilakukan klasifikasi tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas dengan pendekatan CART (*Classification and Regression Trees*) dan regresi logistik untuk melihat karakteristik dan faktor yang paling berpengaruh terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas. Pada penelitian ini tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas dibagi menjadi tiga kategori yaitu meninggal dunia, luka berat dan luka ringan. Hasil klasifikasi yang diperoleh dari dua pendekatan tersebut akan dibandingkan untuk mendapatkan model terbaik. Selanjutnya, setelah dilakukan klasifikasi didapatkan hasil bahwa variabel prediktor yang paling berpengaruh terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas pada pendekatan regresi logistik ordinal adalah jenis kecelakaan dengan ketepatan klasifikasi untuk data *learning* dan *testing* masing-masing 42,79 persen dan 38,77 persen. Sedangkan untuk pendekatan CART adalah jenis kecelakaan, usia, peran korban dalam kecelakaan, dan jenis kendaraan dengan ketepatan klasifikasi untuk data *learning* dan *testing* masing-masing 52,80 persen dan 48 persen.

**Kata kunci:** CART, kecelakaan lalu lintas, regresi logistik.

**PENDAHULUAN**

Kecelakaan lalu lintas adalah kejadian dimana sebuah kendaraan bermotor bertabrakan dengan benda lain sehingga menyebabkan kerusakan. Kecelakaan ini mungkin dapat mengakibatkan luka-luka atau kematian manusia atau binatang. Kecelakaan lalu lintas di Indonesia masih cukup tinggi. Saat ini di Indonesia, kecelakaan lalu lintas adalah penyebab kematian ketiga terbesar setelah HIV/AIDS dan TBC. (Departemen Perhubungan RI, 2010). Kota Surabaya sebagai salah satu kota besar di Indonesia, memiliki tingkat kecelakaan lalu lintas yang cukup tinggi. Kota Surabaya terbagi menjadi dua kawasan hukum, yaitu kawasan hukum jajaran Polrestabes Surabaya dan Polres Pelabuhan Tanjung Perak. Selama tahun 2010 di kawasan hukum jajaran Polrestabes Surabaya terjadi kecelakaan lalu lintas sebanyak 411 kasus yang menyebabkan jatuhnya korban sebanyak 507 orang.

Karena tingginya tingkat kecelakaan lalu lintas, maka perlu dilakukan penelitian tentang pola tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas di Surabaya. Penelitian tentang kecelakaan lalu lintas untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat keparahan korban

kecelakaan lalu lintas Kota Surabaya pernah dilakukan oleh Afidah (2011) metode yang digunakan dalam penelitian tersebut yaitu metode regresi logistik. Namun dalam penelitian tersebut menghasilkan ketepatan klasifikasi yang kecil, sehingga perlu untuk memodelkan dengan metode lain yang diharapkan dapat menghasilkan ketepatan klasifikasi yang lebih besar.

Regresi logistik adalah salah satu metode statistik untuk menganalisis hubungan variabel respon yang memiliki skala nominal atau ordinal dengan variabel prediktor. Regresi logistik tidak memerlukan asumsi normalitas, meskipun *screening* data *outliers* tetap dapat dilakukan. Regresi logistik yang memiliki variabel respon dengan tiga atau lebih kategori yang memiliki tingkatan dinamakan regresi logistik ordinal. CART adalah suatu metode nonparametrik dimana setelah didapatkan model klasifikasinya, maka struktur data dapat dilihat secara visual, sehingga memudahkan dalam eksplorasi dan pengambilan keputusan, selain itu CART dapat mengeksplorasi struktur data yang kompleks dengan banyak variabel.

Penelitian tentang regresi logistik telah banyak dilakukan antara lain Analisis regresi ordinal oleh Salam (2010) membahas tentang pengujian kesamaan vektor parameter pada beberapa model regresi logistik ordinal (faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia di Provinsi Jawa Timur, Nusa Tenggara Timur, dan Papua) dengan kesimpulan ketiga provinsi mempunyai perbedaan antara satu dan yang lainnya dalam hal pengaruh indikator pendidikan terhadap IPM. Sementara itu CART lebih banyak digunakan karena kemudahan interpretasi dan kemampuan penanganan data *missing*. Aplikasi yang menggunakan CART adalah oleh Prasetyo (2009) membahas tentang klasifikasi deteksi intrusi menggunakan pendekatan CART dan MARS. Penelitian tersebut menunjukkan bahwa tingkat akurasi CART dalam mengidentifikasi ketepatan klasifikasi lebih tinggi dibandingkan dengan MARS.

Kuhnert,P.M., Do,Kim-Anh dan McClure,Rod, (2000) meneliti tentang penggabungan antara regresi logistik, CART dan MARS dapat menghasilkan model yang lebih informatif dan prediktif. Dalam penelitian tersebut juga dijelaskan penggunaan gabungan CART, MARS dengan regresi logistik tidak hanya untuk pemodelan tetapi sebagai alat eksplorasi untuk analisa yang lebih rinci dengan menggunakan metode konvensional seperti regresi logistik. Dalam penelitian ini akan diaplikasikan dua pendekatan yang berbeda yaitu CART dan regresi logistik untuk mengetahui tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas yang dibagi menjadi tiga kategori yaitu meninggal dunia, luka berat dan luka ringan.. Hasil klasifikasi yang diperoleh dari dua pendekatan tersebut akan dibandingkan untuk mendapatkan model terbaik.

## REGRESI LOGISTIK ORDINAL

Model yang dapat digunakan untuk regresi logistik ordinal adalah model logit kumulatif (*cumulative logit models*). Misalkan variabel respon  $Y$  berskala ordinal memiliki  $G$  buah kategori dan  $\mathbf{x}_i$  menyatakan vektor variabel prediktor pada pengamatan ke- $i$ ,  $\mathbf{x}_i = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{ip}]^T$  dengan  $i = 1, 2, \dots, n$ , maka model logit kumulatif dinyatakan :

$$\text{logit} \left[ P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) \right] = \alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad , \quad g = 1, 2, \dots, G-1 \quad (1)$$

dengan  $P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)$  adalah peluang kumulatif kategori ke- $g$  terhadap  $\mathbf{x}_i$ ,  $\{\alpha_g\}$  adalah parameter intersep dan memenuhi  $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_{G-1}$  dan  $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]^T$  adalah vektor koefisien regresi yang bersesuaian dengan  $\mathbf{x}_i$ .

Logit kumulatif didefinisikan sebagai (Agresti, 2002) :

$$\text{logit} \left[ P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) \right] = \ln \left[ \frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right] \quad , \quad g = 1, 2, \dots, G-1 \quad (2)$$

berdasarkan persamaan (1) dan (2) maka model regresi logistik ordinal dapat dinyatakan

$$\text{logit} \left[ P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) \right] = \ln \left[ \frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad , \quad g = 1, 2, \dots, G-1 \quad (3)$$

Penaksiran parameter model regresi logistik ordinal dilakukan dengan menggunakan

metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), kemudian diselesaikan dengan metode iterasi numerik yaitu Newton-Raphson. Pengujian parameter model regresi logistik ordinal dapat dilakukan secara serentak maupun parsial. Hipotesis dalam uji serentak adalah :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji yang digunakan:  $G^2 = -2(\ln L(\hat{\omega}) - \ln L(\hat{\Omega}))$

dengan  $L(\hat{\Omega})$  merupakan nilai maksimum *likelihood* di bawah populasi dan  $L(\hat{\omega})$  merupakan nilai maksimum *likelihood* di bawah  $H_0$ . Kriteria penolakan  $H_0$  yaitu tolak  $H_0$  apabila nilai  $G^2$  lebih besar dari  $\chi^2_{(\alpha, p)}$  atau *p-value* kurang dari  $\alpha$ . Sedangkan hipotesis dalam uji parsial adalah :

$$H_0 : \beta_k = 0$$

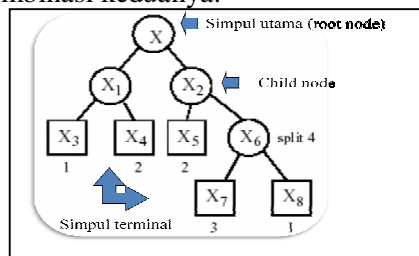
$$H_1 : \beta_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, p$$

Statistik uji yang digunakan:  $W_k = \frac{\hat{\beta}_k}{SE(\hat{\beta}_k)}$

Kriteria penolakan  $H_0$  yaitu tolak  $H_0$  apabila nilai  $|W_k|$  lebih besar dari  $Z_{\alpha/2}$  atau *p-value* kurang dari  $\alpha$ .

### CART (*Classification and Regression Trees*)

CART adalah salah satu metode nonparametrik dari salah satu teknik eksplorasi data yaitu suatu teknik pohon keputusan (*decisions tree*). Jika variabel responnya berupa variabel kontinu maka disebut regresi pohon (*regression trees*), jika variabel responnya kategorik maka metode CART menghasilkan *classification trees* (pohon klasifikasi) (Breiman, Friedman, Olshen dan Stone, 1984). Klasifikasi pohon merupakan metode alternatif untuk memodelkan dan memprediksi nilai variabel respon berjenis kategorik yang dipengaruhi variabel-variabel bebas berjenis kategorik, kontinyu ataupun kombinasi keduanya.



Gambar 3.1 Struktur Pohon Klasifikasi

Proses pembentukan CART

a. Proses pembentukan klasifikasi pohon meliputi 3 tahapan yaitu (Breiman *et al.*, 1993):

1. Pemilihan pemilah

a. Fungsi keheterogenan simpul untuk mengurangi keheterogenan pada simpul utama dan memaksimalkan kehomogenan pada simpul anak.

b. Pemilahan simpul

c. Kriteria *Goodness of Split*

2. Penentuan simpul terminal

3. Penandaan label kelas

proses pembentukan pohon dilakukan sampai tidak memungkinkan lagi untuk dilanjutkan (Lewis, 2000).

b. Pemangkasan Klasifikasi Pohon

Untuk mendapatkan pohon yang layak maka perlu dilakukan pemangkasan (*pruning*) yaitu suatu penilaian ukuran pohon tanpa pengorbanan ketepatan atau kebaikannya melalui pengurangan simpul pohon sehingga dicapai ukuran pohon yang layak dan berdasarkan pada ukuran *cost complexity pruning*.

### c. Pohon Klasifikasi Optimal

Pohon klasifikasi optimal yang dipilih adalah pohon optimal yang berukuran tepat dan mempunyai nilai penduga pengganti yang cukup kecil. Ukuran pohon klasifikasi yang sangat besar akan memberikan nilai penduga pengganti yang sangat kecil, sehingga pohon ini cenderung dipilih untuk menduga nilai respon. Yang perlu diperhatikan adalah ukuran pohon yang besar akan mempunyai nilai kompleksitas yang tinggi karena struktur data yang digambarkan cenderung kompleks. Data sampel akan digunakan untuk mendapatkan nilai pengganti yang paling kecil dari pohon klasifikasi yang dipilih.

Ada 2 jenis penduga pengganti yaitu (Breiman *et. al.*, 1993) :

1. Penduga sampel uji (*test sample estimate*).
2. Penduga validasi silang lipat V (*cross validation V-fold estimate*).

## KECELAKAAN LALU LINTAS

Kecelakaan lalu lintas adalah kejadian dimana sebuah kendaraan bermotor bertabrakan dengan benda lain sehingga menyebabkan kerusakan. Kecelakaan ini dapat mengakibatkan luka-luka atau kematian manusia atau binatang. ([www.republika.co.id](http://www.republika.co.id))

Pada suatu kecelakaan lalu lintas yang terjadi, ada beberapa kriteria keparahan korban kecelakaan menurut PP No 43 Thn 1993 Pasal 93, antara lain:

1. Korban Meninggal  
Korban meninggal adalah korban yang dipastikan meninggal dunia akibat kecelakaan lalu lintas dalam jangka waktu paling lama 30 hari setelah kecelakaan tersebut.
2. Korban Luka Berat  
Korban luka berat adalah korban yang karena luka-lukanya menderita cacat tetap atau harus dirawat dalam jangka waktu lebih dari 30 hari sejak terjadi kecelakaan.
3. Korban Luka Ringan  
Korban luka ringan adalah korban yang tidak termasuk dalam kategori korban meninggal dunia dan korban luka berat.

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data yang diambil dari penelitian sebelumnya oleh Afidah (2011). Data ini terdiri dari 507 data korban kecelakaan lalu lintas selama tahun 2010 di kawasan hukum jajaran Polrestabes Surabaya.

Variabel respon (Y) dalam penelitian ini adalah tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas yang terdiri dari tiga kategori, yaitu korban meninggal dunia, korban luka berat dan korban luka ringan. Sedangkan variabel prediktor ( $X_j$ ) yang digunakan yaitu jenis kecelakaan ( $X_1$ ) yang terdiri dari empat kategori, yaitu tabrakan belakang (TB), tabrakan depan (TD), tabrakan samping (TS), dan lain-lain, jenis kelamin ( $X_2$ ) yang terdiri dari dua kategori, yaitu laki-laki dan perempuan, Usia ( $X_3$ ) yang terdiri dari tiga kategori, yaitu anak-anak dan remaja (0-21 tahun), dewasa (22-55 tahun) dan lanjut usia (lebih dari 55 tahun), peran korban dalam kecelakaan ( $X_4$ ) yang terdiri dari tiga kategori, yaitu pengemudi, penumpang kendaraan selain pengemudi dan pengguna jalan non penumpang kendaraan (penyeberang jalan, pejalan kaki, dll), jenis kendaraan ( $X_5$ ) yang terdiri dari tiga kategori, yaitu sepeda motor (kendaraan bermotor roda dua atau tiga), kendaraan roda empat atau lebih dan lain-lain (sepeda angin, becak atau kendaraan bukan bermotor lainnya), Waktu kecelakaan ( $X_6$ ) yang terdiri dari dua kategori, yaitu padat kendaraan (pukul 06.00 WIB-08.00 WIB, 12.00 WIB-13.30 WIB, 16.00 WIB-18.00 WIB) dan sepi (selain waktu padat), tanggal perayaan khusus ( $X_7$ ) yang terdiri dari dua kategori, yaitu libur hari raya idul fitri, natal, dan tahun baru dan lainnya.

Untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas dilakukan analisis dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Memodelkan dengan menggunakan regresi logistik ordinal
2. Memodelkan dengan menggunakan CART dengan langkah-langkah :
  - a. Penentuan pemilah dan pemilahan secara *rekursif* pada simpul.

Penentuan pemilah dilakukan dengan menentukan satu gugus pertanyaan *dikotomis*, dimana jawaban dari pertanyaan tersebut menentukan sekat atau pemilah, bagi ruang variabel prediktor. Selanjutnya pemilahan dievaluasi dengan menggunakan kriteria

*goodness-of-split*  $\phi(s, t)$ . Pemilah terbaik adalah pemilah yang memberikan penurunan keheterogenan tertinggi.

- b. Penentuan simpul terminal (*terminal node*).  
Penentuan simpul terminal dilakukan jika suatu simpul  $t$  dicapai sehingga tidak terdapat penurunan keheterogenan secara berarti.
- c. Penandaan label kelas (*class label*).  
Label kelas dari simpul terminal ditentukan berdasarkan aturan jumlah terbanyak, yaitu jika  $r(t) = 1 - \max_j p(j|t) = \max_j p(j|t) = \max_j \frac{N_j(t)}{N(t)}$  maka label kelas untuk simpul terminal  $t$  adalah  $j_0$  yang memberikan nilai dugaan kesalahan pengklasifikasian pada simpul  $t$  paling kecil sebesar  $r(t) = 1 - \max_j p(j|t)$ .
- d. Penghentian pembentukan pohon klasifikasi.  
Penghentian pembentukan pohon klasifikasi dilakukan dengan menentukan minimum  $n$  pada simpul anak, kedalaman (*depth*) dalam pohon maksimal (*maximal tree*) atau dengan menentukan ambang batas (*threshold*)  $\beta$ .
- e. Pemangkasan pohon klasifikasi (*pruning*).  
Pemangkasan pohon klasifikasi dilakukan dengan menggunakan kriteria ukuran *cost complexity minimum*.
- f. Pemilihan pohon klasifikasi optimal melalui *test sample estimates*.
- g. Memilih model pohon terbaik dengan nilai kesalahan relatif tes set (*test set relative cost*) yang minimum.

## PEMBAHASAN

Sebelum dilakukan analisis regresi logistik ordinal, maka perlu dilakukan pemilihan variabel prediktor yang berpengaruh nyata secara individu terhadap variabel respon, yaitu dengan cara meregresikan tiap-tiap variabel prediktor terhadap variabel responnya sehingga dapat diketahui variabel prediktor mana saja yang secara univariabel berpengaruh nyata terhadap variabel respon. Untuk menentukan variabel prediktor yang berpengaruh, digunakan statistik uji *Wald*. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_k = 0$$

$$H_1 : \beta_k \neq 0, \text{ dengan } k = 1, 2, \dots, 7$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik  $W = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})}$

Kesimpulan  $H_0$  ditolak jika  $|W| > 1,64485$  atau *p-value*  $< 10\%$

Apabila digunakan tingkat signifikansi  $\alpha$  sebesar  $10\%$ , maka variabel jenis kecelakaan ( $X_1$ ), usia ( $X_3$ ), peran korban dalam kecelakaan ( $X_4$ ) dan jenis kendaraan ( $X_5$ ) memiliki nilai  $W$  lebih besar dari  $Z_{0,05} = 1,64485$  atau *p-value* yang kurang  $\alpha = 10\%$ .

Setelah didapatkan variabel-variabel yang signifikan berpengaruh secara parsial, maka akan dimodelkan secara serentak untuk mendapatkan model yang lebih sederhana dan tepat berpengaruh secara serentak terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas. Hipotesisnya adalah:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \text{paling sedikit ada satu } \beta_k \neq 0, k = 1, 2, 3, 4.$$

Statistik uji  $G^2 = -2 (\ln(\hat{\omega}) - \ln L(\hat{\Omega}))$

Kesimpulan :  $H_0$  ditolak jika  $G^2 > \chi^2_{(df, \alpha)}$  atau *p-value*  $< 10\%$ .

Dapat dilihat bahwa nilai statistik  $G^2$  yang dihasilkan adalah sebesar  $257,901$  dan apabila dibandingkan dengan nilai  $\chi^2_{0,1;9}$  maka nilai statistik  $G^2$  lebih besar dari pada  $\chi^2_{0,1;9}$  sehingga keputusan tolak  $H_0$  yang berarti minimal ada satu variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas di Surabaya.

**Tabel 6.1** Nilai statistik uji  $G^2$  model regresi logistik ordinal multivariabel

Statistik $G^2$	df	P-value
257,901	9	0,000

**Tabel 6.2** Pengujian serentak variabel prediktor

Kategori variabel prediktor	B	Exp(B)	wald	p-value	keputusan
Konstanta (1)	1,304	3,684	10,001	0,002*	
Konstanta (2)	2,965	19,395	46,868	0,000*	
Jenis Kecelakaan ( $X_1$ )					
TB	1,365	3,916	17,735	0,000*	Tolak $H_0$
TD	0,971	2,641	9,373	0,002*	Tolak $H_0$
TS	1,161	3,193	13,233	0,000*	Tolak $H_0$

Variabel-variabel prediktor yang digunakan dalam pengujian analisis regresi ordinal secara parsial yaitu jenis kecelakaan ( $X_1$ ), usia ( $X_3$ ), peran korban dalam kecelakaan ( $X_4$ ) dan jenis kendaraan ( $X_5$ ). Dari pengujian serentak digunakan tingkat signifikansi  $\alpha$  sebesar 10%, variabel yang berpengaruh signifikan terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas yaitu jenis kecelakaan ( $X_1$ ) karena memiliki nilai  $W$  lebih besar dari  $Z_{0,05} = 1,64485$  atau  $p$ -value yang kurang  $\alpha = 10\%$ .

Fungsi logit yang terbentuk digunakan untuk membentuk fungsi model peluang yang menggambarkan pola hubungan antar variabel respon dengan variabel prediktor. Fungsi logit tersebut adalah:

$$g_1(x) = 1,304 + 1,365x_1(TB) + 0,971x_1(TD) + 1,161x_1(TS)$$

$$g_2(x) = 2,965 + 1,365x_1(TB) + 0,971x_1(TD) + 1,161x_1(TS)$$

Fungsi model peluang untuk kategori korban meninggal dunia dilambangkan  $\pi_0(x)$ , korban luka berat  $\pi_1(x)$  dan korban luka ringan  $\pi_2(x)$ , sehingga mendapatkan nilai peluang sebagai berikut:

$$\pi_0(x) = 1 - \frac{e^{2,965+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)}}{(1 + e^{2,965+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)})}$$

$$\pi_1(x) = \frac{e^{1,304+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)}}{(1 + e^{1,304+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)})}$$

$$\pi_2(x) = \frac{e^{2,965+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)} - e^{1,304+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)}}{(1 + e^{2,965+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)})(1 + e^{1,304+1,365x_1(TB)+0,971x_1(TD)+1,161x_1(TS)})}$$

Pada variabel jenis kecelakaan menunjukkan bahwa risiko korban kecelakaan kategori tabrak belakang 3,916 kali lebih banyak daripada korban kecelakaan kategori lainnya. Risiko korban kecelakaan kategori tabrak depan 2,641 kali lebih banyak daripada korban kecelakaan kategori lainnya, dan risiko korban kecelakaan kategori tabrak samping 3,193 kali lebih banyak daripada korban kecelakaan kategori lainnya.

Berdasarkan perhitungan peluang di atas, maka dapat diperoleh hasil prediksi sehingga kebenaran model logit ini dapat dilihat berdasarkan hasil pengklasifikasian antara prediksi dan observasi.

**Tabel 6.3** Hasil Klasifikasi dengan Model Regresi Logistik Data *Learning*

observasi	prediksi			Ketepatan klasifikasi
	Meninggal Dunia	Luka Berat	Luka Ringan	
Meninggal Dunia	68	78	5	36,9%
Luka Berat	45	91	14	36,7%
Luka Ringan	23	69	16	26,4%
Total keseluruhan				42,79%

**Tabel 6.4** Hasil Klasifikasi dengan Model Regresi Logistik Data *Testing*

observasi	prediksi			
	Meninggal Dunia	Luka Berat	Luka Ringan	Ketepatan klasifikasi
Meninggal Dunia	0	42	0	0%
Luka Berat	0	38	0	100%
Luka Ringan	0	18	0	0%
Total keseluruhan				38,77%

Selanjutnya dilakukan pemodelan menggunakan model CART. Model yang dihasilkan dalam CART bukan merupakan model matematis akan tetapi berupa model pohon/topologi.

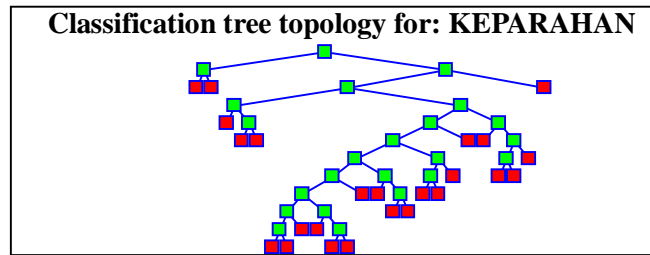
**Tabel 6.5** Nilai Simpul Terminal, *Test Set Relative Cost*, *Resubstitution Relative Cost* dan *Complexity* menurut nomor pohon

Tree Number	Terminal Nodes	Test Set Relative Cost	Resubstitution Relative Cost	Complexity
1*	52	0.936 ± 0.079	0.624	-1.000
2	47	0.901 ± 0.080	0.624	3.57E-005
3	45	0.845 ± 0.080	0.625	0.000257
4	43	0.845 ± 0.080	0.628	0.001
5	42	0.845 ± 0.080	0.630	0.001
6	41	0.858 ± 0.080	0.632	0.001
7	37	0.806 ± 0.080	0.642	0.002
8	36	0.792 ± 0.080	0.645	0.002
9	35	0.792 ± 0.080	0.648	0.002
10	33	0.792 ± 0.080	0.655	0.002
11	26	0.792 ± 0.080	0.678	0.002
12**	24	0.753 ± 0.080	0.685	0.002
13	22	0.779 ± 0.080	0.693	0.002
14	21	0.794 ± 0.080	0.697	0.003
15	19	0.781 ± 0.080	0.706	0.003
16	17	0.766 ± 0.080	0.715	0.003
17	16	0.766 ± 0.080	0.722	0.004
18	14	0.765 ± 0.079	0.736	0.005
19	9	0.753 ± 0.079	0.772	0.005
20	8	0.757 ± 0.079	0.779	0.005
21	5	0.798 ± 0.075	0.805	0.006
22	4	0.788 ± 0.076	0.821	0.011
23	3	0.806 ± 0.072	0.844	0.015
24	1	1.000 ± 0.000	1.000	0.052

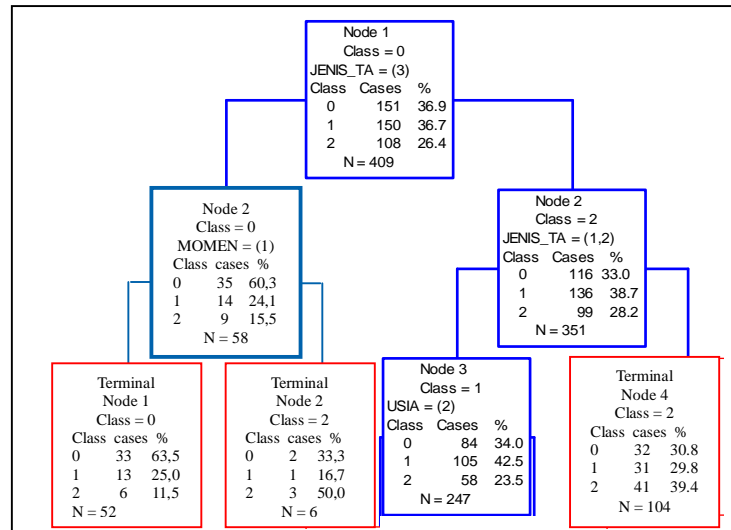
\* Maksimum \*\* Optimal

Pohon klasifikasi maksimal yang dihasilkan terdiri dari 52 simpul terminal. Pohon maksimal yang terbentuk mengandung *test set relative cost* sebesar  $0,936 \pm 0,079$  dengan *resubstitution relative cost* sebesar 0,624 dan kompleksitas paramete -1,000. Pohon klasifikasi maksimal menggambarkan struktur data yang sangat kompleks, sehingga perlu dilakukan pemangkasan pohon agar diperoleh nilai kompleksitas yang relatif kecil (Breiman, dkk 1993).

Pohon optimal merupakan pohon yang memiliki *test set relative cost* terkecil. Pohon optimal yang terbentuk terdiri dari jumlah simpul terminal sebanyak 24 buah terlihat pada nomor pohon 12.



Gambar 6.1 Pohon Klasifikasi Optimal dengan 24 Simpul Terminal



Gambar 6.2 Ilustrasi Proses Pemilahan pada Pohon Klasifikasi Optimal dengan 24 Simpul Terminal

Pada pohon optimal yang menjadi simpul utama adalah kelompok jenis tabrakan (simpul 1), dimana ada 409 korban kecelakaan yang dipilah menjadi 2 simpul anak yaitu simpul kiri sebanyak 58 korban dan 351 korban menjadi simpul kanan. Kelompok jenis tabrakan lain-lain (kecelakaan yang bukan termasuk dalam tabrakan belakang, tabrakan depan, dan tabrakan samping) dikelompokkan pada simpul kiri (simpul 2). Simpul 2 dipilah lagi dengan variabel pemilah adalah variabel momen. Simpul kiri (simpul terminal 1) sebanyak 52 korban dengan karakteristik selain libur hari raya idul fitri, natal, dan tahun baru. Simpul kanan (simpul terminal 2) sebanyak 6 korban dengan karakteristik selain libur hari raya idul fitri, natal, dan tahun baru. Setiap simpul terminal tidak dipilah lagi karena sudah bersifat homogen.

Adapun interpretasi hasil untuk masing-masing simpul terminal adalah sebagai berikut:

1. Simpul terminal 1, korban kecelakaan dengan
  - jenis tabrakan lain-lain (kecelakaan yang bukan termasuk dalam tabrakan belakang, tabrakan depan, dan tabrakan samping),
  - momen lainnya (bukan libur hari raya idul fitri, natal, dan tahun baru),
 mempunyai dugaan sebesar 52 korban kecelakaan. Dimana sebanyak 33 korban meninggal dengan presentase sebesar 63,5 persen, 13 korban mengalami luka berat dan 6 korban mengalami luka ringan, masing-masing dengan presentase sebesar 25,0 persen dan 11,5 persen.
2. Simpul terminal 2, korban kecelakaan dengan
  - jenis tabrakan lain-lain (kecelakaan yang bukan termasuk dalam tabrakan belakang, tabrakan depan, dan tabrakan samping),
  - momen libur hari raya idul fitri, natal, dan tahun baru,
 mempunyai dugaan sebesar 6 korban kecelakaan. Dimana sebanyak 2 korban meninggal dengan presentase 33,3 persen, 1 korban mengalami luka berat dan 3 korban mengalami luka ringan, masing-masing dengan presentase sebesar 16,7 persen dan 50,0 persen.
3. Simpul terminal 4, korban kecelakaan dengan
  - jenis tabrakan tabrak depan dan tabrak samping,
  - usia lebih dari 55 tahun (lanjut usia),



- peran korban dalam kecelakaan pengendara dan penumpang,
- pada jam sepi,

mempunyai dugaan sebesar 7 korban kecelakaan. Dimana sebanyak 1 korban meninggal dengan presentase 14,3 persen, masing-masing 3 korban mengalami luka berat dan luka ringan, dengan presentase sebesar 42,9 persen.

Pada pohon optimal yang terbentuk ternyata semua variabel prediktor masuk dalam model, yaitu jenis kecelakaan ( $X_1$ ), jenis kelamin ( $X_2$ ), usia ( $X_3$ ), peran korban dalam kecelakaan ( $X_4$ ), jenis kendaraan ( $X_5$ ), waktu kecelakaan ( $X_6$ ), dan tanggal perayaan khusus ( $X_7$ ). Lebih jelasnya dapat dilihat pada Tabel 6.6.

**Tabel 6.6** Variabel yang Masuk dalam Pohon Klasifikasi

Variable	Score	
JENIS_TA	100.00	
USIA	79.47	
PERAN_KO	53.02	
JENIS_KE	51.19	
MOMENT	49.48	
JAM	40.34	
JK	32.10	

Variabel prediktor yang menjadi pemilah pertama (utama) pada simpul induk adalah variabel jenis tabrakan ( $X_1$ ), hal ini disebabkan variabel  $X_1$  merupakan variabel paling dominan dalam pembentukan model klasifikasi dengan skor 100.

Berdasarkan perhitungan peluang di atas, maka dapat diperoleh hasil prediksi sehingga kebenaran model logit ini dapat dilihat berdasarkan hasil pengklasifikasian antara prediksi dan observasi.

**Tabel 6.7** Hasil Klasifikasi Pohon Optimal untuk Data *Learning*

Kelas aktual	Prediksi kelas			Ketepatan klasifikasi (%)
	Meninggal	Luka Berat	Luka Ringan	
Meninggal	59	47	45	39,07
Luka Berat	17	83	50	55,33
Luka Ringan	9	25	74	68,52
Ketepatan klasifikasi total (%)				52,80

Pada Tabel 6.6 besarnya ketepatan klasifikasi total 52,8 persen, artinya pohon klasifikasi yang terbentuk mampu memprediksi pengamatan dengan tepat sebesar 52,80 persen.

**Tabel 6.8** Hasil Klasifikasi Pohon Optimal untuk Data *Testing*

Kelas aktual	Prediksi kelas			Ketepatan klasifikasi (%)
	Meninggal	Luka Berat	Luka Ringan	
Meninggal	14	12	16	33,33
Luka Berat	5	23	10	60,53
Luka Ringan	0	8	10	55,56
Ketepatan klasifikasi total (%)				48,00

Pada Tabel 6.7 besarnya ketepatan klasifikasi total 48 persen, artinya pohon klasifikasi yang terbentuk mampu memprediksi pengamatan dengan tepat sebesar 48 persen.

## KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Variabel yang berpengaruh terhadap tingkat keprahan korban kecelakaan lalu lintas di Surabaya berdasarkan penelitian ini adalah variabel jenis kecelakaan ( $X_1$ ), usia ( $X_3$ ), peran korban dalam kecelakaan ( $X_4$ ) dan jenis kendaraan ( $X_5$ ). Tetapi pada pengujian serentak

hanya variabel jenis kecelakaan ( $X_1$ ). Model regresi logistik yang didapatkan adalah sebagai berikut:

$$g_1(x) = 1,304 + 1,365x_1(TB) + 0,971x_1(TD) + 1,161x_1(TS)$$

$$g_2(x) = 2,965 + 1,365x_1(TB) + 0,971x_1(TD) + 1,161x_1(TS)$$

2. Analisis menggunakan metode CART menunjukkan bahwa variabel prediktor yang berpengaruh terhadap tingkat keparahan korban kecelakaan lalu lintas di Surabaya pada kondisi pohon optimal yang terbentuk ternyata semua variabel prediktor masuk dalam model, yaitu jenis kecelakaan ( $X_1$ ), jenis kelamin ( $X_2$ ), usia ( $X_3$ ), peran korban dalam kecelakaan ( $X_4$ ), jenis kendaraan ( $X_5$ ), waktu/jam kecelakaan ( $X_6$ ), dan momen/tanggal perayaan khusus ( $X_7$ ). Variabel jenis tabrakan ( $X_1$ ) merupakan variabel yang paling dominan berpengaruh dibandingkan dengan variabel lainnya.
3. Dilihat dari besarnya ketepatan klasifikasi dalam model maka metode CART lebih baik dibandingkan model regresi logistik karena memiliki nilai ketepatan klasifikasi yaitu 52,80 persen.

## SARAN

Model yang dihasilkan dalam penelitian ini menghasilkan ketepatan klasifikasi yang kecil, sehingga dalam penelitian selanjutnya disarankan untuk memodelkan dengan metode lain dan hendaknya menggunakan variabel prediktor yang lebih lengkap.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1.] Afidah, L. N., (2011), *Pola Tingkat Keparahan Korban Kecelakaan Lalu Lintas Dengan Menggunakan Regresi Logistik Multinomial (Studi kasus : Kecelakaan Lalu Lintas di Surabaya, Tugas Akhir, (Tidak Dipublikasikan), Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.*
- [2.] Agresti, A., (2002), *Categorical Data Analysis*, John Willey and Sons, New York.
- [3.] Anonim, (2011) "Kecelakaan Lalu Lintas", [id.wikipedia.org/wiki/Kecelakaan\\_lalu-lintas](http://id.wikipedia.org/wiki/Kecelakaan_lalu-lintas), Diakses 1 Juni 2011.
- [4.] Anonim, (2011), "Kecelakaan Lalu Lintas Tempati Urutan Tiga Penyebab Kematian Pusat Komunikasi Publik", <http://www.dephub.go.id/read/berita/direktorat-jenderal...darat/5131>, Diakses 30 Oktober 2011.
- [5.] Breiman, L., Friedman, J.H., Olshen, R.A., dan Stone, C.J., (1993), *Classification and Regression Tree*, Chapman And Hall, New York..
- [6.] Dillon, W.R, (1978), "On the performance of some multinomial classification rules", *Journal of American Statistical Association*, vol 73, hal 305-313.
- [7.] Farida, A. (2008), *Analisis Regresi Logistik Ordinal (Studi Kasus: Akreditasi SMK di Jawa Timur)*, Tesis (Tidak Dipublikasikan), Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [8.] Frank, I.E., (1995), "Modern nonlinear regression methods", *Chem.Int.Lab.Systems* Vol 27, hal 1-9.
- [9.] Kuhnert, P.M., Do, Kim-Anh dan McClure, Rod, (2000), "Combining non-parametric models with logistic regression: an application to motor vehicle injury data", *computational statistics & data analysis*, Vol 34, hal 371-386.
- [10.] Maradona, S., (2010), "Sebanyak 28 Nyawa Melayang Tiap Hari Akibat Kecelakaan Lalu Lintas", <http://www.republika.co.id/berita/breaking-news/nasional/10/12/30/155169-sebanyak-28-nyawa-melayang-tiap-hari-akibat-kecelakaan-lalu-lintas>, diakses 30 Oktober 2011.
- [11.] Prasetyo, G. C., (2009), *Klasifikasi Deteksi Intrusi Menggunakan Pendekatan Classification And Regression Trees (CART) Dan Multivariate Adaptive Regression Spline (MARS)*, Tesis, (Tidak Dipublikasikan), Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [12.] Salam, R., (2010), *Pengujian Kesamaan Vektor Parameter pada Beberapa Model Regresi Logistik Ordinal (Faktor-faktor Yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Jawa Timur, Nusa Tenggara Timur, dan Papua Tahun 2006)*, Tesis, (Tidak Dipublikasikan), Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [13.] Undang-undang Nomor 22 Tahun 2009 tentang Lalu Lintas dan Angkutan Jalan.

## PREDIKSI SUKU BUNGA BANK INDONESIA (BI RATE) MENGGUNAKAN MODEL *NEURO FUZZY*

Ayu Azmy Amalia<sup>1)</sup>, Agus Maman Abadi<sup>2)</sup>

- 1) Mahasiswa Program Studi Matematika Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
- 2) Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta  
Email: ayu.alia16@yahoo.com, agusmaman@uny.ac.id

### Abstrak

BI Rate merupakan suku bunga kebijakan yang memegang peranan dalam mengarahkan pergerakan ekonomi nasional. Salah satu model prediksi yang dapat digunakan untuk prediksi BI Rate adalah model *neuro fuzzy*, yang merupakan gabungan antara sistem *fuzzy* dengan jaringan syaraf tiruan. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui proses pemodelan *Neuro Fuzzy System* (NFS) untuk memprediksi tingkat suku bunga BI (BI rate).

Proses pemodelan menggunakan NFS metode Sugeno orde nol, yang diawali dengan pemilihan variabel *input* dan *output* dengan menggunakan jaringan *backpropagation*, dengan fungsi biaya *Sum Squared Error* (SSE). Pada tahap ini pasangan data *input-output* dibagi menjadi data *training* (TRD) dan data *checking* (CHD). Selanjutnya, TRD dan CHD dikelompokkan ke dalam beberapa kelas (*cluster*), kemudian dilakukan pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian anteseden dan konsekuen pada aturan-aturan inferensi *fuzzy* untuk mendapatkan nilai keanggotaan tiap data pada bagian anteseden dan *output* hasil pembelajaran pada konsekuen. Setelah penentuan *output* akhir, dilakukan penghitungan nilai MAPE dan MSE untuk mengetahui kesesuaian antara *output* jaringan dan data target.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa model sistem *neuro fuzzy* terbaik untuk prediksi BI Rate menurut nilai MAPE dan MSE terkecil adalah model dengan 5 variabel *input*, yaitu data BI Rate 1 bulan, 2 bulan, 4 bulan, hingga 6 bulan sebelumnya, dengan 102 pasang data *input* yang dibagi menjadi 68 pasangan TRD dan 34 pasangan CHD. Nilai MAPE atas TRD dan CHD berturut-turut adalah 8.5% dan 14.22%, dan nilai MSE atas TRD dan CHD data berturut-turut adalah 0.99 dan 2.18.

**Kata kunci:** *neuro fuzzy*, prediksi, BI Rate, suku bunga BI

### PENDAHULUAN

Suku bunga Bank Indonesia (BI Rate) adalah suku bunga kebijakan yang mencerminkan sikap atau *stance* kebijakan moneter yang ditetapkan oleh Bank Indonesia dan diumumkan kepada publik (Bank Indonesia, 2012). BI Rate diumumkan oleh Dewan Gubernur Bank Indonesia setiap Rapat Dewan Gubernur (RDG) bulanan dan diimplementasikan pada operasi moneter yang dilakukan Bank Indonesia melalui pengelolaan likuiditas (*liquidity management*) di pasar uang untuk mencapai kebijakan moneter. Sasaran operasional kebijakan moneter dicerminkan pada perkembangan suku bunga Pasar Uang Antar Bank *Overnight* (PUAB O/N). Pergerakan di suku bunga PUAB ini diharapkan akan diikuti oleh perkembangan di suku bunga deposito, dan pada gilirannya suku bunga kredit perbankan. BI Rate sebagai respon (*stance*) kebijakan moneter ditetapkan untuk mengarahkan pergerakan inflasi dan ekonomi ke depan agar tetap berada pada jalur pencapaian sasaran inflasi yang telah ditetapkan (konsistensi). (Bank Indonesia, 2012).

Perkiraan terhadap kenaikan atau penurunan BI Rate dilakukan berdasarkan pada tingkat inflasi. Inflasi memberi pengaruh positif terhadap *return* pasar. Saat inflasi naik, harga *output* produksi juga mengalami kenaikan, sehingga tingkat pinjaman di bank akan mengalami kenaikan. Hal ini menyebabkan jumlah uang yang beredar di Indonesia mengalami kenaikan sehingga nilai tukar Rupiah melemah. Selain itu, tingginya harga *output* produksi mengakibatkan investor lebih memilih menanamkan modalnya di pasar modal sehingga harga saham turun dan IHSG (Indeks Harga Saham Gabungan) secara umum akan mengalami penurunan. Dengan demikian, BI akan menaikkan BI Rate sebagai respon kebijakan moneter. Demikian pula sebaliknya, saat inflasi

mengalami penurunan, maka nilai tukar Rupiah akan menguat, jumlah uang yang beredar mengalami penurunan, dan IHSG menguat, sehingga respon kebijakan moneter yang ditempuh oleh BI adalah dengan menaikkan BI *Rate*. Dengan kata lain, faktor-faktor yang sangat berpengaruh dalam penetapan BI *Rate* adalah tingkat inflasi dan jumlah uang beredar di Indonesia, kurs Rupiah terhadap Dolar AS, serta IHSG.

Bentuk respon kebijakan moneter dinyatakan dalam kenaikan, penurunan, atau tidak berubahnya BI *Rate*. Bank Indonesia menerapkan kerangka kebijakan moneter melalui pengendalian suku bunga (target suku bunga). BI *Rate* sebagai respon (*stance*) kebijakan moneter ditetapkan untuk mengarahkan pergerakan inflasi dan ekonomi ke depan agar tetap berada pada jalur pencapaian sasaran inflasi yang telah ditetapkan (konsistensi). (Bank Indonesia, 2012). BI *Rate* digunakan sebagai acuan dalam operasi moneter untuk mengarahkan RRT SBI (Rata-Rata Tertimbang Sertifikat Bank Indonesia) periode tertentu hasil lelang OPT (Operasi Pasar Terbuka) berada di sekitar BI *Rate*.

BI *Rate* diumumkan oleh Dewan Gubernur Bank Indonesia setiap Rapat Dewan Gubernur (RDG) bulanan dan diimplementasikan pada operasi moneter yang dilakukan Bank Indonesia melalui pengelolaan likuiditas (*liquidity management*) di pasar uang untuk mencapai kebijakan moneter. BI *Rate* yang ditetapkan telah melalui hasil asesmen yang mempertimbangkan seluruh besaran makroekonomi (utamanya pengaruh terhadap sektor riil), indikator perbankan, serta pasar keuangan lainnya (Bank Indonesia, 2012).

Sejauh ini belum terdapat penelitian yang bertujuan untuk prediksi BI *Rate*. Penelitian yang banyak dilakukan hingga saat ini adalah mengenai prediksi suku bunga Sertifikat Bank Indonesia (SBI *Rate*). Pada hakikatnya, hasil prediksi terhadap SBI *Rate* mengindikasikan BI *Rate* sendiri, sebab BI *Rate* merupakan acuan dalam operasi moneter untuk mengarahkan RRT SBI (Rata-Rata Tertimbang Sertifikat Bank Indonesia) periode tertentu hasil lelang OPT (Operasi Pasar Terbuka) berada di sekitar BI *Rate*. Dengan kata lain, BI *Rate* sebagai sinyal respon kebijakan moneter dan SBI merupakan wujud palaksanaannya dan SBI *Rate* selalu berada di sekitar BI *Rate*.

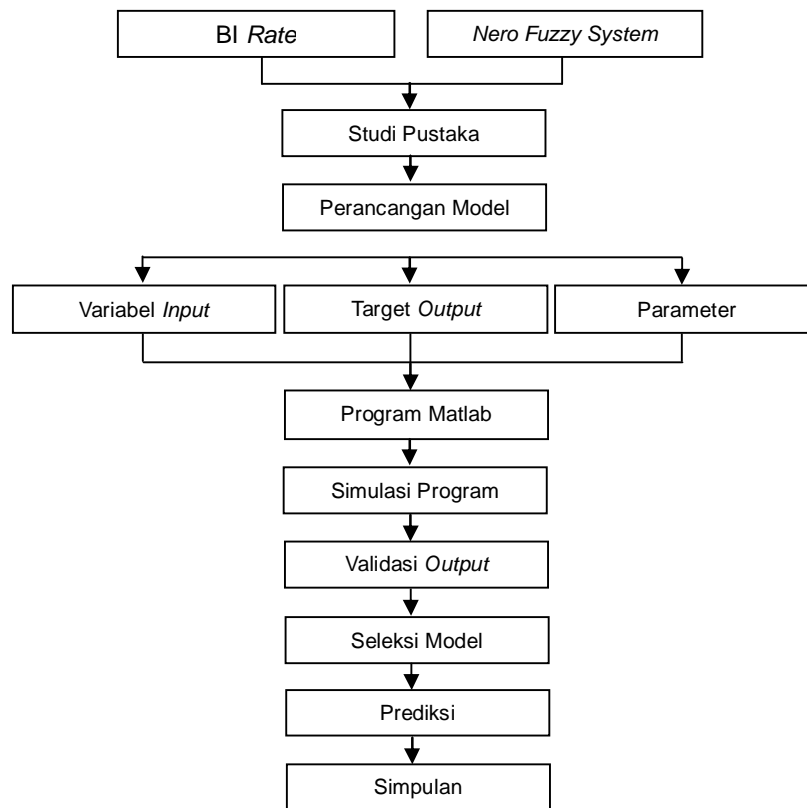
Salah satu model yang dapat digunakan untuk melakukan prediksi terhadap BI *Rate* adalah model *neuro fuzzy*. *Neuro fuzzy* adalah gabungan dari dua sistem, yaitu sistem logika *fuzzy* dan jaringan saraf tiruan. Sistem *neuro fuzzy* berdasar pada sistem inferensi *fuzzy* yang dilatih menggunakan algoritma pembelajaran yang diturunkan dari sistem jaringan saraf tiruan. Sistem *fuzzy* dapat mengatasi kesulitan dalam melukiskan suatu sistem fisis yang kompleks dan sukar dimodelkan secara matematis. Informasi yang digunakan oleh sistem *fuzzy* adalah pengetahuan kualitatif tentang sistem dengan sarana linguistik. Karena terdiri dari basis aturan dan label linguistik sebagaimana dalam kehidupan manusia, sistem *fuzzy* secara intuitif mudah dipahami oleh manusia. Model *neuro fuzzy* dapat dibangun menggunakan beberapa metode sistem inferensi *fuzzy*, diantaranya adalah metode Tsukamoto, metode Sugeno (TSK) orde nol, dan metode Sugeno orde satu.

Telah banyak penelitian yang menggunakan sistem *neuro fuzzy* sebagai model, diantaranya: J.J. Mc. Duling dkk (2005) melakukan penelitian untuk menghitung biaya pembangunan gedung, A.O. Johnson, B.Sc dkk (2007) melakukan penelitian untuk membuat desain tanjakan jalan, Wastono (2010) melakukan penelitian untuk memprediksi gempa bumi di Indonesia dengan, dan Syed Azhar Syed Ab. Rahman dkk (2010) melakukan penelitian untuk deteksi kesalahan dan diagnosis sistem.

Berdasarkan uraian di atas, permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana pengaplikasian model *neuro fuzzy* dengan sistem inferensi *fuzzy* metode Sugeno orde nol untuk preksi BI *Rate*. Penelitian ini bertujuan untuk membangun model *neuro fuzzy* dengan sistem inferensi *fuzzy* metode Sugeno orde nol untuk preksi BI *Rate* dan mengetahui tingkat keakuratannya. Model prediksi yang diperoleh dapat digunakan oleh pemerintah atau pihak-pihak lain dalam pengambilan kebijakan yang terkait dengan prediksi BI *Rate*.

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini menggunakan pendekatan *research and development* pada model *Neural Fuzzy System* (NFS). Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:



**Gambar 1.** Bagan Garis Besar Tahapan Penelitian

## PEMBAHASAN

Dalam bahasan ini, beberapa hal yang akan dibahas mencakup landasan teori mengenai sistem *fuzzy*, jaringan syaraf tiruan, dan *neuro fuzzy*, serta hasil penelitian sebagai berikut.

### Sistem Fuzzy

Suatu himpunan fuzzy  $\tilde{A}$  didefinisikan sebagai (Zimmermann, 1991):

Jika  $X$  adalah humpunan universal, maka suatu himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dalam  $X$  adalah suatu himpunan pasangan berurutan:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\} \quad (1)$$

dengan  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  adalah derajat keanggotaan  $x$  di  $\tilde{A}$  yang memetakan  $X$  ke interval  $[0,1]$ .

Definisi fungsi keanggotaan adalah (Klir dkk, 1997):

Fungsi Keanggotaan (*membership function*) dari himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  pada  $X$  adalah suatu fungsi:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$$

Fungsi keanggotaan dapat dinyatakan dalam berbagai representasi. Beberapa di antara representasi fungsi keanggotaan yang sering digunakan adalah (Kusumadewi dan Hartati, 2010): representasi linear naik, representasi linear turun, kurva segitiga, kurva trapesium, kurva-S pertumbuhan, kurva-S penyusutan, kurva PI, kurva beta, kurva *Gauss*.

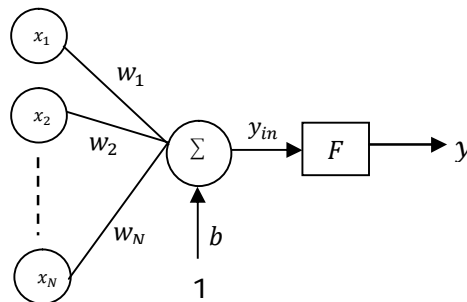
Sistem Inferensi Fuzzy (*Fuzzy Inference System* atau FIS) merupakan suatu kerangka komputasi yang didasarkan pada teori himpunan *fuzzy* dengan aturan berbentuk *IF-THEN* dan penalaran *fuzzy*. FIS yang digunakan untuk membangun model *neuro fuzzy* dalam penelitian ini adalah FIS metode Sugeno orde nol. Secara umum, bentuk model *fuzzy* Sugeno Orde Nol adalah (Cox, 1994):

$$IF (x_1 \text{ is } A_1) \circ (x_2 \text{ is } A_2) \circ (x_3 \text{ is } A_3) \circ \dots \circ (x_N \text{ is } A_N) \circ THEN z = k$$

dengan  $A_i$  adalah himpunan *fuzzy* ke- $i$  sebagai anteseden,  $\circ$  adalah operator *fuzzy* (seperti *AND* atau *OR*), dan  $k$  adalah suatu konstanta (tegas) sebagai konsekuen.

### Jaringan Syaraf Tiruan

Jaringan syaraf merupakan salah satu representasi buatan dari otak manusia yang selalu mencoba untuk mensimulasikan proses pembelajaran pada otak manusia tersebut. Istilah buatan di sini digunakan karena jaringan syaraf diimplementasikan dengan menggunakan program komputer yang mampu menyelesaikan sejumlah proses perhitungan selama proses pembelajaran (Fausett, 1994). Terdapat beberapa arsitektur jaringan syaraf tiruan, antara lain: *single layer net* dan *multilayer net*. *Single layer net* hanya memiliki satu lapisan dengan bobot-bobot terhubung. Jaringan ini hanya menerima *input* kemudian secara langsung akan mengolahnya menjadi *output* tanpa harus melalui *hidden layer*, sedangkan *multilayer net* memiliki satu atau lebih lapisan yang terletak di antara lapisan *input* dan lapisan *output* (memiliki satu atau lebih *hidden layer*). (Kusumadewi dan Hartati, 2010: 75).



Gambar 2. Jaringan Syaraf Single Layer Net

Pada jaringan syaraf, *neuron-neuron* akan dikumpulkan dalam lapisan (*layer*) yang disebut dengan lapisan *neuron* (*neuron layers*). *Neuron-neuron* pada satu lapisan akan dihubungkan dengan lapisan-lapisan sebelum dan sesudahnya (kecuali lapisan *input* dan lapisan *output*). Informasi yang diberikan pada jaringan syaraf akan dirambatkan lapisan ke lapisan, mulai dari lapisan *input* sampai ke lapisan *output* melalui lapisan yang lainnya, yang sering dikenal dengan nama lapisan tersembunyi (*hidden layers*). Adakalanya jaringan syaraf tidak mampu mengakomodasi informasi yang ada melalui data-data *input* maupun melalui bobot-bobotnya. Untuk mengakomodasi hal tersebut, biasanya pada jaringan syaraf juga ditambahkan **bias** yang biasanya bernilai 1. (Kusumadewi dan Hartati, 2010).

Transformasi nilai *output* melalui pemetaan sinyal masukan ke dalam sebuah nilai yang sesuai dengan *neuron* lainnya dilakukan oleh fungsi aktivasi. Dalam penelitian ini, fungsi aktivasi yang digunakan adalah fungsi *sigmoid* biner. Fungsi *sigmoid* biner memiliki nilai pada *range* 0 sampai 1. Oleh karena itu, fungsi ini sering digunakan untuk jaringan syaraf yang membutuhkan nilai *output* yang terletak antara interval 0 sampai 1 atau yang bernilai 0 atau 1. Fungsi *sigmoid* biner dirumuskan sebagai (Demuth dan Beale, 1998):

$$y = f(x) = \frac{1}{1+e^{-\sigma x}} \quad (5)$$

dengan fungsi turunannya:

$$f'(x) = \sigma f(x)[1 - f(x)]$$

Salah satu bagian terpenting dari konsep jaringan syaraf adalah terjadinya proses pembelajaran, yang merupakan ide dasar jaringan syaraf tiruan. Algoritma pembelajaran yang digunakan dalam penelitian ini adalah algoritma *backpropagation*. *Backpropagation* merupakan algoritma pembelajaran yang biasanya digunakan pada jaringan syaraf dengan banyak lapisan untuk mengubah bobot-bobot yang terhubung yang terhubung dengan *neuron-neuron* yang ada pada lapisan tersembunyinya. Algoritma *backpropagation* menggunakan *error output* untuk mengubah bobot-bobotnya dalam arah mundur (*backward*). Untuk mendapatkan *error* ini, tahap perambatan maju (*forward propagation*) harus dikerjakan terlebih dahulu. Pada saat perambatan maju, *neuron-neuron* diaktifkan dengan menggunakan fungsi aktivasi, seperti *sigmoid* biner (Persamaan 5) (Fausett, 1994).

Pada dasarnya, pelatihan *backpropagation* dilakukan dalam rangka estimasi bobot-bobot, sehingga pada akhir pelatihan diperoleh bobot yang baik. Perhitungan bobot dilakukan dengan propagasi maju (*feedforward*) untuk mendapatkan *error* dan modifikasi bobot dengan menggunakan *error* dilakukan dengan propagasi mundur (*backpropagation*). Bobot-bobot diatur

untuk meminimumkan *error*. *Error* adalah selisih antara nilai *output* jaringan dengan target *output* yang diharapkan. *Error* dihitung berdasarkan rata-rata kuadrat kesalahan atau *Mean Squared Error* (MSE). Pelatihan *backpropagation* meliputi 3 fase berikut (J.J. Siang, 2009):

- a. Fase 1: propagasi maju (*forward propagation*)  
Selama proses propagasi maju, sinyal *input* dipropagasikan ke lapisan tersembunyi menggunakan fungsi aktivasi yang ditentukan. *Output* dari setiap unit lapisan tersembunyi selanjutnya dipropagasikan secara maju ke lapisan tersembunyi di atasnya dengan fungsi aktivasi yang telah ditentukan, demikian seterusnya hingga ke *hidden layer* terakhir dan ke lapisan *output* sehingga menghasilkan *output* jaringan. Berikutnya, keluaran jaringan dibandingkan dengan target *output* yang harus dicapai. Selisih antara *output* jaringan dengan target *output* *Error* yang terjadi. Apabila *error* yang terjadi lebih besar dari batas toleransi yang ditentukan, maka setiap bobot dalam jaringan akan dimodifikasi berdasarkan *error* yang terjadi, untuk mengurangi kesalahan. Jika *error* yang terjadi kurang dari batas toleransi yang ditentukan, maka kondisi penghentian dipenuhi dan iterasi dihentikan.
- b. Fase 2: propagasi mundur (*backward propagation*)  
Pada tahap ini, dilakukan penghitungan faktor  $\delta_2^k$  berdasarkan *error* yang terjadi, yang dipakai untuk mendistribusikan *error* di unit *output* ke semua unit lapisan tersembunyi dan mengubah bobot yang terhubung langsung dengan lapisan *output*. Dengan cara yang sama, dihitung faktor  $\delta_1^j$  di setiap unit lapisan tersembunyi sebagai dasar modifikasi semua bobot dari lapisan tersembunyi ke lapisan di bawahnya. Demikian seterusnya, perhitungan faktor  $\delta$  dilakukan hingga semua faktor  $\delta$  di lapisan tersembunyi yang berhubungan langsung dengan *input*.
- c. Fase 3: modifikasi bobot  
Setelah dilakukan perhitungan terhadap seluruh faktor  $\delta$ , semua bobot dimodifikasi bersamaan. Perubahan suatu bobot didasarkan pada faktor  $\delta$  di lapisan di atasnya. Sebagai contoh, perubahan suatu bobot yang menuju lapisan *output* didasarkan pada faktor  $\delta_k$  yang ada di unit *output*. Modifikasi bobot dilakukan untuk menurunkan *error* yang terjadi.

Ketiga fase tersebut diulangi hingga kondisi penghentian dipenuhi. Umumnya, kondisi penghentian yang digunakan adalah jumlah iterasi atau kesalahan. Iterasi akan dihentikan jika iterasi yang dilakukan telah melebihi banyaknya maksimum iterasi yang ditetapkan atau jika kesalahan yang terjadi sudah lebih kecil dari batas toleransi yang ditetapkan.

### **Fungsi aktivasi pada algoritma *backpropagation***

Pada jaringan yang dibangun dengan algoritma *backpropagation*, fungsi aktivasi yang digunakan harus memenuhi syarat berikut: kontinu, terdiferensial dengan mudah, merupakan fungsi yang tidak turun. Salah satu fungsi yang memenuhi ketiga kriteria di atas adalah fungsi *sigmoid* biner (Persamaan 5) yang memiliki *range* 0 sampai 1. Pada penelitian ini, fungsi aktivasi yang digunakan antara lapisan *input* dan lapisan tersembunyi adalah fungsi aktivasi *sigmoid* biner, dan fungsi aktivasi yang digunakan antara lapisan tersembunyi dengan lapisan *output* adalah fungsi identitas. Fungsi identitas atau fungsi linear memiliki nilai *output* yang sama dengan nilai *input*nya. Menurut Demuth dan Beale (1998), fungsi linear dirumuskan sebagai:

$$y = x \quad (6)$$

### ***Neuro Fuzzy***

Langkah-langkah pembentukan sistem inferensi *fuzzy* model Sugeno orde nol melalui pengendali jaringan syaraf adalah sebagai berikut (Lin, 1996):

- a. Pemilihan variabel *input-output* dan data pelatihan.  
Pada bagian ini, akan ditetapkan variabel-variabel *input* yang relevan dengan *output* menggunakan metode eliminasi *backward*, dengan fungsi biaya *Sum Squared Error* (SSE). Seleksi variabel dilakukan dengan mengeliminasi variabel-variabel yang tidak diperlukan. Pasangan data *input-output* dibagi  $N_t$  *training* data (TRD) dan  $N_c$  *checking* data (CHD).
- b. Pengelompokan (*clustering*) data pelatihan.  
Pada bagian ini, TRD akan dibagi menjadi  $r$  kelas dengan menggunakan metode pengelompokan *Fuzzy C-Means* (FCM), terdapat  $r$  buah aturan  $R^s, s = 1, 2, \dots, r$ .  $N_s$  adalah jumlah data yang masuk pada kelas ke- $s$ .

- c. Pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian anteseden (bagian *IF*) pada aturan-aturan inferensi *fuzzy*.

Setiap vektor *input* pada TRD, ditentukan  $m_i = (m_i^1, m_i^2, \dots, m_i^r)$  sebagai berikut (Lin, 1996):

$$m_i^k = \begin{cases} 1, & k = s \\ 0, & k \neq s \end{cases}$$

dengan

$m_i^k$  = derajat keanggotaan setiap data ( $x_i$ ) pada *cluster* ke- $k$  ( $k \leq r$ )

$s$  = banyaknya aturan inferensi *fuzzy*

Kemudian derajat keanggotaan setiap data pada bagian anteseden dapat diperoleh sebagai *output* jaringan yang telah dilatih, sebagai (Lin, 1996):

$$\mu_{A_s}(x_i) = \hat{m}_i^s \quad (7)$$

dengan  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $s = 1, 2, \dots, r$  dan  $\mu_{A_s}$  adalah nilai keanggotaan tiap data dalam himpunan *fuzzy*  $A$  pada aturan *fuzzy* ke- $s$  bagian anteseden.

- d. Pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian konsekuen (bagian *THEN*) pada aturan-aturan inferensi *fuzzy*.

Pada bagian ini, akan dilakukan pembelajaran jaringan syaraf pada bagian *THEN* dari  $R^S$  dengan *input*  $x = (x_{i1}^s, x_{i2}^s, \dots, x_{im}^s)$  dan target *output*  $y_i^s$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_s$ . Selanjutnya, hasil pelatihan akan diujikan pada CHD, dengan *input*  $x = (x_{i1}^s, x_{i2}^s, \dots, x_{im}^s)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_c$  untuk mendapatkan SSE CHD sebagai berikut (Lin, 1996):

$$E_m^S = \sum_{i=1}^c [y_i - f_s(x_i)\mu_{A_s}(x_i)]^2 \quad (8)$$

dengan  $S = 1, 2, \dots, r$ ,  $r$  = banyaknya kelas dan

$\mu_{A_s}(x_i)$  = nilai keanggotaan tiap data ( $x_i$ ) dalam himpunan *fuzzy*  $A$  pada aturan *fuzzy* ke- $s$  bagian anteseden

$f_s(x_i)$  = *output* jaringan hasil pembelajaran tiap data ( $x_i$ ) pada setiap aturan inferensi *fuzzy*  $R^S$  pada bagian konsekuen

$y_i$  = target *output* ke- $i$

$N_c$  = banyaknya pasangan CHD

Selanjutnya, *error* dengan pembobotan dapat dihitung sebagai berikut (Lin, 1996):

$$E_m^S = \sum_{i=1}^{N_c} \mu_{A_s}(x_i) [y_i - f_s(x_i)\mu_{A_s}(x_i)]^2 \quad (9)$$

- e. Penentuan *output* akhir.

Nilai  $y_i^*$  akhirnya dapat diperoleh sebagai berikut (Lin, 1996):

$$y_i^* = \frac{\sum_{s=1}^r \mu_{A_s}(x_i) f_s(x_i)}{\sum_{s=1}^r \mu_{A_s}(x_i)} \quad (10)$$

dengan  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $r$  = banyaknya kelas dan

$y_i^*$  = *output* akhir jaringan

*Fuzzy Modeling System* (FMN) yang digunakan dalam penelitian ini adalah FMN tipe II, dengan format aturan (Lin, 1996):

$$R^i: \text{IF } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ AND } x_2 \text{ is } A_{i2}, \text{ THEN } y \text{ is } f_i$$

dengan:  $i = 1, 2, \dots, n$

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i f_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} = \sum_{i=1}^n \hat{\mu}_i f_i \quad (11)$$

$R_i$  adalah aturan *fuzzy* ke- $i$  konsekuen ke- $k$ ,  $A_{i1}$  dan  $A_{i2}$  adalah himpunan *fuzzy* pada bagian *IF* (anteseden),  $f_i$  adalah konstanta,  $n$  adalah jumlah aturan, dan  $y^*$  adalah nilai inferensi. Nilai hasil inferensi sebagai *output* merupakan penjumlahan dari hasil perkalian  $\hat{\mu}_i$  dan  $w_f$ . (Lin, 1996).

## HASIL PENELITIAN

Model *neuro fuzzy* dibangun dengan 6 model prediksi *BI Rate* menggunakan model *neuro fuzzy* dengan FIS metode Sugeno orde nol. Model 1 menggunakan variabel *input* *BI Rate*  $X_{t-1}$  ( $x_1$ ),  $X_{t-2}$  ( $x_2$ ),  $X_{t-3}$  ( $x_3$ ),  $X_{t-4}$  ( $x_4$ ),  $X_{t-5}$  ( $x_5$ ), dan  $X_{t-6}$  ( $x_6$ ) dengan target *output* *BI Rate*, model 2 menggunakan variabel *input* *BI Rate*, tingkat inflasi dan jumlah uang beredar di Indonesia, kurs Rupiah terhadap Dolar AS, dan IHSG, model 3 menggunakan variabel *input* *BI Rate* dan tingkat



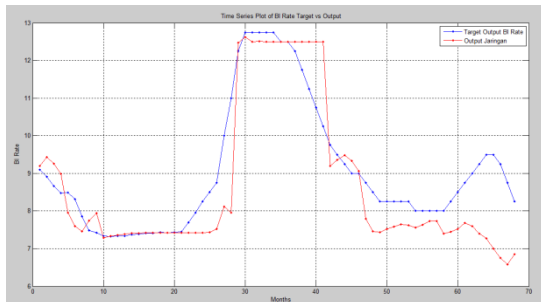
inflasi di Indonesia, model 4 menggunakan variabel *input* BI Rate dan kurs Rupiah terhadap Dolar AS, model 5 menggunakan variabel *input* BI Rate dan jumlah uang beredar di Indonesia, dan model 6 menggunakan variabel *input* BI Rate dan IHSG. Target *output* untuk model 2 hingga model 6 adalah BI Rate bulan berikut.

Jaringan dibangun dengan algoritma *backpropagation levenberg marquardt* dan parameter yang digunakan: maksimum *epoch* = 1000, laju pembelajaran = 1, dan toleransi *error* =  $10^{-6}$ . Validasi model dilakukan untuk memilih model prediksi terbaik berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dan *Mean Squared Error* (MSE). Kinerja masing-masing model adalah sebagai berikut:

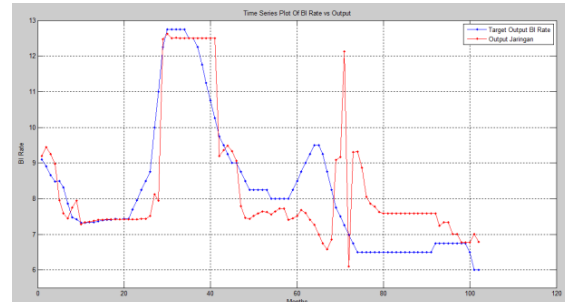
Tabel 1. MAPE (%) dan MSE atas TRD dan CHD Tiap Model

No	Model	TRD		CHD	
		MAPE (%)	MSE	MAPE (%)	MSE
1	1	8.500972513	0.990110381	14.21911965	2.176882551
2	2	26.22054872	12.92801269	273.1998	1464.75
3	3	14.13455678	1313	6.7012936	1924.88
4	4	248.88723	70.9461	13.791304	2.36659
5	5	37.94982	3679.037768	65.241781	2418.9251
6	6	35.909795	18.7009	6.2834059	2.8530958

Berdasarkan tabel diatas, model prediksi BI Rate terbaik adalah model 1, dengan nilai MAPE atas TRD dan CHD berturut-turut adalah 8.5% dan 14.22%, dan nilai MSE atas TRD dan CHD berturut-turut adalah 0.99 dan 2.18. Nilai dari *output* jaringan dan target *output* model 1 dapat dilihat pada Gambar 2 dan 3:



Gambar 2. Time Series Plot dari Target Output dan Output Jaringan TRD Model 1



Gambar 3. Time Series Plot dari Target Output dan Output Jaringan TRD dan CHD Model 1

Oleh karena model prediksi BI Rate terbaik adalah model 1, maka prediksi terhadap BI Rate bulan berikutnya dilakukan menggunakan data dan jaringan yang telah dibangun pada model 1. Prediksi BI Rate dilakukan untuk mengetahui BI Rate 6 bulan ke depan, yaitu BI Rate bulan Januari hingga Juni 2012. Berikut adalah tabel hasil prediksi BI Rate 6 bulan ke depan (periode Januari – Juni 2012):

Tabel 2. BI Rate Hasil Prediksi Periode Januari – Juni 2012

Bulan	BI Rate Hasil Prediksi (%)
Januari	5.865344984
Februari	11.11230087
Maret	10.4833
April	10.20129542
Mei	11.61643688
Juni	10.79490772

## KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan mengenai *Neuro Fuzzy System* (NFS) beserta aplikasinya pada prediksi suku bunga BI (*BI Rate*) dengan menggunakan *Neuro Fuzzy System* metode Sugeno dalam 6 model prediksi dengan variabel *input* yang berbeda, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut: berdasarkan 6 model *neuro fuzzy* dengan FIS metode Sugeno orde nol yang dibangun untuk prediksi *BI Rate*, model prediksi terbaik adalah model prediksi dengan 5 variabel *input*, yaitu *BI Rate* 1 bulan, 2 bulan, 4 bulan, hingga 6 bulan sebelumnya, dengan nilai MAPE atas TRD dan CHD berturut-turut adalah 8.5% dan 14.22%, dan nilai MSE atas TRD dan CHD berturut-turut adalah 0.99 dan 2.18. Berdasarkan hasil prediksi *BI Rate* 6 bulan ke depan, dapat disimpulkan bahwa model prediksi yang dibangun tidak cocok untuk prediksi *BI Rate* jangka panjang, namun sangat baik untuk prediksi jangka pendek, yaitu 1 bulan ke depan.

## DAFTAR PUSTAKA

- A.O. Johnson, B.Sc dkk. (2007). *Application of Neurofuzzy in the Development of Road Bump Designs. The Pacific Journal of Science and Technology Vol. 8 No.1*. Hlm. 73-79.
- Bank Indonesia. (2012). Definisi *BI Rate*. Diakses dari <http://www.bi.go.id> pada tanggal 15 Januari 2011, jam 16.00 WIB.
- Cox, Earl. 1994. *Fuzzy Logic for Business and Industry*. Massachusetts: Charles River Media Inc.
- Demuth, Howard & Beale Mark. 1998. *Neural Network Toolbox for Use in Matlab*. USA: Mathwork Inc.
- Fausett, Laurence. 1994. *Fundamentals of Neural Network (Archetectors, Algorithms, and Applications)*. New Jersey: Prentice-Hall.
- J. J. Mc Duling dkk. (2005). *The Application of Neuro-Fuzzy Methodology to Maintenance of Buildings. Penelitian*. University of Pretoria, South Africa.
- Klir G.J., St. Clair U., Yuan, B. 1997. *Fuzzy Set Teory Foundation and Application*. USA: Prentice-Hall Inc.
- Kusumadewi, Sri & Hartati, Sri. 2010. *Neuro-Fuzzy Integrasi Sistem Fuzzy dan Jaringan Syaraf Tiruan*. Edisi ke-2. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Lin, Chin-Teng & Lee, George. 1996. *Neural Fuzzy Systems*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Siang, Jong Jek. 2009. *Jaringan Syaraf Tiruan & Pmrogramannya Menggunakan Matlab*. Yogyakarta: C.V. Andi Offset
- Syed Azhar Syed Ab. Rahman dkk. (2010). *The Method Review of Neuro-Fuzzy in Fault Detection and Diagnosis System. International Journal of Engineering & Technology IJET-IJENS Vol. 10 No: 03*. Hlm. 65-68.
- Zadeh, L.A. 1995. *Discussion: Probability Theory and Fuzzy Logic are Complementary rather than Competitive dalam: Ross, Timothy J. Fuzzy Logic with Engineering Applications*. Edisi ke-2. Inggris: John Wiley & Sons Inc.
- Zimmermann. 1991. *Fuzzy Sets Theory and its Applications*. Edisi ke-2. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.

## BIFURKASI HOPF PADA MODEL DIFUSI PERIKLANAN

Ayu Luhur Yusdiana Yati<sup>1)</sup> dan Kus Prihantoso Krisnawan<sup>2)</sup>

- 1) Mahasiswa Program Studi Matematika Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY  
2) Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta  
Email: ayu.barbie927@gmail.com, kuspk@uny.ac.id

### Abstrak

Interaksi antara pelanggan dan calon pelanggan pada masalah periklanan sederhana dimodelkan pada makalah ini. Model ini kemudian disebut sebagai model difusi periklanan. Hasil analisis yang dilakukan terhadap model tersebut menunjukkan bahwa perubahan nilai parameter  $\gamma$  (perbandingan antara laju penjualan dengan laju banyaknya pelanggan yang berhenti berlangganan) mengakibatkan titik ekuilibrium  $(1, 1)$  yang stabil saat  $\gamma \geq 1$  berubah menjadi tak stabil untuk nilai  $\gamma < 1$ . Pada nilai  $\gamma < 1$  juga muncul *limit cycle* yang stabil. Hal ini menunjukkan bahwa bifurkasi Hopf terjadi pada titik ekuilibrium  $(1, 1)$  saat  $\gamma = 1$ .

**Kata kunci:** Bifurkasi Hopf, Model Difusi Periklanan

### PENDAHULUAN

Pada model difusi periklanan sederhana, diasumsikan bahwa informasi menyebar dari individu yang tahu produk ke orang yang tidak tahu melalui mulut ke mulut yang didukung oleh iklan. Mahajan dan Muller (1979) menyatakan bahwa tujuan dibuatnya model difusi adalah untuk menyajikan tingkat penyebaran informasi pada populasi calon pelanggan dari waktu ke waktu. Model difusi juga dapat digunakan untuk menggambarkan perkembangan lebih lanjut dari proses difusi yang sedang dan sudah berlangsung. Model difusi berkaitan dengan pertumbuhan suatu produk dalam dunia pemasaran. Model difusi yang biasa digunakan adalah model difusi yang dibuat oleh Bass (1969), Fourt dan Woodlock (1960), dan Mansfield (1961).

Model difusi periklanan juga pernah dibahas oleh Gustav Feichtinger (1990). Model ini mempunyai bentuk:

$$\begin{aligned}\dot{X}_1(t) &= k - a(t)X_1(t)X_2(t) + \beta X_2(t), \\ \dot{X}_2(t) &= a(t)X_1(t)X_2(t) - \delta X_2(t),\end{aligned}\tag{1}$$

dengan  $k, \beta$  dan  $\delta$  adalah konstanta positif dan  $a(t)$  adalah bergantung  $t$  positif.

Model difusi tersebut melibatkan interaksi antara pelanggan dan pelanggan potensial. Model tersebut juga menggunakan asumsi yang ada pada teorema Dorfman-Steiner yang menyebutkan bahwa pemilik produk (pengusaha) akan beriklan sampai ratio periklanan ke penjualan bernilai konstan. Pada makalah ini, Feichtinger menunjukkan bahwa untuk nilai  $\gamma$  tertentu, model difusi mengalami perilaku osilasi yang secara matematis muncul sebagai *limit cycle*. *Limit cycle* ini dipecah ke dalam 4 daerah yang mengarah pada interpretasi yang berbeda-beda dalam bidang ekonomi. Pada makalahnya, Gustav Feichtinger juga menjelaskan tentang model difusi penjualan berulang.

Penelitian ini didasarkan pada model difusi yang diberikan Feichtinger (1990). Model tersebut dianalisis dengan cara normalisasi, sehingga diperoleh bentuk normal dari suatu bifurkasi. Proses normalisasi tidak mengubah keadaan dinamik dari sistem (lihat [3]). Transformasi ini tidak dilakukan oleh Feichtinger. Feichtinger hanya memberikan satu potret fase untuk nilai  $\gamma$  tertentu. Parameter  $\gamma$  menyatakan perbandingan antara laju penjualan dengan laju banyaknya pelanggan yang berhenti berlangganan. Sedangkan pada penelitian ini, ditunjukkan ada dua jenis potret fase dikarenakan perubahan nilai  $\gamma$ . Pada makalah ini diberikan 2 potret fase, kedua potret fase ini mewakili kondisi dinamik yang berbeda secara.

### PENENTUAN LAJU KONTAK

Asumsi model utama mengacu pada penentuan dari laju kontak, yang bergantung pada  $t$ . Laju kontak ini menyatakan perubahan jumlah pelanggan potensial yang menjadi pelanggan per

jumlah pelanggan potensial per satuan waktu oleh setiap pelanggan. Perubahan laju kontak terjadi dengan laju yang konstan. Perubahan laju kontak tersebut ditentukan oleh banyaknya pelanggan yang mempengaruhi (beriklan mulut ke mulut). Semakin banyak pelanggan yang mempengaruhi maka semakin besar laju kontak yang didapatkan. Laju kontak yang dihasilkan sebanding dengan jumlah pelanggan saat  $t$ , yaitu

$$a(t) = \alpha X_2(t) \quad (2)$$

dengan  $\alpha$  adalah laju (konstan) kesebandingan untuk mengukur efektivitas iklan (jumlah pelanggan potensial yang menjadi pelanggan per jumlah pelanggan potensial per satuan waktu oleh setiap pelanggan).

Menggabungkan persamaan (1) dan (2) didapatkan sistem nonlinear persamaan diferensial berikut

$$\begin{aligned} \dot{X}_1(t) &= k - \alpha X_1 X_2^2 + \beta X_2, \\ \dot{X}_2(t) &= \alpha X_1 X_2^2 - \delta X_2(t), \end{aligned} \quad (3)$$

### PENYEDERHANAAN SISTEM

Untuk menyederhanakan sistem (3) dilakukan transformasi sebagai berikut:

$$x_1 = \left(\frac{\alpha k}{\delta \varepsilon}\right) X_1, \quad x_2 = \left(\frac{\varepsilon}{k}\right) X_2, \quad \tau = \delta t \quad (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam sistem (3) didapatkan

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \gamma [1 - x_1 x_2^2 + \phi(x_2 - 1)] \\ \dot{x}_2 &= (x_1 x_2^2 - x_2) \end{aligned} \quad (5)$$

dengan

$$\gamma = \frac{\alpha k^2}{\delta \varepsilon^2} \quad \phi = \frac{\beta}{\delta} \quad (6)$$

Diasumsikan perbandingan antara laju pelanggan saat ini beralih ke merek saingan dengan jumlah laju pelanggan saat ini beralih ke merek saingan ditambah laju pelanggan saat ini meninggalkan pasar untuk selama-lamanya ( $\phi = \frac{\beta}{\beta + \varepsilon}$ ) adalah sebesar 0,1. Sehingga sistem (5) menjadi

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \gamma [0,9 - x_1 x_2^2 + 0,1 x_2] \\ \dot{x}_2 &= (x_1 x_2^2 - x_2). \end{aligned} \quad (7)$$

Titik ekuilibrium dari sistem (7) adalah  $\hat{x}_1 = 1$  dan  $\hat{x}_2 = 1$ .

### MATRIKS JACOBIAN

Matriks Jacobian dari sistem (7) adalah

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma x_2^2 & -2\gamma x_1 x_2 + 0,1\gamma \\ x_2^2 & 2x_1 x_2 - 1 \end{pmatrix}$$

Substitusi titik ekuilibrium  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (1,1)$  ke matriks Jacobian  $J$ , didapatkan

$$\hat{J} = \begin{pmatrix} -\gamma & -1,9\gamma \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

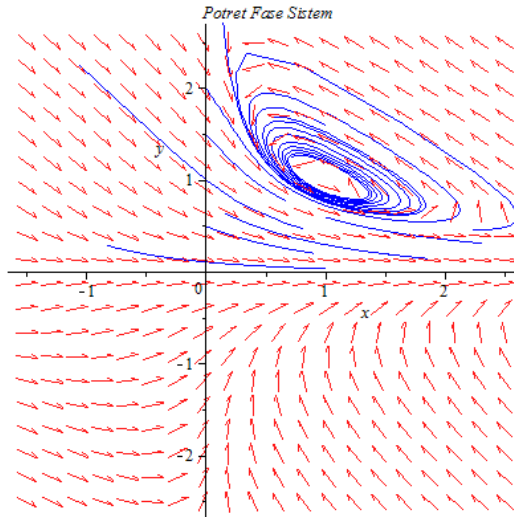
Nilai-nilai eigen dari matriks  $\hat{J}$  adalah

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \gamma \pm \sqrt{(1 - \gamma)^2 - 4 \cdot 0,9\gamma} \right] \quad (9)$$

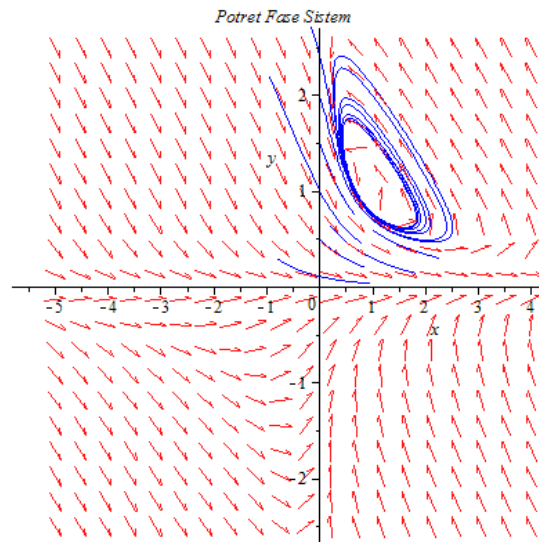
Perhatikan bahwa saat  $\gamma = 1$  diperoleh  $\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ 0 \pm \sqrt{0 - \frac{36}{10}} \right] = \pm \frac{\sqrt{90}}{10} i$ , sehingga dimungkinkan terjadinya bifurkasi hopf pada titik ekuilibrium  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (1,1)$  saat  $\gamma = 1$ .

Gambar potret fase dari sistem (7) di persekitaran titik ekuilibrium  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (1,1)$  saat

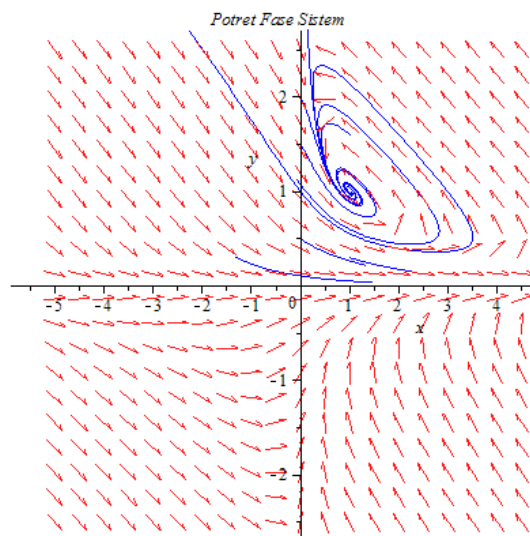
$\gamma = 1$ ,  $\gamma = 0,95$ , dan  $\gamma = 1,5$  diperlihatkan pada Gambar 1, 2, dan 3.



**Gambar 1.** Potret fase dari sistem (7) saat  $\gamma = 1$



**Gambar 2.** Potret fase dari sistem (7) saat  $\gamma = 0,95$



**Gambar 3.** Potret fase dari sistem (7) saat  $\gamma = 1,5$

**TRANSFORMASI SISTEM**

Karena saat  $\gamma = 1$  berakibat  $\lambda_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{90}}{10} i$  maka sifat kestabilan sistem saat  $\gamma = 1$  tidak dapat dilihat dari linearisasi dan pada titik ekuilibrium  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (1,1)$  dimungkinkan terjadi bifurkasi hopf. Oleh karena itu, dilakukan transformasi yang tujuannya untuk mengubah sistem (7) menjadi bentuk normal dari sistem yang mengalami bifurkasi hopf .

Agar titik ekuilibrium berada di (0,0) saat parameter bernilai 0 maka dilakukan transformasi berikut:

$$\alpha = \gamma - 1 \tag{10}$$

$$x = x_1 - 1 \tag{11}$$

$$y = x_2 - 1 \tag{12}$$

Substitusi persamaan (10), (11), dan (12) ke sistem (7) didapat sistem baru yaitu:

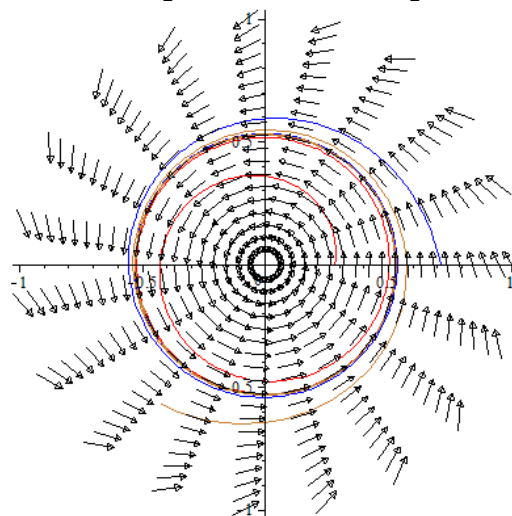
$$\begin{aligned} \dot{x} &= (\alpha + 1)[-(x+1)y^2 - (2y + 1)x - 1,9y] \\ \dot{y} &= (x+1)y^2 + (2y + 1)x + y \end{aligned} \tag{13}$$

Titik ekuilibrium pada sistem baru ini adalah (0,0).

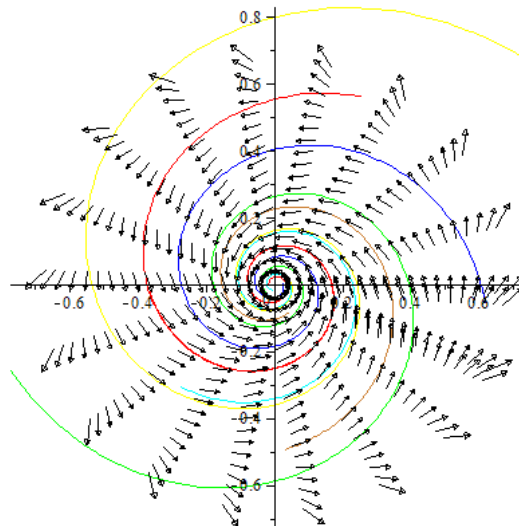
Selanjutnya, dengan melakukan proses penormalan terhadap sistem (13) didapatkan sistem berikut.

$$\begin{aligned} r\dot{d}ot := & -\frac{1}{2} \alpha r(t) \\ & - \frac{1}{6480} \frac{1}{(20\alpha^2 - 81\alpha - 81)(\alpha + 1)} \left( (1200\alpha^4 \sqrt{10} \right. \\ & \sqrt{-25\alpha^2 + 90\alpha + 90} + 189270\alpha^3 - 50000\alpha^5 + 315090\alpha^2 \\ & + 217800\alpha^4 - 3660\sqrt{10}\alpha^3 \sqrt{-25\alpha^2 + 90\alpha + 90} \\ & - 10800\sqrt{10}\alpha^2 \sqrt{-25\alpha^2 + 90\alpha + 90} \\ & - 486\sqrt{10}\alpha \sqrt{-25\alpha^2 + 90\alpha + 90} - 196830 + 47790\alpha \\ & \left. + 4374\sqrt{-25\alpha^2 + 90\alpha + 90} \sqrt{10} \right) r(t)^3 \end{aligned} \tag{14}$$

Persamaan (14) adalah bentuk normal dari bifurkasi hopf untuk sistem (7). Bifurkasi ini terjadi saat  $\alpha = 0$ , sehingga hanya ada dua jenis potret fase yang berbeda secara topologi, yaitu potret fase saat nilai  $\alpha < 0$  dan potret fase saat  $\alpha > 0$  (lihat [2]). Oleh karena itu, berikut ini akan diberikan 2 potret fase, yaitu nilai  $\alpha = -\frac{1}{2}$  dan saat nilai  $\alpha = \frac{1}{2}$ .



**Gambar 4.** Potret fase saat  $\alpha = -\frac{1}{2}$



Gambar 5. Potret fase saat  $\alpha = \frac{1}{2}$

Pada Gambar 4 terlihat bahwa solusi sistem untuk nilai-nilai awal yang terletak di dalam maupun di luar lingkaran bergerak menuju lingkaran, sehingga dapat dikatakan bahwa *limit cycle* tersebut stabil dan titik ekuilibrium  $(0, 0)$  tidak stabil. Sedangkan pada Gambar 5. terlihat bahwa semua solusi bergerak menuju titik ekuilibrium  $(0, 0)$ , sehingga titik ekuilibrium ini stabil saat nilai  $\alpha < 0$  namun tidak ada *limit cycle* yang terjadi.

#### KESIMPULAN

Sistem (7) mengalami bifurkasi hopf pada saat  $\gamma = 1$  di titik ekuilibrium  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (1, 1)$  (setelah transformasi, nilai ini berubah menjadi  $(0, 0)$ ). Pada saat  $\gamma < 1$  (setelah proses penormalan nilai ini berubah menjadi  $\alpha < 0$ ) terlihat bahwa solusi sistem untuk nilai-nilai awal yang terletak di dalam maupun di luar lingkaran (*limit cycle*) bergerak menuju lingkaran (*limit cycle*), sehingga dapat dikatakan bahwa *limit cycle* tersebut stabil dan titik ekuilibrium  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (1, 1)$  tidak stabil. *Limit cycle* ini semakin mengecil ketika nilai  $\gamma$  bergerak mendekati 1 dan menghilang tepat saat  $\gamma = 1$ . Sehingga saat  $\gamma \geq 1$ , sudah tidak terjadi *limit cycle* dan titik ekuilibrium  $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (1, 1)$  berubah menjadi titik ekuilibrium yang stabil.

#### REFERENSI

- [1.] Bass, FM. 1969, *A New Product Growth Model for Consumer Durables*, Management Science, 15 (January), 215 - 217
- [2.] Feichtinger, G. 1990, *Hopf Bifurcation In An Advertising Diffusion Model*, Journal of Economic Behaviour and Organization 17, 401-411
- [3.] Fourt, L.A. and J.W. Woodlock, 1960, *Early Prediction of Market Success for Grocery Product*, Journal of Marketing, 25 (October), 31 - 38
- [4.] Kuznetsov, Y. 1998. *Elements of Applied Bifurcations Theory*. Springer-Verlag: New York.
- [5.] Mahajan and Muller, 1979, *Innovation Diffusion and New Product Growth Models in Marketing*, Journal of Marketing, 43 (Fall), 55 - 68
- [6.] Mansfield, E., 1961, *Technical Change and the Rate of Imitation*, Econometrica, 29 (October), 741 - 766
- [7.] Wiggins, S. 1990. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamic System and Chaos*. Springer-Verlag: New York





## IDENTIFIKASI SINYAL OUT OF CONTROL PADA DIAGRAM KONTROL FUZZY MULTIVARIAT PADA PRODUKSI BOTOL RC COLA 800 ML PT. IGLAS (PERSERO) GRESIK

<sup>(1)</sup>Ayundyah Kesumawati, <sup>(2)</sup>Muhammad Mashuri, <sup>(3)</sup>Irhamah

Email :

<sup>(1)</sup>[ayundyah10@mhs.statistika.its.ac.id](mailto:ayundyah10@mhs.statistika.its.ac.id), <sup>(2)</sup>[m\\_mashuri@statistika.its.ac.id](mailto:m_mashuri@statistika.its.ac.id),  
<sup>(3)</sup>[irhamah@statistika.its.ac.id](mailto:irhamah@statistika.its.ac.id)

<sup>(1)</sup>Mahasiswa S2 jurusan Statistika FMIPA-ITS

<sup>(2)</sup>Dosen Jurusan Statistika FMIPA –ITS

<sup>(3)</sup>Dosen Jurusan Statistika FMIPA –ITS

### Abstrak

*Statistical Process Control* (SPC) merupakan suatu metode yang digunakan untuk memonitor sebuah proses dalam mengidentifikasi penyebab khusus variasi dan diperlukan untuk memperbaiki proses. Diagram kontrol yang digunakan untuk memonitor secara bersama-sama dua atau lebih karakteristik kualitas yang berhubungan adalah diagram kontrol multivariat. Dalam suatu proses produksi terkadang terdapat ketidakakuratan dalam perhitungan jika data yang digunakan berupa data yang berbentuk atribut atau kualitatif. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu penilaian/kriteria tengah untuk kriteria kualitas misalkan penampilan, rasa dan warna yang tidak bisa dinilai secara numerik melainkan dengan kriteria linguistik seperti sangat baik, baik, cukup baik, buruk, dan lain sebagainya. Teori himpunan *Fuzzy*, khusus membahas tentang pengembangan konsep dan teknik yang berkaitan dengan sumber ketidakpastian atau ketidaktepatan di alam. Diagram kontrol yang dibangun dengan bilangan *fuzzy* dapat mengatasi masalah ketidakpastian atau ketidaktepatan dalam menentukan kualitas sebuah produk. Pada penelitian ini terdapat 5 karakteristik kualitas yaitu hasil produksi, cetakan botol, ring botol, body botol, dan pundak botol yang masing-masing diklasifikasikan menjadi beberapa mutu kualitas seperti baik, minor, mayor/kritis. Metode yang digunakan adalah dengan diagram kontrol *fuzzy* multivariat. Berdasarkan hasil analisis didapatkan bahwa variabel yang menyebabkan terjadinya *signal out of control* adalah variabel proses cetakan botol.

**Kata kunci:** Diagram Kontrol *Fuzzy*, *Fuzzy T<sup>2</sup> Hotelling*, Identifikasi Sinyal *Out of Control*

### PENDAHULUAN

Dalam pengendalian kualitas suatu produk dibutuhkan alat yang digunakan untuk mengontrol apakah proses produksi tersebut sudah maksimal dalam menghasilkan produk dengan kualitas tinggi dan terhindar dari kerusakan. Dengan adanya kualitas yang maksimal dari produk tersebut diharapkan perusahaan akan terhindar dari pemborosan dan inefisien sehingga dapat mengurangi biaya produksi per unit dan harga produk dapat menjadi lebih bersaing di pasaran.

*Statistical Process Control* (SPC) merupakan suatu metode yang digunakan untuk memonitor sebuah proses dalam mengidentifikasi penyebab khusus variasi dan diperlukan untuk memperbaiki proses. Salah satu teknik yang umum digunakan adalah penggunaan diagram kontrol statistika untuk mengetahui apakah proses tersebut stabil atau tidak, baik mean maupun variabilitasnya. Diagram kontrol berdasarkan banyaknya karakteristik kualitas yang diukur dibagi menjadi 2 jenis yaitu diagram kontrol univariat dan diagram kontrol multivariat. Diagram kontrol univariat digunakan jika hanya ada satu karakteristik kualitas yang diukur, sedangkan diagram kontrol multivariat digunakan jika diperlukan adanya pengendalian bersama-sama dua atau lebih karakteristik kualitas yang berhubungan.

Pada suatu proses produksi seringkali ditemukan adanya ketidakakuratan dalam perhitungan, apalagi jika variabel yang digunakan adalah variabel yang berbentuk atribut atau kualitatif. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu penilaian / kriteria tengah untuk kriteria kualitas misalkan penampilan,

rasa dan warna yang tidak bisa dinilai secara numerik melainkan dengan kriteria linguistik seperti sangat baik, baik, cukup baik, buruk, dan lain sebagainya. Selain itu, pada sebuah proses produksi seringkali ditemukan kesulitan untuk mendapatkan gambaran kualitas yang tepat dari produk yang diinspeksi. Diagram kontrol tradisional disusun berdasarkan data yang memuat angka pasti. Namun ketika data tersebut dipengaruhi oleh penilaian, evaluasi dan keputusan secara subyektif, dalam hal ini adanya campur tangan manusia, maka hasil yang didapatkan akan berupa data yang samar atau tidak pasti. Hasil variabilitas dalam keadaan samar tersebut harus ditangani dengan tepat agar hasil pengolahan data bisa *representative*.

Teori himpunan bilangan *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh (1965), khusus membahas tentang pengembangan konsep dan teknik yang berkaitan dengan sumber ketidakpastian atau ketidaktepatan di alam dan atau berdasarkan subjektivitas persepsi seseorang. Seiring perkembangan jaman, teori himpunan bilangan *fuzzy* telah dikembangkan secara luas dalam berbagai bidang, salah satunya pada bidang pengontrolan kualitas. Teori himpunan bilangan *fuzzy* dalam pengembangannya di bidang pengontrolan kualitas yang banyak dibahas adalah diagram kontrol *fuzzy*, dimana konsep dari pembuatan diagram kontrol tersebut terletak pada adanya transformasi data dari himpunan bilangan *crisp* menjadi himpunan bilangan *fuzzy*. Beberapa penelitian tentang aplikasi *fuzzy* yang telah banyak dibahas antara lain oleh Raz dan Wang (1990) yang meneliti tentang penggunaan *fuzzy* pada metode pendekatan probabilitas dan fungsi keanggotaan dalam membangun diagram kontrol pada data linguistik. Taleb, dkk (2006) mengembangkan suatu prosedur yang berbeda untuk mengkonstruksi sebuah diagram kontrol pada data linguistik berdasarkan himpunan *fuzzy* dan teori probabilitas. Dari beberapa penelitian diatas dapat disimpulkan bahwa himpunan bilangan *fuzzy* dapat digunakan untuk mengatasi ketidakpastian atau ketidakakuratan dalam perhitungan pada suatu proses produksi. Selain untuk proses produksi, penggunaan himpunan bilangan *fuzzy* dapat digunakan untuk pengontrolan kualitas berdasarkan persepsi seseorang. Berdasarkan penelitian Zarandi, dkk (2006), diagram kontrol *fuzzy* dapat diaplikasikan untuk data yang berbentuk variabel maupun atribut.

Pada penelitian ini akan dibahas tentang penerapan konsep diagram kontrol *fuzzy* yang dikembangkan berdasarkan statistik  $T^2$  Hotelling yang diaplikasikan pada data hasil produksi PT. IGLAS (Persero). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui prosedur pembuatan diagram kontrol *fuzzy*  $T^2$  Hotelling ( $T_f^2$ ).

## TINJAUAN PUSTAKA

### Diagram Kontrol Fuzzy Multivariat $T^2$ Hotelling ( $T_f^2$ )

Teori himpunan *fuzzy* diperkenalkan oleh Lofti A. Zadeh pada tahun 1965. Zadeh memberikan definisi tentang himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ , sebagai berikut :

Jika  $X$  adalah kumpulan dari obyek-obyek yang dinotasikan secara generik oleh  $x$ , maka suatu himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$ , dalam  $X$  adalah suatu himpunan pasangan berurutan :

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X)\}$$

dengan  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  adalah derajat keanggotaan  $x$  yang memetakan  $X$  ke ruang keanggotaan  $M$  yang terletak pada interval  $[0,1]$ . Teori himpunan *fuzzy* telah banyak dikembangkan dalam berbagai bidang pada khususnya bidang industri, karena teori himpunan bilangan *fuzzy* ini dapat digunakan untuk mengatasi masalah ketidakpastian atau keadaan samar. Sebagai contohnya pada kriteria kualitas produk seperti baik dan cacat, namun pada kenyataannya kualitas sebuah produk tidak serta merta langsung berubah dari baik dan ke buruk, maka dari itu diperlukan adanya penilaian tengah untuk mengatasi hal tersebut. Taleb, dkk (2006) mengembangkan sebuah diagram kontrol multivariat yang dikombinasikan dengan himpunan bilangan *fuzzy*. Konsep diagram kontrol *fuzzy* multivariat ini hampir sama dengan diagram kontrol multivariat tradisional. Pada pembuatan diagram kontrol *fuzzy* multivariat ini variabel linguistik  $j$  yang dibentuk merupakan bentuk umum dari bentuk karakteristik linguistik seperti *good*, *perfect*, *bad*, dan lain-lain. Untuk setiap variabel linguistik  $j$  ada  $I_j$  karakteristik kualitas untuk mendeskripsikan sebuah kualitas dari proses. Ada 2 tahap dalam membangun sebuah diagram kontrol *fuzzy* multivariat (Taleb dkk 2006). Tahap 1 adalah proses fuzzifikasi, dimana proses ini digunakan untuk merubah variabel data dari himpunan bilangan numerik menjadi variabel himpunan *fuzzy* dengan nilai dari fungsi keanggotaan berada dalam interval  $[0,1]$ . Misalkan masing-masing dari bilangan *fuzzy* dapat direpresentasikan sebagai

TFN (*Triangular Fuzzy Number*), sebagai contohnya : nilai TFN dapat dituliskan sebagai  $(a_{1j}, a_{2j}, a_{3j})$ , maka dengan menggunakan metode transformasi *fuzzy* median, maka nilai representatif untuk himpunan bilangan *fuzzy* tersebut adalah :

$$R_j = \begin{cases} a_{3j} - \left[ \frac{(a_{3j}-a_{1j})(a_{3j}-a_{2j})}{2} \right]^{1/2}, & \text{untuk } a_{2j} < \frac{a_{3j}+a_{1j}}{2} \\ a_{1j} - \left[ \frac{(a_{3j}-a_{1j})(a_{2j}-a_{1j})}{2} \right]^{1/2} & \text{untuk } a_{2j} > \frac{a_{3j}+a_{1j}}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Tahap 2 adalah pembuatan diagram kontrol dengan menggunakan himpunan bilangan *fuzzy* pada tahap 1.

### Estimasi parameter

Misalkan  $m$  adalah jumlah sampel yang tersedia. Sampel nilai representative didapatkan dari persamaan (2) sehingga vector mean ( $\bar{p}xI$ ) didefinisikan sebagai berikut :

$$\bar{R} = (\bar{R}_1, \dots, \bar{R}_p)$$

dengan  $\bar{R}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_{ij}$  dan  $R_{ij}$  adalah nilai representatif dari himpunan *fuzzy* dengan sampel ke- $i$  pada karakteristik kualitas ke- $j$ . Varian dari nilai representatif didefinisikan sebagai berikut :

$$S_j^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (R_{ij} - \bar{R}_j)^2 \quad (2)$$

dan kovarian antara  $j^{th}$  dan  $h^{th}$  adalah :

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (R_{ij} - \bar{R}_j)(R_{ih} - \bar{R}_h) \quad , \text{ untuk } j \neq h \quad (3)$$

sehingga matriks varian kovariannya adalah sebagai berikut :

$$S = \begin{pmatrix} S_1^2 & \dots & S_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_p & \dots & S_p^2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Diagram kontrol  $T^2$  Hotelling merupakan salah satu diagram kontrol multivariat yang sering digunakan dalam memonitor vector rata-rata dari suatu proses (Mason, Young, dan Tracy, 1992). Pada saat data berada dalam keadaan terkontrol, maka data tersebut dapat digunakan untuk membuat batas kontrol dugaan sampel rata-rata pada proses selanjutnya. Sedangkan Matriks Kovarian  $S$  dan vector  $\bar{R}$  digunakan untuk mendapatkan nilai estimasi  $\Sigma$  dan  $\mu$ . Pada diagram kontrol *fuzzy* multivariat, jika  $\Sigma$  dan  $\mu$  diganti dengan estimasinya  $S$  dan  $\bar{R}$  maka nilai statistik  $T_f^2$  akan menjadi :

$$T_f^2 = (R - \bar{R})' S^{-1} (R - \bar{R}) \quad (5)$$

### Identifikasi Sinyal Out of Control pada Diagram Kontrol Fuzzy Multivariat

Permasalahan yang timbul dengan menggunakan diagram kontrol  $T^2$  Hotelling adalah bagaimana menginterpretasikan sinyal *out of control* yang terjadi serta menentukan variabel yang paling berpengaruh terhadap proses yang tidak terkontrol (Mason, Young, dan Tracy, 1995). Salah satu kesulitannya adalah untuk memutuskan  $p$  karakteristik kualitas mana yang paling besar kontribusinya dalam sinyal. Salah satu pendekatan yang kuat untuk mendiagnosa sinyal *out of control* adalah dengan dekomposisi statistik  $T^2$  ke dalam komponen yang mencerminkan kontribusi dari masing-masing pengamatan individual. Dekomposisi MYT  $T^2$  Hotelling terdiri dari dekomposisi *unconditional* dan dekomposisi *conditional* (Mason, Tracy, dan Young, 1997). Pada pengukuran variabel pertama dari vektor pengamatan dapat dipilih secara bebas tanpa syarat variabel lain sehingga dikatakan dekomposisi *unconditional* (tidak bersyarat). Dikatakan *conditional* (bersyarat) karena pengukuran variabel ke  $j+1$  dilakukan setelah pengukuran variabel ke- $1, 2, \dots, j$  dilakukan dan signifikan *out of control* terhadap variabel tersebut.

#### a. *Unconditional* $T^2$ Hotelling

Bentuk *Unconditional* mempunyai fungsi yang sama dengan univariat diagram kontrol Shewhart, menentukan varian dari variabel ke- $j$ . Sinyal akan terjadi jika  $x_j$  terlalu jauh dari  $\bar{x}_j$ . *Upper Control Limit* (UCL) untuk *Unconditional*  $T_j^2$  Hotelling berdistribusi F, didefinisikan sebagai berikut :

$$T_j^2 = \frac{(x_j - \bar{x}_j)^2}{s_j^2} \sim \left( \frac{m+1}{m} \right) F_{(1, m-1, \alpha)} \quad (6)$$

b. *Conditional T<sup>2</sup> Hotelling*

Bentuk *Conditional T<sup>2</sup> Hotelling* dari variabel ke-*j* yang disesuaikan dengan estimasi mean dan varians *conditional*. UCL untuk *Conditional T<sup>2</sup> Hotelling*  $T_{j+1.1,2,\dots,j}^2$  berdistribusi F, didefinisikan sebagai berikut :

$$T_{j+1.1,2,\dots,j}^2 = \frac{(x_{j+1} - \bar{x}_{j+1.1,2,\dots,j})^2}{s_{j+1.1,2,\dots,j}^2} \sim \left( \frac{(m+1)(m-1)}{m(m-k-1)} \right) F_{(1,m-k-1,\alpha)} \quad (7)$$

dengan *k* = banyaknya variabel *conditional* dan *k=j-1*. Jika *k* = 0, maka tidak ada pengaruh keadaan variabel bersyarat (*conditional*), sehingga UCL persamaan (7) menjadi (6) (Mason, Young dan Tracy, 1999).

Jika  $T^2$  adalah nilai statistika untuk keseluruhan proses, sedangkan  $T_i^2$  adalah nilai statistik untuk variabel proses kecuali proses ke-*i*, maka selisih dari nilai keduanya adalah indikator dari kontribusi variabel ke-*i* yang tergantung pada proses secara keseluruhan. Konsep yang sama dalam mendapatkan selisih dari nilai statistiknya dapat digunakan pada diagram kontrol *fuzzy* multivariat dengan rumus :

$$d_j = T_f^2 - T_{f,j}^2 \quad j = 1, \dots, p \quad (8)$$

Pada kenyataannya, ketika sebuah sinyal *out of control* didapatkan dari diagram *fuzzy* multivariat dapat dihitung dengan  $T_{f,j}^2$  adalah nilai statistik  $T_f^2$  untuk semua karakteristik kualitas proses kecuali variabel ke-*j*. Kemudian, karakteristik kualitas atribut dengan nilai  $d_j$  terbesar adalah variabel yang paling besar kontribusinya dalam sinyal *out of control*.

## METODOLOGI

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data hasil produksi botol RC Cola 800 ml PT. Iglas Persero Gresik. Proses pengambilan sampel dilakukan dengan mengambil secara acak sebanyak 576 botol setiap hari selama 48 hari proses produksi yang kemudian diklasifikasikan menjadi 3 sampai 4 level karakteristik kualitas berdasarkan masing-masing variabel yang diamati. Variabel yang digunakan adalah hasil produksi botol, cetakan botol, ring botol, pundak botol dan body botol. Masing-masing variabel yang diamati tersebut diklasifikasikan menjadi beberapa level karakteristik misalnya baik, retak, cacat. Metodologi untuk identifikasi sinyal out of control pada diagram kontrol *fuzzy* multivariat adalah sebagai berikut Mengevaluasi konsep identifikasi sinyal *out of control* pada diagram kontrol *fuzzy* multivariat, yaitu transformasi data dengan menggunakan *Median Transformation Method* untuk mendapatkan nilai representatif dari data. mendapatkan nilai estimasi  $\mu_f$  dan  $\Sigma_f$  berdasarkan nilai representatif dari bilangan *Triangular Fuzzy Number*. Mendapatkan nilai *Upper Limit Control* (UCL) dan *Lower Limit Control* (LCL). Mendapatkan nilai Statistik Uji *fuzzy T<sup>2</sup> Hotelling* ( $T_f^2$ ). Plot sebuah titik pada diagram kontrol *fuzzy* multivariat pada waktu ke-*i* untuk masing-masing statistik.

Jika ditemukan adanya titik *out of control*, selidiki penyebab untuk masing-masing titik *out of control*. Melakukan interpretasi sinyal *out of control* dengan menggunakan dekomposisi MYT, yaitu dekomposisi MYT dilakukan setelah pengamatan ke-*i* yang tidak terkontrol dideteksi dengan statistik  $T_f^2$ , sehingga yang pertama kali adalah menentukan bentuk *fuzzy T<sub>i</sub><sup>2</sup> Hotelling* ( $T_{f,i}^2$ ) untuk setiap karakteristik kualitas ke-*i*. Memeriksa bentuk *unconditional fuzzy T<sub>j</sub><sup>2</sup> Hotelling* ( $T_{f,j}^2$ ) untuk setiap karakteristik kualitas ke-*j* dengan persamaan (6) dimana  $j = 1, \dots, p$ . Selanjutnya  $T_{f,j}^2$  dibandingkan dengan UCL, apabila  $T_{f,j}^2 > UCL$  maka akan signifikan tidak terkontrol. Mengeluarkan variabel yang menyebabkan *out of control*, kemudian memeriksa apakah  $d_j = T_f^2 - T_{f,j}^2$  variabel ke-*j* tetap menghasilkan sinyal. Jika  $d_j = T_f^2 - T_{f,j}^2$  tetap menghasilkan sinyal, maka tentukan bentuk *conditional T<sub>f,j+1.1,2,...,j</sub><sup>2</sup>* dari variabel ke-*j* yang tidak terkontrol dengan menggunakan persamaan (7). Jika nilai  $T_{f,j+1.1,2,\dots,j}^2 > UCL$ , maka akan signifikan tidak terkontrol. Jika  $d_j = T_f^2 - T_{f,j}^2$  dari sisa variabel yang lain tetap menghasilkan sinyal, maka tentukan semua bentuk  $T_{f,j+1.1,2,\dots,j}^2$  dan dengan cara yang sama periksa bentuk *conditional*-nya. Ulangi prosedur di atas untuk  $d_j = T_f^2 - T_{f,j}^2$  yang lain sampai  $T_f^2$  statistik tidak signifikan.

## PEMBAHASAN

Pembahasan mengenai pembentukan diagram kontrol *fuzzy* multivariat dengan terlebih dulu mengkaji tentang konsep transformasi data pengamatan menjadi data yang berbentuk bilangan *fuzzy* dengan menggunakan *fuzzy median transformation*. Dari hasil transformasi dengan menggunakan persamaan (1) didapatkan bilangan representatif untuk masing-masing variabel adalah sebagai berikut :

Sampel	Nilai representatif					T <sup>2</sup> hotelling fuzzy	Sampel	Nilai representatif					T <sup>2</sup> hotelling fuzzy
	hasil produksi	cetakan botol	ring botol	pundak botol	body botol			hasil produksi	cetakan botol	ring botol	pundak botol	body botol	
1	0.1184	0.0799	0.013	0.0775	0.085	3.6102	25	0.2053	0.0732	0.1595	0.0736	0.0851	4.36
2	0.1329	0.0872	0.0773	0.0732	0.0796	5.3322	26	0.1877	0.0765	0.1138	0.0755	0.098	0.8016
3	0.1557	0.0732	0.0765	0.0883	0.0988	5.7619	27	0.2318	0.0765	0.1791	0.0749	0.0892	4.8514
4	0.1216	0.0732	0.0393	0.0801	0.0949	3.4763	28	0.2185	0.0755	0.1577	0.0732	0.0962	2.9335
5	0.201	0.0824	0.0989	0.0918	0.1119	7.4021	29	0.147	0.0755	0.0848	0.0732	0.0815	2.6962
6	0.1305	0.0778	0.0461	0.0755	0.091	1.8421	30	0.1033	0.0732	0.0305	0.0732	0.0815	5.3101
7	0.1514	0.0872	0.0339	0.0801	0.0949	1.4869	31	0.2006	0.1132	0.0666	0.0827	0.089	11.2759
8	0.1616	0.0824	0.0474	0.0918	0.1119	7.6309	32	0.1634	0.078	0.073	0.0911	0.0947	7.0052
9	0.2044	0.0789	0.1355	0.0918	0.0891	10.4625	33	0.1552	0.0824	0.0756	0.0732	0.0898	1.1227
10	0.2129	0.0755	0.154	0.0744	0.0943	2.6795	34	0.1687	0.0853	0.0548	0.0732	0.1172	4.1308
11	0.2328	0.0757	0.1603	0.0813	0.1093	3.9606	35	0.129	0.079	0.0312	0.0786	0.0963	2.0387
12	0.1891	0.0786	0.0948	0.0744	0.1132	2.1808	36	0.1552	0.0857	0.0623	0.0765	0.0871	0.7864
13	0.1512	0.0765	0.0812	0.0755	0.087	1.4392	37	0.1681	0.0848	0.0711	0.0744	0.0981	0.4983
14	0.1755	0.0781	0.0944	0.0755	0.0995	0.5039	38	0.2032	0.0825	0.095	0.0755	0.1383	10.089
15	0.1045	0.0757	0.0107	0.0763	0.0913	4.4849	39	0.2346	0.0883	0.0813	0.0777	0.1347	11.2809
16	0.2844	0.0732	0.1856	0.0732	0.0944	10.0577	40	0.2012	0.0887	0.077	0.0801	0.1285	5.6286
17	0.2382	0.0773	0.0921	0.0755	0.0902	12.6876	41	0.2454	0.0941	0.1432	0.0813	0.1148	5.553
18	0.1894	0.0749	0.0483	0.0732	0.0785	13.6533	42	0.1736	0.0929	0.069	0.0744	0.0886	1.8461
19	0.1842	0.0732	0.0921	0.0732	0.094	1.9513	43	0.1486	0.0949	0.0163	0.0798	0.0967	3.0181
20	0.1858	0.074	0.1124	0.0732	0.1017	1.6552	44	0.1502	0.1019	0.0339	0.0732	0.0948	4.9751
21	0.1834	0.079	0.1114	0.074	0.0909	0.9811	45	0.1744	0.0981	0.0569	0.0769	0.0948	2.4788
22	0.2259	0.074	0.165	0.074	0.1	3.3267	46	0.1459	0.1021	0.0175	0.0769	0.0931	4.6031
23	0.2265	0.1035	0.1405	0.0732	0.0825	10.6964	47	0.1488	0.1031	0.0244	0.0877	0.0844	8.3827
24	0.1732	0.0795	0.0921	0.0732	0.0979	0.8201	48	0.1276	0.0941	0.0569	0.0744	0.1165	11.2508

Statistik deskriptif data pengamatan untuk mengetahui karakteristik untuk masing-masing variabel dapat dilihat pada tabel 1 dibawah ini.

**Tabel 1. Statistik deskriptif data pengamatan**

Variabel	Mean	SE Mean	StDev	Minimum	Maximum
hasil_produk	0.17754	0.00578	0.04004	0.10329	0.28435
cetakan_botol	0.08314	0.00144	0.00999	0.07322	0.11323
ring_botol	0.08404	0.00679	0.04702	0.01069	0.1856
pundak_botol	0.07754	0.000803	0.00556	0.07322	0.0917
body_botol	0.09731	0.00196	0.01355	0.07853	0.1383

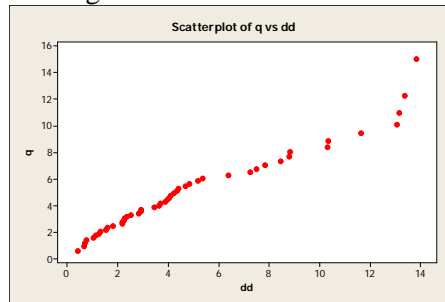
Proses fuzzifikasi ini digunakan untuk mendapatkan nilai representatif yang mewakili bentuk data pengamatan yang berupa atribut. Penerapan diagram kontrol *fuzzy* multivariat digunakan pada data hasil produksi botol RC Cola 800ml dengan terlebih dulu menguji asumsi normal multivariat

pada data tersebut. Hasil pengujian didapatkan bahwa data berdistribusi normal multivariat dengan nilai  $t = 0,606167$ . Pengujian nilai representatif berdistribusi normal multivariat dilakukan dengan menentukan jarak tergeneralisasi  $d_i^2 = (X_i - \bar{X})'S^{-1}(X_i - \bar{X})$  menggunakan program statistik. Asumsi data berdistribusi normal multivariat diberikan hipotesis sebagai berikut :

$H_0$  : Data karakteristik kualitas berdistribusi normal multivariat

$H_1$  : Data karakteristik kualitas tidak berdistribusi normal multivariat

Pengujian terhadap 48 sampel data hasil produksi botol RC Cola 800 ml menunjukkan bahwa nilai  $d_i^2$  sebesar 60,61%, karena nilai  $d_i^2 > 50\%$  maka terima  $H_0$  yang berarti bahwa data karakteristik kualitas hasil produksi berdistribusi normal multivariat. Plot data ditunjukkan pada Gambar 1 yang cenderung membentuk garis lurus.



Gambar 1. Q-Q Plot Distribusi Normal Multivariat

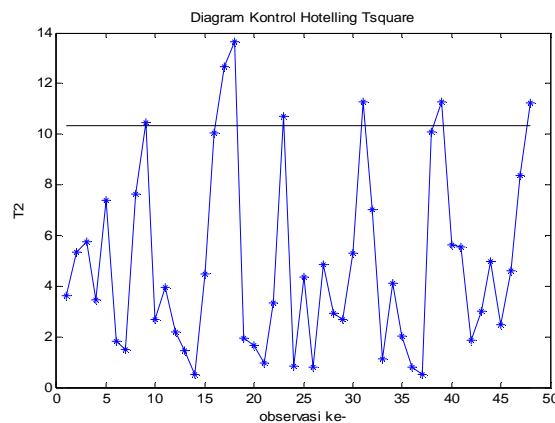
Pengujian asumsi antar variabel saling berkorelasi dilakukan dengan menggunakan uji Bartlett Sphericity untuk mengetahui besarnya nilai korelasi antar variabel dengan menggunakan program SPSS 17. Hipotesis pengujian korelasi variabel-variabel karakteristik kualitas dari hasil proses produksi adalah sebagai berikut :

$H_0 : \rho = I$

$H_0 : \rho \neq I$

Dari hasil pengujian tersebut didapatkan nilai  $p$ -value sebesar 0,000 maka keputusan yang diambil adalah tolak  $H_0$ , sehingga matriks korelasi tidak sama dengan matriks identitas, sehingga dapat dikatakan bahwa terdapat korelasi antar variabel dependen.

Pengontrolan dilakukan pada 48 data dengan menggunakan program statistik. Pada gambar 2 menunjukkan bahwa terdapat 7 data pengamatan yang terindikasi *out of control* yang kemudian akan dikeluarkan pada data pengamatan.



Berdasarkan analisis  $T^2$  Hotelling didapatkan dari 48 pengamatan sampel terdapat 7 titik *out of control* yaitu pengamatan ke 9, 17, 18, 23, 31, 39 dan 48 dengan UCL 10,3513. Dari ke 7 data pengamatan *out of control* tersebut akan dilakukan identifikasi lebih lanjut untuk mengetahui variabel yang dominan menyebabkan adanya sinyal *out of control*. Dalam penelitian ini akan digunakan metode dekomposisi MYT. Berdasarkan pengamatan yang *out of control* akan ditentukan nilai *unconditional* setiap variabel. Hasil analisis dekomposisi MYT dapat dilihat pada tabel 2 dimana terdapat nilai pengamatan yang signifikan *out of control* dengan UCL 4,1314.

**Tabel 2.** Nilai *unconditional* dan nilai subvector untuk setiap pengamatan ke-*i* variabel ke-*j*

Sampel out	$T_i^2$	Dekomposisi Unconditional					Selisih				
		$T_1^2$	$T_2^2$	$T_3^2$	$T_4^2$	$T_5^2$	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
9	10.4625	0.5049	0.1704	1.1904	6.5542*	0.3637	9.9576	10.2921	9.2721	3.9083	10.0988
17	12.6876	2.5708	3.8887	0.0294	0.1282	0.2726	10.1168	8.7989	12.6582	12.5594	12.415
18	13.6533	0.0988	0.0112	0.572	0.5926	0.011	13.5545	13.6421**	13.0813	13.0607	13.6423**
23	10.6964	1.6753	4.2209*	1.4327	0.5926	1.1846	9.0211	6.4755	9.2637	10.1038	9.5118
31	11.2759	0.3723	8.7537*	0.1359	0.8667	0.3726	10.9036	2.5222	11.140	10.4092	10.9033
39	11.2809	2.2749	0.2613	0.0033	0.0013	7.5651*	9.006	11.0196	11.2776	11.2796	3.7158
48	11.2508	1.7374	1.1691	0.3296	0.308	1.9937	9.5134	10.0817	10.9212	10.9428	9.2571
Total Out of Control		0	2	0	1	1	0	1	0	0	1

\*Signifikan tidak terkendali pada 0,05 dengan UCL 4,1314

\*\*Signifikan terkendali pada 0,05 dengan UCL 13,5694

Berdasarkan tabel diatas didapatkan bahwa variabel ke-2 yaitu proses cetakan botol menjadi penyebab adanya *out of control* pada proses pengamatan, karena terdapat 2 pengamatan dari 7 pengamatan yang *out of control* yaitu pada pengamatan ke 23 dan 31. Oleh karena itu, variabel proses cetakan botol dijadikan sebagai prioritas dalam perbaikan proses selanjutnya.

Nilai *unconditional* pada tabel 2 diatas dibandingkan dengan nilai UCL sebesar 4,1314. Apabila nilai  $T_j^2 < UCL$ , maka dilanjutkan dengan menentukan subvector setiap pengamatan ke-*i* variabel ke-*j* untuk menggambarkan kontribusi setiap variabel ke-*j* yang signifikan terkendali. Hasil nilai subvector setiap pengamatan ke-*i* yang tidak terkendali dapat dilihat pada tabel 2. Nilai subvector tersebut dibandingkan dengan UCL 13,5694. Jika  $d_j \leq UCL$  maka proses selesai, artinya variabel penyebab tidak terkendalnya proses pengamatan ke-*i* sudah didapatkan. Jika  $d_j > UCL$  maka dilakukan proses dekomposisi *conditional fuzzy*  $T^2$  Hotelling. Dari tabel 2 terlihat bahwa subvector  $d_2$  yang signifikan tidak terkendali dengan UCL 13,5694. Selanjutnya akan dilakukan dekomposisi *conditional fuzzy*  $T^2$  Hotelling pada variabel cetakan botol yang diidentifikasi menyebabkan sinyal *out of control*. Hasil analisis dekomposisi pengamatan ke-*i* dengan subvector yang signifikan tidak terkendali adalah pengamatan ke 18. Dengan adanya nilai yang signifikan tidak terkendali pada  $d_2$  dan  $d_5$ , hal ini mengindikasikan bahwa ada kemungkinan variabel yang menyebabkan terjadinya sinyal *out of control* tidak hanya variabel cetakan botol. Hasil analisis dekomposisi *conditional* dari *fuzzy*  $T^2$  Hotelling ditunjukkan pada tabel 3.

Nilai *unconditional* variabel ke-2 pada hasil analisis pengamatan ke-*i* dengan subvector yang signifikan tidak terkendali adalah pengamatan ke 18. Hal tersebut menyimpulkan bahwa variabel cetakan botol menjadi penyebab tidak terkendalnya pengamatan, sehingga perlu dilakukan proses *improvement* dengan dekomposisi *conditional*.

Nilai *conditional* hanya dilakukan pada variabel cetakan botol dengan subvector yang signifikan, karena variabel tersebut relatif menjadi penyebab tidak terkendalnya proses pengamatan. Tabel 3 dibawah ini merupakan nilai *conditional* variabel proses cetakan botol yang dibandingkan dengan UCL untuk *conditional*  $T^2$  Hotelling adalah 4,1314..

**Tabel 3.** Nilai *Conditional* variabel ke-2

Sampel out	Dekomposisi Conditional			
	$T_{1,2}$	$T_{3,1,2}$	$T_{4,1,2,3}$	$T_{5,1,2,3,4}$
9	0.5942	2.3706	2.1236	0.0088
17	0.6161	0.1193	0.172	0.0685
18	1.1937	4.9951*	0.1555	1.3198
23	1.1989	1.3772	0.6217	0.1386
31	2.8754	0.6942	1.2848	0.5168
39	0.0036	0.5073	0.0192	3.3706
48	6.0242*	0.0178	0.2624	0.5769
total yang tidak signifikan	1	1	0	0

\*signifikan terkendali pada 0,05 dengan UCL 4.2420

Dari hasil nilai *conditional* diatas didapatkan bahwa pada waktu dilakukan dekomposisi untuk keempat variabel yaitu pada variabel ke-2 yang diidentifikasi menyebabkan sinyal *out of control*, dimana variabel hasil produksi yang dikombinasikan dengan variabel cetakan botol menyebabkan pengamatan ke-36 signifikan tidak terkontrol dengan interpretasi bahwa tidak terkontrolnya pengamatan 36 disebabkan karena variabel cetakan botol dan hubungan antara variabel hasil produksi dengan cetakan botol. Sama halnya dengan variabel ring botol jika dikondisikan dengan variabel hasil produksi dan variabel cetakan botol akan memunculkan keadaan tidak terkontrol pada pengamatan 18. Hal ini dapat diinterpretasikan bahwa tidak terkontrolnya pengamatan 18 disebabkan oleh variabel ring botol dan hubungan antara variabel ring botol dengan hasil produksi dan cetakan botol.

## KESIMPULAN

Dari hasil penelitian diatas didapatkan kesimpulan bahwa pembentukan diagram kontrol fuzzy multivariat dimulai dengan mentransformasi bilangan crisp menjadi bilangan fuzzy, sedangkan untuk proses selanjutnya yaitu pembuatan digarm kontrol sama dengan pembuatan diagram kontrol multivariat tradisional dengan menggunakan  $T^2$  Hotelling. Dari hasil analisis juga didapatkan bahwa proses produksi botol RC Cola 800ml PT. Iglas (Persero) Gresik tidak terkontrol dan setelah dilakukan identifikasi dengan menggunakan metode MYT didapatkan bahwa variabel dominan yang menyebabkan keadaan *out of control* pada proses produksi adalah variabel proses cetakan botol. Diagram kontrol fuzzy dapat dikatakan lebih sensitif fibandingkan dengan diagram kontrol multivariat, namun perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan menggunakan kriteria ARL (Average Run Length) untuk mengetahui kinerja dari masing-masing diagram kontrol.

## DAFTAR PUSTAKA

- Faraz, A. & Shapiro, A.F., (2010). "An Application of Fuzzy Random Variables to Control Charts". *Fuzzy Sets and Systems*, 161 : 2684-2694.
- Mason, R.L., Young, J.C., dan Tracy, N.D., (1992), "Multivariate Control Chart for Individual Observations". *Journal of Quality Technology*, 27 No.2 : 99-108.
- Mason, R.L., Young, J.C., & Tracy, N.D., (1995), "Decomposition of  $T^2$  for Multivariate Control Chart Interpretation". *Journal of Quality Technology*, 24 No.2 : 88-95.
- Mason, R.L., Young, J.C., & Tracy, N.D., (1997), "A Practical Approach for Interpreting Multivariate  $T^2$  Control Chart Signal", *Journal of Quality Technology* , 29 No.4 : 396-406.
- Raz, T., & Wang, J., (1990). "Probabilistic and Membership Approaches In The Construction of Control Chart For Linguistic Data." *Journal of Production Planning and Control*, 1 : 147-157.
- Taleb, H., Liman, M., & Hirota, K., (2006). "Multivariate Fuzzy Multinomial Control Chart". *Journal of Quality Technology and Quantitative Management*, 3(4) : 437-453.
- Taleb, H., (2009). "Control Charts Applications for Multivariate Attribute Process". *Computers and Industrial Engineering*, 56 : 399-410.
- Zadeh, L.A., (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*. 8 : 338-359
- Zarandi, M. H., Fazel., & Turksen, I.B., Kashan, A. H., (2006). "Fuzzy Control Charts For Variable And Attribute Quality Characteristics". *Journal of Fuzzy Systems*, 3 No.1 : 31-44.



## **MULTICLASS TWIN BOUNDED SUPPORT VECTOR MACHINE UNTUK PENGENALAN UCAPAN**

**Berny Pebo Tomasouw, S.Si<sup>1</sup>, Prof. Dr. Mohammad Isa Irawan, MT<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Mahasiswa Pascasarjana Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya

<sup>2</sup>Dosen Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya

### **Abstrak**

*Support Vector Machine* (SVM) merupakan salah satu metode terbaik yang dapat dipakai dalam masalah klasifikasi pola (pattern classification). Salah satunya adalah masalah pengenalan suara. Banyak penelitian yang telah dilakukan untuk mengembangkan variasi SVM. Salah satu variasi SVM yang terbaru adalah *Twin Support Vector Machine* (T-SVM) yang memiliki banyak keunggulan dibandingkan SVM. Dalam penelitian ini akan diperkenalkan *Twin Bounded Support Vector Machine* (TB-SVM) yang merupakan penyempurnaan dari T-SVM. Agar TB-SVM dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah klasifikasi multiklas maka akan diterapkan metode *Decision Directed Acyclic Graph* (DDAG) yang dimodifikasi. Selanjutnya, TB-SVM ini akan diujicobakan pada masalah klasifikasi pola yakni pengenalan ucapan kata untuk melihat seberapa besar tingkat keakurasiannya. Diharapkan hasil penelitian ini dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan metode klasifikasi pola khususnya pengenalan ucapan.

**Kata kunci:** *decision directed acyclic graph*, klasifikasi pola, pengenalan ucapan, *twin bounded support vector machine*

### **PENDAHULUAN**

*Support Vector Machine* (SVM) dikembangkan oleh Boser, Guyon, Vapnik, dan pertama kali dipresentasikan pada tahun 1992 di *Annual Workshop on Computational Learning Theory*. Konsep dasar SVM bermula dari masalah klasifikasi dua kelas yang tergolong dalam masalah linier (*linear problem*). SVM berusaha menemukan *hyperplane* (pemisah) terbaik pada input space untuk memisahkan dua kelas tersebut. Selanjutnya SVM dikembangkan agar dapat bekerja pada masalah non-linear, dengan memasukkan konsep kernel trick pada ruang kerja berdimensi tinggi. Dalam mencari *hyperplane* terbaik, SVM akan dihadapkan pada proses mencari solusi dari masalah kuadratik programming. Masalah kuadratik programming sendiri dapat berupa bentuk primal dan bentuk dual. Pada umumnya penelitian yang dikembangkan cenderung memilih menyelesaikan bentuk dual ketimbang bentuk primal karena dianggap lebih mudah. Selain itu performa SVM akan menjadi lebih baik jika parameter-parameter dalam masalah kuadratik programming dipilih secara tepat. Biasanya parameter-parameter ini dipilih dengan cara *cross-validation accuracy* (CV-ACC). Selain itu, pemilihan kernel yang tepat juga akan mempengaruhi performa dari SVM.

Dewasa ini SVM telah berhasil diaplikasikan dalam problema dunia nyata (*real-world problems*), dan memberikan solusi yang lebih baik untuk kasus tertentu dibandingkan metode konvensional seperti misalnya jaringan syaraf tiruan. Dalam penelitiannya Bhasin dan Raghava (2004) menggunakan metode matriks kuantitatif (*quantitative matrix*), JST dan SVM untuk memprediksi sel CTL (*cytotoxic T lymphocytes*) dalam barisan protein. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa SVM lebih unggul dibandingkan dua metode yang lain. Wong dan Hsu (2006) memperlihatkan keunggulan SVM dibanding JST dalam masalah klasifikasi *image*, sedangkan Hmeidi, dkk (2008) juga keunggulan SVM dibanding metode KNN (*K-Nearest Neighbor*) dalam masalah kategorisasi teks (*Text Categorization*).

Karena konsep awal SVM hanya untuk mengatasi masalah klasifikasi dua kelas maka SVM tidak dapat diterapkan untuk masalah multiklas (*multiclass problem*) sehingga dikembangkan metode-metode pengambilan keputusan untuk mengatasi masalah ini. Metode-metode tersebut antara lain metode *one-against-all*, metode *one-against-one* (*pairwise*), metode *decision directed acyclic graph*, dan sebagainya. Perkembangan SVM pun dinilai sangat cepat, hal ini ditandai dengan banyaknya variasi-variasi SVM yang telah berhasil dikembangkan oleh para peneliti. Salah satunya, Jayadeva dkk (2007) dalam penelitiannya berhasil mengembangkan variasi SVM yang baru dan diberi nama *Twin Support Vector Machines* (T-SVM). Berbeda dengan konsep dasar SVM

yang berusaha menemukan sebuah hyperplane terbaik untuk memisahkan dua kelas, T-SVM mencoba menemukan dua hyperplane terbaik untuk memisahkan dua kelas tersebut. Jayadeva memperlihatkan bahwa dari segi waktu perhitungan dan keakurasian klasifikasi, T-SVM lebih unggul dibandingkan SVM terdahulu.

Dalam penelitian ini akan diperkenalkan variasi T-SVM yang lain yakni *Twin Bounded Support Vector Machines* (TB-SVM). Pembahasan akan dimulai dari penurunan bentuk pemrograman kuadrat TB-SVM linier dan dilanjutkan untuk kasus non-linier. Setelah itu, akan dibahas modifikasi dari metode DDAG sehingga bisa diterapkan pada TB-SVM untuk menyelesaikan masalah klasifikasi *multiclass*. TB-SVM ini akan diujicobakan pada masalah pengenalan ucapan yakni mengenali kata-kata yang diucapkan dan akan dilihat seberapa besar tingkat keakurasiannya. Data yang dipakai adalah data pengucapan 9 buah kata dari 32 orang pembicara yang dibagi menjadi 2 bagian yaitu 9 pembicara sebagai data tahap pelatihan dan 23 orang sebagai data tahap pengujian. Setiap kata yang diucapkan akan diproses menggunakan metode *Mel-Frequency Cepstral Coefficients* (MFCC) untuk mendapatkan matriks penciri yang akan membedakan masing-masing kata tersebut.

### SVM Linier

Misalkan terdapat  $m$  data *training*  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)\}$  dimana  $x_i \in \mathbb{R}^n$  adalah sampel data dan  $y_i \in \{1, -1\}$  adalah target atau kelas dari sampel data. Misalkan juga bahwa data untuk kedua kelas terpisah secara linier (*linearly separably*) maka ingin dicari fungsi pemisah (*hyperplane*)

$$f(x) = xw + b \tag{1}$$

dimana  $w \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  adalah parameter bobot dan  $b$  adalah parameter bias serta berlaku

$$x_i w + b > 0 \text{ untuk } y_i = 1 \tag{2}$$

$$x_i w + b < 0 \text{ untuk } y_i = -1$$

Masalah mencari parameter  $w$  dan  $b$  yang optimal agar diperoleh *hyperplane* yang optimal merupakan masalah pemrograman kuadrat

$$\min_{w,b} \frac{1}{2} w^T w + C \sum_{i=1}^m \mu_i \tag{3}$$

dengan kendala  $y_i(x_i w + b) \geq 1 - \mu_i$  ,  $\mu_i \geq 0$  ,  $i = 1, \dots, m$

Dengan menggunakan pengali Lagrange  $\alpha \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  maka bentuk primal pemrograman kuadrat (3) dapat diubah menjadi bentuk dual sebagai berikut

$$\text{Max} \quad L(\alpha) = \sum_{i=1}^m \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m \alpha_i \alpha_j y_i y_j x_i x_j^T \tag{4}$$

dengan kendala  $\sum_{i=1}^m \alpha_i y_i = 0$  ,  $0 \leq \alpha_i \leq C$  ,  $i = 1, 2, \dots, m$

### SVM Non-Linier

Dalam masalah klasifikasi kebanyakan sampel data tidak terpisah secara linier sehingga jika digunakan SVM linier maka hasil yang diperoleh tidak optimal dan mengakibatkan hasil klasifikasi yang buruk. SVM linier dapat diubah menjadi SVM non-linier dengan menggunakan metode kernel. Metode ini bekerja dengan cara memetakan data input ke ruang *feature* yang dimensinya lebih tinggi. Diharapkan data input hasil pemetaan ke ruang *feature* akan terpisah secara linier sehingga dapat dicari *hyperplane* yang optimal.

Fungsi kernel yang sering digunakan adalah sebagai berikut :

a. kernel linier :  $K(u, v) = uv^T$  . (5)

b. kernel polinomial :  $K(u, v) = (1 + uv^T)^d$  ,  $d \geq 2$  . (6)

c. kernel RBF (Radial Basis Function) :  $K(u, v) = \exp(-\gamma \|u - v\|^2)$  ,  $\gamma > 0$  . (7)

$$d. \text{ kernel Gaussian : } K(u,v) = \exp\left(-\frac{\|u-v\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad \sigma \in \mathbb{R}. \quad (8)$$

### Multiklas SVM berbasis DDAG

Misalkan terdapat  $N$  jumlah klas dari sampel data yang akan diklasifikasi. Metode DDAG bekerja dengan cara membentuk semua kombinasi pasangan dua klas yakni sebanyak  $N(N-1)/2$  dimana  $N > 2$ . Misalkan *hyperplane* optimal yang diperoleh dari klas  $i$  dan klas  $j$  adalah

$$f_{ij}(x) = \phi(x)w_{ij} + b_{ij} \quad (9)$$

dimana  $i = 1, 2, \dots, N-1$  dan  $j = i+1, i+2, \dots, N$  serta berlaku  $f_{ji}(x) = -f_{ij}(x)$ . Algoritma DDAG sebagai berikut :

1. Dapatkan *hyperplane* optimal yakni Persamaan (9) untuk semua kombinasi pasangan dua klas.
2. Untuk data input  $x$  yang baru, pilih sebarang pasangan dua klas dan hitung nilai  $f_{ij}(x)$ . Jika  $f_{ij}(x) > 0$  maka tandai klas  $i$  sebagai klas yang terpilih dan hapus klas  $j$ . Sebaliknya jika  $f_{ij}(x) < 0$  maka tandai klas  $j$  sebagai klas yang terpilih dan hapus klas  $i$ .
3. Klas yang terpilih dipasangkan dengan satu klas yang dipilih secara acak dari keseluruhan klas yang tersisa.
4. Ulangi langkah (2) dan (3) sampai menyisakan hanya satu klas (klas pemenang). Data input  $x$  diklasifikasikan sebagai anggota dari klas pemenang.

Terlihat metode DDAG juga melakukan tahap training sebanyak  $(N-1)/2$  kali. Namun pada tahap testing hanya dilakukan sebanyak  $(N-1)$  kali. Hal inilah yang menjadi keunggulan dari metode DDAG karena waktu perhitungan yang dibutuhkan akan semakin singkat dibandingkan metode yang lain.

### T-SVM

Misalkan akan ditinjau masalah klasifikasi dua klas yang akan mengklasifikasikan  $m_1$  sampel data yang tergolong klas +1 dan  $m_2$  sampel data yang tergolong klas -1 pada ruang real berdimensi- $n$ ,  $\mathbb{R}^n$ . Misalkan matriks  $A \in \mathbb{R}^{m_1 \times n}$  mewakili sampel data dari klas +1 dan matriks  $B \in \mathbb{R}^{m_2 \times n}$  mewakili sampel data dari klas -1. Berdasarkan masalah di atas maka TSVM linier berusaha mencari dua *hyperplane*

$$x w_1 + b_1 = 0 \text{ dan } x w_2 + b_2 = 0 \quad (10)$$

sedemikian sehingga setiap *hyperplane* akan lebih dekat dengan data *pattern* dari satu klas dan akan sangat jauh dari sampel data klas yang lain. Untuk mendapatkan dua *hyperplane* tersebut maka harus dicari solusi dari dua masalah kudratik proqraming berikut :

$$\text{Min}_{w_1, b_1, y} \frac{1}{2} (A w_1 + e_1 b_1)^T (A w_1 + e_1 b_1) + C_1 e_1^T y \quad (11)$$

$$\text{dengan kendala } -(B w_1 + e_2 b_1) + y \geq e_2, \quad y \geq 0$$

dan

$$\text{Min}_{w_2, b_2, y} \frac{1}{2} (B w_2 + e_2 b_2)^T (B w_2 + e_2 b_2) + C_2 e_2^T y \quad (12)$$

$$\text{dengan kendala } (A w_2 + e_1 b_2) + y \geq e_1, \quad y \geq 0$$

Pada masalah pemograman kuadratik (11) dan (12),  $C_1$  dan  $C_2$  adalah parameter pinalti dan  $y$  adalah variabel slack. Selanjutnya, Jayadeva dkk (2007) menurunkan bentuk dual dari masalah pemograman kuadratik tersebut sebagai berikut

$$\text{Max}_{\alpha} e_2^T \alpha - \frac{1}{2} \alpha^T G (H^T H)^{-1} G^T \alpha \quad (13)$$

$$\text{dengan kendala } 0 \leq \alpha \leq C_1$$

dan

$$\text{Max}_{\beta} e_1^T \beta - \frac{1}{2} \beta^T P (Q^T Q)^{-1} P^T \beta \quad (14)$$

dengan kendala  $0 \leq \beta \leq C_2$

dimana  $G = [B \ e_2]$ ,  $H = [A \ e_1]$ ,  $P = [A \ e_1]$ , dan  $Q = [B \ e_1]$ .

Pada persamaan (23) dan (24),  $\alpha \in \mathbb{R}^{m_2}$  dan  $\beta \in \mathbb{R}^{m_1}$  merupakan faktor pengali Lagrange. Dua *hyperplane* non-paralel pada Persamaan (6) diperoleh dari

$$v_1 = -(H^T H + \varepsilon I)^{-1} G^T \alpha \text{ dan } v_2 = -(Q^T Q + \varepsilon I)^{-1} P^T \beta, \quad \varepsilon > 0 \quad (15)$$

dengan  $\begin{bmatrix} w_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = v_1$  dan  $\begin{bmatrix} w_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = v_2$ . Sampel data  $x \in \mathbb{R}^n$  yang baru diklasifikasikan ke dalam klas  $r$  ( $r = 1, 2$ ) berdasarkan jarak yang paling minimum untuk kedua *hyperplane* tersebut, yakni

$$x w_r + b_r = \text{Min}_{j=1,2} |x w_j + b_j| \quad (16)$$

## PEMBAHASAN

### TB-SVM Linier

Misalkan terdapat  $m$  data *training*  $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)\}$  dimana  $x_i \in \mathbb{R}^n$  adalah sampel data dan  $y_i \in \{1, -1\}$  adalah target atau kelas dari sampel data. TB-SVM bertujuan untuk mencari dua fungsi pemisah (*hyperplane*) yang optimal, yakni

$$f_1(x) = x w_1 + b_1 = 0 \text{ dan } f_2(x) = x w_2 + b_2 = 0 \quad (17)$$

Misalkan matriks  $A \in \mathbb{R}^{m_1 \times n}$  mewakili sampel data dari kelas +1 dan matriks  $B \in \mathbb{R}^{m_2 \times n}$  mewakili sampel data dari kelas -1. Sedangkan  $e_1 \in \mathbb{R}^{m_1 \times 1}$  dan  $e_2 \in \mathbb{R}^{m_2 \times 1}$  adalah vektor yang semua elemennya bernilai satu. Parameter  $w_1, w_2, b_1$ , dan  $b_2$  diperoleh dari solusi dua masalah pemrograman kuadrat berikut ini

$$\text{Min}_{w_1, b_1, \mu_1} \frac{1}{2} c_3 (\|w_1\|^2 + b_1^2) + \frac{1}{2} (A w_1 + e_1 b_1)^T (A w_1 + e_1 b_1) + c_1 e_2^T \mu_1 \quad (18)$$

dengan kendala  $-(B w_1 + e_2 b_1) + \mu_1 \geq e_2, \mu_1 \geq 0$ .

dan

$$\text{Min}_{w_2, b_2, \mu_2} \frac{1}{2} c_4 (\|w_2\|^2 + b_2^2) + \frac{1}{2} (B w_2 + e_2 b_2)^T (B w_2 + e_2 b_2) + c_2 e_1^T \mu_2 \quad (19)$$

dengan kendala  $(A w_2 + e_1 b_2) + \mu_2 \geq e_1, \mu_2 \geq 0$ .

dimana  $c_1, c_2, c_3$ , dan  $c_4$  adalah parameter positif.

Bentuk pemrograman kuadrat di atas masih berupa bentuk primal, sehingga perlu diubah ke dalam bentuk dualnya. Misalkan  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^{m_2 \times 1}$  adalah pengali Lagrange maka masalah pemrograman kuadrat (18) akan berubah menjadi

$$L(w_1, b_1, \mu_1, \alpha, \beta) = \frac{1}{2} c_3 (\|w_1\|^2 + b_1^2) + \frac{1}{2} (A w_1 + e_1 b_1)^T (A w_1 + e_1 b_1) + c_1 e_2^T \mu_1 - \alpha^T (-(B w_1 + e_2 b_1) + \mu_1 - e_2) - \beta^T \mu_1 \quad (20)$$

Berdasarkan syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT) maka

$$\partial L / \partial w_1 = 0 \Rightarrow c_3 w_1 + A^T (A w_1 + e_1 b_1) + B^T \alpha = 0 \quad (21)$$

$$\partial L / \partial b_1 = 0 \Rightarrow c_3 b_1 + e_1^T (A w_1 + e_1 b_1) + e_2^T \alpha = 0 \quad (22)$$

$$\partial L / \partial \mu_1 = 0 \Rightarrow c_1 e_2^T - \alpha^T - \beta^T = 0 \quad (23)$$

$$-(B w_1 + e_2 b_1) + \mu_1 \geq e_2, \mu_1 \geq 0 \quad (24)$$

$$\alpha^T (-(B w_1 + e_2 b_1) + \mu_1 - e_2) = 0, \beta^T \mu_1 = 0 \quad (25)$$

$$\alpha \geq 0, \beta \geq 0 \quad (26)$$

Karena  $\beta \geq 0$  dan berdasarkan (23) maka

$$0 \leq \alpha \leq c_1 \quad (27)$$

Berdasarkan Persamaan (21) dan (22) maka  $\begin{pmatrix} A^T \\ e_1^T \end{pmatrix} [A \ e_1] + c_3 I \begin{pmatrix} w_1 \\ b_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B^T \\ e_2^T \end{pmatrix} \alpha = 0$ .

Misalkan  $H = [A \ e_1]$ ,  $G = [B \ e_2]$ , dan  $u = \begin{pmatrix} w_1 \\ b_1 \end{pmatrix}$  maka

$$(H^T H + c_3 I)u + G^T \alpha = 0 \text{ atau } u = -(H^T H + c_3 I)^{-1} G^T \alpha \quad (28)$$

Dengan menggunakan Persamaan (20), bentuk dual dari pemrograman kuadratik (18) menjadi

$$\text{Max}_{\alpha} \ e_2^T \alpha - \frac{1}{2} \alpha^T G (H^T H + c_3 I)^{-1} G^T \alpha \quad (29)$$

dengan kendala  $0 \leq \alpha \leq c_1$ .

Selanjutnya, misalkan  $\gamma, \beta \in \mathbb{R}^{m_1 \times 1}$  adalah pengali Lagrange maka masalah pemrograman kuadratik (19) akan berubah menjadi

$$L(w_2, b_2, \mu_2, \gamma, \beta) = \frac{1}{2} c_4 (\|w_2\|^2 + b_2^2) + \frac{1}{2} (B w_2 + e_2 b_2)^T (B w_2 + e_2 b_2) + c_2 e_1^T \mu_2 - \gamma^T ((A w_2 + e_1 b_2) + \mu_2 - e_2) - \beta^T \mu_2 \quad (30)$$

Berdasarkan syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT) maka

$$\partial L / \partial w_2 = 0 \Rightarrow c_4 w_2 + B^T (B w_2 + e_2 b_2) - A^T \gamma = 0 \quad (31)$$

$$\partial L / \partial b_2 = 0 \Rightarrow c_4 b_2 + e_2^T (B w_2 + e_2 b_2) - e_1^T \gamma = 0 \quad (32)$$

$$\partial L / \partial \mu_2 = 0 \Rightarrow c_2 e_1^T - \gamma^T - \beta^T = 0 \quad (33)$$

$$(A w_2 + e_1 b_2) + \mu_2 \geq e_1, \mu_2 \geq 0 \quad (34)$$

$$\gamma^T ((A w_2 + e_1 b_2) + \mu_2 - e_1) = 0, \beta^T \mu_2 = 0 \quad (35)$$

$$\gamma \geq 0, \beta \geq 0 \quad (36)$$

Karena  $\beta \geq 0$  dan berdasarkan (33) maka

$$0 \leq \gamma \leq c_2 \quad (37)$$

Berdasarkan Persamaan (31) dan (32) maka  $\begin{pmatrix} B^T \\ e_2^T \end{pmatrix} [B \ e_2] + c_4 I \begin{pmatrix} w_2 \\ b_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A^T \\ e_1^T \end{pmatrix} \gamma = 0$ . Misalkan

$H = [A \ e_1]$ ,  $G = [B \ e_2]$ , dan  $v = \begin{pmatrix} w_2 \\ b_2 \end{pmatrix}$  maka

$$(G^T G + c_4 I)v - H^T \gamma = 0 \text{ atau } v = (G^T G + c_4 I)^{-1} H^T \gamma \quad (38)$$

Dengan menggunakan Persamaan (30), bentuk dual dari pemrograman kuadratik (18) menjadi

$$\text{Max}_{\gamma} \ e_1^T \gamma - \frac{1}{2} \gamma^T H (G^T G + c_4 I)^{-1} H^T \gamma \quad (39)$$

dengan kendala  $0 \leq \gamma \leq c_2$ .

Solusi dari masalah pemrograman kuadratik (29) dan (39), yakni  $\alpha$  dan  $\gamma$  akan digunakan untuk menghitung parameter  $w_1, w_2, b_1$ , dan  $b_2$  dengan Persamaan (28) dan (38). Sampel data  $x \in \mathbb{R}^n$  yang baru diklasifikasikan ke dalam kelas  $r$  ( $r = 1, 2$ ) berdasarkan jarak yang paling minimum

untuk kedua *hyperplane* tersebut, yakni kelas  $r = \arg \min_{j=1,2} \frac{|x w_j + b_j|}{\|w_j\|}$ .

### TB-SVM Non-Linier

Kemampuan TB-SVM juga dapat diperluas untuk mengatasi masalah klasifikasi non-linier yakni dengan menggunakan metode kernel. Dua *hyperplane* yang akan dihasilkan dengan metode kernel adalah

$$K(x, C)u_1 + b_1 = 0 \text{ dan } K(x, C)u_2 + b_2 = 0 \quad (40)$$

dimana  $K$  adalah kernel yang dipilih dan  $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ .

Dengan menerapkan metode kernel maka pemrograman kuadratik (18) dan (19) akan berubah menjadi

$$\text{Min}_{w_1, b_1, \mu_1} \frac{1}{2} c_3 (\|u_1\|^2 + b_1^2) + \frac{1}{2} (K(A, C)u_1 + e_1 b_1)^T (K(A, C)u_1 + e_1 b_1) + c_1 e_2^T \mu_1 \quad (41)$$

dengan kendala  $-(K(B, C)u_1 + e_2 b_1) + \mu_1 \geq e_2$  ,  $\mu_1 \geq 0$ .

dan

$$\text{Min}_{w_2, b_2, \mu_2} \frac{1}{2} c_4 (\|u_2\|^2 + b_2^2) + \frac{1}{2} (K(B, C)u_2 + e_2 b_2)^T (K(B, C)u_2 + e_2 b_2) + c_2 e_1^T \mu_2 \quad (42)$$

dengan kendala  $(K(A, C)u_2 + e_1 b_2) + \mu_2 \geq e_1$  ,  $\mu_2 \geq 0$ .

dimana  $c_1, c_2, c_3$ , dan  $c_4$  adalah parameter positif.

Bentuk pemrograman kuadratik di atas masih berupa bentuk primal, sehingga perlu diubah ke dalam bentuk dualnya. Misalkan  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^{m_2 \times 1}$  adalah pengali Lagrange maka masalah pemrograman kuadratik (41) di akan berubah menjadi

$$L(u_1, b_1, \mu_1, \alpha, \beta) = \frac{1}{2} c_3 (\|u_1\|^2 + b_1^2) + \frac{1}{2} (K(A, C)u_1 + e_1 b_1)^T (K(A, C)u_1 + e_1 b_1) + c_1 e_2^T \mu_1 - \alpha^T (-(K(B, C)u_1 + e_2 b_1) + \mu_1 - e_2) - \beta^T \mu_1 \quad (43)$$

Berdasarkan syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT) maka

$$\partial L / \partial u_1 = 0 \Rightarrow c_3 u_1 + K(A, C)^T (K(A, C)u_1 + e_1 b_1) + K(B, C)^T \alpha = 0 \quad (44)$$

$$\partial L / \partial b_1 = 0 \Rightarrow c_3 b_1 + e_1^T (K(A, C)u_1 + e_1 b_1) + e_2^T \alpha = 0 \quad (45)$$

$$\partial L / \partial \mu_1 = 0 \Rightarrow c_1 e_2^T - \alpha^T - \beta^T = 0 \quad (46)$$

$$-(K(B, C)u_1 + e_2 b_1) + \mu_1 \geq e_2 \text{ , } \mu_1 \geq 0 \quad (47)$$

$$\alpha^T (-(K(B, C)u_1 + e_2 b_1) + \mu_1 - e_2) = 0 \text{ , } \beta^T \mu_1 = 0 \quad (48)$$

$$\alpha \geq 0 \text{ , } \beta \geq 0 \quad (49)$$

Karena  $\beta \geq 0$  dan berdasarkan (46) maka

$$0 \leq \alpha \leq c_1 \quad (50)$$

Berdasarkan Persamaan (44) dan (45) maka

$$\left( \begin{bmatrix} K(A, C)^T \\ e_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(A, C) & e_1 \end{bmatrix} + c_3 I \right) \begin{bmatrix} u_1 \\ b_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K(B, C)^T \\ e_2^T \end{bmatrix} \alpha = 0$$

Misalkan  $R = \begin{bmatrix} K(A, C) & e_1 \end{bmatrix}$ ,  $S = \begin{bmatrix} K(B, C) & e_2 \end{bmatrix}$ , dan  $z_1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ b_1 \end{bmatrix}$  maka

$$(R^T R + c_3 I) z_1 + S^T \alpha = 0 \text{ atau } z_1 = -(R^T R + c_3 I)^{-1} S^T \alpha \quad (51)$$

Dengan menggunakan Persamaan (43), bentuk dual dari pemrograman kuadratik (41) menjadi

$$\text{Max}_{\alpha} e_2^T \alpha - \frac{1}{2} \alpha^T S (R^T R + c_3 I)^{-1} S^T \alpha \quad (52)$$

dengan kendala  $0 \leq \alpha \leq c_1$ .

Selanjutnya, misalkan  $\gamma, \beta \in \mathbb{R}^{m_1 \times 1}$  adalah pengali Lagrange maka masalah pemrograman kuadratik (42) akan berubah menjadi

$$L(u_2, b_2, \mu_2, \gamma, \beta) = \frac{1}{2} c_4 (\|u_2\|^2 + b_2^2) + \frac{1}{2} (K(B, C)u_2 + e_2 b_2)^T (K(B, C)u_2 + e_2 b_2) + c_2 e_1^T \mu_2 - \gamma^T ((K(A, C)u_2 + e_1 b_2) + \mu_2 - e_2) - \beta^T \mu_2 \quad (53)$$

Berdasarkan syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT) maka

$$\partial L / \partial u_2 = 0 \Rightarrow c_4 u_2 + K(B, C)^T (K(B, C) u_2 + e_2 b_2) - K(A, C)^T \gamma = 0 \quad (54)$$

$$\partial L / \partial b_2 = 0 \Rightarrow c_4 b_2 + e_2^T (K(B, C) u_2 + e_2 b_2) - e_1^T \gamma = 0 \quad (55)$$

$$\partial L / \partial \mu_2 = 0 \Rightarrow c_2 e_1^T - \gamma^T - \beta^T = 0 \quad (56)$$

$$(K(A, C) u_2 + e_1 b_2) + \mu_2 \geq e_1, \quad \mu_2 \geq 0 \quad (57)$$

$$\gamma^T ((K(A, C) u_2 + e_1 b_2) + \mu_2 - e_2) = 0, \quad \beta^T \mu_2 = 0 \quad (58)$$

$$\gamma \geq 0, \quad \beta \geq 0 \quad (59)$$

Karena  $\beta \geq 0$  dan berdasarkan (56) maka

$$0 \leq \gamma \leq c_2 \quad (60)$$

Berdasarkan Persamaan (54) dan (55) maka

$$\left( \begin{bmatrix} K(B, C)^T \\ e_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(B, C) & e_2 \end{bmatrix} + c_4 I \right) \begin{bmatrix} u_2 \\ b_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K(A, C)^T \\ e_1^T \end{bmatrix} \gamma = 0$$

Misalkan  $R = \begin{bmatrix} K(A, C) & e_1 \end{bmatrix}$ ,  $S = \begin{bmatrix} K(B, C) & e_2 \end{bmatrix}$ , dan  $z_2 = \begin{bmatrix} u_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$  maka

$$(S^T S + c_4 I) z_2 - R^T \gamma = 0 \text{ atau } z_2 = (S^T S + c_4 I)^{-1} R^T \gamma \quad (61)$$

Dengan menggunakan Persamaan (53), bentuk dual dari pemrograman kuadratik (42) menjadi

$$\text{Max}_{\gamma} \quad e_1^T \gamma - \frac{1}{2} \gamma^T R (S^T S + c_4 I)^{-1} R^T \gamma \quad (62)$$

dengan kendala  $0 \leq \gamma \leq c_2$ .

Solusi dari masalah pemrograman kuadratik (52) dan (62), yakni  $\alpha$  dan  $\gamma$  akan digunakan untuk menghitung parameter  $u_1, u_2, b_1$ , dan  $b_2$  dengan Persamaan (51) dan (61). Selanjutnya, sampel data  $x \in \mathbb{R}^n$  yang baru diklasifikasikan ke dalam kelas  $r$  ( $r=1,2$ ) berdasarkan jarak yang paling

minimum untuk kedua *hyperplane* tersebut, yakni kelas  $r = \arg \min_{j=1,2} \frac{|K(x, C) u_j + b_j|}{\sqrt{u_j^T K(C, C) u_j}}$ .

### **Multiclass TB-SVM berbasis DDAG yang dimodifikasi**

Pada bagian sebelumnya telah dibahas SVM berbasis metode DDAG yang dapat dipakai untuk menyelesaikan masalah klasifikasi *multiclass*. Agar metode DDAG dapat diterapkan pada TB-SVM maka algoritmanya harus dimodifikasi khususnya pada langkah pemilihan pasangan dua kelas dan penetapan kelas terpilih (pemenang). Langkah pemilihan pasangan dua kelas tidak lagi dilakukan secara acak namun dilakukan berdasarkan jarak yang paling minimum dari keseluruhan pasangan dua kelas yang dibentuk.

### **Jarak Euclid dalam ruang feature**

Misalkan  $x, y \in \mathbb{R}^n$ , maka jarak Euclid antara  $x$  dan  $y$  adalah

$$\|x - y\| = \sqrt{\|x - y\|^2} = \sqrt{\|x\|^2 - 2(x \cdot y) + \|y\|^2} \quad (63)$$

Jika  $\phi$  adalah fungsi yang memetakan vektor  $x$  ke ruang *feature* yang dimensinya lebih tinggi dan  $K$  adalah fungsi kernel maka jarak antara  $x$  dan  $y$  di ruang *feature* adalah

$$\begin{aligned} \|\phi(x) - \phi(y)\| &= \sqrt{\|\phi(x) - \phi(y)\|^2} = \sqrt{\|\phi(x)\|^2 - 2(\phi(x) \cdot \phi(y)) + \|\phi(y)\|^2} \\ &= \sqrt{K(x, x) - 2K(x, y) + K(y, y)} \end{aligned} \quad (64)$$

Selanjutnya, misalkan  $x_i \in \mathbb{R}^n, i=1,2,\dots,m$  adalah sampel data anggota kelas +1 dan  $y_j \in \mathbb{R}^n, j=1,2,\dots,n$  adalah sampel data anggota kelas -1, maka jarak dari rata-rata dua kelas ini adalah

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \left\| \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j \right\| = \sqrt{\left\| \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j \right\|^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (x_i \cdot x_j) - \frac{2}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_i \cdot y_j) + \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (y_i \cdot y_j)} \end{aligned} \quad (65)$$

Sedangkan jarak dari rata-rata dua kelas ini pada ruang *feature* adalah

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \left\| \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \phi(x_i) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \phi(y_j) \right\| = \sqrt{\left\| \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \phi(x_i) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \phi(y_j) \right\|^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{m^2} \left\| \sum_{i=1}^m \phi(x_i) \right\|^2 - \frac{2}{mn} \left( \sum_{i=1}^m \phi(x_i) \cdot \sum_{j=1}^n \phi(y_j) \right) + \frac{1}{n^2} \left\| \sum_{j=1}^n \phi(y_j) \right\|^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{m^2} \sum_{i=j=1}^m K(x_i, x_j) - \frac{2}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n K(x_i, y_j) + \frac{1}{n^2} \sum_{i=j=1}^n K(y_i, y_j)} \end{aligned} \quad (66)$$

Jarak inilah yang akan dipakai sebagai syarat pemilihan dua kelas pasangan pada algoritma DDAG.

### Algoritma DDAG yang dimodifikasi

Misalkan *hyperplane* optimal yang diperoleh dari pasangan kelas  $i$  dan kelas  $j$  adalah

$$f_i(x) = x w_1 + b_1 \quad \text{dan} \quad f_j(x) = x w_2 + b_2 \quad (67)$$

Algoritma DDAG untuk TB-SVM linier adalah sebagai berikut:

1. Dapatkan *hyperplane* optimal yakni Persamaan (67) untuk semua kombinasi pasangan dua kelas dan hitung jarak dari rata-rata pasangan dua kelas yang terbentuk menggunakan Persamaan (66).
2. Pilih pasangan yang memiliki jarak yang paling kecil, misalkan kelas  $i$  dan  $j$ .
3. Untuk data input  $x$  yang baru, hitung nilai  $g_i(x) = \frac{|x w_1 + b_1|}{\|w_1\|}$  dan  $g_j(x) = \frac{|x w_2 + b_2|}{\|w_2\|}$ . Jika  $g_i(x) < g_j(x)$  maka tandai kelas  $i$  sebagai kelas yang terpilih dan hapus kelas  $j$ . Sebaliknya jika  $g_j(x) < g_i(x)$  maka tandai kelas  $j$  sebagai kelas yang terpilih dan hapus kelas  $i$ .
4. Kelas yang terpilih dipasangkan dengan satu kelas yang dipilih keseluruhan kelas yang tersisa dengan syarat bahwa pasangan yang baru memiliki jarak yang paling kecil.
5. Ulangi langkah (3) dan (4) sampai menyisakan hanya satu kelas (kelas pemenang). Data input  $x$  diklasifikasikan sebagai anggota dari kelas pemenang.

Algoritma DDAG untuk TB-SVM non-linier sama dengan TB-SVM linier namun pada

langkah ketiga perhitungan  $g_i(x)$  dan  $g_j(x)$  diganti dengan rumus  $g_i(x) = \frac{|K(x, C)u_1 + b_1|}{\sqrt{u_1^T K(C, C)u_1}}$  dan

$$g_j(x) = \frac{|K(x, C)u_2 + b_2|}{\sqrt{u_2^T K(C, C)u_2}}$$

### Pengenalan Ucapan Kata dengan TB-SVM

Kata-kata yang akan dikenali adalah kata-kata yang digunakan untuk perintah robot, yakni maju, mundur, buka, tutup, kiri, kanan, jalan, lari, dan berhenti. Kata-kata tersebut akan diucapkan sebanyak satu kali oleh 32 orang pembicara sehingga data ucapan kata akan berjumlah 288. Data ini kemudian dibagi menjadi 2 yakni tahap pelatihan sebanyak 81 data (9 orang pembicara) dan tahap testing sebanyak 207 data (23 orang pembicara). Kata yang diucapkan akan diproses dengan menggunakan metode MFCC (jumlah koefisien cepstral = 12) akan menghasilkan sebuah matriks penciri yang selanjutnya dibagi menjadi 3 blok dan dihitung rata-ratanya sehingga menjadi matriks



berukuran  $12 \times 3$ . Matriks ini kemudian dirubah menjadi sebuah vektor dengan jumlah elemen sebanyak 36. Vektor inilah yang akan dipakai menjadi data inputan yang mewakili setiap kata yang diucapkan. Berikut ini merupakan tabel parameter yang akan dipakai, kernel yang dipilih dan hasil perhitungannya.

**Tabel 1. TB-SVM dan T-SVM dengan kernel polinomial**

Metode	Kernel	$\varepsilon$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	Waktu pelatihan (detik)	Waktu pengujian (detik)	Akurasi (%)
T-SVM	polinomial ( $d = 2$ )	0.2	10000	10000	-	-	3.7355	0.5456	96.618
TB-SVM	Polinomial ( $d = 2$ )	-	10000	10000	0.2	0.135	3.7162	0.5342	97.101

**Tabel 2. TB-SVM dan T-SVM dengan kernel RBF**

Metode	Kernel	$\varepsilon$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	Waktu pelatihan (detik)	Waktu pengujian (detik)	Akurasi (%)
T-SVM	RBF ( $\gamma = 0.075$ )	0.03	10000	10000	-	-	4.6643	3.4535	93.24
TB-SVM	RBF ( $\gamma = 0.075$ )	-	10000	10000	0.04	0.03	4.7583	3.5575	93.72

Hasil pengujian menunjukkan bahwa TB-SVM dengan kernel polinomial memiliki tingkat akurasi yang sangat tinggi yakni 97.101%. Dari 207 kata yang diucapkan, hanya 6 kata yang salah dikenali.

## KESIMPULAN

Penurunan metode TB-SVM telah dilakukan baik untuk kasus linier maupun kasus non-linier. Algoritma DDAG juga telah dimodifikasi sehingga dapat diterapkan pada TB-SVM untuk menyelesaikan masalah klasifikasi *multiclass*. Keunggulan TB-SVM terletak pada parameter  $c_3$  dan  $c_4$  yang dapat dipilih sendiri untuk meningkatkan kemampuan TB-SVM, sedangkan untuk T-SVM diperlukan asumsi tambahan yakni nilai  $\varepsilon$ . Hasil pengenalan ucapan kata memperlihatkan bahwa TB-SVM lebih unggul dibandingkan T-SVM dengan tingkat keakurasian yang sangat tinggi yakni 97.101%.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abe, S. (2010), *Support Vector Machines for Pattern Classification (Second Edition)*. Springer-Verlag, London.
- Bhasin, M. And Raghava, G.P.S. (2004), *Prediction of CTL epitopes using QM, SVM and ANN techniques*. Vaccine, Vol 22, hal 3195–3204.
- Jayadeva, Khemchandani, R. And Chandra, S. (2007), *Twin Support Vector Machines for Pattern Classification*. Pattern Analysis And Machine Intelligence, Vol. 29, No. 5, hal 905-910.
- Kreßel, U. H.G. (1999), *Pairwise classification and support vector machines*. Advances in Kernel Methods: Support Vector Learning. The MIT Press, Cambridge., hal 255-268.
- Kumar, M. A. and Gopal, M. (2009), *Least squares twin support vector machines for pattern classification*. Expert Systems with Applications, Vol 36, hal 7535–7543.
- Mangasarian, Olvi. L., Musicant, D. R. (1999), *Successive Overrelaxation For Support Vector Machines*. Transactions On Neural Networks, Vol. 10, hal 1032-1037.
- Nugroho, A. S. dkk. (2003), *Support Vector Machine : Teori dan Aplikasinya dalam Bioinformatika*. IlmuKomputer.Com, Indonesia.
- Hmeidi, I. Hawashin, B El-Qawasme E. (2008), *Performance of KNN and SVM classifiers on full word Arabic articles*. Advanced Engineering Informatics, Vol.22, hal 106–111.
- Platt, J.C, Cristianini, N. and Shawe-Taylor, J.(2000), *Large margin DAGs for multiclass classification*. Advances in Neural Information Processing Systems, Vol.12, hal 547–553.

- Putra, D. dan Resmawan, A. (2011), *Verifikasi Biometrika Suara Menggunakan Metode MFCC dan DTW*. Lontar Komputer, Vol 2. [www.it.unud.ac.id](http://www.it.unud.ac.id)
- Resmana Adipranata, R. (1999), *Pengenalan Suara Manusia Dengan Metode Jaringan Saraf Tiruan Back Propagation Berbasis Pc*. Dimensi Teknik Elektro, Vol 34.
- Shao, Y. H , *et al.* (2011), *Improvements on Twin Support Vector Machines*. Transactions On Neural Networks, VOL. 22, NO. 6, hal 962-968.
- Vapnik, V.N. (1999 ), *The Nature of Statistical Learning Theory, Second edition*, Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg.
- Wong , W. T. and Hsu, S. H. (2006), *Application of SVM and ANN for image retrieval*. European Journal of Operational Research, Vol 173, hal 938–950.

## EKSISTENSI DAN KETUNGGALAN DARI PENYELESAIAN PERSAMAAN EULER-LAGRANGE

Ch. Enny Murwaningtyas, M.Si.

Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta  
enny@usd.ac.id

### Abstrak

Pembahasan umum yang sering disajikan dalam bidang kalkulus variasi adalah mencari sebuah penyelesaian pada fungsi minimum atau fungsi maksimum. Salah satu metode yang digunakan dalam perhitungan tersebut adalah metode Euler-Lagrange. Metode Euler-Lagrange merupakan gabungan dari dua pembahasan, yaitu metode Euler yang dikenakan dengan pengali Lagrange. Metode Euler-Lagrange menjamin bahwa penyelesaian yang diperoleh telah memenuhi sifat kontinu dan kompak. Pada makalah ini, akan membahas tentang eksistensi dan ketunggalan dari penyelesaian persamaan Euler-Lagrange pada masalah optimisasi yang sederhana.

**Kata kunci:** eksistensi, ketunggalan, dan persamaan Euler-Lagrange

### PENDAHULUAN

Metode yang klasik dan elegan dari kalkulus variasi modern memungkinkan dipecahkannya sejumlah besar masalah yang berhubungan dengan optimasi fungsional dalam Ilmu Pengetahuan. Kalkulus variasi yang dikembangkan oleh Bernoulli, Newton dan Euler pada awal abad ke-18, sampai saat ini masih menarik perhatian para matematikawan dan sudah banyak menjadi solusi pemecahan masalah bagi banyak ilmuwan dan berbagai bidang teknik sebagai pencari solusi terbaik yang mungkin ada bagi persoalan yang dihadapi. Perkembangan kalkulus variasi sendiri pada mulanya berawal dari keinginan dasar manusia yang ingin mendapatkan solusi terbaik atau optimal untuk masalah-masalah matematis yang ada.

Kalkulus variasi sangat erat kaitannya dengan mencari nilai ekstrem dari fungsional dan dinyatakan sebagai sekumpulan metode yang digunakan untuk mencari fungsi-fungsi optimal. Adapun beberapa metode atau rumus atau persamaan yang terdapat dalam kalkulus variasi adalah *Euler-Lagrange Equations*, *Emmy Noether's theorem*, *Hamiltonian formulation*, *Hamilton Jacoby theory*, *Weierstrass Method*, *Jacobian Equations*, *Rayleigh Principles* dan lain-lain.

Kalkulus variasi yang merupakan cabang ilmu matematika yang berhubungan dengan fungsi dari fungsi, berbeda dengan kalkulus biasa yang berhubungan dengan fungsi dari bilangan. Fungsional dalam kalkulus variasi dapat dibentuk sebagai integral-integral yang melibatkan sebuah fungsi sembarang dan turunan-turunannya sebagai variabel-variabelnya. Kunci dari teorema kalkulus variasi sendiri adalah persamaan Euler-Lagrange. Persamaan ini berhubungan dengan syarat stasioner pada sebuah fungsional.

Makalah ini akan membahas tentang penyelesaian masalah optimisasi yang sederhana yaitu mencari nilai ekstrem, khususnya nilai minimum, dari fungsional berikut

$$I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx$$

dengan  $F \in C^2([a, b] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ ,  $F = F(x, y, \dot{y})$  dan  $\dot{y} = \frac{\partial y}{\partial x}$ . Sedangkan Jika fungsi  $I$  mempunyai ekstrem pada  $y_0$ , maka  $y_0$  memenuhi persamaan

$$\frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) \right) = 0$$

Persamaan diatas itu lah yang disebut persamaan Euler-Lagrange.

## PERSAMAAN EULER-LAGRANGE

Terlebih dahulu akan dibahas tentang derivatif dari fungsional dan sifat-sifatnya.

### Definisi 1

Misalkan  $S$  adalah ruang linier bernorma dan  $I : S \rightarrow \mathbb{R}$  adalah suatu fungsional. Maka  $I$  dikatakan terdiferensial (Frechet) pada  $y_0 \in S$  jika ada fungsional linier kontinu, dinotasikan dengan  $I'(y_0)$  dan ada pemetaan  $\varepsilon : S \rightarrow \mathbb{R}$  sedemikian hingga

$$I(y_0 + h) = I(y_0) + (I'(y_0))(h) + \varepsilon(h)\|h\|$$

untuk setiap  $h \in S$  dan  $\varepsilon(h) \rightarrow 0$  karena  $\|h\| \rightarrow 0$ .

### Teorema 2

Derivatif dari fungsional terdiferensial  $I : S \rightarrow \mathbb{R}$  pada suatu titik  $y_0 \in S$  tunggal.

### Bukti :

Jika  $L : S \rightarrow \mathbb{R}$  adalah fungsional linier dan jika

$$\frac{L(h)}{\|h\|} \rightarrow 0 \text{ karena } \|h\| \rightarrow 0 \quad (1)$$

Maka  $L = 0$ . Jika  $L(h_0) \neq 0$  untuk beberapa  $h_0 \in S$  yang tidak nol, maka didefinisikan  $h_n = \frac{1}{n}h_0$ , sehingga  $\|h_n\| \rightarrow 0$  karena  $n \rightarrow \infty$ , tetapi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L(h_n)}{\|h_n\|} = \frac{L(h_0)}{\|h_0\|} \neq 0$$

Kontradiksi dengan Persamaan(1).

Sekarang dimisalkan derivatif dari  $I$  pada  $y_0$  tidak tunggal, sehingga diperoleh

$$I(y_0 + h) = I(y_0) + L_1(h) + \varepsilon_1(h)\|h\|$$

$$I(y_0 + h) = I(y_0) + L_2(h) + \varepsilon_2(h)\|h\|$$

Dengan  $L_1, L_2$  adalah fungsional linier kontinu, dan  $\varepsilon_1(h), \varepsilon_2(h) \rightarrow 0$  karena  $\|h\| \rightarrow 0$ . maka

$$\frac{(L_1 - L_2)(h)}{\|h\|} = \varepsilon_2(h) - \varepsilon_1(h) \rightarrow 0 \text{ karena } \|h\| \rightarrow 0$$

dan dari hasil yang diperoleh diatas dapat disimpulkan bahwa  $L_1 = L_2$ . ■

### Teorema 3

Misalkan  $I : S \rightarrow \mathbb{R}$  suatu fungsional yang terdiferensial pada  $y_0 \in S$ . Jika fungsi  $I$  mempunyai ekstrem lokal pada  $y_0$ , maka  $I'(y_0) = 0$ .

### Bukti :

Diketahui fungsi  $I$  terdiferensial di  $y_0 \in S$ , dan jika  $I$  mempunyai minimum lokal pada  $y_0$ , maka ada  $r > 0$  sedemikian hingga  $I(y_0 + h) \geq I(y_0)$  untuk setiap  $h$  sedemikian hingga  $\|h\| < r$ . Misalkan  $(I'(y_0))(h_0) \neq 0$  untuk setiap  $h_0 \in S$ . Didefinisikan

$$h_n = -\frac{1}{n} \frac{(I'(y_0))(h_0)}{|(I'(y_0))(h_0)|} h_0$$

Jelas bahwa  $\|h_n\| \rightarrow 0$  karena  $n \rightarrow \infty$  dan dimisalkan dipilih  $N$  yang cukup besar, maka diperoleh  $\|h_n\| < r$  untuk setiap  $n > N$ . Itu berarti untuk setiap  $n > N$ ,

$$0 \leq \frac{I(y_0 + h_n) - I(y_0)}{\|h_n\|} = -\frac{[(I'(y_0))h_0]}{\|h_0\|} + \varepsilon(h_n)$$

Jika limit maka diperoleh  $-[(I'(y_0))h_0] \geq 0$  dan ini kontradiksi. ■

### Teorema 4

Jika  $K \in C[a,b]$  dan  $\int_a^b K(x)h'(x)dx = 0$  untuk setiap  $h \in C^1[a,b]$  dengan  $h(a) = h(b) = 0$ , maka ada suatu konstanta  $k$  sedemikian sehingga  $K(x) = k$  untuk setiap  $x \in [a,b]$ .

**Bukti :**

Misalkan  $k$  suatu konstanta yang didefinisikan dengan syarat

$$\int_a^b [K(x) - k] dx = 0$$

Dan misalkan

$$h(x) = \int_a^x [K(z) - k] dz$$

Maka  $h \in C^1[a,b]$  dan itu memenuhi  $h(a) = h(b) = 0$ . Selanjutnya

$$\int_a^b [K(x) - k]^2 dx = \int_a^b [K(x) - k] h'(x) dx = \int_a^b K(x) h'(x) dx - k(h(b) - h(a)) = 0$$

Maka  $K(x) - k = 0$  untuk setiap  $x \in [a,b]$ . Jadi terbukti  $K(x) = k$  untuk setiap  $x \in [a,b]$ . ■

**Teorema 5**

Misalkan  $S = \{y \in C^1([a,b]) \mid y(a) = \alpha \text{ dan } y(b) = \beta\}$  dan misalkan  $I : S \rightarrow \mathbb{R}$  adalah suatu fungsional yang berbentuk

$$I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx$$

dengan  $F \in C^2([a,b] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ ,  $F = F(x, y, \dot{y})$  dan  $\dot{y} = \frac{\partial y}{\partial x}$ .

Jika fungsi  $I$  mempunyai ekstrem pada  $y_0 \in S \cap C^2([a,b])$ , maka  $y_0$  memenuhi persamaan Euler-Langange

$$\frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) \right) = 0 \quad (2)$$

dengan  $x \in [a,b]$ .

**Bukti :**

Bukti dari teorema ini cukup panjang maka akan dibagi dalam beberapa tahap.

**Tahap 1):** Himpunan  $S$  bukan merupakan ruang vektor. Oleh karena itu Teorema 4 tidak dapat digunakan secara langsung. Oleh sebab itu akan dibentuk ruang linier baru  $T$  dan  $\tilde{I} : T \rightarrow \mathbb{R}$  didefinisikan seperti fungsional  $I$  yang sebelumnya. Ruang linier tersebut adalah

$$T = \{y \in C^1([a,b]) \mid y(a) = y(b) = 0\}$$

dengan norma  $C^1([a,b])$ . Maka untuk setiap  $h \in T$  dengan  $(y_0 + h)$  memenuhi  $(y_0 + h)(a) = \alpha$  dan

$(y_0 + h)(b) = \beta$ . Didefinisikan  $\tilde{I}(h) = I(y_0 + h)$ ,  $h \in T$ , sedangkan  $\tilde{I} : T \rightarrow \mathbb{R}$  memiliki nilai ekstrem pada 0. Dengan menggunakan Teorema 4 maka diperoleh  $\tilde{I}'(y_0) = 0$ .

**Tahap 2):** Selanjutnya akan ditentukan  $\tilde{I}'(y_0)$ .

Karena  $I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx$  dan  $\tilde{I}(h) = I(y_0 + h)$  maka

$$\begin{aligned} \tilde{I}(h) - \tilde{I}(0) &= \int_a^b F(x, (y_0(x) + h), (\dot{y}_0(x) + \dot{h})) dx - \int_a^b F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) dx \\ &= \int_a^b (F(x, (y_0(x) + h), (\dot{y}_0(x) + \dot{h})) - F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x))) dx \end{aligned}$$

Menggunakan teorema Taylor yaitu, jika  $F$  adalah fungsi terdiferensial parsial orde dua di persekitaran  $N$  yang memuat  $(x_0, y_0, \dot{y}_0)$ , maka untuk setiap  $(x, y, \dot{y}) \in N$  terdapat  $\Theta \in [0,1]$  sedemikian sehingga

$$\begin{aligned} F(x, y, \dot{y}) &= F(x_0, y_0, \dot{y}_0) + \left( (x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} + (\dot{y} - \dot{y}_0) \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \right) F \Bigg|_{(x_0, y_0, \dot{y}_0)} + \\ &\quad \frac{1}{2!} \left( (x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} + (\dot{y} - \dot{y}_0) \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \right)^2 F \Bigg|_{(x_0, y_0, \dot{y}_0) + \Theta((x, y, \dot{y}) - (x_0, y_0, \dot{y}_0))} \end{aligned}$$

Maka untuk  $h \in T$  sehingga  $\|h\|$  cukup kecil berakibat

$$\begin{aligned} \tilde{I}(h) - \tilde{I}(0) &= \int_a^b \left[ \frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) h(x) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) h'(x) \right] dx + \\ &\quad \frac{1}{2!} \int_a^b \left[ \left( h(x) \frac{\partial}{\partial y} + h'(x) \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \right)^2 F \right]_{(x, y_0(x) + \Theta(t)h(t), \dot{y}_0(x) + \Theta(t)h'(t))} dx \end{aligned}$$

Sehingga mudah ditunjukkan ada  $M > 0$  sedemikian hingga

$$\left| \frac{1}{2!} \int_a^b \left[ \left( h(x) \frac{\partial}{\partial y} + h'(x) \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \right)^2 F \right]_{(x, y_0(x) + \Theta(t)h(t), \dot{y}_0(x) + \Theta(t)h'(t))} dx \right| \leq M \|h\|^2$$

Jadi  $\tilde{I}'(0)$  adalah pemetaan

$$h \rightarrow \int_a^b \left[ \frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) h(x) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) h'(x) \right] dx \quad (3)$$

**Tahap 3):** Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa pemetaan pada (3) merupakan pemetaan nol, maka yang berakibat terpenuhinya persamaan (2). Didefinisikan

$$A(x) = \int_a^x \frac{\partial}{\partial y} F(z, y_0(z), \dot{y}_0(z)) dz \quad (4)$$

Dengan menggunakan integral parsial  $\int u dv = uv - \int v du$  dengan  $u = A(x)$  dan  $dv = h'(x) dx$  diperoleh

$$\int_a^b A(x) h'(x) dx = A(x) h(x) - \int_a^b h(x) dA(x)$$

Karena pemetaan pada (2) merupakan pemetaan nol atau dengan kata lain  $h(x) = 0$  untuk setiap  $x$ , jadi

$$\begin{aligned} \int_a^b A(x) h'(x) dx &= - \int_a^b h(x) dA(x) \\ \int_a^b A(x) h'(x) dx &= - \int_a^b h(x) \frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) dx \end{aligned}$$

Atau dengan kata lain diperoleh

$$A(x) h'(x) = -h(x) \frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) \quad (5)$$

Selain itu (3) mengakibatkan  $\tilde{I}'(0) = 0$ , sehingga

$$\int_a^b \left[ \frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) h(x) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) h'(x) \right] dx = 0 \quad (6)$$

Jika persamaan (5) disubstitusikan ke persamaan (6) maka diperoleh

$$\begin{aligned} \int_a^b \left[ -A(x) h'(x) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) h'(x) \right] dx &= 0 \\ \int_a^b \left[ -A(x) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) \right] h'(x) dx &= 0 \text{ untuk setiap } h \in T. \end{aligned}$$

**Tahap 4):** Jika  $K(x) = -A(x) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x))$  dan menggunakan Teorema 4 maka ada suatu konstanta  $k$  sedemikian sehingga  $K(x) = k$  untuk setiap  $x \in [a, b]$ , yaitu

$$\begin{aligned} -A(x) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) &= k \\ - \int_a^x \frac{\partial}{\partial y} F(z, y_0(z), \dot{y}_0(z)) dz + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) &= k \end{aligned} \quad (7)$$

Jika Persamaan (7) dideferensialkan terhadap  $x$  di kedua ruasnya maka diperoleh

$$\frac{\partial}{\partial y} F(z, y_0(z), \dot{y}_0(z)) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) \right) = 0 \quad \blacksquare$$

## EKSISTENSI DAN KETUNGGALAN

Sebelum membicarakan tentang eksistensi dan ketunggalan dari penyelesaian persamaan Euler-Lagrange akan dibahas terlebih dahulu tentang fungsi konveks.

### Definisi 6

- (i) Himpunan  $\Omega \in \mathbb{R}$  dikatakan konveks jika untuk setiap  $x, y \in \Omega$  dan setiap  $\lambda \in [a, b]$  maka berlaku  $\lambda x + (1-\lambda)y \in \Omega$ .
- (ii) Misalkan  $\Omega \in \mathbb{R}^n$  konveks. Fungsi  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  dikatakan konveks jika untuk setiap  $x, y \in \Omega$  dan setiap  $\lambda \in [0, 1]$ , memenuhi pertidaksamaan berikut

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$$

- (iii) Misalkan  $\Omega \in \mathbb{R}^n$  konveks. Fungsi  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  dikatakan konveks tegas jika untuk setiap  $x, y \in \Omega$  dan setiap  $\lambda \in [0, 1]$ , memenuhi pertidaksamaan berikut

$$f(\lambda x + (1-\lambda)y) < \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$$

### Teorema 7

Misalkan  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  dan  $f \in C^1(\mathbb{R})$ , fungsi  $f$  adalah fungsi konveks jika dan hanya jika

$$f(x) \geq f(y) + \langle \nabla f(y); x - y \rangle$$

untuk setiap  $x, y \in \mathbb{R}^n$ ,  $\nabla f(y) = \left( \frac{\partial f(y)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(y)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(y)}{\partial x_n} \right)$  dan  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  menotasikan produk skalar di  $\mathbb{R}^n$ .

### Teorema 8

Jika ada suatu nilai  $y_0$  yang memenuhi persamaan

$$\frac{\partial}{\partial y} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x)) \right) = 0 \quad (8)$$

dan jika  $(y, \dot{y}) \rightarrow f(x, y, \dot{y})$  konveks untuk setiap  $x \in [a, b]$  maka  $y_0$  meminimalkan

$$I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx$$

### Bukti :

Misalkan nilai  $y_0$  adalah penyelesaian persamaan (8) dengan  $y_0(a) = \alpha$  dan  $y_0(b) = \beta$ . Karena  $(y, \dot{y}) \rightarrow f(x, y, \dot{y})$  konveks untuk setiap  $x \in [a, b]$  maka menggunakan Teorema 7 diperoleh

$$F(x, y, \dot{y}) \geq F(x_0, y_0, \dot{y}_0) + \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(\dot{y} - \dot{y}_0)$$

untuk setiap  $y \in S$ . Jika pertidaksamaan tersebut diintegrasikan maka diperoleh

$$\int_a^b F(x, y, \dot{y}) dx \geq \int_a^b \left( F(x_0, y_0, \dot{y}_0) + \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(\dot{y} - \dot{y}_0) \right) dx$$

$$\int_a^b F(x, y, \dot{y}) dx \geq \int_a^b F(x_0, y_0, \dot{y}_0) dx + \int_a^b \left( \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(\dot{y} - \dot{y}_0) \right) dx$$

$$I(y) \geq I(y_0) + \int_a^b \left( \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) + \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(\dot{y} - \dot{y}_0) \right) dx$$

$$I(y) \geq I(y_0) + \int_a^b \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) dx + \int_a^b \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(\dot{y} - \dot{y}_0) dx$$

Bagian kedua dari ruas kanan pertidaksamaan diatas akan diintegrasikan pasial dengan

$u = \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)$  dan  $dv = (\dot{y} - \dot{y}_0) dx$  sehingga diperoleh

$$I(y) \geq I(y_0) + \int_a^b \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) dx + (\dot{y} - \dot{y}_0) \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0) \Bigg|_a^b - \int_a^b \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0) \right) (y - y_0) dx$$

Karena  $y_0(a) = \alpha$  dan  $y_0(b) = \beta$  sehingga  $y(a) - y_0(a) = y(b) - y_0(b) = 0$ , jadi diperoleh

$$I(y) \geq I(y_0) + \int_a^b \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) dx - \int_a^b \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0) \right) (y - y_0) dx$$

$$I(y) \geq I(y_0) + \int_a^b \left[ \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0)(y - y_0) - \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0) \right) (y - y_0) \right] dx$$

$$I(y) \geq I(y_0) + \int_a^b \left[ \frac{\partial}{\partial y} F(x_0, y_0, \dot{y}_0) - \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{y}} F(x_0, y_0, \dot{y}_0) \right) \right] (y - y_0) dx$$

Menggunakan persamaan (8) maka pertidaksamaan diatas menjadi

$$I(y) \geq I(y_0)$$

Atau dengan kata lain terbukti  $y_0$  meminimalkan  $I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx$  ■

### Teorema 9

Jika fungsi  $(y, \dot{y}) \rightarrow f(x, y, \dot{y})$  konveks tegas untuk setiap  $x \in [a, b]$  maka nilai yang meminimalkan

$$I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx \text{ tunggal.}$$

### Bukti

Misalkan  $y_1$  dan  $y_2 \in S$  adalah dua penyelesaian yang meminimalkan  $I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx$ , yang akan ditunjukkan bahwa penyelesain tersebut sama, atau dengan kata lain memiliki penyelesaian tunggal. Dan misalkan  $\inf_{y \in S} \left\{ I(y) = \int_a^b F(x, y(x), \dot{y}(x)) dx \right\} = m$ . Didefinisikan,  $y_0 \in S$

$$y_0 = \frac{1}{2} y_1 + \frac{1}{2} y_2$$

Karena  $(y, \dot{y}) \rightarrow f(x, y, \dot{y})$  konveks untuk setiap  $x \in [a, b]$  maka

$$\frac{1}{2} F(x, y_1(x), \dot{y}_1(x)) + \frac{1}{2} F(x, y_2(x), \dot{y}_2(x)) \geq F(x, \frac{1}{2} y_1(x) + \frac{1}{2} y_2(x), \frac{1}{2} \dot{y}_1(x) + \frac{1}{2} \dot{y}_2(x))$$

$$= F(x, y_0(x), \dot{y}_0(x))$$

dan karena

$$m = \frac{1}{2} I(y_1) + \frac{1}{2} I(y_2) \geq I(y_0) \geq m$$

Maka diperoleh

$$\int_a^b \left( \frac{1}{2} F(x, y_1(x), \dot{y}_1(x)) + \frac{1}{2} F(x, y_2(x), \dot{y}_2(x)) - F(x, \frac{1}{2} y_1(x) + \frac{1}{2} y_2(x), \frac{1}{2} \dot{y}_1(x) + \frac{1}{2} \dot{y}_2(x)) \right) dx = 0$$

Karena fungsi  $F$  merupakan fungsi konveks tegas maka haruslah  $y_1(x) = y_2(x)$  dan  $\dot{y}_1(x) = \dot{y}_2(x)$  yang berakibat  $y_1 = y_2 \in S$ . ■

### KESIMPULAN

Persamaan Euler-Langange adalah persamaan yang cukup penting di dalam kalkulus variansi. Dari pembahasan diatas diketahui bahwa persamaan Euler Langrange pasti mempunyai penyelesaian jika fungsi  $(y, \dot{y}) \rightarrow f(x, y, \dot{y})$  konveks. Sedangkan jika fungsi  $(y, \dot{y}) \rightarrow f(x, y, \dot{y})$  konveks tegas maka penyelesaiannya tunggal. Namun penyelesaian persamaan Euler Langrange tergantung pada nilai batasnya.

### DAFTAR PUSTAKA

- Dacorogna, B. 2000. *Introduction To The Calculus Of Variation*. London : Imperial College Press.
- Gelfand, I. M. & Fomin, S. V. 1963: *Calculus of variations*. Englewood Clifsf , New Jersey : Prentice-Hall
- Komzsik, L. 2009. *Applied Calculus of Variations for Engineers*, New York : CRC Press.
- Sasane, A. *Lecturer Note : Calculus of Variations and Optimal Control*, University of Virginia



## ANALISIS KEADAAN DINAMIK SISTEM LORENZ

Dian Trendi Dwi P. dan Kus Prihantoso Krisnawan

Program Studi Matematika Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

### Abstrak

Sistem persamaan Lorenz adalah sebuah sistem persamaan diferensial yang menggambarkan keadaan atmosfer bumi. Sistem Lorenz ini ditemukan atau dikemukakan oleh Edward Lorenz pada tahun 1963. Analisis terhadap sistem Lorenz dilakukan dengan menggerakkan parameter  $\rho$  (perbedaan temperatur antara bagian atas dan bagian bawah lapisan atmosfer bumi). Dengan menggunakan teori *Manifold Center*, dapat ditunjukkan bahwa pada  $\rho = 1$ , sistem Lorenz mengalami bifurkasi *pitchfork*.

**Kata kunci:** sistem Lorenz, titik *ekuilibrium*, bifurkasi *pitchfork*.

### PENDAHULUAN

Salah satu contoh dari sistem dinamik *non-linear* adalah sistem Lorenz atau biasa dikenal dengan persamaan Lorenz. Sistem Lorenz dinamai sesuai dengan nama penemunya, yaitu Edward Lorenz pada tahun 1963. Sistem ini merupakan sebuah model matematika untuk kondisi atmosfer. Bayangkan apabila sebuah lapisan udara dipanaskan dari bawah dan di atasnya didinginkan dengan kedua tepinya dijaga pada temperatur tetap. Dalam lapisan tersebut udara panas akan muncul dan udara dingin akan hilang. Hal ini merupakan gambaran dari atmosfer Bumi yang paling sederhana. Bagian bawahnya dipanaskan oleh Bumi dan pada bagian atasnya didinginkan oleh angkasa luar. Sistem Lorenz seperti dinyatakan oleh Edward Lorenz (Rika, Ary, Asep: 2007) mempunyai bentuk:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma(-x + y) \\ \frac{dy}{dt} &= \rho x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \beta z\end{aligned}\quad (1)$$

Keadaan atmosfer dalam model ini dapat digambarkan secara utuh dengan tiga buah variabel bergantung waktu yaitu: (1) laju konveksi  $x$ , (2) distribusi temperatur horizontal  $y$ , dan (3) distribusi temperatur vertikal  $z$ , dengan tiga parameter yang menjelaskan karakter dari model tersebut yaitu:  $\sigma > 0$  (rasio viskositas terhadap konduktivitas termal),  $\rho > 0$  (perbedaan temperatur antara bagian atas dan bagian bawah lapisan), dan  $\beta > 0$  (perbandingan luas dan ketebalan lapisan).

Dalam makalah ini hanya akan dilihat pengaruh dari perubahan nilai parameter  $\rho$ , oleh karena itu nilai  $\sigma$  dan  $\beta$  ditetapkan sebagai sebuah konstanta positif. Menurut Rika, et.al, 2007, nilai dari konstanta  $\sigma$  adalah 10 dan  $\beta$  adalah  $8/3$ . Sehingga persamaan (1) menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -10x + 10y \\ \frac{dy}{dt} &= \rho x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \frac{8}{3}z\end{aligned}\quad (2)$$

Selanjutnya untuk melihat apakah dalam sistem tersebut terdapat bifurkasi atau tidak, akan dilihat pengaruh dari nilai parameter  $\rho$  terhadap kestabilan titik ekuilibrium pada sistem persamaan tersebut.

### TITIK-TITIK EKUILIBRIUM PERSAMAAN LORENZ

Titik ekuilibrium persamaan (2) diperoleh saat:

$$\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0, \frac{dz}{dt} = 0$$

Sehingga titik-titik ekuilibrium persamaan (2) adalah:

$$\bar{u}_1 = (0, 0, 0),$$

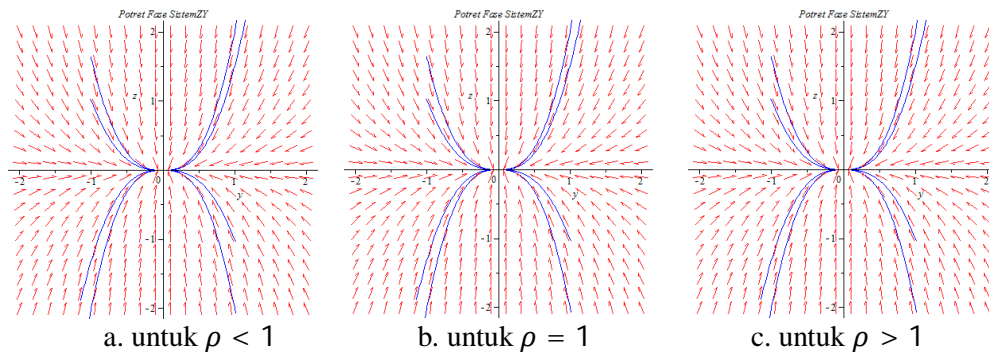
$$\bar{u}_2 = \left( \sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, \sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, \rho - 1 \right), \text{ dan}$$

$$\bar{u}_3 = \left(-\sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, -\sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, \rho - 1\right).$$

Dari ketiga titik ekuilibrium di atas dapat dilihat bahwa jumlah titik ekuilibrium akan berubah apabila nilai parameter  $\rho$  berubah. Dengan kata lain, jumlah titik ekuilibrium dipengaruhi oleh perubahan dari nilai parameter  $\rho$ . Ketika nilai  $\rho \leq 1$  didapat satu titik ekuilibrium yaitu  $(0, 0, 0)$ , dan ketika nilai  $\rho > 1$  didapat tiga titik ekuilibrium yaitu  $(0, 0, 0)$ ,  $\left(\sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, \sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, \rho - 1\right)$ , dan  $\left(-\sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, -\sqrt{\frac{8}{3}(\rho - 1)}, \rho - 1\right)$ .

Pengaruh nilai parameter  $\rho$  terhadap kestabilan persamaan Lorenz akan dilihat pada potret fase sistem Lorenz yang digambarkan dalam dua dimensi yaitu sumbu-y terhadap sumbu-z dan sumbu-x terhadap sumbu-y di persekitaran titik ekuilibriumnya  $(0, 0, 0)$ .

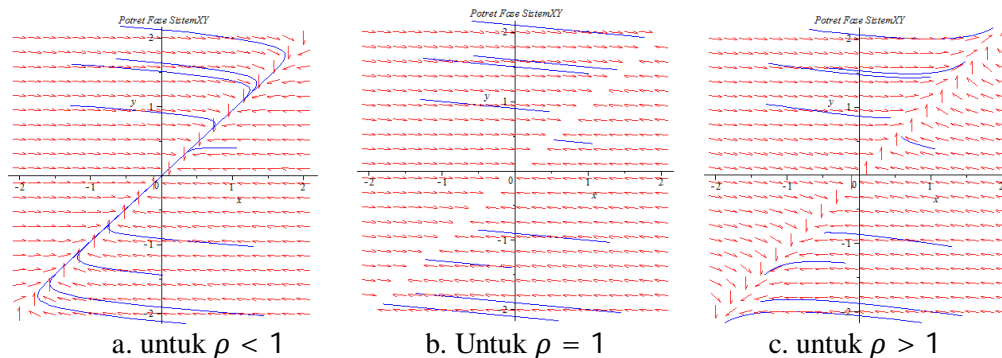
**a. sumbu-y terhadap sumbu-z**



**Gambar 2.** Potret fase persamaan Lorenz pada sumbu-y dan sumbu-z

Dari gambar potret fase di atas, terlihat bahwa untuk ketiga gambar potret fase yang dihasilkan memberikan gambar yang sama. Hal ini menunjukkan perubahan nilai  $\rho$  tidak berpengaruh terhadap kestabilan titik ekuilibrium sistem Lorenz tersebut dengan kata lain perubahan nilai  $\rho$  tidak mempengaruhi hubungan antara sumbu-y dengan sumbu-z.

**b. sumbu-x terhadap sumbu-y**



**Gambar 1.** Potret fase persamaan Lorenz pada sumbu-x dan sumbu-y

Dari gambar potret fase di atas, terlihat bahwa medan arah bergerak menuju ke titik ekuilibriumnya saat  $\rho < 1$  (Gambar 1.a), sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem Lorenz stabil. Pada saat  $\rho = 1$  (Gambar 1.b) tidak dapat dipastikan apakah sistem stabil atau tidak karena tidak dapat dilihat apakah medan arahnya menuju titik ekuilibriumnya atau tidak. Sedangkan saat  $\rho > 1$  (pada Gambar 1.c), sistem Lorenz tidak stabil karena medan arahnya meninggalkan titik ekuilibriumnya.

Pada **Gambar 1** dapat dilihat adanya perubahan kestabilan yang dipengaruhi oleh perubahan nilai  $\rho$ . Pada saat  $\rho < 1$  sistem stabil sedangkan saat  $\rho > 1$  sistem tidak stabil, hal ini

menunjukkan kemungkinan terjadi bifurkasi jenis *pitchfork*. Untuk itu, sistem ini kemudian akan di analisis menggunakan teori *manifold center* untuk mengubah sistem ini ke dalam bentuk normal dari bifurkasi tersebut. Sehingga didapatkan bukti secara analitis bahwa sistem Lorenz pada titik ekuilibrium (0, 0, 0) terjadi bifurkasi *pitchfork* saat parameter  $\rho = 1$ .

### MATRIKS JACOBIAN DAN NILAI EIGEN PERSAMAAN LORENZ

Cara paling sederhana untuk menganalisis persamaan Lorenz merupakan sistem persamaan *non-linear* adalah dengan linearisasi dan kemudian ditentukan nilai eigen matriks Jacobiannya. Matriks Jacobian dari sistem (2) adalah

$$J = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ \rho - z & -1 & -x \\ y & x & -\frac{8}{3} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

Untuk mendapatkan nilai eigen dari matriks  $J$  digunakan persamaan  $(\lambda I - J)x = 0$ . Supaya  $\lambda$  menjadi nilai eigen, maka harus ada penyelesaian yang *non-trivial* dari persamaan  $(\lambda I - J)x = 0$  sehingga  $\det [\lambda I - J] = 0$ .

$$\det [\lambda I - J] = \det \begin{bmatrix} \lambda + 10 & -10 & 0 \\ -\rho + z & \lambda + 1 & x \\ -y & -x & \lambda + \frac{8}{3} \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) [(\lambda + 10)(\lambda + 1) + 10(-\rho + z)] - x^2(\lambda + 10) + 10xy = 0 \quad (5)$$

Persamaan (5) merupakan persamaan karakteristik dari sistem Lorenz.

1. Untuk nilai  $\rho < 1$  (dipilih  $\rho = 0.5$ ) dengan titik ekuilibriumnya di titik (0, 0, 0).

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) [(\lambda + 10)(\lambda + 1) + 10(-0.5)] = 0 \quad (6)$$

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) [(\lambda + 10)(\lambda + 1) - 5] = 0 \quad (7)$$

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) [\lambda^2 + 11\lambda + 5] = 0 \quad (8)$$

Dari persamaan (8) didapat nilai eigennya adalah  $\lambda_1 = -\frac{8}{3}$ ,  $\lambda_2 = \frac{-11+\sqrt{101}}{2}$  dan  $\lambda_3 = \frac{-11-\sqrt{101}}{2}$ . Ketiga nilai eigen yang didapat merupakan nilai eigen negatif ( $\lambda < 0$ ), hal ini menunjukkan bahwa sistem tersebut stabil saat  $\rho < 1$ .

2. Untuk nilai  $\rho = 1$  dengan titik ekuilibriumnya di titik (0, 0, 0).

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) [(\lambda + 10)(\lambda + 1) - 10] = 0 \quad (9)$$

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) (\lambda)(\lambda + 11) = 0 \quad (10)$$

Dari persamaan (10) didapat nilai eigennya adalah  $\lambda_1 = -\frac{8}{3}$ ,  $\lambda_2 = -11$  dan  $\lambda_3 = 0$ . Terdapat nilai eigen nol ( $\lambda = 0$ ), sehingga kestabilannya tidak dapat ditentukan melalui nilai eigen dari matriks Jacobiannya.

3. Untuk nilai  $\rho > 1$  dengan titik ekuilibriumnya di titik (0, 0, 0)

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) [(\lambda + 10)(\lambda + 1) - 20] = 0 \quad (11)$$

$$\left(\lambda + \frac{8}{3}\right) [\lambda^2 + 11\lambda - 10] = 0 \quad (12)$$

Dari persamaan (12) didapat nilai eigennya adalah  $\lambda_1 = -\frac{8}{3}$ ,  $\lambda_2 = \frac{-11+\sqrt{161}}{2}$  dan  $\lambda_3 = \frac{-11-\sqrt{161}}{2}$ . Terdapat nilai eigen positif ( $\lambda > 0$ ), hal menunjukkan bahwa sistem tersebut tidak stabil saat  $\rho > 1$ .

Berdasarkan tiga kemungkinan nilai eigen ini dapat disimpulkan sistem Lorenz mengalami bifurkasi saat  $\rho = 1$ .

### TRANSFORMASI SISTEM LORENZ MENGGUNAKAN TEORI MANIFOLD CENTER

Selanjutnya persamaan (2) akan ditranslasikan kedalam persamaan  $\dot{x} = f(x, \bar{\rho})$  dengan  $\bar{\rho} = \rho - 1$  dan nilai dari konstanta  $\sigma = 10$  dan  $\beta = 8/3$ . Sehingga didapat persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -10x + 10y \\ \frac{dy}{dt} &= \bar{\rho}x + x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \frac{8}{3}z \end{aligned} \quad (13)$$

dengan  $(x,y,z)=(0,0,0)$  adalah titik ekuilibrium dari persamaan (13). Persamaan (13) dapat ditulis dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10(-x+y) \\ \bar{\rho}x + x - y - xz \\ xy - \frac{8}{3}z \end{bmatrix} \quad (14)$$

Dari hasil pelinearan pada matrik jacobii J

$$J = \begin{bmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -\rho + z & -1 & x \\ -y & -x & -\frac{8}{3} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

dengan nilai eigen

$$(0, -11, -\frac{8}{3}) \quad (16)$$

didapat vektor-vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai-nilai eigen dari matrik J adalah:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

Untuk menentukan jenis/sifat stabilitas dari  $(x,y,z)=(0,0,0)$  untuk  $\bar{\rho}$  mendekati nol. Persamaan (15) diubah ke dalam bentuk standar. Menggunakan basis eigen (17), diperoleh transformasi

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad (18)$$

dengan invers

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{10}{11} & 0 \\ \frac{1}{11} & -\frac{1}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (19)$$

Substitusi (19) ke (16) menghasilkan

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -110v \\ \bar{\rho}(u+10v) + 11v - (u+10v)w \\ -\frac{8}{3}w(u+10v)(u-v) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Persamaan (19) dapat dibentuk menjadi

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{10}{11} & 0 \\ \frac{1}{11} & -\frac{1}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Substitusi (20) ke (21) menghasilkan

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{11} & \frac{10}{11} & 0 \\ \frac{1}{11} & -\frac{1}{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -110v \\ \bar{\rho}(u+10v) + 11v - (u+10v)w \\ -\frac{8}{3}w(u+10v)(u-v) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{11}\bar{\rho}(u+10v) - \frac{10}{11}\bar{\rho}(u+10v)w \\ -11v - \frac{1}{11}\bar{\rho}(u+10v) + \frac{10}{11}\bar{\rho}(u+10v)w \\ -\frac{8}{3}w + (u+10v)u - v \end{bmatrix} \quad (22)$$

Persamaan (22) dapat dituliskan menjadi

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = A^{-1}JA \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + A^{-1}f_1(Au, \bar{\rho})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{10}{11}\bar{\rho}(u+10v) - \frac{10}{11}w(u+10v) \\ -\frac{1}{11}\bar{\rho}(u+10v) + \frac{1}{11}w(u+10v) \\ (u+10v)(u-v) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

Misalkan

$$\begin{aligned} h_1 &= a_1u^2 + a_2u\bar{\rho} + a_3\bar{\rho}^2 + \dots, \\ h_2 &= b_1u^2 + b_2u\bar{\rho} + b_3\bar{\rho}^2 + \dots \end{aligned} \quad (24)$$

Manifold Center untuk persamaan (23) harus memenuhi:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(h(x, \varepsilon)) &= D_x h(x, \varepsilon)[Ax + f(x, h(x, \varepsilon), \varepsilon)] - B(h(x, \varepsilon)) \\ &\quad - g(x, h(x, \varepsilon), \varepsilon) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

Sehingga didapat:

$$\begin{aligned} x &= u, \quad y \equiv (v, w), \quad \varepsilon \equiv \bar{\rho}, \quad h(h_1, h_2), \\ A &= 0 \quad B = \begin{pmatrix} -11 & 0 \\ 0 & -\frac{8}{3} \end{pmatrix}, \\ f(x, y, \varepsilon) &= \frac{10}{11}\bar{\rho}(u+10v) - \frac{10}{11}w(u+10v) \\ g(x, y, \varepsilon) &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{11}\bar{\rho}(u+10v) + \frac{1}{11}w(u+10v) \\ (u+10v)(u-v) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

Substitusi persamaan (24) ke persamaan (25) dengan menggunakan persamaan (26) untuk mendapatkan 2 komponen dari persamaan manifold center, yaitu

$$\begin{aligned} 11a_1u^2 + \left(11a_2 + \frac{1}{11}\right)u\bar{\rho} + 11a_3\bar{\rho}^2 + \left(-\frac{1}{11}b_2 + \frac{30}{11}a_1\right)u^2\bar{\rho} + \left(\frac{20}{11}a_2 - \frac{1}{11}b_3\right)u\bar{\rho}^2 + \left[2\left(\frac{100}{11}a_2 - \frac{10}{11}b_3\right)a_1 + \left(\frac{100}{11}a_1 - \frac{10}{11}b_2\right)a_2 - \frac{10}{11}a_3b_1 - \frac{10}{11}a_2b_2 - \frac{10}{11}a_1b_3\right]u^2\bar{\rho}^2 \dots = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \left(-1 + \frac{8}{3}b_1\right)u^2 + \frac{8}{3}b_2u\bar{\rho} + \frac{8}{3}b_3\bar{\rho}^2 + \left(-9a_2 + \frac{20}{11}b_1\right)u^2\bar{\rho} + \left(-9a_3 + \frac{10}{11}b_2\right)u\bar{\rho}^2 + \left(20a_3a_1 + 10a_2^2 + 2\left(\frac{100}{11}a_2 - \frac{10}{11}b_3\right)b_1 + \left(\frac{100}{11}a_1 - \frac{10}{11}b_2\right)b_2\right)u^2\bar{\rho}^2 \dots = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Agar persamaan (27) dan persamaan (28) memiliki nilai 0 maka haruslah seluruh koefisiennya bernilai 0, sehingga didapatkan

$$11a_1u^2 = 0 \text{ dan } \left(11a_2 + \frac{1}{11}\right)u\bar{\rho} = 0, \text{ serta } \left(-1 + \frac{8}{3}b_1\right)u^2 = 0 \text{ dan } \frac{8}{3}b_2u\bar{\rho} = 0$$

sehingga didapatkan  $a_1 = 0, a_2 = -\frac{1}{121}, b_1 = \frac{3}{8}$  dan  $b_2 = 0$

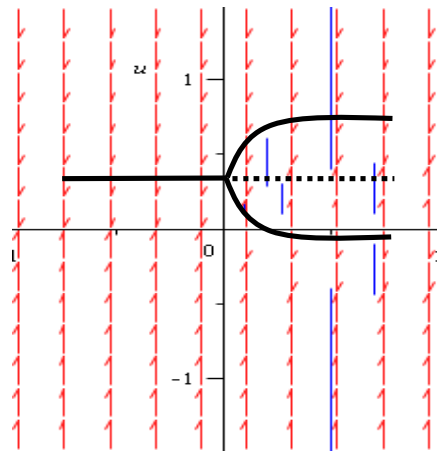
Substitusi nilai dari  $a_1, a_2, b_1,$  dan  $b_2$  ke persamaan (24)

$$\begin{aligned} h_1 &= -\frac{1}{121}u\bar{\rho} + \dots \\ h_2 &= \frac{3}{8}u^2 + \dots \end{aligned} \quad (29)$$

Substitusi persamaan (29) ke persamaan (23) sehingga diperoleh persamaan *manifold center*nya adalah

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{10}{11}\bar{\rho}\left(u - \frac{100}{11}\bar{\rho}\right) - \frac{15}{44}u^2\left(u - \frac{100}{11}\bar{\rho}\right) \dots, \\ \dot{\bar{\rho}} &= 0 \end{aligned} \tag{30}$$

Potret fase dari persamaan (30)



**Gambar 3.** Potret fase persamaan (30)

Pada Gambar 3 terlihat bahwa titik ekuilibrium  $(0, 0, 0)$  mengalami perubahan, dari stabil (saat  $\bar{\rho} \leq 0$ ) menjadi tidak stabil (saat  $\bar{\rho} > 0$ ). Selain itu saat  $\bar{\rho} > 0$  terjadi penambahan dua titik ekuilibrium yang stabil. Kejadian seperti ini merupakan ciri-ciri dari bifurkasi *pitchfork*.

## 5. Kesimpulan

Dari hasil analisis sistem Lorenz ini berdasarkan kestabilan titik ekuilibrium  $(0, 0, 0)$  dan pengaruh nilai  $\rho$  terhadap nilai eigen dan kestabilan sistem saat  $\rho = 1$  sistem mengalami bifurkasi *pitchfork*.

## 6. Daftar Pustaka

- Anton, Howard. 1998. *Aljabar Linier Elementer*. (Alih bahasa: Pantur Silaban). Drexel University. Erlangga: Jakarta.
- E. Boyle, William & C. Diprima, Richard. 1997. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley & Sons, Inc : New York.
- Foelyanti, Rika, M. Ary Murti, dan Asep Mulyana. 2007. *Analisis Perbandingan Unjuk Kerja Algoritma Lorentz, Julia Set dan Tent Function Sebagai Algoritma Chaotic*. Bandung
- Kuznetsov, Y. 1998. *Elements of Applied Bifurcations Theory*. Springer-Verlag: New York.
- Perko, Lawrence. 1993. *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer-Verlag: New York.
- Wiggins, S. 1990. *Introduction to Applied Nonlinear Dyn. Systems and Chaos*. Springer-Verlag: New York.

## PENGUNAAN MODEL *NEURO FUZZY* UNTUK PERAMALAN NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP YEN JEPANG

Dian Tri Handayani<sup>1</sup>, Agus Maman Abadi<sup>2</sup>

1) Mahasiswa Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

2) Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Email : *dhyan\_3h@yahoo.co.id*

### Abstrak

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk memprediksi nilai tukar rupiah terhadap yen Jepang dengan menggunakan model *neuro fuzzy* Sugeno orde nol. Pada penelitian ini, prediksi nilai tukar rupiah didasarkan pada data nilai tukar rupiah terhadap yen sebelumnya dan faktor-faktor yang mempengaruhi nilai tukar, yaitu jumlah uang yang beredar, inflasi, dan tingkat suku bunga (*BI rate*).

Langkah pertama pemodelan ini adalah pemilihan variabel *input-output* menggunakan jaringan *backpropagation* dengan fungsi biaya *Sum Squared Error* (SSE), kemudian data dibagi menjadi data pelatihan dan data pengujian. Selanjutnya data pelatihan dan pengujian dikelompokkan ke dalam beberapa kelas, kemudian pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian antesenden untuk mendapatkan nilai keanggotaan. Langkah selanjutnya pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian konsekuen untuk mendapatkan *output* konsekuen. Setelah penentuan *output* akhir, dihitung nilai MAPE dan MSE untuk melihat tingkat keakuratan pemodelan *neuro fuzzy*.

Model terbaik untuk prediksi nilai tukar rupiah terhadap yen Jepang adalah model *neuro fuzzy* dengan *input* nilai tukar 1 sampai 5 bulan sebelumnya. Nilai MAPE data pelatihan dan data pengujian berturut-turut sebesar 4.58% dan 5.79%, dan nilai MSE data pelatihan dan data pengujian berturut-turut sebesar 26.20702 dan 88.33685.

**Kata kunci:** *neuro fuzzy, prediksi, nilai tukar, backpropagation*

### PENDAHULUAN

Nilai tukar mata uang (*exchange rate/kurs*) merupakan peran sentral dalam hubungan perdagangan internasional, karena *exchange rate* memungkinkan dapat membandingkan harga-harga barang dan jasa yang dihasilkan oleh suatu negara. Menurut Salvatore (1997 : 9), nilai tukar adalah harga suatu mata uang terhadap mata uang lainnya atau nilai dari suatu mata uang terhadap nilai mata uang lainnya. Perekonomian Indonesia tidak lepas dari pengaruh Jepang yang merupakan negara industri maju dan memiliki tingkat perekonomian tinggi, kuat serta didukung oleh teknologi dan sumber daya manusia yang produktif, oleh karena itu jika terjadi gejala dalam perekonomian negara yang besar dan kuat, negara dengan perekonomian terbuka kecil seperti Indonesia akan terpengaruh. Salah satu dampak yang dirasakan Indonesia ketika terjadi depresiasi atau penurunan nilai rupiah terhadap yen Jepang secara langsung mempengaruhi jumlah hutang luar negeri yang harus dibayar, baik oleh pemerintah Indonesia maupun sektor swasta, maka prediksi nilai tukar mata uang yang akan datang sangat diperlukan untuk menentukan kebijakan ekonomi mendatang.

Nilai tukar tidak ditetapkan oleh bank sentral melainkan pasar yang menentukan, sehingga nilai tukar dapat berubah setiap saat sesuai mekanisme pasar dan tanpa adanya intervensi pemerintah pusat. Hal tersebut juga berlaku di Indonesia. Menurut Kebanksentralan (Bank Indonesia) terdapat tiga sistem nilai tukar yaitu sistem nilai tukar mengambang, sistem nilai tukar tetap, dan sistem nilai tukar mengambang terkendali. Melemahnya nilai tukar rupiah terhadap yen Jepang atau depresiasi akan mempengaruhi harga pokok produksi industri kendaraan karena kandungan impor bahan bakunya. Kenaikan biaya pokok produksi tentu mendorong industri menaikkan harga penjualan produk, sehingga harga barang-barang impor dari Jepang mahal. Hal tersebut mengakibatkan pemerintah harus mengeluarkan biaya yang besar untuk memenuhi kebutuhan negara, maka berdampak pula pada perekonomian Indonesia. Turunnya nilai tukar rupiah terhadap yen juga mempengaruhi jumlah hutang luar negeri yang harus dibayar, baik oleh pemerintah Indonesia maupun

sektor swasta. Naiknya nilai tukar rupiah terhadap yen Jepang atau apresiasi akan mempengaruhi komoditi yang diekspor Indonesia ke Jepang. Harga-harga komoditi seperti, batu bara, minyak, hasil tambang, dll ikut naik, sehingga dapat meningkatkan pendapatan nasional Indonesia.

Penelitian Adwin Surja Atmadja (2002) dengan menggunakan kebijakan sistem nilai tukar mengambang bebas di Indonesia untuk mengetahui pengaruh jumlah uang beredar, tingkat inflasi, tingkat suku bunga (*BI Rate*), pendapatan nasional di Indonesia dan Amerika Serikat, serta posisi neraca pembayaran internasional Indonesia terhadap nilai tukar rupiah-USD. Penelitian menggunakan *fuzzy* Takagi Sugeno Kang untuk memprediksi nilai tukar rupiah terhadap USD menunjukkan bahwa *fuzzy* TSK lebih akurat dalam memprediksi dibandingkan ARIMA (Sri Mulyati Setiyani, 2011). Abdul Qohar Salilama (2006) menggunakan Modified Adaptive Neuro-fuzzy Inference System (Mod ANFIS) memberikan hasil prediksi dengan nilai error yang cukup kecil untuk nilai tukar US Dollar terhadap rupiah, sehingga dapat diterima oleh pelaku bisnis. Berdasarkan penelitian – penelitian tersebut, dapat disimpulkan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi nilai tukar rupiah antara lain, inflasi, tingkat suku bunga (*BI Rate*), jumlah uang yang beredar, pendapatan nasional di Indonesia dan negara asing, posisi neraca pembayaran internasional Indonesia, data nilai tukar rupiah sebelumnya. Berbagai model dan metode telah digunakan dalam penelitian sebelumnya untuk memprediksi nilai tukar rupiah terhadap USD, tetapi penelitian model *neuro fuzzy* untuk memprediksi nilai tukar rupiah terhadap yen Jepang (JPY) belum dilakukan oleh peneliti sebelumnya.

Model *neuro fuzzy* adalah penggabungan dua sistem, yaitu *artificial neural network* (ANN) atau “jaringan syaraf tiruan” dan *fuzzy logic* atau “logika samar”. Jaringan syaraf tiruan atau jaringan *neural artificial* merupakan salah satu representasi buatan (tiruan) dari otak manusia yang selalu mencoba untuk mensimulasikan proses pembelajaran pada otak manusia tersebut. Pada *neuro fuzzy*, suatu tahapan dalam sistem *fuzzy* dibentuk menggunakan jaringan syaraf tiruan. Model *neuro fuzzy* memiliki kemampuan aproksimasi fungsi oleh logika *fuzzy* dan kemampuan proses belajar (*learning*) oleh jaringan *neural*. Keunggulan dari sistem ini adalah kemampuan belajar terhadap informasi numerik melalui algoritma belajar (*learning algorithm*) untuk memperbaiki parameter pada fungsi pembobot dan fungsi aktivasinya.

Aplikasi model *neuro fuzzy* telah banyak digunakan dalam penelitian terutama bidang ekonomi. Diantaranya, prediksi tingkat inflasi di Indonesia menggunakan ANFIS, yang kemudian diperoleh bahwa hasil pemodelan dengan ANFIS lebih baik dibandingkan dengan pemodelan menggunakan metode ARMA (Aidatul Fitriah, 2011), Aradea, dkk (2007) menggunakan *neuro fuzzy* untuk memprediksi penjualan, prediksi nilai tukar Turkish Lira (TL) terhadap USD (Marwan N.Y. Alakhras, 2005).

Permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana proses pemodelan *neuro fuzzy* dengan metode Sugeno orde nol untuk prediksi nilai tukar rupiah terhadap yen dan bagaimana tingkat keakuratannya. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui proses pemodelan *neuro fuzzy* dengan metode Sugeno orde nol dan mengetahui tingkat keakuratannya untuk prediksi nilai tukar rupiah. Manfaat dari penelitian ini antara lain, dapat dijadikan pertimbangan bagi pemerintah untuk mengambil kebijakan terkait perekonomian Indonesia dan bagi peneliti sendiri dapat mengetahui proses pemodelan *neuro fuzzy*.

## METODE PENELITIAN

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi pustaka mengenai nilai tukar rupiah dan faktor-faktor yang mempengaruhi kenaikan dan penurunannya.
2. Studi pustaka mengenai sistem *fuzzy* dan jaringan syaraf tiruan berbasis jaringan syaraf umpan maju lapis banyak dan algoritma pembelajaran jaringan syaraf *backpropagation* yang digunakan untuk merancang model *neuro fuzzy*.
3. Studi pustaka mengenai sistem *neuro fuzzy* yang digunakan untuk memprediksi nilai tukar rupiah terhadap yen.
4. Perancangan beberapa model *neuro fuzzy* untuk prediksi nilai tukar rupiah, yang meliputi: penetapan variabel *input* yang signifikan, penetapan target *output*, penetapan parameter-parameter yang akan digunakan untuk membangun jaringan.
5. Program *neuro fuzzy* untuk model-model prediksi nilai tukar dengan menggunakan bahasa pemrograman MATLAB 7.



6. Melakukan perbandingan terhadap tingkat keakuratan masing-masing model *neuro fuzzy*
7. Seleksi model prediksi nilai tukar rupiah terbaik berdasarkan besarnya MAPE dan MSE masing-masing model.
8. Membuat kesimpulan dari keseluruhan proses penyusunan dan pengaplikasian model.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Model *neuro fuzzy* Sugeno orde nol pada penelitian ini menggunakan 5 model untuk prediksi nilai tukar rupiah. Model 1 menggunakan variabel *input* nilai tukar rupiah  $X_{t-1} (x_1), X_{t-2} (x_2), X_{t-3} (x_3), X_{t-4} (x_4), X_{t-5} (x_5)$  dengan target *output* nilai tukar, model 2 menggunakan variabel *input* nilai tukar rupiah dan inflasi, model 3 menggunakan *input* nilai tukar dan jumlah uang yang beredar, model 4 menggunakan *input* nilai tukar dan BI Rate, tingkat inflasi dan jumlah uang beredar di Indonesia, model 3 menggunakan variabel *input* BI Rate dan tingkat inflasi di Indonesia, model 4 menggunakan *input* nilai tukar rupiah, inflasi, jumlah uang yang beredar, dan BI Rate. Target *output* untuk model 2 hingga model 5 adalah nilai tukar rupiah terhadap yen bulan berikutnya.

Beberapa pengertian untuk prediksi nilai tukar dengan model *neuro fuzzy* adalah sebagai berikut :

### 1. Sistem *fuzzy*

Himpunan *fuzzy* didefinisikan (Zadeh, 1965 dalam Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010 : 17) : jika  $X$  adalah himpunan universal, maka suatu himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dalam  $X$  adalah suatu pasangan berurutan,

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \dots\dots\dots (1)$$

dengan  $\mu_A(x)$  adalah derajat keanggotaan  $x$  di  $\tilde{A}$  yang memetakan  $X$  ke ruang keanggotaan  $M$  yang terletak pada rentang  $[0, 1]$ .

Pada himpunan *fuzzy* terdapat fungsi keanggotaan. Fungsi keanggotaan (*membership function*) dari himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  pada  $X$  adalah suatu fungsi:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1] \dots\dots\dots(2)$$

(Klir dkk, 1997). Beberapa representasi fungsi keanggotaan yang dapat digunakan adalah (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010) representasi linear naik, representasi linear turun, kurva segitiga, kurva trapesium, kurva-S pertumbuhan, kurva-S penyusutan, kurva PI, kurva beta, kurva *Gauss*.

Model operator *fuzzy* ada dua yaitu operator yang dikemukakan Lotfi A. Zadeh dan operator-operator alternatif yang dikembangkan dengan menggunakan konsep transformasi tertentu.

#### a. Operator dasar yang dikemukakan Lotfi A. Zadeh

##### 1) Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan.  $\alpha$ -predikat diperoleh dengan,

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \dots\dots\dots (3)$$

##### 2) Operator OR

Operator OR berhubungan dengan operasi union pada himpunan.  $\alpha$ -predikat diperoleh dengan,

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \dots\dots\dots (4)$$

##### 3) Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplementen pada himpunan.  $\alpha$ -predikat diperoleh dengan,

$$\mu'_A = 1 - \mu_A(x) \dots\dots\dots (5)$$

#### b. Operator-operator Alternatif

Operator alternatif ada dua yaitu operator alternatif yang didasarkan pada transformasi aritmatika dan operator alternatif yang didasarkan pada transformasi fungsi yang lebih kompleks.

Sistem inferensi *fuzzy* merupakan suatu kerangka komputasi yang didasarkan pada teori himpunan *fuzzy*, aturan *fuzzy* berbentuk IF-THEN, dan penalaran *fuzzy*. Model inferensi *fuzzy* yang umum digunakan adalah model tsukamoto, mamdani, sugeno orde nol, dan sugeno orde satu

(Sri Kusumadewi, 2003 : 180). Secara umum bentuk model *fuzzy* Sugeno orde-0 adalah (Cox,1994 dalam Sri Kusumadewi, 2010:53)

$$IF (x_1 \text{ is } A_1) \circ (x_2 \text{ is } A_2) \circ (x_3 \text{ is } A_3) \cdots (x_N \text{ is } A_N) THEN z=k \dots\dots\dots (6)$$

dengan  $A_i$  adalah himpunan *fuzzy* ke  $i$  sebagai anteseden,  $\circ$  adalah operator *fuzzy* (seperti AND atau OR), dan  $k$  adalah suatu konstanta sebagai konsekuen.

## 2. Jaringan Syaraf Tiruan

Menurut Fausett (1994) dalam Sri Kusumadewi dan Sri Hartati (2010 : 69), jaringan syaraf ini diimplementasikan dengan menggunakan program komputer yang mampu menyelesaikan sejumlah proses perhitungan selama proses pembelajaran. Pada jaringan syaraf, *neuron* akan dikumpulkan dalam lapisan-lapisan (*layer*) yang disebut dengan lapisan *neuron* (*neuron layer*). Informasi yang diberikan pada jaringan syaraf akan dihubungkan dari lapisan *input* ke lapisan *output* yang disebut dengan lapisan tersembunyi (*hidden layer*). Untuk mengakomodasi informasi yang ada melalui data-data *input* maupun melalui bobot-bobotnya, maka pada jaringan syaraf juga ditambahkan bias yang senantiasa bernilai 1. Terdapat tiga macam arsitektur jaringan syaraf (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010 : 74-76), yaitu jaringan dengan lapisan tunggal (*Single-Layer Feedforward*), jaringan dengan banyak lapisan (*multilayer feedforward*), dan jaringan dengan lapisan kompetitif (*competitive-layer feedforward*).

Fungsi untuk mengaktifasi sinyal masukan yang sesuai dengan neuron lainnya menjadi *output* jaringan adalah fungsi aktivasi. Dalam penelitian ini, fungsi aktivasi yang digunakan adalah fungsi aktivasi sigmoid biner atau normal. Fungsi ini memiliki nilai pada *range* 0 sampai 1, sehingga digunakan untuk jaringan syaraf yang membutuhkan nilai *output* yang terletak pada interval 0 sampai 1. Fungsi *sigmoid biner* dirumuskan sebagai (Demuth, 1998 dalam Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010 : 81) :

$$y = f(x) = \frac{1}{1+e^{-\sigma x}} \dots\dots\dots (7)$$

dengan  $f'(x) = \sigma f(x)[1 - f(x)]$

Algoritma pembelajaran merupakan salah satu bagian terpenting dalam konsep jaringan syaraf. Tujuan dari proses pembelajaran adalah melakukan pengaturan terhadap bobot-bobot yang ada pada jaringan syaraf, sehingga diperoleh bobot akhir yang sesuai dengan pola data yang dilatih. Dalam penelitian ini algoritma pembelajaran yang digunakan adalah *backpropagation*. Algoritma *backpropagation* terdiri atas tiga langkah, yaitu langkah maju (*feedforward*), perhitungan dan perambatan balik galat (*backpropagation*), dan pengaturan bobot dengan menghitung MSE.

## 3. Neuro Fuzzy

Langkah-langkah pembentukan sistem inferensi *fuzzy* model Sugeno melalui pengendali jaringan syaraf adalah sebagai berikut (Lin, 1996 dalam Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010 : 312-314) :

- a. Pemilihan variabel *input-output* dan data pelatihan.  
 Pada langkah ini, akan ditetapkan variabel-variabel *input* yang relevan dengan *output* menggunakan metode eliminasi *backward*, dengan fungsi biaya *Sum Squared Error* (SSE). Seleksi variabel dilakukan dengan mengeliminasi variabel-variabel yang tidak diperlukan dan mempertahankan variabel-variabel yang memberikan korelasi signifikan terhadap variabel *output*. Pasangan data *input-output* dibagi  $N_t$  data pelatihan dan  $N_c$  data pengujian
- b. Pengelompokan (*clustering*) data pelatihan.  
 Pada bagian ini, data pelatihan akan dibagi menjadi  $r$  kelas dengan menggunakan metode pengelompokan *fuzzy c-means* (FCM). Terdapat  $r$  buah aturan  $R^s, s = 1, 2, \dots, r$ . Pasangan *input -output* pada *cluster* ke- $s$  (aturan ke- $s$ ) direpresentasikan sebagai  $(x_i^s, y_i^s), i = 1, 2, \dots, N_s$ , dengan  $N_s$  adalah jumlah data yang masuk pada kelas ke- $s$ .
- c. Pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian anteseden (bagian *IF*) pada aturan-aturan inferensi *fuzzy*.

Setiap vektor *input* pada data pelatihan, ditentukan  $m_i = (m_i^1, m_i^2, \dots, m_i^r)$  sebagai berikut:

$$m_i^k = \begin{cases} 1, & k = s \\ 0, & k \neq s \end{cases}$$

dengan

$m_i^k$  = derajat keanggotaan setiap data ( $x_i$ ) pada *cluster* ke- $k$  ( $k \leq r$ )  
 $s$  = banyaknya aturan inferensi *fuzzy*  
 Derajat keanggotaan setiap data pada bagian anteseden dapat diperoleh sebagai *output* jaringan yang telah dilatih, sebagai  
 $\mu_{A_s}(x_i) = \hat{m}_i^s, i = 1, 2, \dots, n$  dan  $s = 1, 2, \dots, r$  ..... (8)

d. Pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian konsekuen (bagian *THEN*) pada aturan-aturan inferensi *fuzzy*.

Pada langkah ini, akan dilakukan pembelajaran jaringan syaraf pada bagian *THEN* dari  $R^S$  dengan *input*  $x = (x_{i1}^S, x_{i2}^S, \dots, x_{im}^S)$  dan target *output*  $y_i^S, i = 1, 2, \dots, N_s$ . Selanjutnya, hasil pelatihan akan diujikan pada data pengujian, dengan *input*  $x = (x_{i1}^S, x_{i2}^S, \dots, x_{im}^S), i = 1, 2, \dots, N_c$  untuk mendapatkan SSE data pengujian sebagai berikut :

$$E_m^S = \sum_{i=1}^{N_c} [y_i - f_S(x_i) \mu_{A_S}(x_i)]^2 \dots \dots \dots (9)$$

dengan  $S = 1, 2, \dots, r, r =$  banyaknya kelas

$\mu_{A_S}(x_i) =$  nilai keanggotaan tiap data ( $x_i$ ) dalam himpunan *fuzzy*  $A$  pada aturan *fuzzy* ke- $s$  bagian anteseden

$f_S(x_i) =$  *output* jaringan hasil pembelajaran tiap data pada setiap aturan inferensi *fuzzy*  $R^S$  pada bagian konsekuen

$y_i =$  target *output* ke- $i$

$N_c =$  banyaknya pasangan data pengujian

Selanjutnya, *error* dengan pembobotan dapat dihitung sebagai berikut :

$$E_m^S = \sum_{i=1}^{N_c} \mu_{A_S}(x_i) [y_i - f_S(x_i) \mu_{A_S}(x_i)]^2 \dots \dots \dots (10)$$

e. Penyederhanaan bagian konsekuen (bagian *THEN*) menggunakan metode *backward*.

Pada langkah ini dilakukan seleksi variabel *input* kembali dan kemudian melatih jaringan kembali untuk mendapatkan SSE ( $E_{m-1}^{SP}$ ) sebagai berikut :

$$E_{m-1}^{SP} = \sum_{i=1}^{N_c} [y_i - f_S(\hat{x}_i) \mu_{A_S}(\hat{x}_i)]^2 \dots \dots \dots (11)$$

Jika  $E_m^S > E_{m-1}^{SP}$ , maka,  $x_p$  dapat dihilangkan. Proses ini diulangi hingga terpenuhi  $E_m^S > E_{m-1}^{SP}$ .

f. Penentuan *output* akhir.

Nilai  $y_i^*$  dapat diperoleh sebagai berikut (Lin, 1996):

$$y_i^* = \frac{\sum_{s=1}^r \mu_{A_S}(x_i) f_S(x_i)}{\sum_{s=1}^r \mu_{A_S}(x_i)} \dots \dots \dots (12)$$

dengan  $i = 1, 2, \dots, N, r =$  banyaknya kelas.

Dalam penelitian ini *fuzzy modeling system* (FMN) yang digunakan dalam adalah FMN tipe II, dengan format aturan sebagai berikut (Lin, 1996):

$$R^i: IF x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ AND } x_2 \text{ is } A_{i2}, \text{ THEN } y \text{ is } f_i$$

dengan:

$i = 1, 2, \dots, n$

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i f_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} = \sum_{i=1}^n \hat{\mu}_i f_i \dots \dots \dots (13)$$

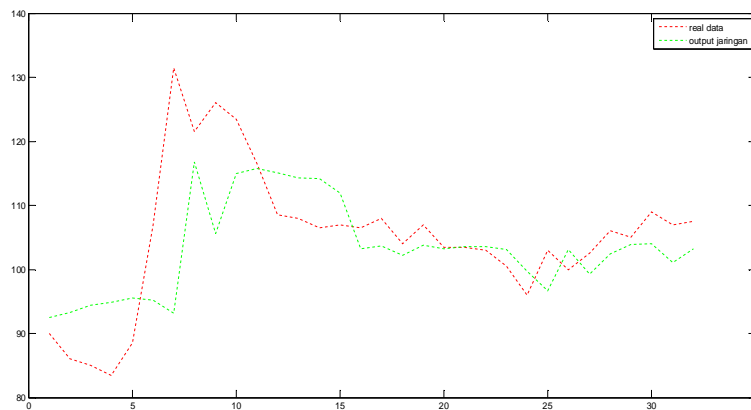
$R_i$  adalah aturan *fuzzy* ke- $i$  konsekuen ke- $k$ ,  $A_{i1}$  dan  $A_{i2}$  adalah himpunan *fuzzy* pada bagian *IF* (anteseden),  $f_i$  adalah konstanta,  $n$  adalah jumlah aturan, dan  $y^*$  adalah nilai inferensi. Nilai hasil inferensi sebagai *output* merupakan penjumlahan dari hasil perkalian  $\hat{\mu}_i$  dan  $w_f$ .

Jaringan dibangun dengan algoritma *backpropagation levenberg marquardt* dan parameter yang digunakan: maksimum *epoch* = 1000, laju pembelajaran = 1, dan toleransi *error* =  $10^{-6}$ . Validasi model dilakukan untuk memilih model prediksi terbaik berdasarkan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dan *Mean Squared Error* (MSE). Berikut hasil MAPE (*mean absolute percent error*) dan MSE (*mean square error*) dari setiap pasangan *input-output* data pelatihan dan pasangan *input-output* data pengujian.

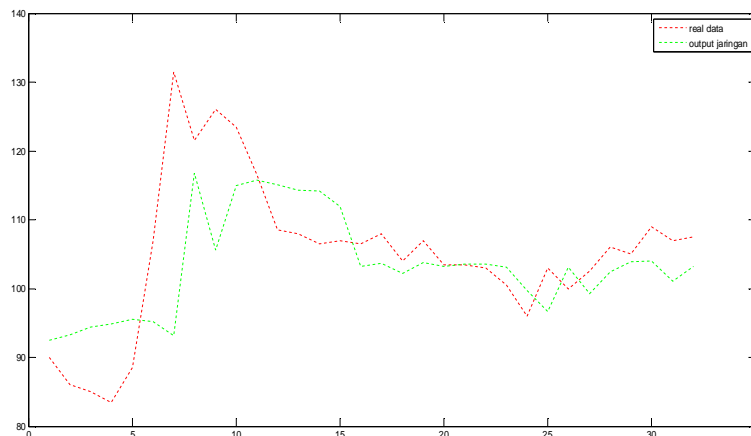
Tabel 1 MSE dan MAPE untuk Data Pelatihan dan Data Pengujian Setiap Model

No	Model	Data <i>Training</i>		Data <i>Testing</i>	
		MAPE	MSE	MAPE	MSE
1	1	4.58%	26.20702	5.79%	88.33685
2	2	11.2%	113.9251	25.97%	1433.282
3	3	6.89%	51.71746	11.17%	202.181
4	4	8.37%	82.70191	12.72%	278.7727
5	5	15.94%	180.0552	15.78%	338.5885

Berdasarkan tabel di atas, model prediksi nilai tukar rupiah terhadap yen terbaik adalah model 1 karena memiliki nilai MAPE dan MSE paling kecil. Nilai dari *output* jaringan dan target *output* model 1 dapat dilihat pada Gambar 1 dan Gambar 2:



Gambar 1. Grafik *Output* Real dan *Output* Jaringan Data Pelatihan Model 1



Gambar 2. Grafik *Output* Real dan *Output* Jaringan Data Pengujian Model 1

## KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan tentang model *neuro fuzzy* Sugeno dengan *fuzzy modelling networks* (FMN) tipe II untuk memprediksi nilai tukar rupiah terhadap yen Jepang menggunakan data nilai tukar rupiah terhadap yen Jepang, inflasi, jumlah uang yang beredar, dan suku bunga Bank Indonesia (*BI Rate*), maka dapat diambil kesimpulan bahwa pasangan model yang digunakan adalah nilai tukar berdasarkan nilai tukar sebelumnya (5 input-1 output), nilai tukar dan inflasi (2 input-1 output), nilai tukar dan jumlah uang yang beredar (2 input-1 output), nilai tukar dan *BI Rate* (2 input-1 output).

Model terbaik untuk data prediksi nilai tukar didasarkan pada nilai MAPE dan MSE terkecil adalah model dengan *input* nilai tukar 1 sampai 5 bulan sebelumnya. Nilai MAPE data pelatihan dan data pengujian berturut-turut sebesar 4.58% dan 5.79%, dan nilai MSE data pelatihan dan data pengujian berturut-turut sebesar 26.20702 dan 88.33685.

## SARAN

Bagi pembaca yang berminat dengan permasalahan prediksi khususnya model *neuro fuzzy* peneliti menyarankan untuk membahas pemodelan *neuro fuzzy* lain yang dapat digunakan untuk prediksi selain *neuro fuzzy* Sugeno dengan *fuzzy modelling networks* (FMN) tipe II, seperti *neuro fuzzy* Sugeno dengan *fuzzy modelling networks* (FMN) tipe I dan tipe III, ANFIS, *fuzzy associative memory* (FAM), *fuzzy c-means* (FCM), dan *fuzzy learning vector quantization* (FLVQ), dll.

Faktor-faktor yang digunakan dalam penelitian ini hanya berdasarkan nilai tukar sebelumnya, tingkat inflasi, jumlah uang yang beredar, dan *BI Rate*. Pembaca yang berminat dapat menggunakan faktor-faktor lain yang lebih kompleks.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alakhras, Marwan N.Y. (2005). "Neural Network-based Fuzzy Inference System for Exchange Rate Prediction". *Journal of Computer Science* (Special Issue). Hal. 112-120.
- Andrea, dkk. (2007). *Prediksi Penjualan dengan Neuro Fuzzy*. Universitas Siliwangi Tasikmalaya : Jurusan Teknik Informatika
- Atmadja, Adwin Surja.(2002). "Analisa Pergerakan Nilai Tukar Rupiah Terhadap US Dolar Setelah Diterapkannya Kebijakan Sistem Nilai Tukar Mengambang Bebas di Indonesia". *Jurnal Akuntansi & Keuangan* (Vol. 4, No. 1).hal. 69 – 78.
- Bank Indonesia. Diakses pada <http://www.bi.go.id> tanggal 20 Januari 2012.
- Fitriah, Aidatul. (2011). Aplikasi Model Neuro Fuzzy Untuk Prediksi Tingkat Inflasi di Indonesia. *Skripsi*. Universitas negeri Yogyakarta
- Fuller, Robert. (1995). *Neural Fuzzy Systems*. Abo Akademi University : Donner Visiting professor.
- Klir G.J., St. Clair U., Yuan, B. 1997. *Fuzzy Set Teory Foundation and Application*. USA: Prentice-Hall Inc.
- Kusumadewi, Sri dan Sri Hartati. (2010). *NEURO – FUZZY Integrasi sistem Fuzzy & Jaringan Syaraf* (Edisi Kedua). Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Lin, Chin-Teng & Lee, George. 1996. *Neural Fuzzy Systems*. London: Prentice-Hall.
- Maru'ao, Dini Oktaviani. (2010). Implementasi Jaringan Saraf Tiruan (ANN) Backpropagation dalam Memprediksi Kurs Valuta Asing. *Skripsi*. Universitas Gunadharma
- Salilama, Abdul Qohar. (2006). Prediksi Nilai Tukar US Dollar terhadap rupiah menggunakan Neuro Fuzzy. *Skripsi*. Institut Teknologi
- Salvatore, Dominic. (1995). *Ekonomi Manajerial (Buku 1) (Edisi 5)*. Jakarta : Salemba Empat
- Setiyani, Sri Mulyati. (2011). Prediksi Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dollar Amerika Serikat dengan Menggunakan Model Fuzzy Takagi Sugeno. *Skripsi*. Universitas Negeri Yogyakarta



## LINEARISASI SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL PADA MODEL EPIDEMI SIR BERDASARKAN KELOMPOK UMUR

Dwi Lestari<sup>1</sup> dan Widodo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) Jurusan Pendidikan Matematika UNY

Email: [dwilestari@uny.ac.id](mailto:dwilestari@uny.ac.id)

<sup>2</sup>) Jurusan Matematika,

Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia

### Abstrak

Model Epidemologi SIR berdasarkan kelompok umur berbentuk sistem persamaan diferensial parsial dengan variabel umur dan waktu sebagai variabel bebas. Model ini memiliki distribusi umur *steady state* trivial dan non trivial berbentuk fungsi yang bergantung pada variabel umur. Selain itu, model berbentuk sistem nonlinear sehingga diperlukan linearisasi untuk mengetahui perilaku solusi sistem nonlinear melalui sistem linear. Linearisasi dilakukan dengan deret Taylor ataupun perturbasi di sekitar distribusi umur *steady state*.

**Kata kunci:** linearisasi, sistem persamaan diferensial parsial.

### PENDAHULUAN

Masalah yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari dapat dimodelkan dalam bentuk model matematika. Sebagian besar model matematika yang muncul berbentuk non linear. Untuk mendapatkan solusi masalah yang berbentuk sistem non linear tidaklah mudah. Namun demikian, hal ini tidak menjadi masalah karena bentuk model matematika khususnya yang berbentuk sistem persamaan diferensial non linear dapat dilihat perilaku solusinya melalui sistem persamaan diferensial linear dengan syarat bagian real akar karakteristik tidak nol. Linearisasi dilakukan untuk mendapatkan sistem linear dari sistem non linear.

Pada paper ini akan dibahas mengenai model epidemologi berbentuk SIR dengan memperhatikan kelompok umur. Umur dapat diartikan sebagai waktu dari masuk ke dalam kelas populasi rentan (*susceptibles*), kelas terjangkit (*infective*), atau kelas bebas penyakit (*recovered*). Contoh yang relevan adalah pada model penyerapan obat dalam darah. Pemodelan epidemologi berdasarkan umur berkaitan dengan model populasi berdasarkan distribusi umur. Beberapa penyakit seperti, cacar air (*measles*), influenza tipe A, kolera, gondong (*mumps*), *tubercoluses*, AIDS, dan SARS penting untuk diperhatikan variabel umur individunya dalam pemodelan penyakit. Dalam hal ini model yang akan dibahas adalah model SIR berdasarkan kelompok umur.

Model Epidemologi SIR berdasarkan kelompok umur berbentuk sistem persamaan diferensial parsial dengan variabel umur dan waktu sebagai variabel bebas. Model yang berbentuk sistem non linear tidak mudah diselidiki perilaku solusinya. Oleh sebab itu, perilaku solusi sistem diselidiki melalui bentuk sistem linearnya. Untuk mendapatkan sistem linear dari sistem non linear perlu dilakukan linearisasi. Linearisasi yang dilakukan menggunakan Deret Taylor.

### LINEARISASI PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL

Untuk mempelajari perilaku sistem dinamik non linear dilakukan melalui linearisasi di sekitar titik ekuilibrium. Diberikan sistem

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y)\end{aligned}\tag{1}$$

dengan titik ekuilibrium  $(a, b)$ ;  $f(a, b) = g(a, b) = 0$ . Pendekatan linear fungsi  $f(x, y)$  di sekitar  $(a, b)$  diperoleh dengan menderetkan fungsi  $f(x, y)$  sebagai berikut

$$f(x, y) \cong f(a, b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a, b)(x - a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)(y - b) + \Theta_f.\tag{2}$$

Sedangkan Deret Taylor fungsi  $g(x,y)$  di sekitar  $(a,b)$  adalah

$$g(x,y) \cong g(a,b) + \frac{\partial g}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial g}{\partial y}(a,b)(y-b) + \Theta_g \quad (3)$$

dengan  $\Theta_f$  dan  $\Theta_g$  suku-suku non linear yang selanjutnya dapat dihilangkan. Dari (1) dan (2) diperoleh pendekatan linear untuk Sistem (1), yakni

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{\partial f}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a,b)(y-b) \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{\partial g}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial g}{\partial y}(a,b)(y-b) \end{aligned} \quad (4)$$

Persamaan (4) dapat dituliskan sebagai matriks

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(a,b) & \frac{\partial f}{\partial y}(a,b) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(a,b) & \frac{\partial g}{\partial y}(a,b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x-a) \\ (y-b) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Substitusi  $u = x-a$  dan  $v = y-b$  diperoleh persamaan yang lebih sederhana, yaitu

$$\begin{bmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(a,b) & \frac{\partial f}{\partial y}(a,b) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(a,b) & \frac{\partial g}{\partial y}(a,b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (6)$$

dengan  $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(a,b) & \frac{\partial f}{\partial y}(a,b) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(a,b) & \frac{\partial g}{\partial y}(a,b) \end{bmatrix}$  dikenal sebagai matriks Jacobian Sistem (1) pada titik  $(a,b)$ .

Diberikan  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  variabel bebas dan  $u$  merupakan fungsi yang bergantung pada variabel  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , yakni fungsi  $u: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  dengan  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ . Secara umum sistem persamaan diferensial parsial berbentuk

$$\begin{aligned} F_1(\mathbf{x}, u, u_{x_1}, \dots, u_{x_n}, u_{x_1 x_2}, \dots, u_{x_1 \dots x_n}) &= 0, \\ F_2(\mathbf{x}, u, u_{x_1}, \dots, u_{x_n}, u_{x_1 x_2}, \dots, u_{x_1 \dots x_n}) &= 0, \\ &\vdots \\ F_n(\mathbf{x}, u, u_{x_1}, \dots, u_{x_n}, u_{x_1 x_2}, \dots, u_{x_1 \dots x_n}) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Sistem persamaan diferensial parsial dua variabel orde satu berbentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial t} &= f_1(\mathbf{u}) \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial t} &= f_2(\mathbf{u}) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \frac{\partial u_n}{\partial x} + \frac{\partial u_n}{\partial t} &= f_n(\mathbf{u}). \end{aligned} \quad (8)$$

dengan  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  dan nilai awal  $\mathbf{u}_0 = (u_{01}, u_{02}, \dots, u_{0n})$ . Solusi Sistem (8) dengan nilai awal  $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}(x, t_0)$  dinyatakan sebagai  $\mathbf{u}(x, t) = \mathbf{u}(\mathbf{u}_0, x, t)$ . Vektor  $\mathbf{u}^*(x)$  disebut distribusi umur *steady*



state Sistem (8), jika  $\mathbf{u}^*(x)$  memenuhi Sistem berikut (Brauer, 2008)

$$\begin{aligned}\frac{du_1^*(x)}{dx} &= f_1[\mathbf{u}^*(x)] \\ \frac{du_2^*(x)}{dx} &= f_2[\mathbf{u}^*(x)] \\ &\vdots \\ \frac{du_n^*(x)}{dx} &= f_n[\mathbf{u}^*(x)]\end{aligned}\quad (9)$$

Andaikan Sistem (9) dengan nilai awal yang diberikan misal  $\mathbf{u}^*(0) = \mathbf{u}_0^*$ , memiliki solusi  $\mathbf{u}^*(x)$ , kestabilan distribusi umur *steady state* dapat diselidiki dengan melakukan linearisasi Sistem (8).

Selanjutnya, linearisasi sistem persamaan diferensial parsial di sekitar kondisi *steady state*  $\mathbf{u}^*(x) = [u_1^*(x), u_2^*(x)]$  sebagai berikut. Diperhatikan dua persamaan awal pada Sistem (8), yakni

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial t} &= f_1(u_1, u_2) \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial t} &= f_2(u_1, u_2).\end{aligned}\quad (10)$$

Diberikan transformasi

$\mathbf{v}(x, t) = [v_1(x, t), v_2(x, t)] = [u_1(x, t) - u_1^*(x), u_2(x, t) - u_2^*(x)]$ . Dengan mengambil deret Taylor  $f_1$  dan  $f_2$  Sistem (10), diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial t} &\cong f_1(\mathbf{u}^*) + \frac{\partial f_1}{\partial u_1}(\mathbf{u}^*)[u_1 - u_1^*] + \frac{\partial f_1}{\partial u_2}(\mathbf{u}^*)[u_2 - u_2^*] + \Theta_1, \\ &\cong \frac{\partial f_1}{\partial u_1}(\mathbf{u}^*)v_1 + \frac{\partial f_1}{\partial u_2}(\mathbf{u}^*)v_2, \\ \frac{\partial v_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial t} &\cong f_2(\mathbf{u}^*) + \frac{\partial f_2}{\partial u_1}(\mathbf{u}^*)[u_1 - u_1^*] + \frac{\partial f_2}{\partial u_2}(\mathbf{u}^*)[u_2 - u_2^*] + \Theta_2 \\ &\cong \frac{\partial f_2}{\partial u_1}(\mathbf{u}^*)v_1 + \frac{\partial f_2}{\partial u_2}(\mathbf{u}^*)v_2,\end{aligned}$$

dengan  $\Theta_1, \Theta_2$  suku suku non linear sehingga dapat diabaikan. Hasil linearisasi Sistem (10), yakni

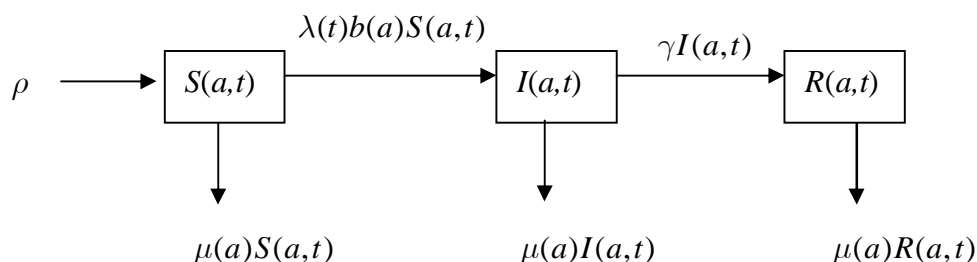
$$\begin{aligned}\frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial t} &= \frac{\partial f_1}{\partial u_1}(\mathbf{u}^*)v_1 + \frac{\partial f_1}{\partial u_2}(\mathbf{u}^*)v_2 \\ \frac{\partial v_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial t} &= \frac{\partial f_2}{\partial u_1}(\mathbf{u}^*)v_1 + \frac{\partial f_2}{\partial u_2}(\mathbf{u}^*)v_2.\end{aligned}\quad (11)$$

## MODEL EPIDEMI SIR BERDASARKAN KELOMPOK UMUR

Pembentukan model epidemi SIR didasari oleh adanya penyakit menular yang memiliki masa inkubasi singkat. Misalnya, populasi yang diberikan dibagi ke dalam tiga kelas, yakni kelas populasi rentan (*susceptibles*), kelas populasi terinfeksi (*infectious*), dan kelas populasi bebas penyakit (*recovered*). Perhatikan diagram alir perubahan keadaan suatu populasi akibat adanya penyebaran penyakit.

Kelas populasi yang dibagi menjadi tiga dinotasikan sebagai  $S(a, t)$ ,  $I(a, t)$ , dan  $R(a, t)$  yang merupakan fungsi densitas peluang yang berkaitan dengan kelompok umur. Misalnya,  $\rho$ , banyaknya kelahiran,  $b(a)$  dan  $\gamma$  parameter yang menggambarkan laju kontak dan laju kesembuhan. Selain itu,  $\beta$  merupakan faktor skala transmisi dan  $\mu(a)$  laju kematian yang tidak dipengaruhi oleh penyakit. Pada model ini, laju kontak antara individu rentan berumur  $a$  dan satu individu terinfeksi berumur  $a'$

sebanding dengan  $b(a)b(a')$ . Oleh karena itu, didefinisikan laju serangan infeksi pada saat  $t$  yakni  $\lambda(t)$ .



**Gambar 3.1** Bagan Alir Model Epidemi SIR

Dalam hal ini, perubahan populasi pada tiap kelas masing-masing bergantung pada variabel waktu  $t$  dan umur  $a$ . Oleh karena itu, diperoleh sistem integro-diferensial yang berupa sistem persamaan diferensial parsial orde satu. Berdasarkan Asumsi (3.1.1), perubahan populasi menurut Gambar 3.1 dirumuskan sebagai berikut.

$$\frac{\partial S(a,t)}{\partial t} + \frac{\partial S(a,t)}{\partial a} = -\lambda(t)b(a)S(a,t) - \mu(a)S(a,t), \quad (12.a)$$

$$\frac{\partial I(a,t)}{\partial t} + \frac{\partial I(a,t)}{\partial a} = \lambda(t)b(a)S(a,t) - [\gamma + \mu(a)]I(a,t), \quad (12.b)$$

$$\frac{\partial R(a,t)}{\partial t} + \frac{\partial R(a,t)}{\partial a} = \gamma I(a,t) - \mu(a)R(a,t), \quad (12.c)$$

$$\lambda(t) = \beta \int_0^{\infty} b(a')I(a',t)da', \quad (12.d)$$

$$S(a,0) = S_0(a), I(a,0) = I_0(a), R(a,0) = R_0(a), \quad (12.e)$$

$$S(0,t) = \rho = \frac{1}{\int_0^{\infty} e^{-M(a')}da'}, \quad M(a) = \int_0^a \mu(\alpha)d\alpha,$$

$$I(0,t) = 0, R(0,t) = 0. \quad (12.f)$$

Persamaan (12.a) – (12.c) menyatakan perubahan populasi rentan, populasi terinfeksi, dan populasi sembuh terhadap umur  $a$  dan waktu tertentu  $t$ . Misal,  $\frac{\partial S(a,t)}{\partial a}$  menyatakan perubahan populasi

rentan yang bertambah umurnya menjadi lebih tua, sedangkan  $\frac{\partial S(a,t)}{\partial t}$  menyatakan perubahan

populasi rentan terhadap waktu  $t$ . Oleh karena itu, bisa dianggap bahwa  $\frac{\partial S(a,t)}{\partial t} + \frac{\partial S(a,t)}{\partial a}$

menyatakan laju perubahan populasi rentan terhadap waktu  $t$ . Persamaan (12.d) merupakan laju serangan infeksi. Persamaan (12) dipandang sebagai masalah nilai awal dan syarat batas, yakni Persamaan (12.e) sebagai syarat awal dan Persamaan (12.f) sebagai syarat batas.

### LINEARISASI PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL PADA MODEL EPIDEMI SIR BERDASARKAN KELOMPOK UMUR

Beberapa teknik yang dapat digunakan untuk menganalisa distribusi umur *steady state* yakni dengan linearisasi menggunakan deret Taylor, didefinisikan lebih dahulu

$$S(a,t) = S^*(a) + \xi(a,t), \quad (13)$$

$$I(a,t) = I^*(a) + \eta(a,t), \quad (14)$$

$$\lambda(t) = \lambda^* + \theta(t), \quad (15)$$

dengan  $\xi(a, t), \eta(a, t), \theta(t)$  regangan atau *displacement*.

Selanjutnya, Persamaan (13) – (15) disubstitusikan ke Persamaan (12.a) dan (12.b), diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi(a, t)}{\partial a} + \frac{\partial \xi(a, t)}{\partial t} &= -[\lambda^* + \theta(t)]b(a)[S^*(a) + \xi(a, t)] - \mu(a)[S^*(a) + \xi(a, t)] \\ &= -\lambda^*b(a)S^*(a) - \lambda^*b(a)\xi(a, t) - \theta(t)b(a)S^*(a) \\ &\quad - \theta(t)b(a)\xi(a, t) - \mu(a)S^*(a) - \mu(a)\xi(a, t) \\ &= -\lambda^*b(a)S^*(a) - \mu(a)S^*(a) - \lambda^*b(a)\xi(a, t) \\ &\quad - \theta(t)b(a)S^*(a) - \theta(t)b(a)\xi(a, t) - \mu(a)\xi(a, t). \end{aligned}$$

Karena  $-\lambda^*b(a)S^*(a) - \mu(a)S^*(a) = 0$  dan  $-\theta(t)b(a)\xi(a, t)$  suku non linear, maka diperoleh

$$\frac{\partial \xi(a, t)}{\partial a} + \frac{\partial \xi(a, t)}{\partial t} = -\lambda^*b(a)\xi(a, t) - \theta(t)b(a)S^*(a) - \mu(a)\xi(a, t).$$

Selanjutnya linearisasi persamaan (12.b), yakni

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta(a, t)}{\partial a} + \frac{\partial \eta(a, t)}{\partial t} &= [\lambda^* + \theta(t)]b(a)[S^*(a) + \xi(a, t)] - [\gamma + \mu(a)][I^*(a) + \eta(a, t)] \\ &= \lambda^*b(a)S^*(a) + \lambda^*b(a)\xi(a, t) + \theta(t)b(a)S^*(a) \\ &\quad + \theta(t)b(a)\xi(a, t) - \gamma I^* - \gamma \eta(a, t) - \mu(a)I^*(a) - \mu(a)\eta(a, t) \\ &= \lambda^*b(a)S^*(a) - \gamma I^* - \mu(a)I^*(a) + \lambda^*b(a)\xi(a, t) + \theta(t)b(a)S^*(a) \\ &\quad + \theta(t)b(a)\xi(a, t) - \gamma \eta(a, t) - \mu(a)\eta(a, t). \end{aligned}$$

Karena  $\lambda^*b(a)S^*(a) - \gamma I^* - \mu(a)I^*(a) = 0$  dan  $\theta(t)b(a)\xi(a, t)$  suku non linear, diperoleh

$$\frac{\partial \eta(a, t)}{\partial a} + \frac{\partial \eta(a, t)}{\partial t} = \lambda^*b(a)\xi(a, t) + \theta(t)b(a)S^*(a) - [\gamma + \mu(a)]\eta(a, t).$$

Dari linearisasi Persamaan (12.a) dan (12.b), diperoleh

$$\frac{\partial \xi(a, t)}{\partial a} + \frac{\partial \xi(a, t)}{\partial t} = -\lambda^*b(a)\xi(a, t) - \theta(t)b(a)S^*(a) - \mu(a)\xi(a, t), \quad (16)$$

$$\frac{\partial \eta(a, t)}{\partial a} + \frac{\partial \eta(a, t)}{\partial t} = \lambda^*b(a)\xi(a, t) + \theta(t)b(a)S^*(a) - [\gamma + \mu(a)]\eta(a, t), \quad (17)$$

dengan

$$\theta(t) = \beta \int_0^{\infty} b(a)\eta(a, t)da, \quad (18)$$

$$\xi(0, t) = \eta(0, t) = 0, \quad (19)$$

$$\xi(a, 0) = S_0(a) - S^*(a), \quad \eta(a, 0) = I_0(a) - I^*(a). \quad (20)$$

Diasumsikan Persamaan (16) – (18) mempunyai solusi yang bentuknya

$$\xi(a, t) = \hat{\xi}(a)e^{pt}, \quad (21)$$

$$\eta(a, t) = \hat{\eta}(a)e^{pt}, \quad (22)$$

$$\theta(t) = \hat{\theta}e^{pt}, \quad \hat{\theta} = \text{konstanta} \quad (23)$$

sehingga dipenuhi persamaan berikut.

$$\begin{aligned} e^{pt} \frac{\partial \hat{\xi}(a)}{\partial a} + p e^{pt} \frac{\partial \hat{\xi}(a)}{\partial t} &= -\lambda^*b(a)\hat{\xi}(a)e^{pt} - \hat{\theta}e^{pt}b(a)S^*(a) - \mu(a)\hat{\xi}(a)e^{pt}, \\ \frac{\partial \hat{\xi}(a)}{\partial a} + p \frac{\partial \hat{\xi}(a)}{\partial t} &= -\lambda^*b(a)\hat{\xi}(a) - \hat{\theta}b(a)S^*(a) - \mu(a)\hat{\xi}(a). \end{aligned} \quad (24)$$

dan

$$e^{pt} \frac{\partial \hat{\eta}(a,t)}{\partial a} + p e^{pt} \frac{\partial \hat{\eta}(a,t)}{\partial t} = \lambda^* b(a) \hat{\xi}(a,t) e^{pt} + \hat{\theta}(t) e^{pt} b(a) S^*(a) - [\gamma + \mu(a)] \hat{\eta}(a,t) e^{pt}$$

$$\frac{\partial \hat{\eta}(a,t)}{\partial a} + p \frac{\partial \hat{\eta}(a,t)}{\partial t} = \lambda^* b(a) \hat{\xi}(a,t) + \hat{\theta}(t) b(a) S^*(a) - [\gamma + \mu(a)] \hat{\eta}(a,t). \quad (25)$$

Persamaan (24) dan (25) merupakan masalah nilai eigen  $p$ . Selanjutnya akan dicari penyelesaiannya pada kondisi *steady state*, yakni

$$\frac{d \hat{\xi}(a)}{da} = -\lambda^* b(a) \hat{\xi}(a) - \hat{\theta} b(a) S^*(a) - \mu(a) \hat{\xi}(a),$$

$$\frac{d \hat{\xi}(a)}{da} + [\lambda^* b(a) + \mu(a)] \hat{\xi}(a) = -\hat{\theta} b(a) S^*(a), \quad (26)$$

dan

$$\frac{d \hat{\eta}(a)}{da} = \lambda^* b(a) \hat{\xi}(a) + \hat{\theta} b(a) S^*(a) - [\gamma + \mu(a)] \hat{\eta}(a),$$

$$\frac{d \hat{\eta}(a)}{da} + [\gamma + \mu(a)] \hat{\eta}(a) = \lambda^* b(a) \hat{\xi}(a) + \hat{\theta} b(a) S^*(a). \quad (27)$$

Persamaan (26) dan (27) dengan Syarat batas (19) memiliki penyelesaian

$$\hat{\xi}(a) = -e^{-\int_0^a [\lambda^* b(\sigma) + \mu(\sigma)] d\sigma} \left[ \int_0^a \hat{\theta} b(\alpha) S^*(\alpha) e^{\int_0^\alpha [\lambda^* b(\sigma) + \mu(\sigma)] d\sigma} d\alpha \right]$$

$$= -\rho \hat{\theta} e^{-[\lambda^* B(a) + M(a)]} \left[ \int_0^a b(\alpha) e^{-p(a-\alpha)} d\alpha \right],$$

dan

$$\hat{\eta}(a) = e^{-\int_0^a [\gamma + \mu(\sigma)] d\sigma} \left[ \int_0^a \left[ \lambda^* b(a) \hat{\xi}(a) + \hat{\theta} b(\alpha) S^*(\alpha) \right] e^{\int_0^\alpha [\gamma + \mu(\sigma)] d\sigma} d\alpha \right]$$

$$= e^{-\int_0^a [\gamma + \mu(\sigma)] d\sigma} \left[ \int_0^a \left[ -\lambda^* b(a) \rho \hat{\theta} e^{-[\lambda^* B(a) + M(a)]} \int_0^{a'} b(a') e^{-p(a-a')} da' + \hat{\theta} b(\alpha) \rho e^{-[\lambda^* B(a) + M(a)]} \right] e^{\int_0^\alpha [\gamma + \mu(\sigma)] d\sigma} d\alpha \right]$$

$$= \rho \hat{\theta} e^{-M(a)} \int_0^a b(a') e^{-[(p+\gamma)(a-a') + \lambda^* B(a')]} \left[ 1 - \lambda^* \int_0^{a'} b(\alpha) e^{-p(a'-\alpha)} d\alpha \right] da', \quad (28)$$

dengan

$$B(a) = \int_0^a b(\alpha) d\alpha, \quad M(a) = \int_0^a \mu(\alpha) d\alpha, \quad \text{dan}$$

$$\hat{\theta} = \beta \int_0^\infty b(a) \hat{\eta}(a) da. \quad (29)$$

Persamaan (28) disubstitusikan ke Persamaan (29), diperoleh

$$\hat{\theta} = \beta \int_0^\infty b(a) \rho \hat{\theta} e^{-M(a)} \left\{ \int_0^a b(a') e^{-[(p+\gamma)(a-a') + \lambda^* B(a')]} \left[ e^{-p(a-a')} - \lambda^* \int_0^{a'} b(\alpha) e^{-p(a'-\alpha)} d\alpha \right] da' \right\} da$$

$$\hat{\theta} - \beta \int_0^{\infty} b(a) \rho \hat{\theta} e^{-M(a)} \left\{ \int_0^a b(a') e^{-[\gamma(a-a') + \lambda^* B(a')]} \left[ e^{-p(a-a')} - \lambda^* \int_0^{a'} b(\alpha) e^{-p(a-\alpha)} d\alpha \right] da' \right\} da = 0,$$

$$\hat{\theta} \left\{ 1 - \beta \int_0^{\infty} b(a) \rho e^{-M(a)} \left\{ \int_0^a b(a') e^{-[\gamma(a-a') + \lambda^* B(a')]} \left[ e^{-p(a-a')} - \lambda^* \int_0^{a'} b(\alpha) e^{-p(a-\alpha)} d\alpha \right] da' \right\} da \right\} = 0. \quad (30)$$

Persamaan (30) mempunyai akar  $\hat{\theta} = 0$  atau  $\hat{\theta} \neq 0$  jika dipenuhi persamaan karakteristik Lotka untuk  $p$ , yakni

$$1 = \beta \int_0^{\infty} b(a) \rho e^{-M(a)} \left\{ \int_0^a b(a') e^{-[\gamma(a-a') + \lambda^* B(a')]} \left[ e^{-p(a-a')} - \lambda^* \int_0^{a'} b(\alpha) e^{-p(a-\alpha)} d\alpha \right] da' \right\} da \quad (31)$$

Menurut Teorema dalam ([4] dan [5]), jika semua akar Persamaan (31) memiliki bagian real negatif, maka semua solusi Persamaan (21)-(23) menuju nol untuk  $t \rightarrow \infty$ . Dengan menggunakan kriteria ambang batas yang diberikan pada Persamaan (12), untuk  $\lambda^* > 0$  tidak ada nilai  $p$  non negatif yang memenuhi Persamaan (31). Untuk mempelajari sifat dari akar-akar Persamaan (31) sangat sulit. Namun demikian, untuk kasus khusus dapat ditentukan secara numerik bahwa hal ini berkorespondensi dengan distribusi umur *steady state* non trivial yang stabil asimtotik lokal.

Untuk distribusi umur *steady state* trivial yakni  $\lambda^* = 0$ , persamaan (31) menjadi

$$1 = \beta \int_0^{\infty} b(a) \rho e^{-M(a)} \left[ \int_0^a b(a') e^{-\gamma(a-a') - p(a-a')} da' \right] da. \quad (32)$$

Jika Persamaan (12) tidak dipenuhi, maka karakter monoton dari integran pada Persamaan (32) berakibat mempunyai akar real tunggal  $p_0 \leq 0$  dan  $p_0 = 0$  hanya pada kriteria ambang batas.

### Teorema 1

- (i) Jika  $\lambda^* = 0$  dan  $R_0 \leq 1$  maka distribusi umur *steady state* trivial Sistem (12) stabil asimtotik lokal.
- (ii) Jika  $\lambda^* = 0$  dan  $R_0 > 1$ , maka tidak stabil.

Bukti: Lihat [3]

### PENUTUP

Pada sistem persamaan diferensial nonlinear dapat diselidiki perilaku solusinya melalui sistem linear dengan linearisasi. Proses linearisasi dapat dilakukan dengan Deret Taylor dari fungsi non linear. Model epidemi SIR berdasarkan kelompok umur berbentuk sistem persamaan diferensial parsial non linear. Linearisasi dilakukan untuk mendapatkan sistem linear sehingga dapat diselidiki perilaku solusi sistem non linear melalui sistem linear dengan syarat titik ekuilibrium berupa titik ekuilibrium hiperbolik.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Brauer F., dkk, 2008, *Mathematical Epidemiology*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg- New York.
- [2] Chavez, dkk, 1989, *Epidemiological Models with Age Structure, Proportionate Mixing, and Cross- immunity*, Journal of Mathematical Biology 27: 233-258.
- [3] D Lestari. 2010. Model Epidemi SIR Berdasarkan Kelompok Umur. *Thesis*. UGM, Yogyakarta.
- [4] Olsder, G.J., 1994, *Mathematical Systems Theory*, Delftse Uitgevers Maatschappij, b.v.
- [5] Wiggins, 1990. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg- New York.
- [6] Zauderer, E. 1989. *Partial Differential Equations of Applied Mathematics*, JohnWiley and Sons, Inc, New York.



## KAJIAN TERHADAP METODE *RESPONSE SURFACE* PADA DESAIN BLOK

Enny Supartini & Sri Winarni

Jurusan Statistika FMIPA Universitas Padjadjaran Bandung  
e-mail : [arthinii@yahoo.com](mailto:arthinii@yahoo.com) & sri.winarni@unpad.ac.id

### Abstrak

Ketika melakukan eksperimen dengan desain faktorial, dalam pelaksanaannya pengacakan secara lengkap tidak bisa digunakan karena adanya kondisi yang heterogen maka untuk mengatasi hal ini, keheterogenan tersebut dikelompokkan menjadi kelompok yang homogen, sehingga desain yang sesuai untuk kasus ini adalah desain blok acak. Dalam *Response Surface Design* dengan desain blok yang ortogonal, tidak berpengaruh terhadap taksiran parameter model *response surface*. Penelitian ini menggunakan suatu kasus yang bertujuan untuk meminimumkan terjadinya kecacatan *solder-balls* pada proses perakitan produk elektronik, karena terjadinya kecacatan pada *solder-balls* akan mengakibatkan terjadinya hubungan arus pendek yang berarti produk tersebut menjadi produk yang rusak, dalam percobaan ini faktor yang menjadi perlakuan adalah *Ramp-up Rate* dan *Pre-heat time* dari *reflow-profil*. Sedangkan yang menjadi blok dalam kasus ini adalah *shift* kerja karena percobaan dilakukan dalam satu hari dengan dua *shift* yaitu siang dan malam. Sebagai solusinya menggunakan *response surface* dengan desain blok acak. Dalam analisis data, model ordo pertama adalah model linear, kemudian dilakukan pengujian dengan uji *lack-of-fit*, dan hasil pengujiannya signifikan maka model ordo pertama tidak cocok untuk digunakan, kemudian ditentukan model ordo kedua dan dilakukan pengujian *lack-of-fit*, hasilnya menunjukkan bahwa model yang cocok digunakan adalah model kuadratik seperti berikut:

$$y = 666.8049 - 590.6084x_1 - 10.3325x_2 + 255.2468x_1^2 + 0.0903x_2^2 - 0.5500x_1x_2$$

Sedangkan hasil pendugaan optimasi didapatkan bahwa taraf *ramp-up rate* yang meminimumkan kecacatan *solder-balls* adalah pada taraf 1.2225°C/detik. Sedangkan taraf *pre-heat time* yang meminimumkan *solder-balls* adalah pada taraf 60.9027 detik.

**Kata kunci:** Desain Blok, Response Surface Methods

### PENDAHULUAN

Metode *response surface* merupakan gabungan dari teknik matematika dan statistika yang digunakan dalam pemodelan dan analisis dimana respon yang diamati dipengaruhi oleh sejumlah variabel. Metode *response surface* bertujuan untuk mengoptimalkan respon (Montgomery, 2009). Proses optimasi seringkali dilakukan di dunia industri sebagai bentuk upaya meningkatkan mutu dan kualitas produk yang dihasilkan. Selain digunakan dalam proses optimasi produk, metode *response surface* juga seringkali digunakan dalam upaya meminimalisasi kecacatan suatu produk dan juga selain pada bidang industri, metode *response surface* digunakan di bidang yang lain seperti bidang ilmu pangan, biologi, ilmu kedokteran dan kesehatan (Myers et.al, 1989)

Ketika melakukan eksperimen faktorial yang pada pelaksanaannya terjadi keterbatasan dalam melakukan pengacakan karena replikasi yang dilakukan tidak bisa dikondisikan homogen untuk mengatasi hal ini replikasi dijadikan sebagai blok, sehingga eksperimen faktorial yang digunakan ada penyesuaian dalam desainnya yaitu tidak lagi menggunakan desain acak lengkap tetapi menjadi desain blok acak dengan pengacakan dilakukan dalam tiap blok, karena perubahan ini baik model matematis maupun analisis variansnya ada penyesuaian, begitu juga dalam melakukan analisis *response surface* ada penyesuaian dalam model matematisnya.

Sebuah contoh kasus yang akan dibahas dalam kajian ini adalah berdasarkan data penelitian yang dilakukan oleh Chansa-ngavej & J. Kasemsomporn 2009 yang bertujuan untuk meminimumkan terjadinya kecacatan *solder-ball* pada proses perakitan produk elektronik, karena terjadinya kecacatan pada *solder-ball* akan mengakibatkan terjadinya hubungan arus pendek yang berarti produk tersebut menjadi produk yang gagal atau rusak, untuk meminimumkannya digunakan metode

*response surface* dengan menggunakan satu set data yang dirancang untuk memberikan kondisi yang optimal.

## KAJIAN TERHADAP METODE *RESPONSE SURFACE* PADA DESAIN BLOK

### Metode *Response Surface*

Metode *response surface* merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk melakukan proses optimasi respon pada percobaan dengan faktor perlakuan bersifat kuantitatif. Tujuan utama dari metode *response surface* adalah mendapatkan komposisi taraf perlakuan yang menghasilkan respon optimum. Secara umum, metode *response surface* dapat digambarkan secara visual melalui *response surface* plot dan kontur plot. Melalui plot tersebut dapat diketahui bentuk hubungan antara respon dengan variabel bebasnya. (Bradley, 2007).

Bentuk hubungan yang sebenarnya antara respon dan variabel bebas pada umumnya tidak diketahui. Yang dapat dilakukan adalah melakukan pendugaan terhadap model hubungan tersebut. Model yang seringkali digunakan adalah model polinomial ordo rendah, yaitu ordo pertama dan ordo kedua. Jika sebuah respon  $y$  dipengaruhi oleh variabel bebas  $x_1$  dan  $x_2$  maka bentuk hubungan tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$y = f(x_1, x_2) + \epsilon \quad (2.1)$$

Jika bentuk hubungan tersebut dapat dijelaskan dengan baik melalui model polinomial ordo pertama, maka persamaan model yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \epsilon \quad (2.2)$$

Tetapi jika terdapat pola melengkung (*curvature*) maka dapat digunakan model polinomial ordo kedua yang dinyatakan sebagai berikut :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \epsilon \quad (2.3)$$

Persamaan model di atas didapatkan dengan pendekatan model regresi linier multiple standar yaitu dengan  $x_3 = x_1^2$ ,  $x_4 = x_2^2$ ,  $x_5 = x_1 x_2$  dan  $\beta_3 = \beta_{11}$ ,  $\beta_4 = \beta_{22}$ ,  $\beta_5 = \beta_{12}$ , sehingga model (3) menjadi sebagai berikut (Myers 1971) :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \beta_5 x_5 + \epsilon \quad (2.4)$$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil diperoleh estimasi untuk parameter  $\beta$  adalah:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (2.5)$$

Dimana  $\mathbf{b}$  merupakan matriks untuk mengestimasi koefisien regresi  $\beta$ ,  $\mathbf{X}$  merupakan matriks variabel bebas, dan  $\mathbf{y}$  merupakan matriks respon.

Ketika proses pendugaan pada orde pertama, maka perlu dilakukan uji kecocokan model (*goodness of fit test*). Uji ini digunakan untuk melihat tepat atau tidaknya pendugaan model yang dilakukan (Montgomery 2009). Tetapi apabila model tidak linier atau terdapat pola melengkung (*curvature*) maka dapat digunakan model polinomial ordo kedua, untuk model ini perlu dilakukan uji ketidak-cocokan model (*lack of fit test*) (Montgomery 2009).

Dalam hal ini cara kerjanya adalah dengan melakukan pergerakan secara sekuensial pada garis paralel untuk memperoleh respon optimal, metode *steepest ascent* untuk memaksimalkan respon dan metode *steepest descent* untuk meminimalkan respon, pada metode *steepest ascent* untuk model ordo pertama seperti pada Model (2.2) ditentukan daerahnya kemudian secara bertahap bergeser ke fungsi linier berikutnya yang paralel dengan fungsi linier ordo pertama sampai dengan nilai tertinggi yang dapat diobservasi kemudian dilakukan uji kecocokan modelnya. Sedangkan untuk model ordo kedua seperti pada model (2.4). Langkah pertama adalah menentukan *stationary point* yang bisa direpresentasikan oleh : 1) nilai respon maksimum 2) nilai respon minimum dan 3) *saddle point*, sedangkan bentuk kontur dari permukaan respon bisa diperoleh dengan menggunakan *software* untuk *response surface analysis*. Secara matematis untuk lokasi *stationary point* untuk model ordo kedua secara matrik dapat ditulis sebagai berikut :

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}'\mathbf{b} + \mathbf{x}'\mathbf{B}\mathbf{x} \quad (2.8)$$

Kemudian  $\hat{y}$  diturunkan terhadap  $x$  dan disamakan dengan nol maka diperoleh :

$$\mathbf{x}_o = -\frac{1}{2}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \quad (2.9)$$

Persamaan (2.9) dapat digunakan untuk memprediksi respon pada *stationary poin*.



### Response Surface untuk Desain Blok

Dalam kasus ini desain acak lengkap tidak bisa digunakan karena antara replikasi yang satu dengan yang lainnya tidak bisa dikondisikan homogen maka desain blok acak harus digunakan, dalam *Response Surface Design* dengan blok yang ortogonal maka pengaruh blok tidak berpengaruh terhadap taksiran parameter model *response surface*.

Untuk desain ordo-2 dengan blok ortogonal, harus memenuhi dua kondisi :

1. Masing-masing blok pada ordo-1 harus ortogonal, yaitu :  

$$\sum_{u=1}^{n_b} x_{iu} x_{ju} = 0$$
 untuk  $i \neq j = 0, 1, \dots, k$ , untuk semua  $b$   
 Dan  $x_{iu}$  dan  $x_{ju}$  merupakan taraf ke- $i$  dan ke- $j$  variabel pada *run* ke- $u$  pada percobaan dengan  $x_{ou} = 1$  untuk semua  $u$ .
2. Bagian dari Jumlah Kuadrat Total untuk masing-masing variabel harus sama dengan bagian dari total observasi pada setiap blok.  $N$  adalah banyaknya run pada desain yang digunakan.

### Pemecahan Masalah dan Pembahasan Hasil

Seperti dijelaskan pada bagian sebelumnya bahwa penelitian ini bertujuan untuk meminimumkan terjadinya kecacatan *solder-ball* pada proses perakitan produk elektronik, karena terjadinya kecacatan pada *solder-ball* akan mengakibatkan produk menjadi gagal atau rusak, dengan menggunakan metode *response surface*, percobaan dirancang untuk mendapatkan respon yang optimal. Dalam pemecahan masalah untuk kasus ini dilakukan sebagai berikut :

- Taraf faktor dibagi kedalam tiga taraf yaitu tinggi, menengah dan rendah berdasarkan bahan baku yang digunakan yaitu *solder-paste*, yang menjadi variabel bebasnya atau perlakuannya adalah : faktor *Ramp-up Rate* dari *reflow-profil* dengan ukurannya C/detik dan *Pre-heat time* dari *reflow-profil* dengan ukurannya dalam detik. Sedangkan yang menjadi variabel responnya adalah banyaknya *Solder-balls defect*.
- Rancangan percobaannya adalah desain blok acak karena percobaan dilakukan pada satu hari dengan shift yang berbeda yaitu siang dan malam sehingga sebagai bloknya adalah shift kerja maka rancangan percobaan yang digunakan adalah eksperimen faktorial dalam blok, untuk masing-masing blok dilakukan 7 kali percobaan, sehingga keseluruhannya menjadi 14 percobaan seperti dapat dilihat pada Tabel 3.1

**Tabel 3.1.** Data hasil percobaan kecacatan *solder-balls*

Run	Block	RampRate (C/sec)	Pre-heat time (sec)	Solder balls defect
1	1	1,00000	90,000	76
2	1	2,00000	90,000	208
3	1	1,00000	30,000	79
4	1	1,50000	60,000	12
5	1	2,00000	30,000	244
6	1	1,50000	60,000	8
7	1	1,50000	60,000	15
8	2	1,50000	102,426	165
9	2	1,50000	60,000	10
10	2	1,50000	17,574	191
11	2	1,50000	60,000	14
12	2	2,20711	60,000	239
13	2	0,79289	60,000	47
14	2	1,50000	60,000	7

Model ordo pertama seperti pada Persamaan 2.2. berbentuk model linear yang diuji dengan uji *lack-of-fit*. Pengujian menunjukkan hasil yang signifikan maka model ordo pertama ini tidak cocok untuk digunakan, alternatifnya adalah model ordo kedua seperti pada Persamaan 2.3. Hasil pengujian kelinieran model diberikan pada Tabel 3.2.

**Tabel 3.2.** Hasil pengujian kecocokan model

Regresi	Dk	Jumlah Kuadrat	R-Square	F-Hitung	P-Value
Linear	2	41121.00	0.3572	573.34	< 0.0001
Kuadratik	2	73435.00	0.6379	1023.89	< 0.0001
Interaksi	1	272.25	0.0024	7.59	0.0249
Total	5	114828.00	0.9975	640.41	< 0.0001

Dari hasil pengujian *lack-of-fit* pada Tabel 3.3. didapatkan *P-Value* sebesar  $0.0266 < \alpha$  (5%) yang berarti bahwa model ordo pertama tidak cocok untuk digunakan. Dengan demikian maka model yang digunakan adalah model ordo kedua. Dapat dilihat pada tabel 3.2 bahwa *P-Value* untuk model linear, kuadratik dan interaksi bernilai kurang dari nilai alpha. Sehingga model yang digunakan adalah model pada Persamaan 2.3, sedangkan hasil pendugaan koefisien model permukaan respon diberikan pada Tabel 3.4.

**Tabel 3.3.** Hasil pengujian *lack-of-fit* model

Residual	dk	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F-Hitung	P-Value
Lack of Fit	3	234.8856	78.2952	7.53	0.0266
Pure Error	5	52.0000	10.4000		
Total Error	8	286.8856	35.8607		

**Tabel 3.4.** Hasil pendugaan parameter koefisien model permukaan respon

Parameter	Dk	Pendugaan	Standar Error	t-Value	P-Value
Intercept	1	666.8049	28.4119	23.47	<.0001
X1	1	-590.6084	29.3368	-20.13	<.0001
X2	1	-10.3325	0.4254	-24.29	<.0001
X1*X1	1	255.2468	8.8146	28.96	<.0001
X2*X1	1	-0.5500	0.1996	-2.76	0.0249
X2*X2	1	0.0903	0.0024	36.90	<.0001

Dari tabel diatas maka didapatkan model permukaan respon sebagai berikut :

$$y = 666.8049 - 590.6084x_1 - 10.3325x_2 + 255.2468x_1^2 + 0.0903x_2^2 - 0.5500x_1x_2 \quad (4.1)$$

Berdasarkan model yang diperoleh seperti pada persamaan (4.1) berdasarkan koefisien pada model ( $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$  dan  $\hat{\beta}_{12}$ ) untuk *Ramp-rate* dan *Pre-heat* juga interaksi antara *Ramp rate* dan *Pre Ramp rate* dan *Pre-heat* yang paling berpengaruh terhadap terhadap banyak terjadinya kecacatan *solder-bals* adalah *Ramp-rate* karena  $\hat{\beta}_1$  mempunyai nilai yang cukup besar. Model permukaan respon ini memiliki nilai  $R^2$  sebesar 99.75% yang berarti bahwa 99.75% keragaman dari kecacatan *solder-balls* dapat dijelaskan oleh model. Nilai CV (Coefficient of Variation) atau koefisien keragaman yang didapat adalah sebesar 6.3755 yang berarti bahwa percobaan tersebut dilakukan dengan tingkat ketelitian yang tinggi.

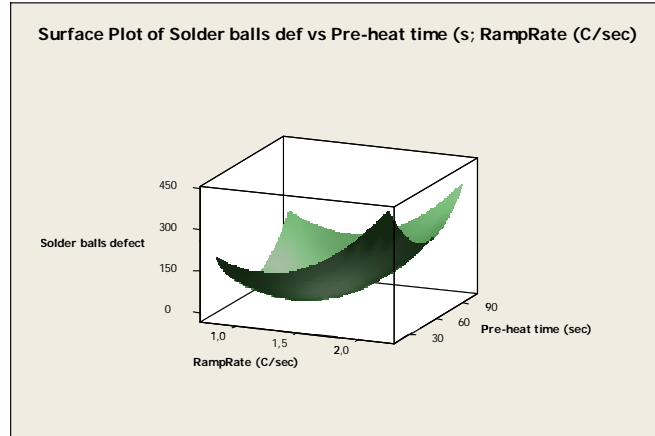
- Menentukan taraf faktor yang menghasilkan nilai respon optimum. Dalam kasus ini yang diharapkan nilai kecacatan yang minimal. Dengan demikian *stationary point* yang diharapkan adalah yang mendekati nol. Hasil pendugaan optimasi respon dapat diberikan pada Tabel 3.4.

**Tabel 3.4.** Hasil pendugaan optimasi respon

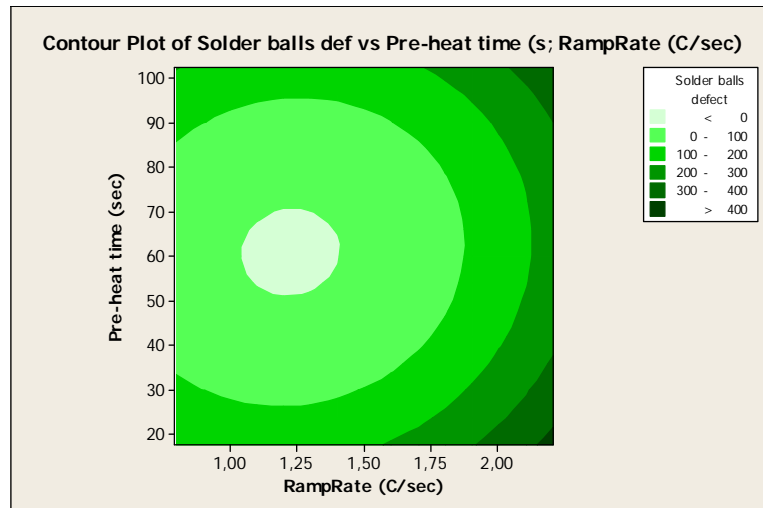
Faktor	Nilai Kritik	
	Koding	Tidak koding
X1	-0.3924	1.2225
X2	0.0213	60.9027
Pendugaan nilai stasioner : -8.859.588		

Dari hasil pendugaan optimasi pada Tabel 3.4. didapatkan bahwa taraf *ramp-rate* yang meminimalkan kecacatan *solder-balls* adalah pada taraf 1.2225°C/detik. Sedangkan taraf *pre-heat time* yang meminimalkan *solder-balls* adalah pada taraf 60.9027 detik.

Pendugaan optimasi respon ini juga dapat dilakukan dengan *surface plot*. Hasil *surface plot* yang didapat diberikan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Hasil *surface plot*



Gambar 3.2. Hasil kontour plot

Hasil kontour plot dapat diberikan pada Gambar 3.2. Pada gambar 3.2. dapat dilihat bahwa *stationary point* atau titik nol (<0) digambarkan pada lingkaran paling dalam dan memperlihatkan bahwa titik tersebut mempunyai kordinat dengan nilai  $\pm 1,25$  untuk *Ramp-rate* dan  $\pm 60$  untuk *Pre-time*

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis seperti dijelaskan pada bagian sebelumnya dapat disimpulkan bahwa :

1. Dalam *Response Surface Design* yang desain eksperimennya tidak memungkinkan untuk menggunakan desain acak lengkap apabila tetapi menggunakan desain blok yang ortogonal maka pengaruh blok tidak berpengaruh terhadap taksiran parameter model *response surface*.
2. Berdasarkan analisis data untuk kasus banyaknya kecacatan *solder-balls* diperoleh model permukaan respon sebagai berikut :

$$y = 666.8049 - 590.6084x_1 - 10.3325x_2 + 255.2468x_1^2 + 0.0903x_2^2 - 0.5500x_1x_2$$

berarti yang paling dominan pengaruh terhadap banyaknya kecacatan pada *solder-balls* adalah faktor *Ramp-rate* dengan koefisien  $\hat{\beta}_1 = -590,6084$ . Sedangkan hasil pendugaan optimasi didapatkan bahwa taraf *ramp-rate* yang meminimalkan kecacatan *solder-balls* adalah pada taraf 1.2225°C/detik. Sedangkan taraf *pre-heat time* yang meminimalkan *solder-balls* adalah pada taraf 60.9027 detik.

## **SARAN**

Ada beberapa saran yang diusulkan :

1. Untuk penelitian selanjutnya dikembangkan analisis *Response Surface* dengan *Response Surface Design* menggunakan desain blok yang lebih dari satu kali pemblokkan, misalnya dengan dua kali pemblokkan yaitu *Latin Squares Design*
2. Dalam analisis *Response Surface*, taraf faktor harus berskala interval atau ratio, sebaiknya dikembangkan untuk analisis *Response Surface* dengan taraf faktor yang berskala ordinal.

## **DAFTAR PUSTAKA**

Chansa-ngavej C., Kasemsomporn J. 2010. *Response surface methodology for minimizing solder-ball defects in an electronics-assembly process*, International Journal of Management Science and Engineering Management, 5(2): 95-100, 2010. England. <http://www.ijmsem.org/>

Myers, Raymond H., Montgomery, C.D., Anderson-Cook, M., C. 2009. *Response Surface Methodology Process and Product Optimazation using Design Experiments*, Third edition. New York: John Wiley and Sons, Inc.

Myers, Raymond H. 1971. *Response Surface Methodology*, Boston : Allyn & Bacon, Inc.

Montgomery DC. 2009. *Design and Analysis of Experiments*. Ed ke-7. New York: John Wiley & Sons, inc.

Nair VN. 1992. Taguchi's Parameter Design: A Panel Discussion. *Technometrics* 34: 127-61.

Philip JR. 1989. *Taguchi Technics for Quality Engeenering*. Mc. Grow Hill. New York. International edition.

## PORTOFOLIO OPTIMAL MENGGUNAKAN *LIQUIDITY* *ADJUSTED CAPITAL ASSET PRICING MODEL (LCAPM)*

Evri kurniawati<sup>1</sup>, Retno Subekti<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mahasiswa S1 Program Studi Matematika Jurdik Matematika FMIPA UNY

<sup>1</sup> Dosen Jurdik Matematika FMIPA UNY

ev\_nye@yahoo.com, RetnoSubekti@uny.ac.id

### Abstrak

Pada tahun 2005 Acharya dan Pedersen mengemukakan sebuah pendekatan baru untuk membentuk sebuah portofolio yang disebut *Liquidity Adjusted Capital Asset Pricing Model (LCAPM)* yaitu CAPM dengan pengaruh risiko likuiditas. Metode LCAPM merupakan pengembangan dari CAPM dengan adanya pengaruh risiko likuiditas. Likuiditas adalah biaya penjualan dan pembelian sekuritas dengan segera. Asumsi yang digunakan dalam pembentukan portofolio LCAPM sama dengan CAPM yaitu data *return* sekuritas berdistribusi normal. *Expected return* LCAPM dipengaruhi oleh *return* bebas risiko, nilai harapan likuiditas sekuritas, dan empat beta saham.

Dengan pengamatan 8 saham yang masuk LQ-45 yaitu saham AALI, BBCA, PGAS, ISAT, UNVR, TLKM, GGRM, ASRI akan dibentuk suatu portofolio sehingga diharapkan dapat menghasilkan keuntungan yang lebih baik dengan menggunakan model LCAPM. Saham yang masuk dalam pembobotan portofolio LCAPM adalah saham yang mempunyai *expected return* positif. Ditinjau dari *expected return* terdapat 4 saham yang masuk dalam pembobotan LCAPM yaitu saham Perusahaan Gas Negara sebesar 15,29% , Unilever Indonesia sebesar 8,20%, Bank Central Asia sebesar 19,45%, dan Telekomunikasi Indonesia sebesar 57,05%. Dengan tingkat risiko sebesar 0,0001 dan *expected return* sebesar 0,039.

**Kata kunci:** Portofolio, CAPM, Likuiditas, LCAPM

### PENDAHULUAN

Investasi merupakan komitmen menempatkan harta atau dana dengan harapan memperoleh keuntungan di masa yang akan datang (Tandelilin, 2007:2). Dalam berinvestasi, investor terlebih dahulu harus mengetahui beberapa konsep dari dasar investasi yaitu hubungan antara keuntungan yang diharapkan dan risiko suatu investasi. Dimana semakin besar keuntungan maka semakin besar risiko yang akan ditanggung. Untuk mengurangi risiko investasi investor dapat membentuk diversifikasi investasi atau membentuk portofolio. Menurut Husnan (2003:45), portofolio berarti sekumpulan investasi. Ada beberapa metode pembentukan portofolio optimal, diantaranya adalah metode *Liquidity Adjusted Capital Asset Pricing Model (LCAPM)* yang merupakan pengembangan dari metode CAPM.

#### A. *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*

Pada tahun 1964 CAPM dikembangkan oleh Sharpe, Litner, dan Mosin (Dalimunthe, 2006:355). CAPM merupakan suatu model yang menghubungkan *expected return* dari suatu sekuritas berisiko dengan risiko dari sekuritas tersebut pada kondisi pasar yang seimbang. CAPM dikembangkan dengan mengikuti beberapa asumsi (Jogianto, 2010: 488) yaitu

- 1) Semua investor melakukan pengambilan keputusan investasi berdasarkan pertimbangan antara nilai *expected return* dan standar deviasidari portofolio.
- 2) Semua investor mempunyai harapan yang homogen (*homogenous expectations*) terhadap faktor-faktor input yaitu *return* ekspektasi, varian *return*, dan kovarians antara *return-return* sekuritas untuk keputusan portofolio.
- 3) Semua investor dapat meminjamkan sejumlah dananya (*lending*) atau meminjam (*borrowing*) sejumlah dana dengan jumlah dana yang tidak terbatas pada tingkat suku bunga bebas risiko.

- 4) Penjualan pendek (*short sale*) diperkenankan dalam jumlah yang tak terbatas.  
Asumsi tambahan yang digunakan pada data adalah
- 1) Semua sekuritas dapat dipecah-pecah menjadi bagian yang lebih kecil dengan tidak terbatas.
- 2) Semua sekuritas dapat dijual dan dibeli di pasar dengan cepat (likuid) dengan harga yang berlaku.
- 3) Tidak terjadi inflasi.
- 4) Tidak adanya pajak bagi investor.
- 5) Tidak ada investor yang dapat mempengaruhi harga saham dengan kegiatan penjualan dan pembelian.
- 6) Pasar modal dalam kondisi seimbang (*equilibrium*). Semua investor akan memilih portofolio pasar dan portofolio pasar merupakan portofolio aktiva berisiko yang optimal yang berada di *efficient frontier*.

CAPM berdasarkan model markowitz yang masing-masing investor mengasumsikan akan mendiversifikasi portofolionya dan memilih portofolio optimal berdasarkan preferensi terhadap *return* dan risiko (Tandelilin, 2001). Secara umum, pembentukan portofolio CAPM berdasarkan persamaan sebagai berikut:

$$\bar{R}_k = R_f + \beta_k(\bar{R}_M - R_f) \quad (2.1)$$

dengan :  $\bar{R}_k$  adalah *expected return* portofolio,  $R_f$  adalah *return* bebas risiko,  $\bar{R}_M$  adalah *expected return* portofolio pasar.

Pada titik keseimbangan investor mempunyai harapan yang sama terhadap return dan risiko, sehingga portofolio saham yang dipegang oleh seorang investor sama dengan investor lain dan membentuk portofolio pasar. Portofolio pasar merupakan portofolio yang semua berisi semua sekuritas yang ada di pasar. Proporsi semua saham dalam portofolio pasar semuanya berisi sekuritas berisiko. Untuk mengukur risiko pasar terhadap risiko portofolio dinyatakan dengan beta. Dalam keseimbangan pasar investor memegang portofolio yang terdiri dari sekuritas dengan portofolio pasar, jika risiko sistematis suatu sekuritas sama dengan risiko pasar maka beta portofolio investor sama dengan 1.  $\beta = 1$  menunjukkan jika *return* pasar bergerak naik, return sekuritas atau portofolio akan bergerak naik sama besarnya mengikuti *return* pasar. Untuk sekuritas dengan  $\beta > 1$  dikenal sebagai sekuritas agresif karena sekuritas tersebut bergerak lebih besar dari pada *return* pasar. Jika  $\beta < 1$  dikenal sebagai sekuritas defensive karena sekuritas tersebut bergerak lebih kecil dari pada *return* pasar. Beta saham ke-i dihitung menggunakan rumus

$$\beta_i = \frac{cov(R_i, R_M)}{var(R_M)} \quad (2.2)$$

CAPM mengasumsikan investor memperhitungkan risiko dan keuntungan. Portofolio optimal dapat dibentuk investor dengan short sale yang diperbolehkan dan meminjamkan (*lending*) atau meminjam (*borrowing*) sejumlah dana dengan jumlah yang tidak terbatas pada tingkat suku bunga bebas risiko. Seorang investor akan sangat mungkin membentuk portofolionya dengan sekuritas berisiko dan sekuritas tidak berisiko. *Expected return* CAPM dari kombinasi sekuritas berisiko dan sekuritas tidak berisiko diberikan sebagai berikut :

$$\bar{R}_C = (1 - w)R_f + w\bar{R}_P \quad (2.3)$$

dan hubungan antara kombinasi sekuritas berisiko dan sekuritas tidak berisiko disimbolkan dengan  $\theta$ , sehingga didapatkan  $\theta$  sebagai berikut:

$$\theta = \frac{\bar{R}_P - R_f}{\sigma_p} \quad (2.4)$$

Pada tingkat *expected return* yang sama perubahan  $\theta$  mempengaruhi risiko portofolio. Jika perubahan  $\theta$  mengecil (tidak terlalu tajam) maka risiko portofolio semakin besar dan perubahan  $\theta$  membesar (tajam) maka risiko portofolio kecil. sekuritas yang bukan miliknya atau menjual sekuritas dari broker (*short sale*). Portofolio yang optimal didapatkan dengan mencari slope terbesar sehingga  $\theta$  diperoleh dengan

$$\text{Memaksimumkan } \theta = \frac{\bar{R}_P - R_f}{\sigma_p}$$

$$\text{Pada kendala } \sum_{i=1}^N w_i = 1$$

Dengan adanya asumsi *short sale* pada pembentukan portofolio maka  $\theta$  dapat ditulis

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^N w_i (\bar{R}_i - R_f)}{(\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij})^{\frac{1}{2}}} \quad (2.5)$$

Bobot portofolio CAPM dapat digunakan rumus

$$w_i = \frac{z_i}{\sum_{i=1}^N z_i} \quad (2.6)$$

Diasumsikan bahwa investor dapat meminjamkan dana (*lending*) atau meminjam (*borrowing*) sejumlah dana dengan jumlah yang tidak terbatas pada tingkat suku bunga bebas risiko maka investor dapat menjual sekuritas yang bukan miliknya sehingga *expected return* model CAPM dapat ditulis sebagai berikut :

$$\bar{R}_k = R_f + \beta_k (\bar{R}_M - R_f) \quad (2.7)$$

### B. *Liquidity Adjusted Capital Asset Pricing Model (LCAPM)*

Pada tahun 2005 Acharya dan Pedersen mengemukakan sebuah pendekatan baru untuk membentuk sebuah portofolio yang disebut *Liquidity Adjusted Capital Asset Pricing Model (LCAPM)* yaitu CAPM dengan pengaruh risiko likuiditas. Likuiditas (*liquidity*) adalah biaya penjualan atau pembelian sekuritas dengan segera. Pendekatan likuiditas saham dapat diukur dengan *bid-ask spread* suatu sekuritas. *Bid-ask spread* menunjukkan perbedaan antara nilai permintaan tertinggi investor ingin menjual dan penawaran terendah *dealer* ingin membeli (Jogianto, 2010:163). Risiko likuiditas adalah risiko yang berkaitan dengan kesulitan untuk mencairkan portofolio atau menjual saham karena tidak ada yang membeli saham tersebut (Zubir, 2011: 22). *Return* dari sekuritas dipengaruhi oleh beberapa faktor yaitu harga harapan dari likuiditas saham, kovariansi dari *return* saham, likuiditas dengan *return* pasar dan likuiditas pasar. LCAPM menghasilkan pengaruh tambahan dari risiko likuiditas.

Tiga risiko likuiditas tersebut adalah sebagai berikut :

- $cov(l_i, l_M)$ . Pengaruh pertama adalah *return* meningkat dengan kovarians antara likuiditas sekuritas dan likuiditas pasar. Sebagian besar likuiditas saham berkaitan terhadap likuiditas pasar, sehingga *return* yang diharapkan meningkat oleh pengaruh likuiditas.
- $cov(R_i, l_M)$ . Pengaruh kedua *return* yang diharapkan dipengaruhi oleh kovarians antara *return* sekuritas dan likuiditas pasar. Hal ini berpengaruh negatif terhadap *return* yang diharapkan karena investor berharap untuk menerima *return* yang rendah pada likuiditas pasar.
- $cov(l_i, R_M)$ . Pengaruh ketiga adalah *return* yang diharapkan dipengaruhi oleh kovarians antara likuiditas sekuritas dan *return* pasar. Pengaruh ini berasal dari harapan investor untuk memperoleh *return* lebih rendah ketika pasar turun. Ketika pasar turun, investor akan jatuh dan kemungkinan akan mudah menjual sekuritas.

*Expected return* dari kombinasi sekuritas berisiko dan sekuritas tidak berisiko metode LCAPM diberikan sebagai berikut :

$$\bar{R}_c = (1 - w)R_f + wE(R_p - l_p) \quad (2.8)$$

dengan  $\bar{R}_c$  adalah *expected return* LCAPM,  $R_f$  adalah *return* bebas risiko,  $R_p$  adalah *return* portofolio,  $w$  adalah bobot dari sekuritas,  $l_p$  adalah likuiditas sekuritas sehingga  $\theta$  pada model LCAPM adalah sebagai berikut :

$$\theta = \left( \frac{E(R_p - l_p) - R_f}{\sigma_{pl}} \right) \quad (2.9)$$

Dengan adanya pengaruh risiko likuiditas dan asumsi *short sale* yang diperkenankan maka  $\theta$  pada persamaan (2.9) dapat ditulis menjadi :

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^N w_i (E(R_i - l_i) - R_f)}{(\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{li}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{lij})^{\frac{1}{2}}} \quad (2.10)$$

Dari  $\theta$  pada persamaan 2.10 diperoleh rumus *expected return* portofolio LCAPM sebagai berikut:

$$E(R_k) = R_f + E(l_k) + \lambda \beta_{1k} + \lambda \beta_{2k} - \lambda \beta_{3k} - \lambda \beta_{4k} \quad (2.11)$$

dengan :

$$\beta_{1k} = \frac{cov(R_k, R_M)}{var(R_M - l_M)} \quad \beta_{2k} = \frac{cov(l_k, l_M)}{var(R_M - l_M)} \quad \beta_{3k} = \frac{cov(R_k, l_M)}{var(R_M - l_M)} \quad \beta_{4k} = \frac{cov(l_k, R_M)}{var(R_M - l_M)}$$

$\beta_{1k}$  mengukur kepekaan return sekuritas terhadap *return* pasar.  $\beta_{2k}$  mengukur kepekaan likuiditas sekuritas terhadap likuiditas pasar.  $\beta_{3k}$  mengukur kepekaan return sekuritas terhadap likuiditas pasar.  $\beta_{4k}$  mengukur kepekaan likuiditas sekuritas terhadap *return* pasar.

Dasar dari pembobotan model LCAPM hampir sama dengan perhitungan dengan menggunakan CAPM. Model ini berdasarkan pada kondisi ekuilibrium. Dalam keadaan ekuilibrium akan dipengaruhi oleh risiko saham tersebut. Jika ingin mengetahui sumbangan suatu saham terhadap risiko suatu portofolio yang terdiversifikasi secara baik maka investor harus mengukur risiko pasar dan berakibat harus diukur kepekaan saham tersebut terhadap perubahan pasar.

$$R^* = \Sigma \cdot z_l^*$$

dengan :

$$R^* = \begin{bmatrix} (\bar{R}_1 - R_f) \\ (\bar{R}_2 - R_f) \\ (\bar{R}_3 - R_f) \\ \vdots \\ (\bar{R}_N - R_f) \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2N} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_3^2 & \dots & \sigma_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1N} & \sigma_{2N} & \sigma_{3N} & \dots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \quad z_l^* = \begin{bmatrix} \lambda w_1 \\ \lambda w_2 \\ \lambda w_3 \\ \vdots \\ \lambda w_N \end{bmatrix}$$

Maka  $z_l^* = \Sigma^{-1} \cdot R^*$

$z_l$  pada persamaan menunjukkan bahwa

$$z_l^* = \lambda \cdot w_l^*$$

Total proporsi yang diinvestasikan investor pada N sekuritas adalah sama dengan 1. Dengan  $w_i$  adalah proporsi sekuritas ke- $i$  yang diinvestasikan dalam portofolio yang terdiri dari N sekuritas maka persamaannya adalah

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^N w_l^* &= 1 \\ \sum_{l=1}^N z_l^* &= \sum_{l=1}^N \lambda w_l^* \\ \sum_{l=1}^N z_l^* &= \lambda \end{aligned} \quad (2.9)$$

Subtitusikan  $\lambda$  pada persamaan (2.9) sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned} z_l^* &= \sum_{l=1}^N z_l w_l^* \\ w_l^* &= \frac{z_l^*}{\sum_{l=1}^N z_l^*} \end{aligned} \quad (2.10)$$

dengan  $z_l^*$  adalah bagian dari investasi optimal yang ditanamkan pada setiap sekuritas dalam portofolio dan  $\sum_{l=1}^N z_l^*$  adalah total investasi semua sekuritas dalam portofolio.

### Pembentukan Portofolio dengan 8 saham LQ-45

Obyek penelitian pada studi kasus ini adalah saham-saham yang tercatat dalam BEI. Saham-saham tersebut merupakan saham-saham yang masuk LQ-45 yaitu saham AALI, BBKA, PGAS, ISAT, UNVR, TLKM, GGRM, ASRI dengan kriteria memiliki likuiditas tinggi dengan mengambil data dari periode 1 november sampai 30 november. Data *closing price* (harga penutupan saham) digunakan untuk meramalkan *return* saham. Selain itu digunakan data *bid ask* tiap saham untuk menghitung likuiditas dari saham, data tingkat suku bunga bank Indonesia sebagai aset tidak berisiko dan data IHSG sebagai pihak ke dua untuk portofolio pasar. Diketahui tingkat suku bunga Bank Indonesia pada bulan November 2011 sebagai aset bebas risiko sebesar 6 %.

Perhitungan *expected return* metode LCAPM harus mengukur kepekaan tingkat keuntungan terhadap perubahan pasar dan likuiditas terhadap perubahan pasar. Kepekaan tingkat keuntungan terhadap perubahan-perubahan pasar disebut beta investasi. Sehingga dalam model LCAPM tidak hanya akan muncul satu beta tetapi akan muncul empat beta.

Berikut ini adalah beta saham dengan model LCAPM



**Tabel 2.1** Beta saham dengan model LCAPM

Saham	$\beta_{1k}$	$\beta_{2k}$	$\beta_{3k}$	$\beta_{4k}$	$E(l_k)$	$E(R_k)$
AAJI	1,260	-0,0008	-0,013	0,039	0,004702	-0,039463
ISAT	1,197	0,004	-0,012	0,043	0,011979	-0,026932
PGAS	0,428	-0,0001	-0,006	-0,038	0,008613	0,028675
UNVR	0,295	0,002	0,006	-0,092	0,00387	0,031564
BBCA	0,720	0,006	-0,010	0,015	0,009451	0,008488
GGRM	1,273	0,0009	-0,007	-0,019	0,003989	-0,045871
TLKM	0,477	0,001	-0,006	-0,006	0,0085645	0,027087
ASRI	1,677	0,0003	-0,0173	0,0029	0,011323	-0,07152

Dengan menggunakan *Software R* maka bobot portofolio LCAPM adalah

**Tabel 2.2** Bobot masing-masing saham

Saham	Bobot saham
PGAS	0,15290892
UNVR	0,08200341
BBCA	0,19455287
TLKM	0,57051197

Diilustrasikan seorang investor akan menginvestasikan dananya sebesar Rp500.000.000,00. Investor akan membeli empat saham pada tanggal 30 November 2011 dan akan menjual saham tersebut pada tanggal 30 Desember 2011. Perkiraan keuntungan yang diperoleh investor adalah sebagai berikut:

**Tabel 2.3** Perbandingan Keuntungan portofolio

Saham	Pembobotan		Keuntungan	
	CAPM	LCAPM	CAPM	LCAPM
PGAS	0,1368	0,1529	Rp 2.809.622,00	Rp 3.133.380,00
UNVR	0,0340	0,0820	Rp 384.784,00	Rp 906.115,00
BBCA	0,2101	0,1945	Rp 4.763.432,00	Rp 4.421.656,00
TLKM	0,6189	0,5705	Rp 2.162.501,00	Rp1.994.797,00
			Rp 10.120.339,00	Rp 10.455.948,00

## KESIMPULAN

Analisis pembentukan portofolio optimal menggunakan LCAPM dipengaruhi oleh *return* bebas risiko, nilai harapan likuiditas sekuritas, dan empat macam beta.  $\beta_{1k}$  mengukur kovarians antara *return* sekuritas dengan *return* pasar.  $\beta_{2k}$  mengukur kovarians antara likuiditas pasar dengan likuiditas sekuritas.  $\beta_{3k}$  mengukur kovarians antara *return* sekuritas dengan likuiditas pasar, dan  $\beta_{4k}$  mengukur kovarians likuiditas sekuritas terhadap *return* pasar.

## SARAN

Dalam berinvestasi, investor memilih saham-saham yang mempunyai tingkat likuiditas yang baik dan dalam pengambilan keputusan investasi investor tidak hanya melihat *expected return* saja namun risiko portofolio juga harus dipertimbangkan. Selain menggunakan data harian saham, pembaca dapat memperluas pembahasan tentang metode LCAPM pada investasi keuangan yang lain seperti obligasi.

## DAFTAR PUSTAKA

- Acharya, v.v dan Pederson, L.H.(2005).“*Asset With Liquidty Risk Journal of Financial Economic*” 77, 375-410
- Anton,H (1991). *Elementary Linear Algebra* (Silaban, Pantur dan Susila, I. Nyoman. Terjemahan).

- Pennsylvania : Anton Textbooks, Inc. Buku asli diterbitkan tahun 1987.
- Bain, L.J.&Engelhardt. (1992). *Introduction to Probability and Mathematical Statistics 2<sup>nd</sup> ed.* Belmont, CA: Duxbury Press.
- Butler, A.W., Grullon, G.& Weaton, J.P, (2005), “*Stock Market Liquidity and The Cost of Issuing Equity*”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 40, 331-348.
- Chordia, T., Roll, R. & Subrahmanyam, A (2000), “ *Commonality in Liquidity*”. *Journal of Financial Economics*, 56, 3-28.
- Dalimunthe, Z & Wibowo.B.(2006). *Investment 6<sup>th</sup>ed* (Zvi, B., Alex, K. & Alan, J.M. Terjemahan).The McGraw-Hill Companies. Buku asli diterbitkan tahun 2005.
- Eduardus Tandelilin.( 2007). *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio*, Edisi Pertama. Yogyakarta : BPF
- Elton, E.J and Gruber, M.J. (2003) *Modern Portofolio Theory and invesment analysis*6<sup>th</sup> ed.Jhon wiley and sons,inc.
- Fabozzi, F.J & Mondigliani, F. (2009) *Capital Market Instutions and Instrument 4<sup>nd</sup> ed.* Prentice-Hall: New Jerse.
- Halim, A. (2003). *Analisis Investasi*. Jakarta: Salemba empat.
- Husnan, S. (1998). *Dasar-Dasar Teori Portofolio dan Analisis Sekuritas*. Yogyakarta: Unit penerbit & percetakan AMP YKPN.
- Jogiyanto, Hartono. (2010). Edisi Ketujuh. *Teori Portofolio dan Analisis Investasi*.Yogyakarta : BPF
- Johnson, R.A. and Wichern,D.W. (1982), *Applied Multivariate Statistical Analysisi*. Prentice-Hall: New Jerse.
- Luenberger, D.G. (1998) *Investment Science, Oxford university press : New York*
- Njoolistik, H & Agustino.(1997). *Investment 5<sup>th</sup>ed* (Sharpe, W.F., Alexander, G.J & Bailey, J.V. Terjemahan). New Jersey: Prentice Hall Inc.
- Purcell,E.J &Varberg,D. (1987). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. (Terjemahan oleh I Nyoman Susila). Edisi Kelima. Jakarta : Erlangga.
- Purbayu Budi & Ashari. (2005). *Analisis Statistik dengan Microsoft Excel &SPSS*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Robert, F.E & Jeffery, M.W. (1988), “*A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances*”. *Journal of Political Economy*, 96. 116-131.
- Rosadi, D. (2011). *Analisis Ekonometrika & Runtun Waktu Terapan dengan R* Yogyakarta: Andi
- Samsul, M. (2006). *Pasar modal dan management portofolio*.Jakarta:Erlangga.
- Saputra, K.A .(1999). *Pengaruh Resiko Sistematis dan Likuiditas Terhadap Tingkat Pengembalian Saham Badan-Badan Usaha yang Go-Public*. *Jurnal Manajemen dan Kewirausahaan* 4, 15-25
- Sharpe, W.F., G.J. Alexander, dan J.V. Bailey. (1999). *Investments. 6th edition, Prentice Hall, Inc, New Jersey*.
- Walpole, Ronald. (1995). *Pengantar Statistika*. Edisi Ketiga. Jakarta: PT.Gramedia Pustaka Utama
- Zubir, Z. (2011). *Manajemen Portofolio Penerapannya dalam investasi saham*. Jakarta: Salemba empat.

## KENDALI OPTIMAL PENGOBATAN TUMOR DENGAN KOMBINASI KEMOTERAPI DAN IMMUNOTERAPI

Fatanur Baity Tsulutsya dan Subchan

Pasca Sarjana Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya  
[fatnurits@yahoo.com](mailto:fatnurits@yahoo.com)

### Abstrak

Tumor merupakan sekelompok sel-sel abnormal yang terbentuk dari hasil proses pembelahan sel yang berlebihan dan tak terkoordinasi. Tumor dibagi mejadi dua golongan besar yaitu tumor jinak (*benign*) dan tumor ganas (*malignant*) atau yang populer dengan sebutan kanker. Beberapa jenis pengobatan penyakit tumor antara lain: pembedahan, kemoterapi, radioterapi, terapi hormon dan imunoterapi. Penjadwalan pengobatan dengan kombinasi kemoterapi dan imunoterapi menunjukkan banyak potensi untuk berhasil. Tujuan pengembangan strategi kombinasi kemoterapi dan imunoterapi adalah menggunakan obat kemoterapi seminimal mungkin yang secara efektif membunuh sel tumor sekaligus memanfaatkan imunoterapi untuk meningkatkan sistem imun pasien, sehingga memperkuat sistem pertahanan alami tubuh melawan sel-sel tumor dan meminimumkan efek samping bahaya kemoterapi. Dalam makalah ini dibahas kendali optimal pengobatan tumor dengan kombinasi kemoterapi dan imunoterapi. Penyelesaian permasalahan kendali optimal diselesaikan menggunakan metode langsung dengan mentransformasikan ke dalam bentuk permasalahan NLP (*Non Linear Programming*).

**Kata-kunci:** Tumor, Kemoterapi, Imunoterapi, Kendali optimal.

### PENDAHULUAN

Tumor merupakan sekelompok sel-sel abnormal yang terbentuk dari hasil proses pembelahan sel yang berlebihan dan tak terkoordinasi. Tumor dibagi mejadi dua golongan besar yaitu tumor jinak (*benign*) dan tumor ganas (*malignant*) atau yang populer dengan sebutan kanker. Penyakit tumor disebabkan oleh beberapa faktor antara lain : virus, kecanduan rokok, minuman beralkohol, faktor genetis, obesitas, radiasi sinar ultraviolet, zat kimia dan lain-lain. Beberapa jenis pengobatan penyakit tumor antara lain: pembedahan, kemoterapi, radioterapi, terapi hormon, dan imunoterapi (Sudoyo, 2011).

Kemoterapi adalah tindakan atau terapi pemberian senyawa kimia (obat kanker) untuk mengurangi, menghilangkan atau menghambat pertumbuhan parasit atau mikroba di tubuh pasien (*hospes*.) Tujuan kemoterapi adalah untuk mengobati atau memperlambat pertumbuhan tumor atau mengurangi gejalanya (Lesnussa, 2009). Imunoterapi merupakan teknik pengobatan baru untuk tumor yang mengerahkan dan lebih mendayagunakan sistem kekebalan tubuh untuk memerangi tumor. Karena hampir selalu menggunakan bahan-bahan alami dari makhluk hidup, terutama manusia, maka imunoterapi sering juga disebut bioterapi atau terapi biologis (Raihannuri, 2010). Tujuan dari imunoterapi adalah untuk memperkuat kemampuan alami tubuh sendiri untuk memerangi kanker dengan meningkatkan efektifitas dari sistem imun (De Pillis dkk, 2006).

Penjadwalan pengobatan dengan kombinasi kemoterapi dan imunoterapi menunjukkan banyak potensi untuk berhasil. Tujuan pengembangan strategi kombinasi kemoterapi dan imunoterapi adalah menggunakan obat kemoterapi seminimal mungkin yang secara efektif membunuh sel tumor sekaligus memanfaatkan imunoterapi untuk meningkatkan sistem imun pasien, sehingga memperkuat sistem pertahanan alami tubuh melawan sel-sel tumor dan meminimumkan efek samping bahaya kemoterapi .

Dalam makalah ini dibahas kendali optimal pengobatan tumor dengan kombinasi kemoterapi dan imunoterapi. Penyelesaian permasalahan kendali optimal diselesaikan menggunakan metode langsung dengan mentransformasikan ke dalam bentuk permasalahan NLP (*Non Linear Programming*).

## PEMBAHASAN

### Model Matematika Kombinasi Kemoterapi dan Immunoterapi Tumor

Model De Pillis, dkk (2006) dikembangkan dengan memasukkan endogenous IL-2 yang diproduksi dari sel CD4<sup>+</sup>T dan CD8<sup>+</sup>T. Perhitungan untuk proliferasi IL-2 distimulasi dari proliferasi sel NK, penetapan kejenuhan IL-2 dengan dinamika Michaelis-Menten dan menyederhanakan bagian-bagian tertentu dari model untuk analisis kendali optimal.

Persamaan differensial biasa dari model tersebut dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{dT}{dt} = aT(1-bT) - cNT - DT - K_T(1 - e^{-\delta_r M})T \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt} = f\left(\frac{e}{f}C - N\right) - pNT + \frac{p_N NI}{g_N + I} - K_N(1 - e^{-\delta_N M})N \quad (2)$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\theta mL}{\theta + I} + j\frac{T}{k+T}L - qLT + (r_1 N + r_2 C)T - \frac{uL^2 CI}{\kappa + I} - K_L(1 - e^{-\delta_L M})L + \frac{p_I LI}{g_I + I} + v_L(t) \quad (3)$$

$$\frac{dC}{dt} = \beta\left(\frac{\alpha}{\beta} - C\right) - K_C(1 - e^{-\delta_C M})C \quad (4)$$

$$\frac{dM}{dt} = -\gamma M + v_M(t) \quad (5)$$

$$\frac{dI}{dt} = -\mu_I + \phi C + \frac{\omega LI}{\zeta + I} + v_I(t) \quad (6)$$

Dengan

$$D = d \frac{(L/T)^l}{s + (L/T)^l} \quad (7)$$

dengan

$T(t)$  = Total populasi sel tumor;

$N(t)$  = Konsentrasi sel NK per liter darah (sel / l);

$L(t)$  = Konsentrasi sel CD8<sup>+</sup>T per liter darah (sel / l);

$C(t)$  = Konsentrasi dari limfosit per liter darah, tidak termasuk sel-sel NK dan sel CD8<sup>+</sup>T (sel / l);

$M(t)$  = Konsentrasi dari obat kemoterapi per liter darah (mg / l);

$I(t)$  = Konsentrasi dari IL-2 per liter darah (IU / l);

$v_L(t)$  = Jumlah sel CD8<sup>+</sup>T yang teraktivasi oleh tumor yang disuntikkan per hari per liter dari volume darah (sel / l per hari);

$v_M(t)$  = Jumlah doxorubicin disuntikkan per hari per liter dari volume tubuh (dalam mg / l per hari), dan

$v_I(t)$  = Jumlah IL-2 yang disuntikkan per hari per liter dari volume tubuh (dalam IU / l per hari).

Dari persamaan (1)-(6) terdapat suatu fungsi objektif (*indeks performa*) yang bertujuan untuk meminimalkan jumlah populasi sel tumor sehingga diperoleh dosis obat yang optimal, dimana fungsi objektifnya berbentuk linier. Variabel kendali  $v_L, v_M, v_I$  berfungsi sebagai kendali (kontrol) untuk mengurangi, menghambat dan mengendalikan populasi sel tumor sehingga didapat dosis obat optimal dalam pengobatan tumor dengan kombinasi kemoterapi dan immunoterapi. Fungsi objektif atau indeks performa yang akan diminimumkan yaitu:

$$J(v_L, v_M, v_I) = \int_0^{t_f} (T(t) + \epsilon_L v_L(t) + \epsilon_M v_M(t) + \epsilon_I v_I(t)) dt \quad (8)$$

dengan kondisi batas sebagai berikut :

$$T(0) = T_0, N(0) = N_0, L(0) = L_0, C(0) = C_0, M(0) = M_0, I(0) = I_0, 0 \leq v_L(t), v_M(t), v_I(t) \leq 1$$

## Penyelesaian Masalah kendali optimal pengobatan tumor dengan kombinasi kemoterapi dan imunoterapi

Untuk menyelesaikan model kombinasi kemoterapi dan imunoterapi tumor dengan menggunakan teori kendali optimal, hal pertama yang harus dilakukan adalah membentuk persamaan Hamiltonian.

$$\begin{aligned}
 H = & T(t) + \epsilon_L v_L + \epsilon_M v_M + \epsilon_I v_I + \lambda_1 \left( aT - abT^2 - cNT - \frac{d(L/T)^l T}{s + (L/T)^l} - K_T T + K_T T e^{-\delta_T M} \right) \\
 & + \lambda_2 \left( eC - fN - pNT + \frac{p_N NI}{g_N + I} - K_N N + K_N N e^{-\delta_N M} \right) \\
 & + \lambda_3 \left( \frac{\theta mL}{\theta + I} + \frac{jTL}{k+T} - qLT + r_1 NT + r_2 CT - \frac{uL^2 CI}{\kappa + I} - K_L L + K_L L e^{-\delta_L M} + \frac{p_I LI}{g_I + I} + v_L \right) \\
 & + \lambda_4 (\alpha - \beta C - K_C C - K_C C + K_C C e^{-\delta_C M}) + \lambda_5 (-\gamma M + v_M) + \lambda_6 \left( -\mu_I I + \phi C + \frac{\omega LI}{\zeta + I} + v_I \right)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan prinsip minimum Pontryagin maka harus memenuhi kondisi stasioner, persamaan keadaan  $\dot{x}(t)$  dan co-state  $\dot{\lambda}(t)$

### a. Kondisi stasioner

Kondisi stasioner yang harus dipenuhi adalah

- $\frac{\partial H}{\partial v_L} = 0$   
 $\frac{\partial H}{\partial v_L} = \epsilon_L + \lambda_3 = 0$
- $\frac{\partial H}{\partial v_M} = 0$   
 $\frac{\partial H}{\partial v_M} = \epsilon_M + \lambda_5 = 0$
- $\frac{\partial H}{\partial v_I} = 0$   
 $\frac{\partial H}{\partial v_I} = \epsilon_I + \lambda_6 = 0$

### b. Persamaan keadaan

Pada persamaan Hamiltonian yang terbentuk dapat diperoleh persamaan keadaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \dot{T} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} &= \left( aT - abT^2 - cNT - \frac{d(L/T)^l T}{s + (L/T)^l} - K_T T + K_T T e^{-\delta_T M} \right) \\
 \dot{N} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} &= \left( eC - fN - pNT + \frac{p_N NI}{g_N + I} - K_N N + K_N N e^{-\delta_N M} \right) \\
 \dot{L} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} &= \left( \frac{\theta mL}{\theta + I} + \frac{jTL}{k+T} - qLT + r_1 NT + r_2 CT - \frac{uL^2 CI}{\kappa + I} - K_L L + K_L L e^{-\delta_L M} + \frac{p_I LI}{g_I + I} + v_L \right) \\
 \dot{C} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} &= (\alpha - \beta C - K_C C - K_C C + K_C C e^{-\delta_C M}) \\
 \dot{M} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_5} &= (-\gamma M + v_M) \\
 \dot{I} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_6} &= \left( -\mu_I I + \phi C + \frac{\omega LI}{\zeta + I} + v_I \right)
 \end{aligned}$$

**c. Persamaan co-state**

Pada persamaan Hamiltonian yang terbentuk dapat diperoleh co-state sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -\frac{\partial H}{\partial T} = -1 - \lambda_1 \left( a - 2abT - cN + \frac{sdL^l T^{-l} - sdL^l T^{-l} - dL^{2l} T^{-2l}}{(s + (L/T)^l)^2} - K_T + K_T e^{-\delta_T M} \right) - \lambda_2 (-pN) \\ &\quad - \lambda_3 \left( \frac{jkL}{(k+T)^2} - qL + r_1 N + r_2 C \right) \\ \dot{\lambda}_2 &= -\frac{\partial H}{\partial N} = -\lambda_1 (-cT) - \lambda_2 \left( -f + \frac{p_N I}{g_N + I} - K_N + K_N e^{-\delta_N M} \right) - \lambda_3 (r_1 T) \\ \dot{\lambda}_3 &= -\frac{\partial H}{\partial N} = \lambda_1 \left( \frac{lsdL^{l-1} T^{-l+1}}{(s + (L/T)^l)^2} \right) + \lambda_3 \left( -\frac{\theta m}{\theta + I} - \frac{jT}{k+T} + qT + \frac{2uLCI}{\kappa + I} + K_L - K_L e^{-\delta_L M} - \frac{p_I I}{g_I + I} \right) - \lambda_6 \left( \frac{\omega I}{\zeta + I} \right) \\ \dot{\lambda}_4 &= -\frac{\partial H}{\partial C} = -\lambda_2 (e) - \lambda_3 \left( r_2 T - \frac{uL^2 I}{\kappa + I} \right) - \lambda_4 (-\beta - K_C + K_C e^{-\delta_C M}) - \lambda_6 (\phi) \\ \dot{\lambda}_5 &= -\frac{\partial H}{\partial M} = -\lambda_1 (-\delta_T K_T T e^{-\delta_T M}) - \lambda_2 (-\delta_N K_N N e^{-\delta_N M}) - \lambda_3 (-\delta_L K_L L e^{-\delta_L M}) - \lambda_4 (-\delta_C K_C C e^{-\delta_C M}) - \lambda_5 (-\gamma) \\ \dot{\lambda}_6 &= -\frac{\partial H}{\partial I} = -\lambda_2 \left( \frac{p_N g_N N}{(g_N + I)^2} \right) + \lambda_3 \left( \frac{\theta m L}{\theta + I} + \frac{u\kappa L^2 C}{(\kappa + I)^2} - \frac{p_I g_I L}{(g_I + I)^2} \right) + \lambda_6 \left( \mu_I - \frac{\omega \zeta L}{(\zeta + I)^2} \right) \end{aligned}$$

Kendali  $v_n(t)$  muncul secara linier dalam Hamiltonian sehingga  $v_n(t)$  yang optimal tidak dapat ditentukan dari kondisi  $H_{v_n} = 0$ . Karena  $v_n(t)$  terbatas maka dapat ditetapkan Hamiltonian yang maksimum seperti dibawah ini (Subchan dan Zbikowski,2009)

$$v_n(t) = \begin{cases} v_n \max & \text{jika } H_{v_n} < 0 \\ v_n \sin g & \text{jika } H_{v_n} = 0 \\ v_n \min & \text{jika } H_{v_n} > 0 \end{cases}$$

dengan fungsi switching

$$\frac{\partial H}{\partial v_L} = \epsilon_L + \lambda_3 = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial v_M} = \epsilon_M + \lambda_5 = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial v_I} = \epsilon_I + \lambda_6 = 0$$

Jumlah obat yang diberikan kepada pasien  $v_{n \min} \leq v_n(t) \leq v_{n \max}$

a. Ketika  $v_n(t)$  pada nilai batasnya ( $v_n(t) = v_n \max$  atau  $v_n(t) = v_n \min$ )

$$v_L(t) = \begin{cases} v_L \max & \text{jika } \epsilon_L + \lambda_3 < 0 \\ v_L \min & \text{jika } \epsilon_L + \lambda_3 > 0 \end{cases}$$

$$v_M(t) = \begin{cases} v_M \max & \text{jika } \epsilon_M + \lambda_5 < 0 \\ v_M \min & \text{jika } \epsilon_M + \lambda_5 > 0 \end{cases}$$

$$v_I(t) = \begin{cases} v_I \max & \text{jika } \epsilon_I + \lambda_6 < 0 \\ v_I \min & \text{jika } \epsilon_I + \lambda_6 > 0 \end{cases}$$

b. Ketika  $v_n(t) = v_n(t)$  singular (singular control)

Ketika fungsi switching  $H_{v_n}$  menjadi nol dalam interval  $(0, T) \subset (t_0, t_f)$ , kendali  $v_n(t)$  menjadi

singular Menurut Bryson dan Ho (1975) busur singular terjadi ketika  $\frac{\partial H}{\partial v} = 0$  dan  $\frac{d^2 H_v}{dt^2} = 0$ .

Dengan menggunakan bang-bang control maka diperoleh:

**Untuk kasus**  $v_L$

$$v_L = -\frac{Z}{\left(\lambda_1\left(\frac{\partial^2 D}{\partial L^2}\right) + 2u\left(\frac{I}{\kappa+I}\right)C\right)} - Y\left(\lambda_1\left(\frac{\partial^2 D}{\partial L^2}\right) + 2u\left(\frac{I}{\kappa+I}\right)C\right)$$

Dengan

$$Y = \frac{\theta mL}{\theta+I} + j\frac{T}{k+T}L - qLT + (r_1N + r_2C)T - \frac{uL^2CI}{\kappa+I} - K_L(1 - e^{-\delta_L M})L + \frac{p_1LI}{g_I+I}$$

$$Z = -\left(\lambda_1\left(\frac{\partial D}{\partial L}T\right) + \lambda_1\left(\frac{\partial^2 D}{\partial T\partial L}\right) + \lambda_3\left(\left(-\frac{\theta m}{\theta+I} - \frac{jT}{k+T} + qT + \frac{2uLCI}{\kappa+I} + K_L - K_L e^{-\delta_L M} - \frac{p_1I}{g_I+I}\right) - \lambda_6\left(\frac{\omega I}{\zeta+I}\right)\right)\right)$$

$$+ \lambda_3\left(\frac{\theta m}{(\theta+I)^2}i - \frac{jk}{(k+T)^2}\dot{T} + q\dot{T} - \frac{p_1g_I}{(g_I+I)^2}i + \delta_L K_L e^{-\delta_L M} \dot{M} + 2uLC\left(\frac{\kappa}{(\kappa+1)^2}\right)i + 2u\left(\frac{I}{\kappa+I}\right)L\dot{C}\right)$$

$$- \lambda_6\left(\frac{\omega I}{\zeta+I}\right) - \lambda_6\left(\frac{\omega\zeta}{(\zeta+I)^2}\right)\dot{i}$$

**Untuk kasus**  $v_M$

$$v_M = \frac{-V}{W} + \gamma MW$$

Dengan

$$W = (\delta_T K_T \lambda_1 T (-\delta_T e^{-\delta_T M}) + \delta_N K_N \delta_N K_N + \delta_L K_L \lambda_3 L (-\delta_L e^{-\delta_L M}) + \delta_C K_C \lambda_4 C (-\delta_C e^{-\delta_C M}))$$

$$V = \delta_T K_T e^{-\delta_T M} (\lambda_1 \dot{T} + T \dot{\lambda}_1) + \delta_N K_N e^{-\delta_N M} (\lambda_2 \dot{N} + N \dot{\lambda}_2) + \delta_L K_L e^{-\delta_L M} (\lambda_3 \dot{L} + L \dot{\lambda}_3) + \delta_C K_C e^{-\delta_C M} (\lambda_4 \dot{C} + C \dot{\lambda}_4) + \gamma \dot{\lambda}_5$$

**Untuk kasus**  $v_I$

$$v_I = -\frac{R}{Q} - QS$$

Dengan

$$Q = \left(\frac{2\lambda_2 p_N g_N N}{(g_N+I)^3} - \frac{2\lambda_3 \theta mL}{(\theta+I)} - \frac{2\lambda_3 u \kappa L^2 C (\kappa+I)}{(\kappa+I)^3} + \frac{2\lambda_3 p_I g_I}{(g_I+I)^3}\right)$$

$$R = -\dot{\lambda}_2\left(\frac{p_N g_N}{(g_N+I)^2}\right) + \dot{\lambda}_3\left(\frac{\theta mL}{(\theta+I)^2} + \frac{u \kappa L^2 C}{(\kappa+I)^2} - \frac{p_I g_I L}{(g+I)^2}\right) - \dot{\lambda}_2\left(\frac{p_N g_N}{(g_N+I)^2}\right) + \dot{\lambda}_3\left(\frac{\theta mL}{(\theta+I)^2} + \frac{u \kappa L^2 C}{(\kappa+I)^2} - \frac{p_I g_I L}{(g+I)^2}\right)$$

Penyelesaian masalah kendali optimal pengobatan tumor dengan kombinasi kemoterapi dan imunoterapi menggunakan metode langsung didasarkan pada transformasi masalah kendali optimal ke dalam permasalahan *Non Linear Programming* (NLP) dengan mendiskritisasi persamaan *state* dan/atau persamaan kendali. Penyelesaian masalah kendali optimal kombinasi kemoterapi dan imunoterapi tumor dilakukan dengan menggunakan *toolbox* DOTcvp yang dijalankan pada software MATLAB 7.8.0.347 DOTcvp (*Dynamic Optimization Toolbox with control vector parameterization approach*) merupakan *toolbox* yang menerapkan metode pendekatan parameterisasi variabel kendali yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah NLP.

Untuk dapat melakukan simulasi dari masalah kendali optimal pengobatan tumor dengan kombinasi kemoterapi dan imunoterapi dengan menggunakan DOTcvp, diperlukan nilai-nilai parameter dari model sistem dinamik yang dinyatakan pada Tabel 1.

**Tabel 1:** Nilai Parameter

No	Parameter	Deskripsi	Nilai estimasi
1	$a$	Laju pertumbuhan tumor	$4.31 \times 10^{-1}$
2	$b$	Invers dari carrying capacity	$1.02 \times 10^{-9}$
3	$c$	Tingkat kematian tumor yang terinduksi NK	$2.9077 \times 10^{-13}$
4	$K_T$	Tingkat kematian tumor yang terinduksi kemoterapi	$9 \times 10^{-1}$
5	$\delta_T$	Koefisien kemanjuran obat	1.8328
6	$e/f$	Rasio tingkat sintesis sel NK dengan tingkat turnover	$1.11 \times 10^{-1}$
7	$f$	Tingkat turnover sel NK	$1.25 \times 10^{-2}$
8	$p$	Tingkat kematian sel NK karena interaksi tumor	$2.794 \times 10^{-13}$
9	$p_N$	Tingkat proliferasi sel NK yang terinduksi IL-2	$6.68 \times 10^{-2}$
10	$g_N$	Konsentrasi IL-2 setengah dari maksimal proliferasi sel NK	$2.5036 \times 10^5$
11	$K_N$	Tingkat deplesi NK dari toksisitas obat	$6.75 \times 10^{-2}$
12	$\delta_N$	Koefisien toksisitas obat	1.8328
13	$m$	Tingkat turnover sel CD8 <sup>+</sup> T yang teraktivasi	$9 \times 10^{-3}$
14	$\theta$	Konsentrasi IL-2 yang mengurangi setengah turnover sel CD8 <sup>+</sup> T	$2.5036 \times 10^{-3}$
15	$q$	Tingkat kematian sel CD8 <sup>+</sup> T akibat interaksi tumor	$3.422 \times 10^{-10}$
16	$r_1$	Tingkat debris lisis sel NK tumor dalam aktivasi sel CD8 <sup>+</sup> T	$2.9077 \times 10^{-11}$
17	$r_2$	Tingkat produksi CD8 dari sirkulasi limfosit	$5.8467 \times 10^{-13}$
18	$p_I$	Tingkat aktivasi sel CD8 <sup>+</sup> T yang terinduksi IL-2	2.971
19	$g_I$	Konsentrasi IL-2 untuk setengah maksimal aktivasi sel CD8 <sup>+</sup> T	$2.5036 \times 10^3$
20	$u$	Koefisien sel CD8 <sup>+</sup> T membatasi feedback	$4.417 \times 10^{-14}$
21	$\kappa$	Konsentrasi IL-2 untuk setengah sel CD8 <sup>+</sup> T	$2.5036 \times 10^3$
22	$j$	Tingkat debris lisis sel CD8 <sup>+</sup> T tumor yang diaktifkan sel CD8 <sup>+</sup> T	$1.245 \times 10^{-2}$
23	$k$	Ukuran tumor untuk setengah dari maksimal debris lisis CD8 <sup>+</sup> T dalam aktivasi sel CD8 <sup>+</sup> T	$2.019 \times 10^7$
24	$K_L$	Tingkat deplesi CD8 <sup>+</sup> T dari toksisitas obat	$4.86 \times 10^{-2}$
25	$\delta_L$	Koefisien toksisitas obat	1.8328
26	$\alpha/\beta$	Rasio tingkat sirkulasi produksi limfosit dengan tingkat turnover	$2.25 \times 10^{-1}$
27	$\beta$	Tingkat perputaran limfosit	$6.3 \times 10^{-3}$
28	$K_C$	Tingkat penipisan limfosit dari toksisitas obat	$3.4 \times 10^{-2}$
29	$\delta_c$	Koefisien toksisitas obat	1.8328
30	$\gamma$	Tingkat ekskresi dan penghapusan doxorubicin	$5.199 \times 10^{-1}$
31	$\mu_I$	Tingkat ekskresi dan penghapusan IL-2	11.7427
32	$\omega$	Tingkat produksi IL-2 dari sel CD8 <sup>+</sup> T	$7.874 \times 10^{-2}$
33	$\phi$	Tingkat produksi IL-2 dari sel CD4 <sup>+</sup> / sel CD8 <sup>+</sup> T naive	$2.38405 \times 10^{-7}$
34	$\zeta$	Konsentrasi IL-2 dari setengah maksimal sel CD8 <sup>+</sup> T produksi sel IL-2	$2.5036 \times 10^3$
35	$d$	Koefisien kekuatan sistem imun	1.88
36	$l$	Skala koefisien kekuatan sistem imun	1.81
37	$s$	Nilai $(L/T)^l$ yang diperlukan untuk setengah maksimal toksisitas sel CD8 <sup>+</sup> T	$5.12 \times 10^{-1}$

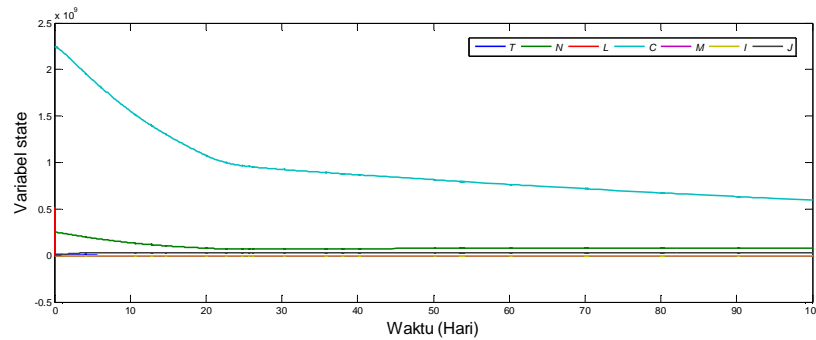


### Simulasi Numerik dan Analisa Hasil

Simulasi untuk masalah kendali optimal kombinasi kemoterapi dan imunoterapi tumor dilakukan dengan waktu awal  $t_0 = 0$  dan waktu akhir  $t_f = 100$ , nilai variabel kontrol untuk dosis obat  $v_L, v_M, v_I$  berkisar antara 0 dan 1. Simulasi dilakukan untuk waktu proses kombinasi kemoterapi dan imunoterapi tumor selama 100 hari.

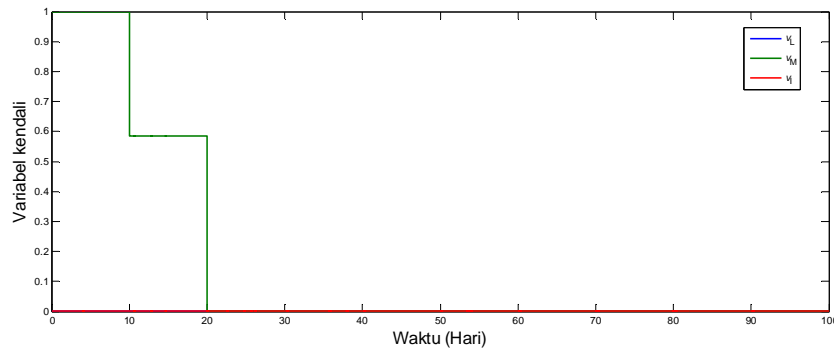
- a. Kasus populasi sel tumor lebih kecil dari konsentrasi sel NK, konsentrasi sel  $CD8^+T$  dan konsentrasi limfosit ( $T < N, T < L, T < C$ )

Kondisi awal pada masing-masing populasi sel tumor  $10^7$  sel, konsentrasi sel NK  $2.5 \times 10^8$ , konsentrasi sel  $CD8^+T$   $5.268 \times 10^8$ , konsentrasi limfosit  $2.25 \times 10^9$



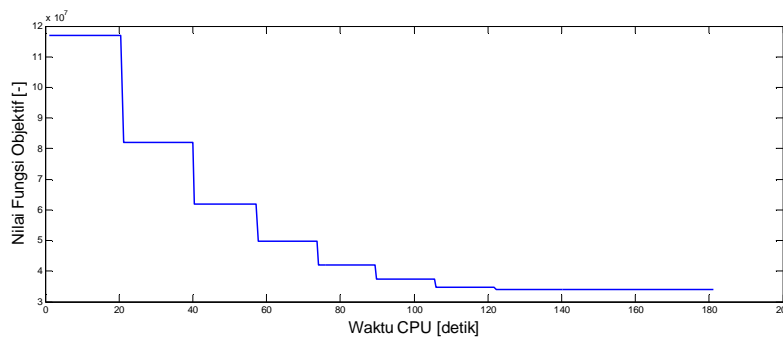
**Gambar 1.** Variabel State

Gambar 1 menunjukkan bahwa jumlah populasi sel tumor akan menurun drastis dari titik maksimum  $10^7$  menuju titik minimum  $6.65 \times 10^{-3}$ . Konsentrasi sel NK akan mengalami penurunan dari titik  $2.5 \times 10^8$  sampai pada titik  $7.6 \times 10^7$ . Sel  $CD8^+T$  akan mengalami penurunan dari titik  $5.268 \times 10^8$  sampai titik  $7.52 \times 10^4$ . Konsentrasi limfosit akan mengalami penurunan dari titik  $2.25 \times 10^9$  sampai  $5.9 \times 10^8$ . Konsentrasi obat kemoterapi mengalami penurunan dari titik awal sampai pada titik  $4.5 \times 10^{-14}$ . Konsentrasi IL-2 mengalami penurunan dari titik 1073 menuju titik  $1.511 \times 10^1$ .



**Gambar 2.** Variabel Kendali

Gambar 2 menunjukkan bahwa kendali dalam bentuk *bang-bang*. Variabel kendali  $v_L, v_M, v_I$  menurun drastis, hal ini mengindikasikan kekuatan dosis obat dalam menekan dan membunuh pertumbuhan sel tumor sehingga menuju titik keseimbangan nol.

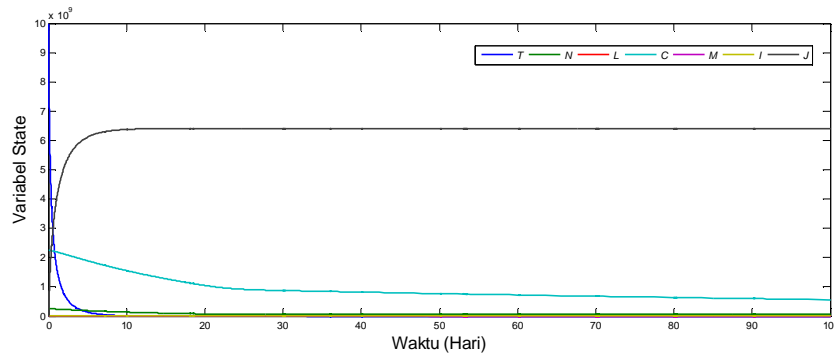


**Gambar 3.** Fungsi Objektif

Gambar 3 menunjukkan bahwa nilai fungsi objektif akan semakin menuju ke konvergen atau titik keseimbangan nol. Hal ini menunjukkan bahwa nilai fungsi objektif sangat cepat menuju ke titik optimal. Dari hasil simulasi secara numerik dengan menggunakan DOTcvp diperoleh nilai numerik dari fungsi objektif sebesar  $J(v_L, v_M, v_I) = 33948688.25331666$ .

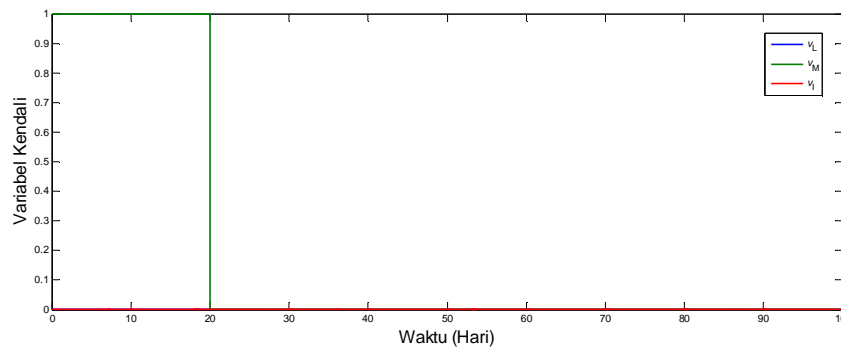
- b. Kasus populasi sel tumor lebih besar dari konsentrasi sel NK, konsentrasi sel  $CD8^+T$  dan konsentrasi limfosit ( $T > N, T > L, T > C$ )

Kondisi awal pada masing-masing populasi sel tumor  $10^{10}$  sel, konsentrasi sel NK  $2.5 \times 10^8$ , konsentrasi sel  $CD8^+T$   $5.268 \times 10^5$ , konsentrasi limfosit  $2.25 \times 10^9$ .



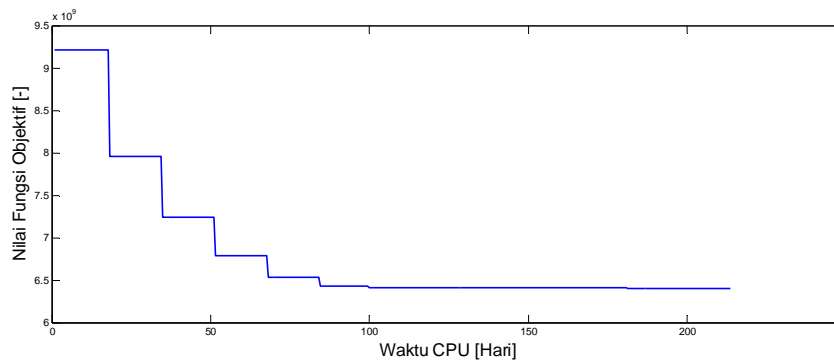
Gambar 4. Variabel State

Gambar 4 menunjukkan bahwa jumlah populasi sel tumor akan menurun drastis dari titik maksimum  $10^{10}$  menuju titik minimum  $4.57 \times 10^{-2}$ . Konsentrasi sel NK akan mengalami penurunan dari titik  $2.5 \times 10^8$  sampai pada titik  $7.08 \times 10^7$ . Sel  $CD8^+T$  akan mengalami penurunan dari titik  $5.268 \times 10^5$  sampai titik  $9.29 \times 10^4$ . Konsentrasi limfosit akan mengalami penurunan dari titik  $2.25 \times 10^9$  sampai titik  $5.62 \times 10^8$ . Konsentrasi obat kemoterapi mengalami penurunan dari titik awal sampai pada titik  $4.27 \times 10^{-14}$ . Konsentrasi  $IL - 2$  mengalami penurunan dari titik 1073 menuju titik  $1.517 \times 10^1$ .



Gambar 5. Variabel Kendali

Gambar 5 menunjukkan bahwa kendali dalam bentuk bang-bang. Variabel kendali  $v_L, v_M, v_I$  menurun drastis, hal ini mengindikasikan kekuatan dosis obat dalam menekan dan membunuh pertumbuhan sel tumor sehingga menuju titik keseimbangan nol.



Gambar 6. Fungsi Objektif

Gambar 6 menunjukkan bahwa nilai fungsi objektif akan semakin menuju ke konvergen atau titik keseimbangan nol. Hal ini menunjukkan bahwa nilai fungsi objektif sangat cepat menuju ke titik optimal. Dari hasil simulasi secara numerik dengan menggunakan DOTcvp diperoleh nilai numerik dari fungsi objektif sebesar  $J(v_L, v_M, v_I) = 6405399773.64807990$ .

#### KESIMPULAN

- Ukuran besar kecilnya populasi sel tumor, konsentrasi sel  $NK$ ,  $CD8^+T$  dan konsentrasi limfosit pada kondisi awal sangat berpengaruh terhadap dosis obat optimal yang diterapkan dalam proses pengobatan yaitu semakin besar populasi tumor, maka semakin besar pula dosis optimal yang dicapai
- Variabel kendali  $v_L, v_M, v_I$  menurun drastis, hal ini mengindikasikan kekuatan dosis obat dalam menekan dan membunuh pertumbuhan sel tumor sehingga mendekati titik kesetimbangan nol.
- Hubungan nilai fungsi tujuan dan waktu CPU (CPU time) mengindikasikan bahwa untuk kasus populasi sel tumor lebih kecil dari populasi sel  $NK$ ,  $CD8^+T$  dan konsentrasi limfosit maka nilai fungsi objektif akan semakin cepat konvergen ke titik kesetimbangan nol daripada untuk kasus dimana populasi sel tumor lebih besar dari populasi sel  $NK$ ,  $CD8^+T$  dan konsentrasi limfosit.

#### Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ing. Thomas Hirmajer, Ph.D, atas kontribusi beliau dalam pembuatan DOTcvp yang telah digunakan dalam pembahasan pada penelitian ini.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Bryson, A. E. dan Ho, Y. C. (1975). *Applied Optimal Control*. New York: Taylor & Francis Group
- De Pillis, L.G. dkk. (2006). *Mixed immunotherapy and chemotherapy of tumors: Modeling, applications and biological interpretations*. Journal of Theoretical Biology, (238)4, 841–862.
- De Pillis, L.G. dkk. (2007), *Seeking bang-bang solutions of mixed Immuno-chemotherapy of tumor*, Electronic Journal of Differential Equations, Vol. 2007, No. 171, pp. 1–24.
- De Pillis, L.G. dkk. (2009), *Mathematical model creation for cancer chemo-immunotherapy*, Computational and Mathematical Methods in Medicine Vol. 10, No. 3, September 2009, 165–184
- Hirmajer, T., Canto, E.B., dan Banga, J.R., (2009), “DOTcvpSB: a Matlab Toolbox for Dynamic Optimization in Systems Biology”, User’s Guide Technical Report, Instituto De Investigaciones Marinas [IIM-CSIC], Spanyol.
- Lesnussa, Y.A. (2010), *Aplikasi Kendali Optimum Dalam Penentuan Interval Waktu dan Dosis Optimal Pada Kemoterapi Kanker*, Tesis Jurusan Matematika, FMIPA ITS, Surabaya.
- Raihannuri. (2010), *Imunoterapi*. <http://percikcahaya.blogspot.com> imunoterapi. html. Diakses 12 Pebruari 2012.
- Subchan, S., dan Zbikowski, R. (2009), *Computational Optimal Control Tools and Practise*, John Willey and Sons Ltd, publication, United Kingdom.
- Sudoyo, A. W. (2011), *Penatalaksana Terpadu pada Kanker*. Medistra Hospital. <http://www.medistra.com/index.php>. Diakses 12 Pebruari 2012.



## DIFFICULTY IN OPTIMIZATION FUNCTIONS OF MATLAB AND HOW TO ANALYZE

**H.A Parhusip**

Center of Applied Science and Mathematics  
Universitas Kristen Satya Wacana  
Jl. Diponegoro 52-60, Salatiga, 50711, Central Java  
Telephone number : 0062-298-321212  
Email address : *hannaariniparhusip@yahoo.co.id*

### Abstract

This paper presents an example of using optimization function in MATLAB. The used data is considered as a smooth function of 3 variables. Unlike in a literature, one needs to design a smooth function in order to start with an optimization. After the parameters are obtained the optimization is employed to obtain the minimizer. The obtained objective function is noncoercive. Therefore the minimizer is obtained by solving the nonlinear system of the Lagrangian function which is constructed as a perturbed objective function. The optimizer can not be considered as the best solution since the Hessian is not positive definite.

**Keywords :** *noncoercive function, Jacobian, least square, Hessian, singularity*

### INTRODUCTION

Understanding output of MATLAB's program is not an easy task. After using any functions in MATLAB correctly, one needs to relate with an expected result. Therefore theoretical background that may be used in the functions must be known.

MATLAB is also used for undergraduate students for many subjects in particular computation mathematics, numerical methods, data analysis, linear algebra, nonlinear optimization and mathematical modeling which is based on differential equations. Having very much time in theories in those subjects, students are very lack on applications. On the other hand, giving practical applications by too much in programming, students have very low theoretical background for those subjects and students could not also describe formally mathematical reasons in the given output by MATLAB.

There are many authors addressed on developing the MATLAB code for a particular purposes. For data single directional (azimuthal) in geosciences for instance, Jones [1] proposed a MATLAB script since for this special purpose one may not have the related function from the standard MATLAB Toolbox. The *lsqnonlin* (one of optimization functions in MATLAB) can not be used for the directional azimuthal data. The given data is shown in Table 1. The goal of this measurement is to identify the maximum protein that can be obtained from various observations.

**Table 1** *The used data for the optimization study  
(Observed by. Y.Martono at Lab. Chemistry, SWCU,2011)*

(B)	Percentage of yeast (Y)	Protein Day 1	Protein Day 2	Protein Day 3	Protein Day 4
1	5	0.714	0.75	1.76	3.22
1	7.5	1.33	1.88	0.21	1.33
1	12.5	0.88	1.38	0.93	2.38

### RESEACH METHOD

Some authors refer to linear regression to model percentage change over time (Suissa,et.all,1989). In the case of molecular protein, this approachs can not be applied since one needs modeling three-dimensional detail by homology (Sander and Scheider,1991). Since the number of the given data is small, The first approach in this paper is to present the percentage protein as a smooth function and then we introduce the optimization procedures. Let us introduce dimensionless variables,i.e  $t$  : time ;  $B$  : percentage of beans ;  $Y$ : percentage of yeast,  $P$  : percentage of protein. We

assume that the given data will be a continuous function as

$$P\left(t, \frac{Y}{B}\right) = \left(\frac{Y}{B}\right)^\alpha t^\beta \quad , \quad \alpha, \beta \quad \text{unknown parameters} \quad (1)$$

Note that we have made data into dimensionless to proceed further computations. Using the standard

least square means that we have to minimize the residual function  $R = \sum_{i=1}^n \left( P_{i,data} - \left( \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^\alpha t_i^\beta \right) \right)^2$ .

Following the standard optimization to find the critical  $\vec{x}^* = [\alpha, \beta]^T$  means that we have to solve the system obtained by  $\nabla R := \vec{g}(\vec{x}) = \vec{0}$ . In more details, this leads to solve  $\frac{\partial R}{\partial \alpha} = 0$  and  $\frac{\partial R}{\partial \beta} = 0$

simultaneously, i.e

$$- \sum_{i=1}^n P_{i,data} \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^\alpha t_i^\beta \ln \left( \frac{Y_i}{B_i} \right) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^{2\alpha} t_i^{2\beta} \ln \left( \frac{Y_i}{B_i} \right) := g_1(\alpha, \beta) = 0; \quad (2a)$$

$$- \sum_{i=1}^n P_{i,data} \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^\alpha t_i^\beta \ln t_i + \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^{2\alpha} t_i^{2\beta} \ln t_i = 0 := g_2(\alpha, \beta) = 0. \quad (2b)$$

Any algorithm with an iterative procedure requires an initial guess of solutions. There are several well-known algorithms such as Newton-method, Broyden method, trust-region and using evolutionary algorithm [2]. The last algorithm transforms the system of equations into a multi-objective optimization problem. The ill-posed nonlinear equations may also occur. Buong and Dung [3] have provided a theoretical study on this particular problem by doing a regularization on the problem which based on Tikhonov regularization method. However the problem was designed in the variational form which was too much beyond from our study in this paper. Thus, this paper will use the standard Newton method. The Newton method solves a general system  $\vec{g}(\vec{x}) = \vec{0}$  with a formula

$$\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} - \left[ \nabla \vec{g}(\vec{x}^{(k)}) \right]^{-1} \cdot \vec{g}(\vec{x}^{(k)}) \quad (3)$$

which provides a nonsingularity of matrix Jacobian  $\nabla \vec{g}(\vec{x}^{(k)})$  on each iteration step. The formula (3) is employed to Eq. (2a)-(2b) by deriving their derivatives manually each term on these equations. Therefore one needs

$$\nabla \vec{g}(\vec{x}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial g_1}{\partial \beta} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial g_2}{\partial \beta} \end{bmatrix}_{x=(\alpha^{(k)}, \beta^{(k)})} \quad (4)$$

$$\text{with } \frac{\partial g_1}{\partial \alpha} = - \sum_{i=1}^n P_{i,data} \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^\alpha t_i^\beta \left( \ln \left( \frac{Y_i}{B_i} \right) \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^{2\alpha} t_i^{2\beta} \left( \ln \left( \frac{Y_i}{B_i} \right) \right)^2,$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial \beta} = - \sum_{i=1}^n P_{i,data} \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^\alpha t_i^\beta \ln \left( \frac{Y_i}{B_i} \right) \ln t_i + 2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^{2\alpha} t_i^{2\beta} \ln \left( \frac{Y_i}{B_i} \right) \ln t_i, \quad \frac{\partial g_2}{\partial \alpha}$$

$$= - \sum_{i=1}^n P_{i,data} \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^\alpha t_i^\beta \ln t_i \ln \frac{Y_i}{B_i} + 2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^{2\alpha} t_i^{2\beta} \ln t_i \ln \frac{Y_i}{B_i},$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial \beta} = - \sum_{i=1}^n P_{i,data} \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^\alpha t_i^\beta (\ln t_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i}{B_i} \right)^{2\alpha} t_i^{2\beta} (\ln t_i)^2.$$

If we consider carefully, the Jacobian matrix (4) is also the Hessian matrix of  $R$ . Therefore the observation of singularity of (4) leads to the observation of positive definiteness of the Hessian matrix  $R$ . Thus it inspires us to use the condition that Hessian matrix must be positive definite in order to

work with Eq.(3). In a short expression means that we have to satisfy  $\frac{\partial g_1}{\partial \alpha} \geq 0$  and  $\frac{\partial g_1}{\partial \alpha} \frac{\partial g_2}{\partial \beta} - \frac{\partial g_1}{\partial \beta} \frac{\partial g_2}{\partial \alpha}$

$\frac{\partial g_2}{\partial \alpha} > 0$ . Observe that the second condition is the determinant of  $\nabla \bar{g}$  which is not allowed to be zero since it guarantees the existence of the inverses of  $\nabla \bar{g}$  on each iteration, i.e

$$\left(\nabla \bar{g}(\bar{x}^{(k)})\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{\partial g_1}{\partial \alpha} \frac{\partial g_2}{\partial \beta} - \frac{\partial g_1}{\partial \beta} \frac{\partial g_2}{\partial \alpha}} \begin{bmatrix} \frac{\partial g_2}{\partial \beta} & -\frac{\partial g_1}{\partial \beta} \\ -\frac{\partial g_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial g_1}{\partial \alpha} \end{bmatrix}_{x=(\alpha^{(k)}, \beta^{(k)})} \quad (5)$$

Therefore we only use the Eq.(5) to have the existence of Eq.(4). Thus in order to use Newton method, we need to include  $\frac{\partial g_1}{\partial \alpha} \frac{\partial g_2}{\partial \beta} - \frac{\partial g_1}{\partial \beta} \frac{\partial g_2}{\partial \alpha} > 0$  for each iteration. Since we seek the solution of  $\nabla R := \bar{g}(\bar{x}) = \vec{0}$ , then the iteration stops as  $\|\bar{g}(\bar{x}^{(k+1)})\| \rightarrow 0$ .

## RESULT AND DISCUSSION

Using the lsqnonlin,m from MATLAB, the function (1) is obtained as

$$P\left(t, \frac{Y}{B}\right) = \left(\frac{Y}{B}\right)^\alpha t^\beta = \left(\frac{Y}{B}\right)^{0.4325} t^{1.2777} \quad , \quad (8)$$

with the error 0.9008 %. This result is considerable good. Since the data are not too large, we may make a list of each value of the approximation compared to the observation (shown in Table 1) and it is depicted in Figure 1. Now,one may proceed the optimization goal ,i.e max  $P$  subject to the

constraints  $g_1(Y, B, t) = \left(\frac{Y}{B}\right) > 0$  and  $g_2(Y, B, t) = t > 0$ . Unfortunately, the standard procedure in

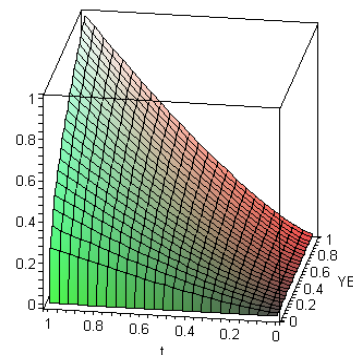
literature for an optimization is a minimization case as shown by Peressini,et.all [4] and the function in MATLAB is usually proposed a minimization solver. Therefore one may set up the optimization model as :

$$(P) \quad \begin{cases} \min f(\bar{x}) = -\left(\frac{Y}{B}\right)^{0.4325} t^{1.2777} \text{ subject to} \\ \bar{g}_1(Y, B, t) = -\left(\frac{Y}{B}\right) \leq 0, \bar{g}_2(Y, B, t) = -t \leq 0. \end{cases}$$

MATLAB provides **fmincon.m** function to solve this minimization problem. Up to this step, the program can not give a reasonable solution. One reason is due to the property of the objective function which is not coercive (i.e  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(\bar{x}) = \infty$ ) If the objective function is coercive then it is guaranteed at least there exists one minimizer (Peressini,et.all,1988). How do we prove ?

**Table 1** Comparison measurement (first column) and approximation (second column) of protein (dimensionless)

0.2217	0.1145
0.4130	0.1364
0.2733	0.1701
0.2329	0.2775
0.5839	0.3307
0.4286	0.4125
0.5466	0.4658
0.0652	0.5551
0.2888	0.6924
1.0000	0.6728
0.4130	0.8018
0.7391	1.0000



**Figure 1.** The illustration of

$$P\left(t, \frac{Y}{B}\right) = \left(\frac{Y}{B}\right)^\alpha t^\beta = \left(\frac{Y}{B}\right)^{0.4325} t^{1.2777}$$

Note that  $\lim_{\|\bar{x}\| \rightarrow \infty} f(\bar{x}) = \lim_{\|Y, B, t\| \rightarrow \infty} -\left(\frac{Y}{B}\right)^{0.4325} t^{1.2777}$  which tends to minus infinity. Thus it is not

coercive. What can we do? We can not change the objective function since it has been obtained from the previous optimization process. Thank to Peressini(et all,1988), that it offers the idea to perturb the objective function. More specifically, for each  $\varepsilon > 0$ , define

$$f^\varepsilon(\bar{x}) = f(\bar{x}) + \varepsilon \|\bar{x}\|^2. \tag{7}$$

Unfortunately, we need also property that  $f(\bar{x})$  is convex (Peressini,et.all,1988,page 52) i.e

$$f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x}) \cdot (\bar{y} - \bar{x}) \leq f(\bar{y}), \quad \forall \bar{y}, \bar{x} \text{ in a convex set subset of } R^n. \tag{8}$$

Let us try to study this condition for all values in the given domain and we write into more general

form,i.e  $f(\bar{x}) = -\left(\frac{Y}{B}\right)^\alpha t^\beta$ . As a consequence, one needs to compute

$$\nabla f(\bar{x}) = -\left( \alpha Y^{\alpha-1} B^{-\alpha} t^\beta \quad \alpha Y B^{-(\alpha+1)} Y^{\alpha-1} t^\beta \quad \left(\frac{Y}{B}\right)^\alpha t^{\alpha-1} \right)^T.$$

Using the values, in the given domain we obtain that the condition (8) is satisfied for  $\bar{y} > \bar{x}$ .

This is shown on Figure 2. Thus, the property (8) is satisfied and hence the function  $f(\bar{x}) =$

$-\left(\frac{Y}{B}\right)^\alpha t^\beta$  is convex. Clearly, the  $\|\bar{x}\|^2$  is a quadratic function which is known to be convex.

Therefore the perturbed function defined Eq.( 7) is convex. We are done to show that  $f^\varepsilon(\bar{x})$  is

convex. The proof that  $f^\varepsilon(\bar{x})$  is coercive is not shown here for simplicity, which is mentioned into

detail in Peressini (page 229). The optimization problem becomes

$$(P^\varepsilon) \begin{cases} \min f^\varepsilon(\bar{x}) = -\left(\frac{Y}{B}\right)^\alpha t^\beta + \varepsilon \|\bar{x}\|^2 \text{ subject to} \\ \tilde{g}_1(Y, B, t) = -\left(\frac{Y}{B}\right) \leq 0, \quad \tilde{g}_2(Y, B, t) = -t \leq 0. \end{cases}$$

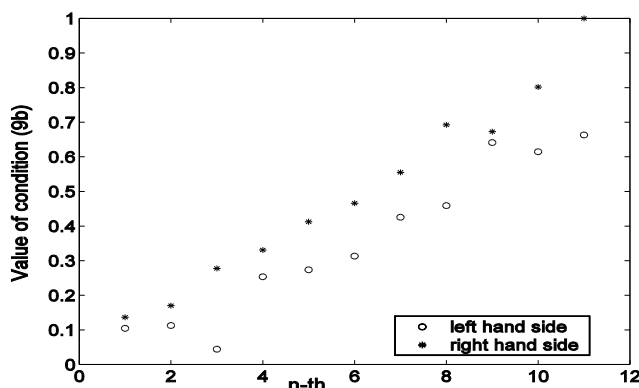


Figure 2. Illustration of  $f(\bar{x}) + \nabla f(\bar{x}) \cdot (\bar{y} - \bar{x}) \leq f(\bar{y})$  obtained by each value of  $\bar{y} > \bar{x}$  from the given domain.

**Penalty Method with a noncoercive objective function  $f(\bar{x})$**

We need to construct the Lagrangian  $L^\varepsilon(\bar{x}, \lambda)$  for  $P^\varepsilon$  as follows

$$L^\varepsilon(\bar{x}, \lambda) = f^\varepsilon(\bar{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \tilde{g}_i(\bar{x}), \quad m = \text{the number of constraints.}$$

This Lagrangian becomes an unconstraint objective function with additional 2 unknown parameters. We can use the function **fminunc.m** in MATLAB by defining the Lagrangian function as the objective function. We have tried 5 sets of initial guesses and the observation shows unreasonable



answers. Analytic observation will explain why the function `fminunc.m` and `fmincon.m` do not give unique solutions.

One needs to construct  $\nabla L^\varepsilon(\bar{x}, \bar{\lambda}) = \bar{0}$  analytically and solve it by solver of nonlinear system equations. We have

$$\frac{\partial L^\varepsilon(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial Y} := g_1(\bar{x}, \bar{\lambda}) = -\alpha Y^{\alpha-1} B^{-\alpha} t^\beta + 2\varepsilon Y - \lambda_1 B^{-1} = 0; \quad (9a)$$

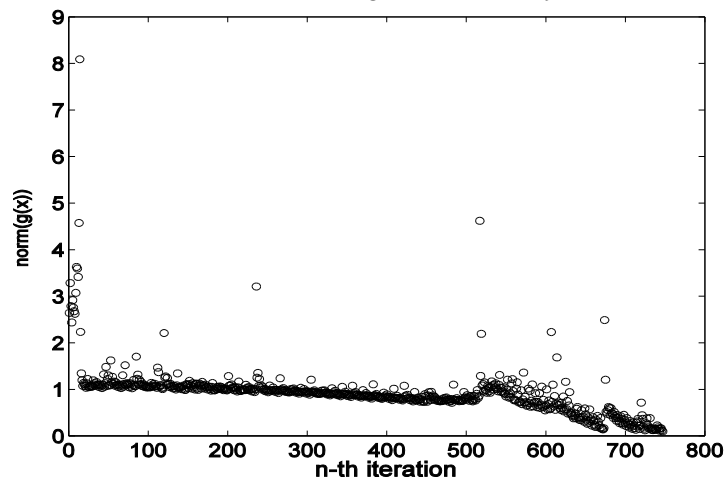
$$\frac{\partial L^\varepsilon(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial B} := g_2(\bar{x}, \bar{\lambda}) = \alpha Y^\alpha B^{-(\alpha+1)} t^\beta + 2\varepsilon B - \lambda_1 (Y B^{-2}) = 0; \quad (9b)$$

$$\frac{\partial L^\varepsilon(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial t} = g_3(\bar{x}, \bar{\lambda}) = -Y^\alpha B^{-\alpha} t^{\beta-1} + 2\varepsilon t - \lambda_2 = 0, \quad (9c)$$

$$\frac{\partial L^\varepsilon(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_1} = g_4(\bar{x}, \bar{\lambda}) = -\left(\frac{Y}{B}\right) = 0; \quad (9d)$$

$$\frac{\partial L^\varepsilon(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial \lambda_2} = g_5(\bar{x}, \bar{\lambda}) = -t = 0. \quad (9e)$$

We write the system as  $\vec{g}(\bar{x}) = (g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4 \ g_5)^T = \bar{0}$ . One obtains directly from Eq.(9e) and Eq.(9d) that  $t^* = 0$ ;  $Y^* = 0$  respectively. Substitute these result to Eq.(9c), one yields  $\lambda_2^* = 0$ . As a result,  $\lambda_1^* = 0$  to satisfy Eq.(9b). On the other hand  $B^* \neq 0$  since it will make Eq. (9b) is undefined if  $B^* = 0$ . Therefore  $B^* \neq 0$  and it is free variable. Thus the system has infinitely many solutions in the form  $(Y^*, B^*, t^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*) = (0, a, 0, 0, 0)$  with  $a \neq 0$ . Moreover this conclusion is practically useless. However this explains us that the Newton method will not converge if this method is used blindly. By forcing  $\|\vec{g}(\bar{x})\|$  tends to zero (as shown in the Figure), the solution  $\bar{x}^*$  is not a real vector after 747 iterations though the method works well by showing that  $\|\vec{g}(\bar{x})\|$  tends to zero as depicted by Figure 3. Thus the Newton method fails which agrees with analytic result.



**Figure 3.** Illustration  $\|\vec{g}(\bar{x})\|$  for each iteration

## CONCLUSION

This paper has presented an example of using the optimization solver provided by MATLAB. The used data is considered as a smooth function of 3 variables. After the parameters are obtained the optimization is employed to obtain the minimizer of the noncoercive objective function.

The minimizer is obtained by solving the nonlinear system of the Lagrangian function which is constructed as a perturbed objective function. The optimizer can not be considered as the best solution since the Hessian is not positive definite. One may avoid the computation of gradient by using ant colony algorithm, particle swarm algorithm (Rao,2009).

## ACKNOWLEDGEMENT

The author gratefully acknowledge to Yohanes Martono for supporting his data to this numerical work with MATLAB .

## REFERENCES

- Buong,N and Dung. D, (2009).Regularization for a Common Solution of a System of Nonlinear Ill-Posed Equations, *Int. Journal of Math. Analysis*,3(34), 1693-1699.
- Grosan, C and Abraham, A,(2008). Multiple Solutions for a System of Nonlinear Equations, *International Journal of Innovative Computing, Information and Cotrol*, x( x), ISSN 1349-4198.
- Jones, T.A, (2006). MATLAB functions to analyze directional (azimuthal) data-I:Single-sample inference, *Computers & Geosciences* 32 (2006) 166-175.
- Peressini, A.L, Sullivan, F.E, Uhl,J, (1988). *The Mathematics of Nonlinear Programming*, Springer Verlag, New York, Inc.
- Rao, S.S. (2009). *Engineering Optimization, Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Sander C, and Scheider,R, (1991). Database of homology-derived protein structures and the structural meaning of sequence alignment, *Protein*, 9(1),56-68.
- Suissa S, Levinton C, Esdaile JM. (1989). Modeling percentage change: a potential linear mirage,*J.Clin. Epidemiol*, 42(9),843-848.

## METODE TLSAR BERBASIS REGRESI *TIME SERIES* DAN ARIMA UNTUK PERAMALAN BEBAN LISTRIK JANGKA PENDEK

Ika Purnamasari<sup>1)</sup>, Suhartono<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Mahasiswa Pascasarjana Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

<sup>2)</sup> Pengajar Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

### Abstrak

Peramalan listrik jangka pendek merupakan salah satu topik sentral dalam peramalan untuk optimasi distribusi energi listrik. Ada banyak model peramalan yang telah dikembangkan untuk memperoleh ramalan beban listrik jangka pendek yang akurat. Tujuan dari penelitian ini adalah mengembangkan model TLSAR berbasis Regresi *Time Series* dan ARIMA untuk peramalan beban listrik jangka pendek. Secara umum, model *Two Level Seasonal Autoregressive* (TLSAR) terdiri dari dua model, yaitu model pada level pertama yang biasanya dikembangkan dari model peramalan linier untuk menjelaskan adanya pola tren dan musiman dari data (yang dikenal dengan beban potensial). Sedangkan model pada level kedua dikembangkan dari model ARIMA untuk menangkap pola *Autoregressive* dari data (yang dikenal dengan beban *irreguler*). Penelitian ini diharapkan dapat menghasilkan nilai peramalan yang tepat sehingga nantinya dapat digunakan sebagai acuan dalam mengambil kebijakan khususnya terkait dengan masalah pasokan pemenuhan beban listrik jangka pendek bagi konsumen. Selain itu penelitian ini diharapkan mampu memberikan solusi bagi pihak penyedia layanan listrik untuk dapat menghemat biaya produksi akibat kesalahan pendistribusian. Sebagai studi kasus, dalam penelitian ini digunakan beban listrik jangka pendek di pusat pengaturan beban Jawa-Bali periode 1 Januari 2009 sampai 31 Desember 2010. Hasil dari penelitian dengan menggunakan model TLSAR menunjukkan bahwa nilai MAPE yang kecil untuk peramalan 1 hari kedepan sampai 6 hari kedepan yaitu kurang dari 2%.

**Kata kunci:** ARIMA, Regresi *time series*, TLSAR.

### PENDAHULUAN

Energi listrik memiliki peranan yang sangat penting dalam kehidupan manusia, energi listrik banyak digunakan di berbagai sektor, baik sektor industri, rumah tangga, usaha komersial, maupun sektor pelayanan umum lainnya. Sejalan dengan perkembangan zaman dan kemajuan ilmu dan teknologi, kebutuhan akan ketersediaan energi listrik kian meningkat. Energi listrik tidak dapat disimpan dalam skala besar, sehingga energi ini harus disediakan pada saat dibutuhkan. Karena itu muncul permasalahan terkait kebutuhan beban listrik yang cenderung berubah tidak menentu. Untuk mengatasi permasalahan tersebut dan dalam rangka pemenuhan kebutuhan energi listrik yang handal, tentunya diperlukan manajemen perencanaan operasi sistem yang baik dan tepat, salah satunya yaitu peramalan beban listrik untuk memberikan informasi bagi penyedia listrik agar dapat memperkirakan besarnya permintaan sehingga dalam penyediaannya tidak terjadi pemborosan beban listrik yang dapat mengakibatkan kerugian.

Dalam beberapa literatur disebutkan, bahwa terdapat banyak teknik yang dapat digunakan untuk peramalan beban jangka pendek, diantaranya yaitu *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), regresi linier, dan *artificial neural network*. Peramalan beban merupakan bagian dari statistik dan banyak alat telah diterapkan untuk menemukan akurasi terbaik dalam peramalan ini. Model umum dari runtun waktu seperti metode regresi klasik, ARIMA dan perkembangannya telah mendominasi dan banyak digunakan dalam peramalan beban. Pemodelan dan peramalan beban listrik telah dilakukan di berbagai negara dengan menggunakan metode ARMA, seperti pada Chen, Wang, dan Huang (1995), serta Zagrajek dan Weron (2002). Selanjutnya, Soares dan Souza (2006) telah melakukan penelitian peramalan beban dengan menggunakan metode *Generalized Long Memory* (GLM) untuk data beban listrik di Brazil. Selain itu, peramalan beban juga telah dikembangkan dengan menggunakan metode yang berbeda, seperti pendekatan pemrograman *linear* yang diterapkan untuk peramalan beban di Kuwait (Soliman, Persaud, El-Nagar, dan El-Hawary, 1997), metode

kombinasi antara *smoothing* dan analisis komponen utama untuk pemodelan dan permalan beban per setengah-jam di Rio de Janeiro dan Inggris (Taylor, Menezes, dan McSharry, 2006), pendekatan volatilitas untuk peramalan beban per jam di Inggris (Taylor, 2006), serta peramalan beban dengan menggunakan pendekatan pohon regresi (*regression tree*) yang diterapkan pada beban harian di Shanghai (Yang dan Stanzel, 2006).

Secara umum, model-model peramalan yang dikembangkan untuk peramalan beban listrik sebagaimana yang telah disebutkan di atas, terdiri dari satu model atau hanya pada satu level pemodelan secara simultan. Pada tahun 2008, Soares dan Medeiros melakukan penelitian untuk peramalan beban listrik jangka pendek pada model dua level dengan melibatkan beberapa variabel eksternal, seperti tipe hari dan efek hari khusus untuk meramalkan beban listrik per-jam di Brazil. Pada penelitiannya, Soares dan Medeiros menggunakan dua level dalam model, yaitu level pertama berdasarkan variabel dummy, dan tren linier yang diestimasi untuk menggambarkan adanya tren jangka panjang, pola musiman tahunan, pengaruh hari dalam seminggu, dan pengaruh dari hari-hari khusus lainnya. Sedangkan komponen kedua merupakan model linier yang mengikuti pola *Autoregressive* atau  $AR(p)$ . Berdasarkan pertimbangan dari berbagai penelitian yang telah dilakukan sebagaimana yang telah dijelaskan diatas, maka dalam penelitian ini digunakan metode *Two Level Seasonal Autoregressive* (TLSAR) berbasis regresi *time series*, ARIMA untuk peramalan beban listrik jangka pendek di pusat pengaturan beban Jawa-Bali.

## DATA

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder, yaitu data beban listrik per-setengah jam di pusat pengaturan beban Jawa-Bali periode 1 Januari 2009 sampai 31 Desember 2010. Data terbagi menjadi dua, yaitu data *training* dan data *testing*. Data *training* digunakan data beban listrik periode 1 Januari sampai 17 Desember 2010, sedangkan untuk data *testing* digunakan data beban listrik periode (18 Desember 2010 sampai 31 Desember 2010) digunakan untuk mengetahui nilai akurasi peramalan. Variabel penelitian yang akan digunakan dalam penelitian ini ialah data beban listrik per-setengah jam di pusat pengaturan beban Jawa-Bali dengan beberapa variabel *dummy*, diantaranya yaitu efek hari dalam seminggu, efek hari khusus (libur lebaran, libur 17 agustus, dan tahun baru), serta beberapa variabel *dummy* dari *outlier*.

## REGRESI TIME SERIES

Secara umum, regresi merupakan salah satu alat yang digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor. Sedangkan regresi dalam konteks *time series* merupakan alat yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel  $y_t$  yang tergantung dengan fungsi waktu ( $t$ ). Kecenderungan adanya pola tren pada data *time series* mempengaruhi dalam regresi *time series* tersebut. Menurut Bowerman, O'connell dan Koehler (2004), model tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$y_t = TR_t + a_t \quad (1)$$

dengan :

$$\begin{aligned} y_t &= \text{nilai data } time \text{ series pada waktu ke-}t \\ TR_t &= \text{tren pada waktu ke-}t \\ a_t &= \text{residual pada waktu ke-}t, a_t \sim N(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

Ada beberapa kecenderungan dalam regresi *time series* untuk data dengan adanya pola tren, yaitu :

1. Tidak adanya tren, yang dimodelkan sebagai  $TR_t = \beta_0$ , menyatakan bahwa tidak terdapat kenaikan ataupun penurunan dalam jangka panjang.
2. Tren linier, yang dimodelkan sebagai  $TR_t = \beta_0 + \beta_1 t$ , menyatakan bahwa terdapat tren linier baik kenaikan ataupun penurunan dalam jangka panjang.
3. *Quadratic* tren, yang dimodelkan sebagai  $TR_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$ , menyatakan adanya tren kuadrat dalam jangka panjang.

Selain adanya kecenderungan pola tren, kecenderungan adanya pola musiman juga sering terjadi pada data *time series*. Hal ini dapat ditangani dengan menambahkan variabel faktor musiman ( $SN$ ) dalam regresi seperti yang dituliskan sebagai berikut :

$$y_t = TR_t + SN_t + a_t \quad (2)$$

Pada model dengan pola musiman terdapat beberapa variabel *dummy*. Dengan asumsi bahwa ada  $L$  musiman (bulanan, *quarter*, dan lainnya) per tahun, maka faktor musiman ( $SN_t$ ) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$SN_t = \beta_{s1}x_{s1,t} + \beta_{s2}x_{s2,t} + \dots + \beta_{s(L-1)}x_{s(L-1),t} \quad (3)$$

dengan,

$$x_{s1,t}, x_{s2,t}, \dots, x_{s(L-1),t} = \text{variabel } dummy$$

Untuk model trigonometri dengan variasi musiman yang konstan, maka dapat dituliskan:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{L}\right) + \beta_3 \cos\left(\frac{2\pi t}{L}\right) + a_t \quad (4)$$

Persamaan (4) mengasumsikan kecenderungan linier, tetapi model ini dapat diubah untuk menangani kasus adanya tren lainnya. Persamaan (4) berguna dalam pemodelan *time series* yang memiliki pola musiman sangat teratur yang menunjukkan variasi musiman konstan.

## ARIMA

ARIMA merupakan model peramalan yang termasuk dalam kelompok peramalan linier. ARIMA dapat digunakan pada data yang terdapat pola musiman maupun tidak. Secara umum, model ARIMA dapat dituliskan dengan  $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$  dengan persamaan seperti berikut:

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D Y_t = \theta_0 + \theta_q(B)\Theta_q(B^S)a_t \quad (5)$$

dengan :

$$\begin{aligned} \phi_p(B) &= 1 - \phi_1 B^1 - \dots - \phi_p B^p \\ \theta_q(B) &= 1 - \theta_1 B^1 - \dots - \theta_q B^q \\ \Phi_p(B^S) &= 1 - \Phi_1 B^S - \dots - \Phi_p B^{pS} \\ \Theta_q(B^S) &= 1 - \Theta_1 B^S - \dots - \Theta_q B^{qS} \end{aligned}$$

## TWO LEVEL SEASONAL AUTOREGRESSIVE (TLSAR)

*Two level seasonal Autoregressive* (TLSAR) merupakan model dua level yang dikembangkan oleh Soares dan Medeiros (2008). Model ini terdiri dari 2 komponen, yaitu komponen pertama merupakan komponen deterministik, dan komponen kedua stokastik. Pada komponen pertama didasarkan pada variabel *dummy*, dan tren linier yang diestimasi untuk menggambarkan adanya tren jangka panjang, pola musiman tahunan, pengaruh hari dalam seminggu, dan pengaruh dari hari-hari khusus lainnya. Sedangkan pada komponen kedua, model merupakan model linier *Autoregressive* (AR).

*Definisi 1.* (Soares dan Medeiros, 2008) Deret waktu  $L_{j,t}$ , menunjukkan beban perjam ( $j$ ),  $j = 1, 2, \dots, 24$  dan hari ( $t$ ),  $t = 1, 2, \dots, T$ , dimana  $T$  merupakan total hari, mengikuti model *Two Level Seasonal Autoregressive* jika :

$$y_{j,t} = y_{j,t}^P + y_{j,t}^I \quad (6)$$

dengan

$$y_{j,t}^P = \alpha_0 + \rho t + \sum_{r=1}^H \left[ \alpha_r \cos(2\pi t/365) + \beta_r \sin(2\pi t/365) \right] + \sum_{i=1}^K \mu_i D_i \quad (7)$$

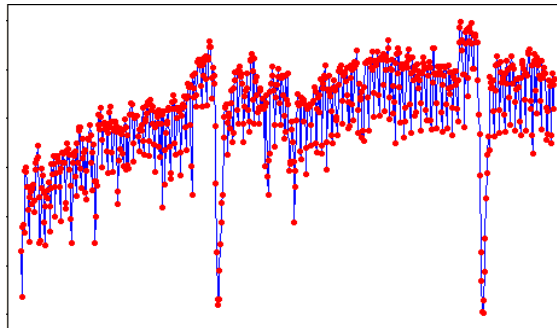
yang merupakan beban potensial; dan

$$y_{j,t}^I = \phi' z_{j,t} + a_{j,t} \quad (8)$$

yang merupakan *irreguler load*.  $\alpha_r \cos(2\pi r/365) + \beta_r \sin(2\pi r/365)$  diketahui pada harmonik ke- $r$ ;  $D_i, i = 1, 2, \dots, K$  merupakan variabel dummy yang diidentifikasi untuk masing-masing hari dalam seminggu, libur nasional, hari khusus, dan lainnya;  $\alpha_0, \rho, \alpha_r, \beta_r, r = 1, 2, \dots, H$  dan  $\mu_i, i = 1, 2, \dots, K$  parameter yang tidak diketahui. Vektor  $z_{h,t}$  dibentuk sebuah konstanta dan subset dari lag  $p$  dari  $y_{j,t}^I$ ;  $\phi \in \mathbb{R}^{p+1}$  merupakan vektor pada parameter yang tidak diketahui; dan  $a_{j,t}$  merupakan *error*.

**ANALISIS DAN PEMBAHASAN**

Model *Two Level Seasonal Autoregressive* (TLSAR) terdiri dari dua model, yaitu model pada level pertama yang biasanya dikembangkan dari model peramalan linier untuk menjelaskan adanya pola tren musiman dari data (yang dikenal dengan beban potensial). Sedangkan model pada level kedua dikembangkan dari model ARIMA untuk menangkap pola *Autoregressive* dari data (yang dikenal dengan beban *irreguler*). Dalam pemodelan ini ada 48 model yang akan di dapatkan, untuk memulai langkah pertama kita gambarkan pola data setiap setengah jam, untuk mengetahui tren yang ada pada data awal. Untuk pemodelan pertama kita lakukan pada data beban listrik pada jam 00.30.



**Gambar 1** Time series plot Beban listrik di Jawa-Bali pada jam 00.30.

Pada gambar 1 terlihat adanya tren pada data, kecenderungan ini menunjukkan fluktuasi pemakaian beban listrik di Jawa-Bali yang kian berubah-ubah tiap setengah jam. Selanjutnya, dapat kita lakukan pemodelan dengan menggunakan metode TLSAR. Sebelum melakukan pemodelan, terlebih dahulu kita tentukan beberapa variabel *dummy* baik efek hari dalam seminggu, efek hari khusus (libur lebaran, libur 17 agustus, dan tahun baru), serta beberapa variabel *dummy* dari *outlier*. Selanjutnya, untuk pemodelan beban potensial digunakan metode regresi *time series*, dan diteruskan dengan pemodelan menggunakan metode ARIMA pada beban *irreguler*. Untuk beban potensial, data beban listrik tiap setengah jam di regresikan dengan mengikutsertakan beberapa variabel *dummy* yang sebelumnya telah ditentukan yang di duga mempunyai pengaruh terhadap pemakaian beban listrik di Jawa-Bali. Selanjutnya, berdasarkan regresi *time series* yang telah dilakukan, kita dapat menghitung nilai residualnya yang nantinya disebut sebagai data beban *irreguler*. Selain itu dari hasil regresi *time series* yang sebelumnya, dapat kita lakukan peramalan beberapa hari ke depan untuk data beban potensial ini. Setelah peramalan untuk beban potensial selesai dilakukan, selanjutnya dapat dilakukan pemodelan beban *irreguler* menggunakan metode ARIMA biasa yang penentuannya berdasarkan orde dari ACF dan PACF dalam menentukan model ARIMA terbaiknya, seperti pada tabel 1.

**Tabel 1.** Model ARIMA terbaik untuk data *irreguler* tiap setengah jam

Jam	Model ARIMA	Paramete r	Estimate	P-value	White noise
00.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.75337	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.24821	<.0001	
01.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.32332	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.80872	<.0001	
01.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.22970	<.0001	WN

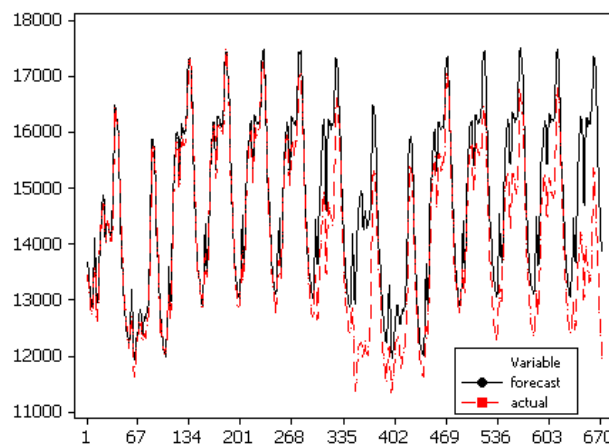
		$\theta_1$	0.77437	<.0001	
02.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.23191 0.76952	<.0001 <.0001	WN
02.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.34546 0.83587	<.0001 <.0001	WN
03.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.32178 0.81439	<.0001 <.0001	WN
03.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.25842 0.79884	<.0001 <.0001	WN
04.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.19782 0.78500	0.0002 <.0001	WN
04.30	ARIMA ([1,14],1,1)	$\phi_1$ $\phi_{14}$ $\theta_1$	0.31480 -0.12882 0.81299	<.0001 0.0004 <.0001	WN
05.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.47922 0.89422	<.0001 <.0001	WN
05.30	ARIMA ([1,6],1,[1,2])	$\phi_1$ $\phi_6$ $\theta_1$ $\theta_2$	0.68210 0.06843 1.28979 -0.30639	<.0001 0.0341 <.0001 0.0002	WN
06.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.38563 0.90342	<.0001 <.0001	WN
06.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.41346 0.92310	<.0001 <.0001	WN
07.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$ $\theta_1$	0.35024 0.90617	<.0001 <.0001	WN
07.30	ARIMA ([1,28],1,[1,2])	$\phi_1$ $\phi_{28}$ $\theta_1$ $\theta_2$	0.61858 0.07113 1.19427 -0.24191	<.0001 0.0181 <.0001 0.0068	WN
08.00	ARIMA ([1,14,28],1,[1,2])	$\phi_1$ $\phi_{14}$ $\phi_{28}$ $\theta_1$ $\theta_2$	0.80964 0.07705 0.07804 1.40604 -0.40604	<.0001 0.0020 0.0008 <.0001 <.0001	WN
08.30	ARIMA ([1,2,28],1,[1,9])	$\phi_1$ $\phi_2$ $\phi_{28}$ $\theta_1$ $\theta_9$	0.25919 0.13239 0.11047 0.86410 0.06468	<.0001 0.0042 0.0024 <.0001 0.0086	WN
09.00	ARIMA ([4,5],1,[1,9])	$\phi_4$ $\phi_5$ $\theta_1$ $\theta_9$	-0.10522 -0.08324 0.63920 0.14298	0.0058 0.0282 <.0001 <.0001	WN
09.30	ARIMA ([1,42],1,[1,9])	$\phi_1$ $\phi_{42}$ $\theta_1$ $\theta_9$	0.18985 0.11245 0.76864 0.10610	0.0003 0.0028 <.0001 <.0001	WN
10.00	ARIMA (1,1,[1,9])	$\phi_1$ $\theta_1$	0.22836 0.79754	<.0001 <.0001	WN

		$\theta_9$	0.09596	<.0001	
10.30	ARIMA (0,1 ,[1,3,9])	$\theta_1$	0.59817	<.0001	WN
		$\theta_3$	0.14277	<.0001	
		$\theta_9$	0.12574	<.0001	
11.00	ARIMA (1,1 ,[1,9])	$\phi_1$	0.24559	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.07344	<.0001	
		$\theta_9$	0.84268	0.0011	
11.30	ARIMA ([1,5],1 ,[1,9])	$\phi_1$	0.17022	0.0019	WN
		$\phi_5$	-0.08068	0.0390	
		$\theta_1$	0.73946	<.0001	
		$\theta_9$	0.14369	<.0001	
12.00	ARIMA (1,1 ,[1,9])	$\phi_1$	0.14644	0.0048	WN
		$\theta_1$	0.77008	<.0001	
		$\theta_9$	0.09308	0.0002	
12.30	ARIMA ([1,7],1 ,[1,7])	$\phi_1$	0.31218	<.0001	WN
		$\phi_7$	0.21069	<.0001	
		$\theta_1$	0.86041	<.0001	
		$\theta_7$	0.10065	0.0002	
13.00	ARIMA ([1,2],1,1)	$\phi_1$	0.34272	<.0001	WN
		$\phi_2$	0.18456	<.0001	
		$\theta_1$	0.92650	<.0001	
13.30	ARIMA ([1,5],1 ,[1,9])	$\phi_1$	0.23043	<.0001	WN
		$\phi_5$	-0.10064	0.0131	
		$\theta_1$	0.76552	<.0001	
		$\theta_9$	0.10210	0.0001	
14.00	ARIMA ([1,5],1 ,[1,9])	$\phi_1$	0.16538	0.0021	WN
		$\phi_5$	-0.11938	0.0031	
		$\theta_1$	0.75651	<.0001	
		$\theta_9$	0.11515	<.0001	
14.30	ARIMA ([1,2],1 ,[1,9])	$\phi_1$	0.25484	<.0001	WN
		$\phi_2$	0.15357	0.0009	
		$\theta_1$	0.85181	<.0001	
		$\theta_9$	0.08812	0.0010	
15.00	ARIMA ([1,2],1,1)	$\phi_1$	0.44607	<.0001	WN
		$\phi_2$	0.17001	<.0001	
		$\theta_1$	0.95030	<.0001	
15.30	ARIMA (1,1 ,[1,9])	$\phi_1$	0.25842	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.74784	<.0001	
		$\theta_9$	0.13531	<.0001	
16.00	ARIMA ([1,2],1 ,[1,3])	$\phi_1$	0.63155	<.0001	WN
		$\phi_2$	0.23060	<.0001	
		$\theta_1$	1.14350	<.0001	
		$\theta_3$	-0.15430	<.0001	
16.30	ARIMA ([1,2],1,1)	$\phi_1$	0.39774	<.0001	WN
		$\phi_2$	0.10399	0.0163	
		$\theta_1$	0.89591	<.0001	
17.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.29964	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.84267	<.0001	
17.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.30984	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.30984	<.0001	
18.00	ARIMA ([1,2,7],1,1)	$\phi_1$	0.30479	<.0001	WN



		$\phi_2$	0.11629	0.0156	
		$\phi_7$	0.09341	0.0223	
		$\theta_1$	0.88717	<.0001	
18.30	ARIMA ([1,2],1,1)	$\phi_1$	0.29346	<.0001	WN
		$\phi_2$	0.11616	0.0066	
		$\theta_1$	0.90451	<.0001	
19.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.29242	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.87071	<.0001	
19.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.40026	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.93522	<.0001	
20.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.34333	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.87974	<.0001	
20.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.30967	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.84741	<.0001	
21.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.30207	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.82229	<.0001	
21.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.18747	0.0011	WN
		$\theta_1$	0.74108	<.0001	
22.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.24167	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.79308	<.0001	
22.30	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.19078	0.0004	WN
		$\theta_1$	0.76962	<.0001	
23.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.24274	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.79040	<.0001	
23.30	ARIMA ([1,2],1,1)	$\phi_1$	0.28120	<.0001	WN
		$\phi_2$	0.16291	0.0003	
		$\theta_1$	0.88152	<.0001	
24.00	ARIMA (1,1,1)	$\phi_1$	0.22825	<.0001	WN
		$\theta_1$	0.82846	<.0001	

Setelah didapatkan model ARIMA terbaik untuk data beban *irreguler*, maka dapat dilakukan peramalan. Dari hasil peramalan beban pada tiap level, yaitu pada beban potensial maupun beban *irreguler*, dapat ditentukan nilai peramalan total yang di sebut dengan hasil peramalan untuk metode *Two Level Seasonal Autoregressive (TLSAR)*. Perbandingan hasil peramalan dengan menggunakan metode TLSAR berbasis regresi *time series* dan ARIMA dengan nilai data *actual* dapat dilihat pada gambar 2. Pada gambar 2 terlihat bahwa pola beban hasil peramalan secara umum menunjukkan error yang cukup kecil.



**Gambar 2.** Hasil ramalan dengan menggunakan metode TLSAR berbasis regresi *time series* dan ARIMA

**Tabel 3.** Nilai MAPE untuk peramalan 14 hari kedepan.

Hari	%MAPE	Hari	%MAPE
1	1.24087	8	11.7957
2	1.46735	9	4.78513
3	0.888837	10	3.18993
4	0.712299	11	3.48011
5	1.19676	12	5.92292
6	1.80998	13	6.04774
7	6.51599	14	13.2305

### KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisa data dan pembahasan dapat diperoleh kesimpulan bahwa peramalan data beban listrik jangka pendek setiap setengah jam di Jawa-Bali periode 2009-2010 dengan menggunakan metodel TLSAR berbasis regresi *time series* dan ARIMA menunjukkan hasil yang cukup baik untuk peramalan 1 sampai 6 hari kedepan dengan nilai MAPE yang kecil yaitu kurang dari 2%.

### DAFTAR PUSTAKA

- Bowerman, B.L., and O’Connell, R.T. (1993). *Forecasting and Time Series: An Applied Approach*, 3<sup>rd</sup> edition. Belmont, California : Duxbury Press.
- Bowerman, B.L., O’Connell, R.T., and Koehler, A.B. (2004). *Forecasting, Time Series, and Regression: An Applied Approach*, 4<sup>th</sup> edition. Belmont, California : Duxbury Press.
- Chen, J.F., Wang, W.M., and Huang, C.M. (1995). Analysis of an adaptive time-series autoregressive moving-average (ARMA) model for short-term load forecasting. *Electric Power Systems Research*, 34, 187-196.
- Soliman, S.A., Persaud, S., El-Nagar, K., and El-Hawary, M.E. (1997). Application of least absolute value parameter estimation based on linear programming to short-term load forecasting. *Electrical Power & Energy Systems*, 19, No. 3, 209-216.
- Soares, L.J., and Souza, L.R. (2006). Forecasting electricity demand using generalized long memory. *International Journal of Forecasting*, 22, 17-28.
- Soares, L.J., and Medeiros, M.C. (2008). Modeling and Forecasting short-term electricity load: A comparison of methods with an application to Brazilian data. *International Journal of Forecasting*, 24, 630-644.
- Taylor, J.W. (2006). Density forecasting for the efficient balancing of the generation and consumption of electricity. *International Journal of Forecasting*, 22, 707-724.
- Taylor, J.W., de Menezes, L.M, and McSharry, P.E. (2006). A comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead. *International Journal of Forecasting*, 22, 1-16.
- Yang, J., and Stanzel, J. (2006), Short-term load forecasting with increment regression tree. *Electric Power Systems Research*, 76, 880-888.
- Zagrajek, J.N., and Weron, R. (2002). Modeling electricity loads in California: ARMA models with hyperbolic noise. *Signal Processing*, 82, 1903-1915.

## MODEL ALGORITMA PENGAMBILAN KEPUTUSAN MANAJERIAL DENGAN CPM/PERT PADA LEMBAR KERJA (SPREADSHEET)

Iswanti

Jurusan Teknik Elektro Politeknik Negeri Semarang  
Jalan Prof. H. Soedarto S.H., Tembalang, Semarang, Jawa Tengah 50269

### Abstrak

Perangkat lunak (*software spreadsheet*) menjadi semakin populer sebagai model untuk para manajer. Khususnya bagi mereka yang tertarik untuk mengembangkan pengetahuan mereka dengan pengambilan keputusan dilakukan berdasarkan sains manajemen (*Management Science*) atau riset operasi (*Operation Research*). Banyak teknik telah dikembangkan untuk berbagai macam area dalam sains manajemen (*Management Science*) atau riset operasi (*Operation Research*). Namun, area dengan menggunakan CPM/PERT dirasa masih membutuhkan generalisasi rancangan kerja (*framework*) pada *spreadsheet*. Untuk itu dalam penulisan ini akan dijelaskan cara mendapatkan tujuan tersebut dengan beberapa tatanan (*layout*) dan formula yang sederhana namun inovatif. Model yang diperoleh merepresentasikan tidak hanya penyelesaian masalah CPM/PERT dengan menggunakan metode jalur kritis (*critical path method\_CPM*), namun juga sangat mudah untuk diperluas saat ada penambahan dan penghilangan aktivitas atau ada perubahan pada hubungan kegiatan sebelumnya (*predecessor relationship*). Dalam penulisan ini dijelaskan bagaimana model tersebut diperoleh dengan tetap mempertahankan algoritma jalur kritis namun juga mendapatkan rancangan umum untuk memecahkan permasalahan CPM/PERT.

**Kata Kunci:** CPM/PERT, *spreadsheet*, model, algoritma, metode jalur kritis

### PENDAHULUAN

#### Latar Belakang dan Permasalahan

Sejak dikemukannya tulisan Samuel Bodily (Bodily, 1986), pemecahan dari permasalahan sains manajemen (*Management Science*) atau riset operasi (*Operation Research*) disarankan menggunakan *spreadsheet* sehingga berbagai macam teknik dapat dilakukan oleh banyak kalangan praktisi. *Spreadsheet* menggunakan antarmuka yang natural untuk pembentukan model, sehingga memudahkan saat memberi masukan, solusi dan laporan umum, dan memungkinkan pengguna untuk menggunakan analisa *what-if*. Dalam beberapa waktu beberapa tahun ini, penggunaan *spreadsheet* untuk memecahkan beberapa permasalahan sains manajemen (*Management Science*) atau riset operasi (*Operation Research*) baik oleh praktisi ataupun komunitas akademisi telah berkembang dengan pesat (Leon et. al, 1995, Seal et. al, 2000). Namun, bagaimanapun juga belum pernah ada penulisan yang mempresentasikan tentang metode generalisasi untuk penerapan metode CPM/PERT pada *spreadsheet* dengan algoritma jalur kritis (*critical path method\_CPM*).

Berdasarkan penjelasan latar belakang di atas, yang menjadi permasalahan dalam penulisan ini adalah bagaimana menyelesaikan permasalahan CPM/PERT dengan algoritma jalur kritis pada *spreadsheet*.

#### Urgensi Masalah

Beberapa pembahasan permasalahan sains manajemen (*Management Science*) atau riset operasi (*Operation Research*) menjelaskan bahwa penggunaan metode jalur kritis merupakan cara yang paling populer sedangkan penggunaan *spreadsheet* masih belum populer (Eppen et. al, 1998; Hillier et. al, 2000; Ragdale, 1998). Dalam model yang mereka paparkan tidak memberikan kemudahan memungkinkan saat ada penambahan atau pengurangan beberapa aktifitas dari jaringan atau saat hubungan dengan *predecessor* dihilangkan.

Beberapa penulis lain, mengubah permasalahan CPM/PERT ke bentuk program linear (*Linear Programming\_LP*) dan kemudian memperoleh solusi LP tersebut melalui modul pemberi solusi yang terdapat di dalam *spreadsheet* (Plane, 1994; Hasse, 1997 dan Ragdale, 2001).

Untuk itu dalam penulisan ini akan dibuat cara memecahkan permasalahan CPM/PERT dengan algoritma jalur kritis pada *spreadsheet*. Karena model ini dengan mudah diperluas dengan penambahan dan pengurangan aktifitas serta tidak memerlukan proses transformasi LP.

**PEMBAHASAN**

**Contoh Permasalahan**

Dalam penulisan ini digunakan contoh sederhana dengan menggunakan permasalahan pengaturan dalam suatu seminar yang memiliki banyak aktifitas. Waktu penyelesaian dari masing-masing kegiatan tidak diketahui dengan pasti, hanya ada perkiraan saja. Aktifitas selengkapnya, waktu perkiraan kegiatan dan hubungan dengan *predecessor* ditunjukkan dalam Tabel 1 di bawah ini.

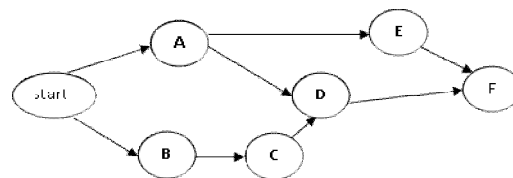
**Tabel 1**

Activities	Descriptions	Immediate Predecessors	Optimistic Time (a)	Most Likely Time (m)	Pessimistic Time (b)
A	Plain Topic		1	3	5
B	Obtain Speakers		2	4	6
C	List Meeting Locations	B	3	6	9
D	Select Location	A,C	1	5	9
E	Finalize Speakers Schedule	A	1	2	3
F	Prepare and mail Seminar Brochures	D,E	2	8	20

Dengan menggunakan beberapa pendekatan yang ditemukan dalam beberapa literatur (e.g. Hillier et al, 2000, Ragdale, 2001), durasi perkiraan yang diharapkan dan variansi perkiraan dari durasi aktifitas dari masing-masing aktifitas telah dihitung dan terlihat pada dua kolom terakhir pada Tabel 1.

**Metode Pemecahan Permasalahan**

Jaringan proyek dapat dilihat pada gambar 1 di bawah ini. Metode dalam penulisan ini digunakan untuk menghitung jalur kritis yang ada pada konsep yang sederhana yang tergambar dalam sebuah matriks.



**Gambar 1**

Sebuah graf atau jaringan yang terdiri atas  $n$  titik dapat digambarkan dengan matriks  $n \times n$  dengan setiap baris dan setiap kolomnya mewakili titik pada graf dan sebuah angka 1 dalam sel matriks berarti ada hubungan langsung antara titik-titik yang saling berkorespondensi tersebut. Contoh matriks representasi disajikan dalam Tabel 2 yang merupakan perwakilan jaringan proyek yang diberikan pada Gambar 1. Representasi jaringan yang digunakan disini merupakan aktifitas *on-node* yang masih konvensional.

**Tabel 2**

Activities	Immediate Predecessor	Predecessor Relationship			
A					
B					
C	B		1		
D	A, C	1		1	
E	A	1			
F	D, E			1	1

Dalam penulisan ini diadopsi dari representasi konvensional yaitu *predecessor* pada kolom dan *successors* di baris dari matriks representasi di atas.

Aplikasi dari metode CPM/PERT diperoleh dengan *worksheet* pada *Excel Workbook* dengan total

sebanyak empat buah. Lembar yang pertama digunakan untuk menginput data; dua lembar berikutnya berturut-turut untuk menghitung *Earliest Start Time* (EST) dan *Earliest Finish Time* (EFT) dan *Latest Start Time* (LST) dan *Latest Finish Time* (LFT) dari aktifitas tersebut; dan lembar keempat digunakan untuk melaporkan jalur kritis seperti untuk menentukan rata-rata dan variansi waktu penyelesaian proyek. Selain itu, ditambahkan lagi dua lembar untuk menampilkan *Chart Gantt* dan rentangan nama-nama yang digunakan dalam proyek tersebut setelah menyelesaikan permasalahan. Langkah pertama proses diawali dengan mengatur input data ke dalam *spreadsheet*. Hal ini dilakukan berdasarkan data pada Tabel 1 sebagaimana representasi matriks pada tabel 2. Layout dalam *spreadsheet* tergambar pada Gambar 2 dan 3 berikut ini.

ACTIVITIES	Description	Immediate Predecessors	Optimistic Time (a)	Most Likely Time (m)	Pessimistic Time (b)	Expected Value $(a + 4m + b)/6$	Variance $[(b-a)^2/6]$
A	Plan Topic		1	3	5	3.00	0.44
B	Obtain Speakers		2	4	6	4.00	0.44
C	List Meeting Locations	B	3	6	9	6.00	1.00
D	Select Location	A, C	1	5	9	5.00	1.78
E	Finalize Speakers Schedule	A	1	2	3	2.00	0.11
F	Prepare and mail Seminar Brochures	D, E	2	8	20	9.00	9.00

Gambar 2 Layout Saat Input Data Di Spreadsheet

ACTIVITIES	Description	Immediate Predecessors	A	B	C	D	E	F
A	Plan Topic							
B	Obtain Speakers							
C	List Meeting Locations	B		1				
D	Select Location	A, C	1		1			
E	Finalize Speakers Schedule	A	1					
F	Prepare and mail Seminar Brochures	D, E				1	1	

Gambar 3 Representasi Hubungan Predecessor di Spreadsheet

Setelah menginput data, prosedur dimulai dengan menghitung pasangan EST dan EFT dari setiap aktifitas yang terdapat dalam jaringan. Hal ini dilakukan dengan menyalin matriks jaringan ke lembar yang lain (namakan EST-EFT) dan selanjutnya menambah dua kolom lagi untuk menyimpan data final EST dan EFT. Layout dapat dilihat dalam Gambar 4 berikut.

	A	B	C	D	E	F
1	Maximum of All EFTs					
2	24.00					
3		EST	EFT			
4	A	0.00	3.00			
5	B	0.00	4.00			
6	C	4.00	10.00	4.00		
7	D	10.00	15.00	3.00	10.00	
8	E	3.00	5.00	3.00		
9	F	15.00	24.00		15.00	5.00

Gambar 4 Penghitungan EST-EFT

Data EST merupakan maksimum dari semua EFT dari aktifitas *predecessor* sebelumnya. Lembar *spreadsheet* dibuat berdasarkan aturan berikut. Untuk sebarang pasangan aktifitas *i* dan *j*, dengan *i* kolom dan *j* baris, sel (*i,j*) pada matriks merupakan EFT dari aktifitas *i* jika *i* merupakan *predecessor* sebelum dari *j* atau nol jika sebaliknya.

Langkah selanjutnya adalah menghitung LST dan LFT untuk masing-masing aktifitas. Dengan mengingat bahwa LFT dari suatu aktifitas dengan suatu *successor* merupakan nilai minimum dari LST dari semua aktifitas *successor* dapat digunakan logika yang sama yang telah digunakan untuk menghitung EST – EFT hanya saja berlaku sebaliknya. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 5 berikut.

	A	B	C	D	E	F
1	Minimum Expected Project Completion Time					
2	24.00					
3		LST	7.00	0.00	4.00	10.00
4		LFT	10.00	4.00	10.00	15.00
5						
6	A					
7	B					
8	C		4.00			
9	D		10.00	10.00		
10	E		13.00			
11	F				15.00	15.00

Gambar 5 Penghitungan LST – LFT

Jika hanya terdapat sebuah jalur kritis, maka konstruksi dari CPM dan aktifitas kritis dapat ditentukan secara langsung. Pasangan (EST, EFT) dan (LST, LFT) untuk aktifitas-aktifitas tersebut diekstraksi dari lembar EST, EFT (Gambar 4) dan dari lembar LST, LFT (Gambar 5) dan *slack* total dihitung dengan mengurangkan EST dan LST. Jika diperoleh hasil sama dengan nol, maka aktifitas tersebut merupakan aktifitas kritis. Variansi dari aktifitas kritis ditambahkan untuk mendapatkan keseluruhan variansi pada waktu penyelesaian proyek. Gambar 6 dan Tabel 3 di bawah ini berturut-turut menunjukkan layout dari hasil akhir dan formula sel yang saling berkorespondensi.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Min/Avg Project Completion Time	-	24.00				Target Time	23		Time	30.68
2		Project Variance	=	12.22				Probability	38.74%		Probability	97%
3												
4	Activity	Description	Average Time	EST	EFT	LST	LFT	Total Slack	Critical		Critical Activity	
5	A	Plan Topic	3.00	0.00	3.00	7.00	10.00	7.00	NO			
6	B	Obtain Speakers	4.00	0.00	4.00	0.00	4.00	0.00	YES	0.44		
7	C	List Meeting	6.00	4.00	0.00	4.00	10.00	0.00	YES	1.00		
8	D	Select Location	5.00	10.00	5.00	10.00	15.00	0.00	YES	1.70		
9	E	Finalize Speakers	2.00	3.00	5.00	15.00	15.00	10.00	NO			
10	F	Schedule Seminar	3.00	15.00	24.00	15.00	24.00	0.00	YES	3.00		

Gambar 6 Lembar Tabel CPM Akhir

Tabel 3 Formula yang digunakan dalam Lembar CPM Akhir

Cell Reference	Formula	Copied To
F1	=MAX(G5:G204)	--
F2	=SUM(cavariance)	--
I1	=23	--
I2	=NORMINV(L2,F1,SQRT(TRUE))	--
L1	-0.97	--
L2	=NORMINV(L2,F1,SQRT(F2))	--
A5	=Input!A3	A6 through A13
B5	=Input!B3	B6 through B13
C5	=Input!G3	C6 through C13

D5	= 'EST-EFT'!B3	D6 through D13
E5	=D5+C5	E6 through E13
F5	=G5-C5	F6 through F13
G5	=HLOOKUP(A5,PERTCPM.xls!LST_LFTtable,3,FALSE)	G6 through G13
H5	=F5-D5	H6 through H13
I5	=IF(H5>0,"NO","YES")	I6 through I13
J5	=IF('PERT-CPM Table!I5="TES",(VLOOKUP('PERT-CPM Table'!A5,Inputs,8,FALSE)),"")	J6 through J13

Harus diperhatikan bahwa *slack* dalam tabel di atas mengacu kepada *slack* total untuk suatu aktifitas sebagaimana diberlakukan pada *slack* bebas. Data *slack* total dari suatu aktifitas adalah angka maksimum dari waktu tundaan dari aktifitas tersebut dari EST tanpa tundaan dalam jalur kritis. Sebaliknya data *slack* bebas merupakan tundaan maksimum yang diperbolehkan dari EST suatu aktifitas tanpa tundaan EST dari sebarang aktifitas *successor* sebelumnya. Formula untuk penghitungan otomatis *slack* bebas pada *spreadsheet* diperoleh dengan cukup rumit. Untuk itu disarankan untuk menghitung *slack* bebas dari setiap aktifitas secara manual setelah diperoleh Tabel CPM.

Metode tersebut di atas digunakan untuk mengkonstruksi Tabel CPM yang belum sepenuhnya benar jika terdapat banyak jalur kritis pada permasalahan tersebut. Pada suatu kasus, metode dasar akan berakhir dengan diperolehnya identifikasi dari setiap aktifitas kritis dengan benar pada setiap jalur kritis dan selanjutnya dapat ditambahkan variansi dari semua aktifitas kritis tersebut untuk mendapatkan variansi keseluruhan proyek. Tentu saja hal tersebut mengarah kepada jawaban yang salah. Untuk itu dimungkinkan untuk membentuk formula pada *spreadsheet* untuk mengidentifikasi keberadaan jalur kritis yang muncul lebih dari satu, namun prosedur tersebut mengakibatkan *spreadsheet* secara keseluruhan tampak rumit. Untuk itu, dalam penulisan ini, hal tersebut tidak dibahas. Metode ini disarankan hanya digunakan untuk mengidentifikasi semua aktifitas kritis yang tergambar dalam jaringan proyek dan jika terdapat jalur kritis yang muncul lebih dari satu, maka panjang jalur kritis dihitung berdasarkan pada variansinya.

### Penggunaan dan Perluasan

Pada penulisan ini dijelaskan tentang penggunaan *spreadsheet* untuk menyelesaikan permasalahan CPM/PERT dengan menggunakan algoritma jalur kritis yang merupakan tambahan berguna dalam pembelajaran MS/OR. Program-program *spreadsheet* sekarang terdapat dengan sangat luas dan para manajer sangat familiar dan nyaman dengan *software* tersebut. Hasilnya, pembelajaran MS/OR di beberapa sekolah bisnis dilakukan dengan menggunakan *spreadsheet* sebagai *software* alat bantu. Penulisan ini diharapkan memberikan kontribusi untuk pembelajaran tersebut. Hal tersebut tentu saja berdasarkan pada hasil, level dan tentu saja model yang digunakan sebagai *black box* atau ilustrasi detail dari suatu mekanisme metode CPM/PERT.

Namun, tidak seperti pendekatan dengan menggunakan *spreadsheet* sebelumnya, yang memerlukan pembentukan ulang model untuk setiap jaringan baru melalui suatu formulasi program linear yang baru, model pada penulisan ini dapat diperluas dengan mudah dan dapat mengakomodasi sejumlah aktifitas dan berubah berdasarkan hubungan *predecessor*.

Metode dalam penulisan ini juga dapat ditujukan pada permasalahan dengan penghitungan PERT yang berbeda. Perkiraan waktu yang digunakan untuk menghitung rata-rata dan variansi dari waktu keseluruhan dari setiap aktifitas hanya perkiraan dan pendekatan ini bertujuan untuk mendapatkan perkiraan kasar dari rata-rata dan variansi proyek. Asumsi bahwa rata-rata jalur kritis dapat teridentifikasi dengan metode sesuai dengan penulisan ini adalah terlihat bahwa jalur kritis yang ditemukan merupakan jalur terpanjang yang proyek tersebut tidak melewatinya. Terdapat kesimpulan

yang penting bahwa beberapa jalur lain merupakan jalur yang lebih panjang daripada rata-rata jalur kritis sehingga manajer proyek yang menyadari probabilitas penghitungan dari *spreadsheet* dapat salah (perhatikan Hillier, et. al, 2000 untuk diskusi lebih lanjut pada evaluasi untuk asumsi-asumsi PERT). Bagaimanapun juga, dengan pendekatan yang tergambar dalam penulisan ini adalah merukan suatu hal yang sangat mudah untuk mensimulasikan waktu penyelesaian proyek daripada menggunakan penghitungan probabilitas berdasarkan jalur kritis perkiraan. Seseorang dapat merubah formula untuk durasi aktifitas rata-rata dengan formula yang menggambarkan sampel yang random dari suatu distribusi spesifik yang bersesuaian untuk setiap durasi aktifitas yang ada.

Bagian yang yang tidak kalah menarik pada proyek manajemen adalah mengevaluasi akibat dari tabrakan proyek dan korespondensi pemotongan penjualan harga-waktu (*time-cost*). Nilai optimal dari pemotongan penjualan harga-waktu merupakan formulasi dari suatu LP dan beberapa penulisan telah menunjukkan bagaimana menentukan nilai tersebut dalam *spreadsheet* (e.g. Hillier, et. al, 2000; Ragsdale, 2001). Setiap pendekatan yang diperoleh tidak mendukung untuk mengakomodasi perubahan yang ada pada struktur jaringan (baik yang berupa perubahan pada hubungan yang terdahulu atau perubahan penambahan dan pengurangan aktifitas) tanpa perubahan manual yang extensif pada formula yang ada.

## **PENUTUP**

### **Simpulan**

Suatu *software spreadsheet* merupakan salah satu *software* yang populer dalam pemodelan lingkungan untuk para manajer yang tertarik pada pembentukan dan penggunaan model MS/OR untuk penentuan keputusan. Beragam teknik telah dipelajari pada banyak area dalam MS/OR, namun bagaimanapun juga bagian CPM/PERT masih sangat kurang dalam menentukan rangkaian kerja tergeneralisasi yang dapat diaplikasikan dalam *spreadsheet*. Pada penulisan ini ditunjukkan suatu cara untuk menggabungkan berbagai macam aktifitas dengan menggunakan beberapa *spreadsheet* dengan layout dan formula yang sederhana namun inovatif. Model dalam penulisan ini menggambarkan tidak hanya menyelesaikan permasalahan CPM/PERT dengan menggunakan metode jalur kritis namun model tersebut juga dapat dengan mudah diperluas saat aktifitas ditambahkan atau dihilangkan atau hubungan dengan *predecessor* berubah. Perluasan tersebut dilakukan dengan teknik menyalin formula yang sederhana. Model tersebut tentu saja mampu untuk menghindari penyelesaian suatu permasalahan CPM/PERT dengan menggunakan formulasi LP. Model dalam penulisan ini juga mengenalkan suatu langkah ekstra pada proses pemodelan dan juga membuat algoritma jalur kritis menjadi lebih efisien. Penulisan ini menekankan masalah tersebut dengan mempertahankan algoritma jalur kritis dan juga menghasilkan rancangan kerja umum untuk menyelesaikan permasalahan CPM/PERT.

### **Saran**

Dalam penulisan ini belum diperoleh hasil untuk memisahkan penghitungan antara waktu tabrakan antarproyek dan pemotongan penjualan harga-waktu pada model ini tanpa menghilangkan batasan-batasan yang ada. Untuk itu disarankan dalam penulisan selanjutnya dapat ditentukan nilai dari penghitungan tersebut sehingga model yang dihasilkan lebih maksimal.

### **Rekomendasi**

Untuk mengetahui tingkat kelaikan model dan kefisiensian model dapat diterapkan dalam pembelajaran di kelas dengan mata kuliah yang menggunakan MS/OR. sehingga akan diperoleh ukuran yang tepat tentang hasil penerapan pemodelan tersebut.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Bodily, S. (1986), Spreadsheet modelling as a stepping stone, *Interface*, Vol. 16, No. 5, pp. 34 – 52.
- Eppen, G. D., F. J. Gould, C. P. Schmidt, J. H. Moore dan L. R. Weatherford (1998), *Introductory Management Science: Decision Modelling with Spreadsheets*, 5th Edition, New York: Prentice Hall.
- Hesse, R. (1997), *Managerial Spreadsheet Modelling and Analysis*, Boston: Irwin-McGraw-Hill.
- Hillier, F. S., M. S. Hillier dan G. J. Lieberman (2000), *Introduction to Management Science*, Boston:



Irwin-McGraw-Hill.

Leon, L. Z., H. Przasnyski dan K. C. Seal (1995), Spreadsheet and MS/OR Models: An End-User Perspective, *Interface*, Vol. 26 No. 3, pp. 92 -104.

Plane, D. R. (1994), *Management Science: a Spreadsheet Approach*, New York: Boyd and Fraser.

Ragsdale, C. T. (2001), *Spreadsheet Modelling and Decision Analysis: Practical Introduction to Management Science*, 3rd Edition, New York: South Western College Publishing.

Seal, K. C., Przasnyski, Z. H., dan Leon, L. (2000), A Literature Review of MS/OR Models in Spreadsheet, *OR Insight*, Vo. 13, Issue 4, pp. 21 – 31.

Seal, K. C. (2002), Generalized PERT/CPM Implementation in a Spreadsheet, *INFORMS Transcation on Education*, Vol. 2, No. 1, pp. 16 – 26.



## PERHITUNGAN HARGA OPSI EROPA MENGGUNAKAN METODE GERAK BROWN GEOMETRI

Kristoforus Ardha Sandhy Pradhitya<sup>1)</sup>, Bambang Susanto<sup>2)</sup>, dan Hanna Arini Parhusip<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup>Mahasiswa Program Studi Matematika  
email:<sup>1)</sup>krist\_ardha07@yahoo.com <sup>2)</sup>bsusanto5@gmail.com <sup>3)</sup>hannaariniparhusip@yahoo.co.id  
<sup>2)3)</sup>Dosen Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Matematika  
Universitas Kristen Satya Wacana  
Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

### Abstrak

Pada dasarnya opsi didefinisikan sebagai kontrak antara dua pihak (*writer* dan *holder*) dimana *writer* memberikan hak tetapi bukan kewajiban kepada *holder* untuk membeli (*call option*) atau menjual (*put option*) suatu saham dengan harga yang telah disepakati di masa mendatang. Hal ini jelas akan mengakibatkan kerugian bagi *writer*. Untuk menghindari hal tersebut, maka *writer* harus memberi harga pada opsi. Pada umumnya perhitungan harga opsi dilakukan dengan menggunakan model Black – Scholes (1973). Dalam penelitian ini akan dibahas cara menentukan harga Opsi Eropa menggunakan metode Gerak Brown Geometri. Pergerakan harga saham dimasa mendatang diasumsikan mengikuti model Gerak Brown Geometri, oleh karena itu dilakukan simulasi untuk memprediksi pergerakan harga saham tersebut yang selanjutnya harga Opsi Eropa dihitung dengan menggunakan fungsi *payoff*. Sebelum melakukan simulasi tersebut, nilai *volatility* dari harga saham harus diketahui terlebih dahulu. Estimasi untuk *volatility* dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*. Dalam penelitian ini digunakan data harga saham penutupan harian dari PT. HM. Sampoerna Tbk. tanggal 1 Maret 2010 sampai 29 Februari 2012. Hasil yang didapatkan dari penelitian ini adalah harga Opsi Eropa seandainya terjadi suatu kontrak opsi antara PT. HM. Sampoerna Tbk. dengan pihak lain.

**Kata Kunci:** Opsi Eropa, Gerak Brown Geometri, *Maximum Likelihood Estimation*, *payoff*, *volatility*

### PENDAHULUAN

Saham merupakan surat berharga sebagai bukti tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan hukum dalam suatu perusahaan, khususnya perusahaan publik yang memperdagangkan sahamnya. Investasi dalam bentuk saham banyak dipilih para investor karena saham mampu memberikan keuntungan yang menarik. Selain berinvestasi dengan cara memiliki secara langsung saham yang diperdagangkan di pasar, investor juga dapat berinvestasi dengan cara membeli turunan dari nilai saham (*financial derivative*). Salah satu turunan yang telah banyak dikenal dan diperdagangkan oleh masyarakat adalah opsi. Opsi memberikan hak kepada *holder* tetapi sebaliknya *writer* harus membeli atau menjual sahamnya kepada *holder*. Hal ini menyebabkan resiko kerugian, karena itu *writer* harus mengganti kerugian dengan cara memberi harga pada opsi. Masalah perhitungan harga opsi (*option pricing*) adalah menghitung harga yang wajar (*fair value*) dimana opsi bisa dibeli atau dijual.

Data dari PT. HM. Sampoerna Tbk. tanggal 1 Maret 2010 sampai 29 Februari 2012 digunakan untuk mengilustrasikan penentuan harga opsi menggunakan model Gerak Brown Geometrik dengan nilai *volatility* terbaik dicari menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*.

### DASAR TEORI

#### Opsi

Opsi adalah suatu perjanjian atau kontrak dimana seorang *writer* memberikan hak, bukan kewajiban bagi seorang *holder* untuk membeli atau menjual suatu saham dengan harga dan waktu

yang telah ditetapkan. Dilihat dari hak yang dimiliki *holder*, opsi dibedakan menjadi dua, yaitu:

1. Opsi beli  
Opsi beli yang lebih dikenal sebagai *call option*, adalah suatu hak untuk membeli sebuah saham pada harga kesepakatan (*strike price*) dan dalam jangka waktu tertentu.
2. Opsi Jual  
Opsi jual yang lebih dikenal sebagai *put option*, adalah suatu hak untuk menjual sebuah saham pada harga kesepakatan (*strike price*) dan dalam jangka waktu tertentu.

Dilihat dari waktu pelaksanaan, opsi dibedakan menjadi dua, yaitu :

1. Opsi Eropa  
Opsi Eropa yaitu suatu kontrak opsi yang hanya bisa di laksanakan pada hari terakhir saat tanggal jatuh tempo masa berlakunya opsi tersebut.
2. Opsi Amerika  
Opsi Amerika yaitu suatu kontrak opsi yang bisa dilaksanakan kapan saja di dalam masa berlakunya kontrak opsi.

### Fungsi Payoff

Sekarang diperhatikan Opsi Eropa. Pada saat  $0 \leq t < T$  sebelum *expiry date* dari opsi akan ditemukan kesulitan untuk menghitung nilai opsi ( $V$ ), tetapi pada saat *expiry date*  $T$  akan mudah sekali untuk menghitung nilai tersebut. Untuk harga Opsi *Call* Eropa, terdapat tiga kasus yang mungkin, yaitu

1. Harga saham lebih besar dari *Strike Price* ( $S > K$ )  
Karena tidak ada biaya transaksi, maka nilai opsi adalah  $V = S - K > 0$ . Ini adalah alasan bagi *holder* untuk membeli saham dengan *strike price*  $K$  tetapi sebaliknya untuk Opsi Put Eropa.
2. Harga saham lebih kecil dari *Strike Price* ( $S < K$ )  
Hal ini akan menyebabkan kerugian karena *holder* akan membeli saham tersebut dengan harga di atas harga pasar tetapi sebaliknya untuk Opsi Put Eropa.
3. Harga Saham sama dengan *Strike Price* ( $S = K$ )  
Dalam kasus ini tidak ada perbedaan apakah *holder* akan menggunakan haknya untuk membeli (*opsi call*) atau menjual (*opsi put*) saham karena akan memberikan nilai  $V=0$ .

Dari ketiga kasus di atas, dapat disimpulkan bahwa nilai dari Opsi Eropa pada saat *expiry date*  $T$  adalah

$$V(S, T) = \text{maks}\{d(K - S_T), 0\} \quad (1)$$

dengan  $d = \begin{cases} 1 & , \text{ untuk opsi call} \\ -1 & , \text{ untuk opsi put} \end{cases}$ .

### Gerak Brown

Suatu gerak Brown  $[B(t), t \geq 0]$  adalah proses stokastik yang memiliki sifat – sifat berikut :

1.  $B(0) = 0$ .
2. Untuk  $t > s$  :  $B(t) - B(s)$  berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi  $t-s$ .
3. Untuk  $0 \leq s \leq t \leq u$  :  $B(u) - B(t)$  dan  $B(t) - B(s)$  saling bebas.
4. Lintasan kontinu :  $B(t)$  adalah fungsi kontinu dari  $t$  tetapi tidak terdeferensial dimanapun.

Secara khusus gerak Brown dengan mean sama dengan 0 dan variansi sama dengan 1 dinamakan gerak Brown baku.

### Model harga saham

Didalam pemodelan harga saham terdapat dua faktor yang sangat berpengaruh, yaitu keadaan saham pada waktu lalu yang berpengaruh pada harga saham saat ini dan respon saham terhadap informasi baru tentang saham. Berdasarkan kedua faktor ini dapat dikatakan bahwa perubahan harga saham mengikuti proses rantai Markov. Proses rantai Markov merupakan proses stokastik dimana harga saat ini berpengaruh untuk memprediksi harga yang akan datang. Harga saham dilambangkan dengan  $S$  dan waktu dilambangkan dengan  $t$ . Perubahan harga saham dikenal sebagai *return*. Model umum *return* dari saham terdiri atas dua bagian, bagian pertama adalah bagian deterministik yang dilambangkan dengan  $\mu dt$  Ukuran dari rata-rata pertumbuhan harga saham atau yang lebih dikenal

dengan *drift* ditunjukkan sebagai  $\mu$ . Sedangkan bagian kedua merupakan model perubahan harga saham secara random yang disebabkan oleh faktor eksternal. Faktor eksternal dilambangkan dengan  $\sigma dBt$ . Nilai  $\sigma$  didefinisikan sebagai *volatility* saham yang digunakan untuk mengukur standar deviasi dari *return* dan dapat dinyatakan sebagai fungsi dari  $S$  dan  $t$ . Nilai  $\mu$  dan  $\sigma$  dapat diestimasi menggunakan harga saham pada hari sebelumnya. Model harga saham yang dipengaruhi oleh nilai  $\mu$  dan  $\sigma$  dengan masing-masing bergantung pada  $S$  dan  $t$  dirumuskan sebagai berikut

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dB(t)$$

dengan

$\mu$  : nilai ekspektasi dari *return* ;  $\sigma$  : *volatility* saham (standar deviasi dari *return*)

Model dari harga saham diatas dapat dituliskan dalam bentuk

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB(t) \quad (2)$$

dengan  $B(t)$  merupakan gerak Brown baku sehingga model (2) disebut juga Gerak Brown Geometri untuk harga saham. Dengan mengaplikasikan Lemma Ito untuk  $f = \ln(S(t))$ , persamaan (2) dapat dituliskan menjadi (Hull,2009)

$$S(t) = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(t - t_0) + \sigma[B(t) - B(t_0)]} \quad (3)$$

Untuk  $t = T$   $t_0 = 0$ , maka persamaan (3) dapat dituliskan kembali menjadi

$$S(T) = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma B(T)} \text{ atau } \ln\left(\frac{S(T)}{S_0}\right) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma B(T) \quad (4)$$

dengan  $B(T) = \sqrt{dt}Z$ ;  $Z \sim N(0,1)$  dan  $\ln\left(\frac{S(T)}{S_0}\right) = \text{return}$ .

Karena saham merupakan suatu *asset* yang berisiko (pergerakannya tidak dapat diprediksi), maka diperlukan suatu model agar pergerakan harga saham menjadi tidak berisiko sehingga dapat diprediksi pergerakannya. Selanjutnya dijelaskan pemodelan harga saham yang bebas risiko atau *Risk Neutral Pricing*.

### **Risk Neutral Pricing**

Hubungan antara suku bunga dan harga saham juga merupakan perhatian dalam finansial. Misalnya hal ini ditunjukkan Alam dan Uddin (2009) yang membahas tentang suku bunga dan harga saham diantara negara berkembang. Pada makalah tersebut digunakan analisa runtun waktu dan regresi. Pada makalah ini kita akan membahas suku bunga dalam fungsi diskrit dan fungsi kontinu sebagaimana dibahas pada paragraf berikut.

Dimisalkan besarnya tabungan awal  $F = 1$ . Besarnya tabungan setelah  $t$  periode dinotasikan dengan  $X_t$ . Bunga yang dibayarkan untuk periode  $t$  sama dengan

$$X_{t+1} - X_t.$$

Jika bunga sebanding dengan besarnya  $X_t$  maka dinamakan bunga berganda. Artinya

$$X_{t+1} - X_t = rX_t, t = 0,1,2,\dots \quad (5)$$

dimana  $r > 0$  dinamakan suku bunga (*interest rate*). Persamaan (5) dapat dituliskan kembali menjadi

$$X_{t+1} = (1 + r)X_t. \quad (6)$$

dan diambil  $X_0 = F = 1$ , maka diperoleh  $X_t = (1 + r)^t$ ,  $t = 0,1,2,\dots$  dengan  $X_t$  adalah besarnya tabungan.

Sekarang diandaikan bahwa  $r$  suku bunga tahunan yang dibayarkan  $n$  kali setiap tahunnya. Kita membagi satu tahun menjadi  $n$  subperiode dengan lebar sama, sehingga suku bunga untuk setiap periode  $\frac{r}{n}$ , maka besarnya tabungan setelah  $m$  periode dirumuskan oleh

$$X_m = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^m, m = 0,1,2,\dots \quad (7)$$

Dimisalkan  $t = \frac{m}{n}$  untuk bilangan – bilangan asli  $m$  dan  $n$ , maka besarnya deposito saat  $t$  untuk bunga berganda dengan suku bunga  $r$  mempunyai rumus

$$X_t = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} \quad (8)$$

Untuk  $n$  mendekati tak hingga maka dipunyai  $X(t) = \left[ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n \right]^t = e^{rt}$ . Karena  $X_0 = F = 1$ , maka secara umum dipunyai bentuk  $X(t) = e^{rt} X_0$  atau dapat pula dituliskan dalam bentuk  $X_0 = e^{-rt} X(t)$  (9)

dengan  $e^{-rt}$  disebut sebagai faktor terdiskon.

Selanjutnya dimisalkan harga saham pada saat *expiry date*  $T$  dinyatakan dengan  $S(T)$  dan diasumsikan bahwa:

1.  $X = \ln(S(T)/S_0) \sim N(\mu T, \sigma^2 T)$
2.  $S(0) = e^{-rt} E(S(T))$ .

Dari asumsi pertama, pdf untuk  $X$  dapat dituliskan dengan

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu T}{\sigma\sqrt{T}}\right)^2} \quad (10)$$

Sehingga pdf untuk  $S(T)$  dapat diperoleh dengan menggunakan teknik transformasi peubah acak melalui persamaan (10)

$$f(S(T)) = \frac{1}{S(T)\sigma\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(S(T)/S_0)-\mu T}{\sigma\sqrt{T}}\right)^2} \quad (11)$$

*Expected asset* dapat diturunkan dengan memanfaatkan asumsi pertama, yaitu

$$E[S(T) / S_0] = E[e^{\ln(S(T)/S_0)}] = E[e^X] = e^{\mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}$$

Sehingga  $E[S(T)] = S_0 e^{\mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}$ . (12)

Dari asumsi kedua dan persamaan (12), dapat diperoleh

$$S_0 = e^{-rt} E[S(T)] = e^{-rt} S_0 e^{\mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T} \text{ sehingga } -rt + \mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T = 0.$$

Jadi  $\mu = r - \frac{1}{2}\sigma^2$ . (13)

Sehingga pdf untuk persamaan (11) dapat dituliskan menjadi

$$f(S(T)) = \frac{1}{S(T)\sigma\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(S(T)/S_0) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)^2}; z = \frac{\ln(S(T)/S_0) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \text{ sehingga} \\ S(T) = S_0 e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}z} \quad (14)$$

### Maximum Likelihood Estimation untuk Data Berdistribusi Normal

Misalkan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel acak dengan pdf  $f(x_i, \theta)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  dengan  $\theta \in \Theta$ . Apabila  $L$  yaitu fungsi peluang bersama dari  $X_1, X_2, \dots, X_n$  dipandang sebagai fungsi dari  $\theta$  dan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  konstan, maka  $L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$  disebut sebagai fungsi likelihood.

Misalkan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel acak dengan pdf  $f(x_i, \theta)$  dan fungsi likelihood  $L(\theta)$ . Nilai  $\hat{\theta} = \theta(X_1, X_2, \dots, X_n)$  yang memaksimumkan  $L(\theta)$  yakni  $L(\hat{\theta}) \geq L(\theta)$  untuk semua  $\theta \in \Theta$  dinamakan *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* untuk  $\theta$ . Selanjutnya dibentuk fungsi Likelihood

$$L(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Diambil  $l$  adalah nilai logaritma dari fungsi Likelihood diatas sehingga diperoleh bentuk

$$l(\mu, \sigma^2) = \ln\left(\prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}\right) = \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}\right) \\ = -\frac{n}{2} \sum_{i=1}^n \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2.$$

Nilai optimal  $\mu$  diperoleh dengan kondisi  $\frac{\partial l(\mu, \sigma^2)}{\partial \mu} = 0$  yaitu  $\sum_{i=1}^n x_i - n\mu = 0$ . Diperoleh

$$\mu_{MLE} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (15)$$

Demikian pula nilai optimal  $\sigma^2$  diperoleh dengan memenuhi kondisi  $\frac{\partial l(\mu, \sigma^2)}{\partial \sigma^2} = 0$ , yaitu

$$-\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 - n \right) = \left( \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 - n \right) = 0.$$

$$\sigma^2_{MLE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{MLE})^2 \quad (16)$$

Untuk mempelajari sifat optimal  $\mu_{MLE}, \sigma^2_{MLE}$  selanjutnya dibentuk matrik Hessian dr  $l$

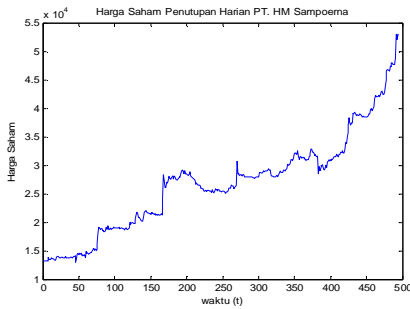
$$H_l = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l}{\partial \mu^2} & \frac{\partial^2 l}{\partial \mu \partial \sigma^2} \\ \frac{\partial^2 l}{\partial \mu \partial \sigma^2} & \frac{\partial^2 l}{\partial (\sigma^2)^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{n}{\sigma^2_{MLE}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\sigma^2_{MLE})^2} \left( \frac{n}{2} - \frac{1}{\sigma^2_{MLE}} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{MLE})^2 \right) \end{bmatrix}$$

karena  $-\frac{n}{\sigma^2_{MLE}} < 0$  dan  $\det(H_l) > 0$ , maka  $H_l$  *negatif definite* (Peressini,1988) yang berarti  $\mu_{MLE}$  dan  $\sigma^2_{MLE}$  memaksimumkan  $L(\mu, \sigma^2)$ .

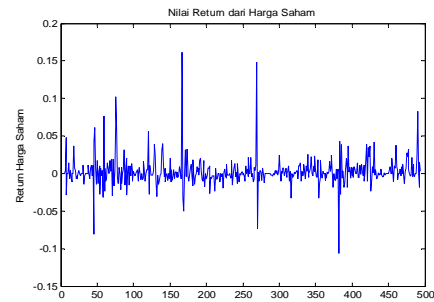
## ANALISIS DAN PEMBAHASAN

### Estimasi Parameter

*Volatility* saham merupakan nilai standar deviasi dari *return*. Perhitungan menggunakan rumus harga saham yang ditunjukkan oleh persamaan (4) berdasarkan data saham penutupan harian PT. H.M. Sampoerna Tbk. yang diambil pada tanggal 1 Maret 2010 sampai 29 Februari 2012. Data ditunjukkan oleh Gambar 1. *Return* dari harga saham penutupan harian PT. HM Sampoerna Tbk. ditunjukkan Gambar 2 yang merupakan selisih dari nilai logaritma harga saham saat  $t$  dengan harga saham saat  $t-1$ .



Gambar 1. Harga saham PT. HM. Sampoerna

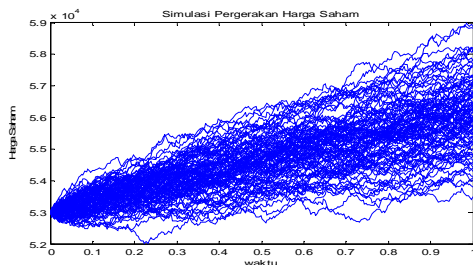


Gambar 2 Return dari harga saham

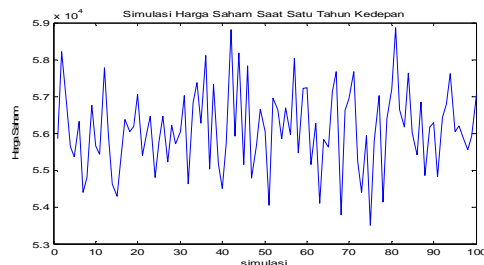
Dengan menggunakan persamaan (15) dan (16), maka diperoleh  $\mu_{MLE} = 0,00281$ ,  $\sigma^2_{MLE} = 0,000402$  dan *volatility* = 0,02004.

### Simulasi Harga Saham

Setelah didapatkan estimasi *volatility*, maka selanjutnya dilakukan 100 simulasi harga saham dengan *expiry date*  $T = 1$  tahun menggunakan model harga saham *Risk Neutral*. Nilai  $r$  yang digunakan adalah suku bunga acuan yang dikeluarkan oleh Bank Indonesia atau yang lebih dikenal sebagai *BI rate* sebesar 5,75% per tahunnya. Hasil dari simulasi pergerakan harga saham selama satu tahun mendatang ditunjukkan oleh Gambar 3 dan untuk hasil simulasi harga saham satu tahun kedepan ditunjukkan oleh Gambar 4.



Gambar 3.  $S_0 = 53.000$ ,  $T = 1$  Tahun,  $\sigma = 0,02004$  dan  $r = 5,75\%$ .



Gambar 4. Hasil simulasi harga saham saat satu tahun kedepan.

### Perhitungan Nilai Opsi Eropa

Selanjutnya dihitung harga Opsi Eropa saat ini menggunakan persamaan (1) dan (9) dapat diperoleh persamaan

$$V_0 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rt} \max\{d(0, S_T - K)\}$$

dengan

$M$  : Banyaknya simulasi,  $K$  : Harga pelaksanaan (*Strike Price*) dan  $d = \begin{cases} 1 & , \text{ untuk opsi call} \\ -1 & , \text{ untuk opsi put} \end{cases}$

Karena terdapat tiga nilai  $K$  yang mungkin yaitu  $K < S_{T_i}$ ,  $K = S_{T_i}$ , dan  $K > S_{T_i}$  maka diambil  $K$  dengan nilai 50.000, 53.000, dan 56.000 dan diperoleh hasil yang ditunjukkan oleh **Tabel 1**.

**Tabel 1.** Harga opsi Call dan Put Eropa dengan  $S_0 = 53.000$ ,  $T = 1$  Tahun,  $\sigma = 0,02004$ ,  $r = 5,75\%$  dan  $K$  yang berbeda.

<i>Strike Price (K)</i>	<i>Harga Call Option</i>	<i>Harga Put Option</i>
50.000	5.777	0
53.000	2.944	0
56.000	470	358

Tabel diatas menunjukkan harga Opsi Eropa baik *Call Option* maupun *Put Option* dari data harga saham penutupan harian PT. H.M. Sampoerna Tbk. Dari tabel diatas dapat disimpulkan bahwa harga *Put Option* bernilai nol jika *Strike Price* berada dibawah atau sama dengan harga pasar. Sehingga PT. H.M. Sampoerna Tbk. tidak akan menjual sahamnya karena tidak akan menghasilkan keuntungan.

### KESIMPULAN

Pada makalah ini telah dijelaskan bagaimana melakukan perhitungan harga Opsi Eropa dengan menggunakan data harga saham penutupan harian dari PT. H.M. Sampoerna Tbk. pada tanggal 1 maret 2010 sampai 29 februari 2012. Metode yang digunakan adalah Gerak Brown Geometri dan diperoleh hasil berbagai harga Opsi Eropa baik *Call Option* maupun *Put Option* untuk harga kesepakatan yang berbeda. Jadi jika terjadi kontrak opsi antara PT Sampoerna terhadap pihak lain baik sebagai holder dan sebagai writer maka PT. H.M. Sampoerna Tbk. dapat menentukan harga opsi sehingga tidak terjadi kerugian saat kontrak opsi dilaksanakan.

### DAFTAR PUSTAKA

Alam, M.M dan Uddin, G.S. 2009. Relationship between Interest Rate and Stock Price: Empirical Evidence from Developed and Developing Countries, *Journal of Business and Management*, Vol 4. No. 3, <http://ccsenet.org/journal/index.php/ijbm/article/view/217>, (diakses pada 24 April 2012).

BI Rate, <http://www.bi.go.id/web/id/Moneter/BI+Rate/Penjelasan+BI+Rate>, (diakses pada 6 Maret 2012).

Black, F. Scholes, M. 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *The Journal of Political Economy*, Vol 81. No. 3

Brigo, D. D'alessandro, A. Neugebauer, M. and Triki, F. 2007. *A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management*, <http://ssrn.com/abstract=1109160>, (diakses pada 25 Februari 2012).

Higham, Desmond J., 2004. *An Introduction to Financial Option Valuation*. United Kingdom: Cambridge University Press.

HMSPJ.K Historical Prices, <http://finance.yahoo.com>, (diakses pada 1 Maret 2012).

Hull, John C. 2009. *Options, Futures, And Other Derivatives*, 7<sup>th</sup> Edition. New Jersey: Pearson Education

Nugroho, D. B. 2008. *Aplikasi Metode Elemen Hingga Dalam Perhitungan Harga Opsi Asia Pada*



*Traded Account*, Thesis, Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Peressini, A. L. Sullivan, F.E. and Uhl, J.J. 1988. *The Mathematics of Nonlinear Programming*. New York : Springer-Verlag.

Rahman, A. 2010. *Model Black-Scholes Put-Call Parity Harga Opsi Tipe Eropa Dengan Pembagian Dividen*, Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sebelas Maret.

Wikipedia, [http://id.wikipedia.org/wiki/Opsi\\_%28keuangan%29](http://id.wikipedia.org/wiki/Opsi_%28keuangan%29), (diakses pada 3 Januari 2012).



## KETAKSAMAAN CAUCHY-SCHWARZ YANG DIPERUMUM

**Kus Prihantoso Krisnawan**

Program Studi Matematika  
Jurusan Pendidikan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Yogyakarta  
Email: [kuspik@uny.ac.id](mailto:kuspik@uny.ac.id)

### Abstrak

Ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* mempunyai banyak aplikasi dalam matematika, misalnya pada bidang aljabar linier, analisis, dan statistik. Oleh karena itu, ketaksamaan ini menjadi salah satu ketaksamaan yang penting di matematika. Sebagai akibat dari adanya persamaan *Parallelogram*, *Polarization Identity*, dan *Apollonius' identity* memunculkan perumuman dari ketaksamaan *Cauchy-Schwarz*. Sifat determinan dari suatu matriks dengan entri-entri hasil kali dalam juga memunculkan perumuman dari ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* ini.

Kata kunci: ketaksamaan *Cauchy-Schwarz*, persamaan *Parallelogram*, *Polarization Identity*.

### PENDAHULUAN

Ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* merupakan ketaksamaan yang penting di matematika, oleh karenanya banyak orang yang berusaha memperumum ketaksamaan ini. Perumuman di sini diartikan sebagai bentuk lain dari ketaksamaan ini. Ketaksamaan *Holder* adalah salah satu bentuk perumumannya (lihat [5]). Bentuk-bentuk perumuman lain dapat di temukan pada berbagai makalah, seperti [7], [1], [4], [3], dan [6].

Pada [4], dibahas mengenai ketaksamaan *Wielandt* yang merupakan pengembangan dari ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* yang diperumum. Perumuman *Cauchy-Schwarz* ini melibatkan nilai eigen terbesar dan nilai eigen terkecil dari suatu matriks definit positif. Pada [3], perumuman ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* muncul sebagai akibat dari definisi atas sudut antara 2 subruang. Selanjutnya pada [6], ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* diperluas sehingga berlaku pada 2 subruang dengan dimensi yang berbeda. Perluasan ini diberikan melalui representasi basis-basisnya. Selanjutnya, pada [1] dibahas mengenai hasil kali dalam- $n$  dan ditunjukkan bahwa ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* juga berlaku pada hasil kali dalam- $n$ . Pendefinisian hasil kali dalam- $n$  secara khusus dibahas pada [2]. Pendefinisian hasil kali dalam- $n$  secara berbeda dibahas dalam [7]. Pendefinisian ini lebih memperluas definisi dari hasil kali dalam- $n$  yang diberikan pada [2]. Hasil kali dalam- $n$  ini kemudian disebut sebagai hasil kali dalam- $n$  yang diperumum. Hasil kali dalam- $n$  yang diperumum ini dibahas dalam lingkup ruang vektor real. Sebagai akibat dari pendefinisian ini, muncul dari ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* yang berlaku pada ruang hasil kali dalam- $n$  yang diperumum.

Perumuman ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* yang dibahas dalam makalah-makalah tersebut mempunyai bentuk yang berbeda-beda. Pada makalah ini juga akan diberikan ketaksamaan yang berbeda. Ketaksamaan ini muncul sebagai akibat dari bentuk persamaan *parallelogram* dan *polarization identity*. Selain itu, juga akan diberikan ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* yang perumum pada determinan dari suatu matriks yang entri-entrinya adalah hasil kali dalam.

### HASIL KALI DALAM

Berikut ini akan diberikan definisi dari hasil kali dalam.

**Definisi 1.** Suatu *hasil kali dalam* pada ruang vektor  $X$  adalah sebuah pemetaan dari  $X \times X$  ke lapangan skalar  $K$  atas  $X$ , dinotasikan  $\langle x, y \rangle$ , sedemikian sehingga setiap vektor  $x, y$ , dan  $z$ , serta scalar  $\alpha$  memenuhi

- i.  $\langle x + y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle$
- ii.  $\langle \alpha x, y \rangle = \alpha \langle x, y \rangle$
- iii.  $\langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$
- iv.  $\langle x, y \rangle \geq 0$  dan  $\langle x, y \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$ . ♥

Jika  $X$  merupakan ruang vektor real yang dilengkapi dengan hasil kali dalam, maka ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* mempunyai bentuk

$$\langle x, y \rangle^2 \leq \langle x, x \rangle \langle y, y \rangle \quad (1)$$

dengan kesamaan berlaku jika dan hanya jika  $x$  dan  $y$  bergantung linier.

Sebuah hasil kali dalam pada  $X$  mendefinisikan suatu norm pada  $X$  yang diberikan sebagai

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} \quad (2)$$

Sehingga ketaksamaan (1) dapat ditulis sebagai

$$\langle x, y \rangle^2 \leq \|x\|^2 \|y\|^2. \quad (3)$$

Di lain pihak, pendefinisian norm tersebut memberikan hasil berikut.

**Fakta 1.** *Pendefinisian norm sebagai suatu hasil kali dalam seperti pada persamaan (2) memenuhi persamaan **parallelogram**,*

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2). \quad \heartsuit$$

**Fakta 2.** *Pendefinisian norm sebagai suatu hasil kali dalam pada ruang vektor real seperti persamaan (2) memenuhi **polarization identity**,*

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{4} (\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2). \quad \heartsuit$$

Pembuktian dari Fakta 1. dan Fakta 2. dapat diperoleh dengan mengubah bentuk norm menjadi hasil kali dalam menggunakan persamaan (2), kemudian dilakukan perhitungan dengan menggunakan Definisi 1.

**Fakta 3.** *Pendefinisian norm sebagai suatu hasil kali dalam pada ruang vektor real seperti persamaan (2) memenuhi **Apollonius' identity**,*

$$\|z - x\|^2 + \|z - y\|^2 = \frac{1}{2} \|x - y\|^2 + 2 \left\| z - \frac{1}{2}(x + y) \right\|^2. \quad \heartsuit$$

Pembuktian dari Fakta 3. ini dapat dilakukan dengan menggunakan persamaan *parallelogram* atau dapat juga diperoleh dengan mengubah bentuk norm menjadi hasil kali dalam menggunakan persamaan (2), kemudian dilakukan perhitungan dengan menggunakan Definisi 1.

## PERUMUMAN 1

Fakta 1, 2, dan 3 memunculkan akibat-akibat berikut.

**Akibat 1.** *Pendefinisian norm sebagai suatu hasil kali dalam pada ruang vektor real seperti persamaan (2) memenuhi ketaksamaan*

$$\|x\|^2 + \|y\|^2 - \|x - y\|^2 \leq 2\|x\|\|y\|$$

*dengan kesamaan berlaku jika  $x$  dan  $y$  bergantung linier.* ♥

**Bukti.** Substitusikan persamaan-persamaan pada Fakta 1 dan Fakta 2 ke dalam ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* maka Akibat 1 terbukti. ♥

**Akibat 2.** *Pendefinisian norm sebagai suatu hasil kali dalam pada ruang vektor real seperti persamaan (2) memenuhi ketaksamaan*

$$\frac{1}{2} \|x - y\|^2 - \|z - x\|^2 + 2 \left\| z - \frac{1}{2}(x + y) \right\|^2 \leq 4\|z\|\|y\| - \|z + y\|^2$$

*dengan kesamaan berlaku jika  $x$ ,  $y$  dan  $z$  bergantung linier.* ♥

**Bukti.** Substitusikan persamaan pada Fakta 3 ke persamaan pada Fakta 2 ke dan hasilnya substitusikan dalam ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* maka Akibat 2 terbukti. ♥

## PERUMUMAN 2

Sifat determinan dari suatu matriks dengan entri-entri hasil kali dalam dapat memunculkan perumuman dari ketaksamaan *Cauchy-Schwarz*.

**Fakta 4.** Jika  $X$  merupakan ruang vektor real yang dilengkapi dengan hasil kali dalam maka untuk  $x, y$ , dan  $z$  anggota  $X$  berlaku perumuman dari ketaksamaan *Cauchy-Schwarz* berikut

$$\begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, z \rangle \end{vmatrix}^2 \leq \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle z, x \rangle & \langle z, z \rangle \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, y \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, y \rangle \end{vmatrix} \quad (4)$$

dengan kesamaan berlaku jika  $x, y$ , dan  $z$  bergantung linier. ♥

**Bukti.** Perhatikan bahwa

$$\begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, \lambda z + y \rangle \\ \langle \lambda z + y, x \rangle & \langle \lambda z + y, \lambda z + y \rangle \end{vmatrix} = \langle x, x \rangle \langle \lambda z + y, \lambda z + y \rangle - \langle \lambda z + y, x \rangle^2 \geq 0 \quad (5)$$

Di lain pihak didapatkan

$$\begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, \lambda z + y \rangle \\ \langle \lambda z + y, x \rangle & \langle \lambda z + y, \lambda z + y \rangle \end{vmatrix} = \lambda^2 \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle z, x \rangle & \langle z, z \rangle \end{vmatrix} + 2\lambda \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, z \rangle \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, y \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, y \rangle \end{vmatrix} \quad (6)$$

Berdasarkan bentuk (5) maka diskriminan dari persamaan (6) haruslah tak positif sehingga ketaksamaan (4) terbukti.

Selanjutnya tinggal dibuktikan bahwa kesamaan berlaku jika  $x, y$ , dan  $z$  bergantung linier. Substitusi  $z = \alpha x + \beta y$  pada ketaksamaan (4) maka ruas kiri dan kanan akan bernilai 0. ♥

Fakta 4. Memunculkan sebuah akibat berikut

**Akibat 3.** Ketaksamaan (4) ekuivalen dengan

$$\begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, y \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, y \rangle & \langle y, z \rangle \\ \langle z, x \rangle & \langle z, y \rangle & \langle z, z \rangle \end{vmatrix} \geq 0 \quad (7)$$

**Bukti.** Jika  $x = 0$  maka bentuk determinan pada kedua ketaksamaan ((4) dan (7)) akan bernilai 0.

Jika  $x \neq 0$  maka

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, y \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, y \rangle & \langle y, z \rangle \\ \langle z, x \rangle & \langle z, y \rangle & \langle z, z \rangle \end{vmatrix} &= \langle x, x \rangle \begin{vmatrix} 1 & \frac{\langle x, y \rangle}{\langle x, x \rangle} & \frac{\langle x, z \rangle}{\langle x, x \rangle} \\ \langle y, x \rangle & \langle y, y \rangle & \langle y, z \rangle \\ 0 & \langle z, y \rangle - \frac{\langle z, x \rangle \langle x, y \rangle}{\langle x, x \rangle} & \langle z, z \rangle - \frac{\langle z, x \rangle \langle x, z \rangle}{\langle x, x \rangle} \end{vmatrix} \\ &= - \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, z \rangle \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, z \rangle \end{vmatrix} \frac{1}{\langle x, x \rangle} + \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, z \rangle \\ \langle z, x \rangle & \langle z, z \rangle \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \langle x, x \rangle & \langle x, y \rangle \\ \langle y, x \rangle & \langle y, y \rangle \end{vmatrix} \frac{1}{\langle x, x \rangle} \quad \heartsuit \end{aligned}$$

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Gunawan, H., *On n-Inner Products, Norms, and the Cauchy-Schwarz Inequality*, Scientiae Mathematicae Japonicae Online, Vol-5, page 47-54, 2001.
- [2] Gunawan, H., *Inner Products on n-Inner Product Spaces*, Soochow Journal of Mathematics, Volume 28 No. 4, pp. 389-398, Oktober 2002.
- [3] Gunawan, H., Oswan, O., dan Setya-Budhi, W., *Formula for Angles between Subspaces of Inner Product Spaces*, Beitr ge zur Algebra und Geometrie a Contributions to Algebra and Geometry, Volume 46, No. 2, 311-320, 2005.
- [4] Hassan, M.A., *Generalized Wielandt and Cauchy-Schwarz Inequalities*, Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts, June 30-July 2, 2004.
- [5] Kreyszig, E., *Introductory Functional Analysis with Applications*, John Wiley and Sons, Windsor 1989.
- [6] Pech, P., *A Generalization of the Cauchy-Schwarz Inequality*, Mathematica Pannonica Volume 9 No. 2, pp. 293-299, 1998.
- [7] Trencovski, K. and Malceski, R., *On a Generalized n-Inner Products and the Corresponding Cauchy-Schwarz Inequality*, Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics, Volume 7, issue 2, article 53, 2006.



## **APLIKASI PERHITUNGAN JARAK ANTARA DUA WAYPOINT PADA GOOGLE MAPS**

**Kuswari Hernawati**

*Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY*

### **Abstrak**

Salah satu cara menentukan jarak adalah dengan mengetahui *waypoint* dari lokasi awal dan lokasi tujuan. *Waypoint* merupakan koordinat yang mengidentifikasi titik dalam ruang fisik, berupa koordinat lintang dan bujur. Google Maps menyediakan fasilitas perhitungan jarak yang merupakan implementasi perhitungan jarak antara dua *waypoint*. Dengan fasilitas tersebut, dengan hanya memasukkan titik awal, titik tujuan dan alat transportasi dapat memilih rute yang diinginkan sesuai dengan rekomendasi dalam Google Maps

**Kata kunci:** Jarak, *waypoint*, Google Maps

### **PENDAHULUAN**

Masalah perhitungan jarak merupakan sebuah hal yang tidak terpisahkan dari kehidupan manusia sehari-hari karena berhubungan dengan waktu, biaya yang dikeluarkan dan sebagainya. Salah satu cara menentukan jarak adalah dengan mengetahui *waypoint* dari lokasi awal dan lokasi tujuan. *Waypoint* merupakan koordinat yang mengidentifikasi titik dalam ruang fisik, berupa koordinat lintang dan bujur.

Pesatnya perkembangan teknologi informasi telah mendukung banyaknya aplikasi yang dapat digunakan untuk perhitungan jarak antara dua lokasi. Salah satu aplikasi yang tersedia gratis di internet adalah penggunaan peta digital yang disediakan oleh Google yang disebut sebagai Google Maps. Peta digital ini menyediakan aplikasi perhitungan jarak antara dua *waypoint*. Google Maps akan menghasilkan sebuah aplikasi pencarian rute terpendek yang memudahkan pengguna karena akan mendapat gambaran yang lebih detail tentang rute yang dicari menggunakan implementasi perhitungan jarak antara dua *waypoint*, dimana Google Maps akan menentukan titik-titik pada rute yang akan dilewati dan menghitung jarak antara titik-titik tersebut berdasarkan perhitungan jarak antara dua *waypoint*. Pengguna dapat melakukan pencarian rute jalur terpendek yang dituju dengan memasukkan kota asal dan kota tujuan, namun tanpa melihat kondisi geografis rute yang dilalui, seperti jalan naik, turun, atau kondisi jalan yang rusak. Meskipun demikian rute terpendek dapat menjadi pertimbangan dalam mengambil keputusan tentang rute yang akan dipilih untuk melakukan suatu perjalanan.

### **WAYPOINT**

*Waypoint* adalah titik referensi dalam ruang fisik yang digunakan untuk tujuan navigasi. *Waypoint* merupakan koordinat yang mengidentifikasi titik dalam ruang fisik. Koordinat yang digunakan dapat bervariasi tergantung pada aplikasi. Untuk navigasi darat koordinat berupa bujur dan lintang, sedangkan untuk navigasi udara juga mencakup ketinggian. *Waypoint* biasanya digunakan untuk sistem navigasi pada *Global Positioning System* (GPS) dan jenis-jenis tertentu dari radio navigasi. *Waypoint* yang terletak di permukaan bumi biasanya didefinisikan dalam dua dimensi (misalnya, bujur dan lintang), sedangkan yang digunakan dalam atmosfer bumi atau di luar angkasa didefinisikan dalam setidaknya tiga dimensi atau empat jika waktu merupakan salah satu koordinat untuk beberapa titik yang berada di luar Bumi. *Waypoint* ini digunakan untuk membantu menentukan jalur routing yang tak terlihat untuk navigasi. Misalnya, artificial airways "highways in the sky" yang diciptakan khusus untuk keperluan navigasi udara dan hanya terdiri dari serangkaian *waypoint* abstrak di langit dimana pilot menavigasi; airways ini dirancang untuk memudahkan kontrol lalu lintas udara dan routing lalu lintas antara lokasi pada saat bepergian. *Waypoints* abstrak semacam ini telah dibuat praktis dengan teknologi navigasi modern, seperti land-based radio beacons dan satelit berbasis GPS. (<http://en.wikipedia.org/wiki/Waypoint>)

## PERHITUNGAN JARAK ANTARA DUA WAYPOINT

Waypoint menunjukkan lokasi dari suatu tempat, dan dihitung menggunakan koordinat bujur dan lintang. Untuk perhitungan yang lebih tepat dari jarak antara dua tempat yang jauh, rumus jarak lingkaran besar dapat digunakan. Rumus yang menggunakan sifat trigonometri dari suatu koordinat - termasuk sinus, cosinus, arccosinus - dan perkiraan jari-jari Bumi, maka jarak dari suatu tempat dapat dihitung.

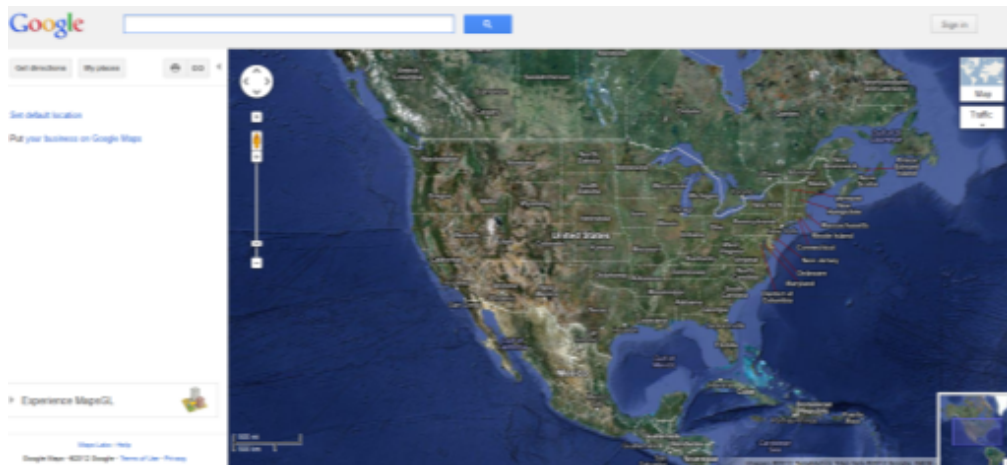
Langkah-langkah untuk menghitung jarak antara dua *waypoint* adalah sebagai berikut :

1. Mengkonversi bujur dan lintang dua *waypoint* dari representasi desimal ke radian dengan membagi dengan  $180 / \pi$ , atau 57,29578.  $\pi$  konstan matematika, atau pi, dapat didekati dengan 3,14.  
Sebagai contoh  
Pengukuran lintang dan bujur untuk Yogyakarta adalah  
Lintang -7.794337, Bujur 110.368452  
Pengukuran bujur dan lintang untuk Semarang adalah  
Lintang -6.95301, Bujur 110.41523  
Bagi dengan  $180 / \pi$ , sehingga diperoleh  
Yogyakarta : Lintang radian -0.1360368425039331, Bujur radian 1.926292861359074  
Semarang : Lintang radian -0.1213529163927954, Bujur radian 1.927109291469634
2. Kurangi bujur dari lokasi kedua oleh yang pertama. Misalnya, 1.927109291469634 (Semarang) dikurangi 1.926292861359074 (Yogyakarta), hasilnya 0.00081643  
Hitung kosinus dari nilai tersebut, hasilnya 0.999999667
3. Hitung nilai cosinus dan sinus dari garis lintang dari kedua lokasi. Misalnya, kosinus dari garis lintang kota Yogyakarta, adalah 0,99076125 dan sinus adalah -0,135617647, dan kosinus dari lintang dari Semarang adalah 0,992645767 dan sinus adalah -0,121055284.
4. Kalikan dua sinus bersama. Misalnya, -0,135617647 dikalikan dengan -0,121055284 sama dengan 0.016617233. Kalikan tiga cosinus bersama-sama, termasuk kosinus untuk perbedaan bujur. Misalnya 0,99076125 kali 0,992645767 kali 0.999999667 sama dengan 0.983474632
5. Tambahkan sinus gabungan di cosinus. Misalnya, 0.016617233 ditambahkan ke 0.983474632 sama dengan 0.9999891865
6. Hitung arccosinus dari jumlah tersebut. Untuk contoh, arccosinus dari 0.9999891865 adalah 0.014706232
7. Kalikan jumlahnya dengan 3963, yang merupakan radius Bumi dalam mil. Misalnya, 0.014706232 dikalikan dengan 3963 sama dengan 58,2807965 mil, yang merupakan jarak dari Semarang ke Yogyakarta. Sama dengan 93,79385016 km, jika ditarik garis lurus.  
(Chance E. Gartneer.)

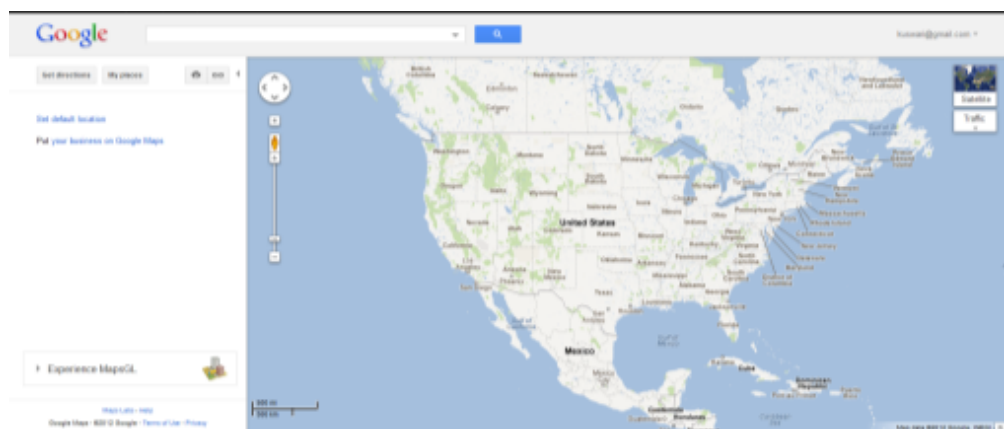
## GOOGLE MAPS

Google Maps diperkenalkan dalam sebuah posting blog di Google pada Februari 2005. Google maps merupakan revolusi tampilan peta di halaman web, yang memungkinkan pengguna men-drag bagian peta untuk bernavigasi, serta memberikan interaktivitas yang tinggi kepada penggunanya. Google Maps pada awalnya dikembangkan oleh dua bersaudara Denmark, Lars dan Jens Rasmussen. Mereka adalah pemilik perusahaan yang khusus didedikasikan pada solusi pemetaan. Perusahaan tersebut kemudian diakuisisi oleh Google pada bulan Oktober 2004, dan dua bersaudara kemudian menciptakan Google Maps. Sebelum ada API (Application Program Interface) yang dipublikasikan secara umum, banyak pengembang yang mencoba untuk *hack* Google Maps dan menggabungkannya pada halaman web pribadi yang dibuat, hingga akhirnya pada tanggal 29 Juni 2005 Google merilis API yang dipublikasikan secara umum dan bebas digunakan oleh pengembang web yang akan menggabungkan Google Maps pada situs pribadi yang dibuat. (Gabriel Svennerberg, 2010). Pada tanggal 3 April 2006 merilis API versi 2, bulan Mei 2009, mulai diluncurkan API V3. Google maps dapat diakses pada halaman browser dengan alamat <http://maps.google.com>. Google Maps memiliki beberapa versi tampilan fisik, yaitu Map, Satellite dan Terrain, ditunjukkan dalam Gambar 1.a, 1.b dan 1.c. (Ali Zaki, 2010)

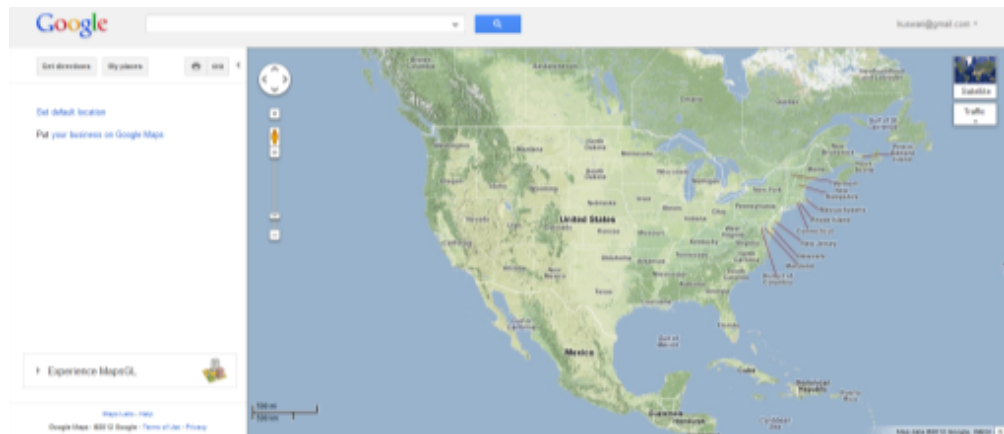




Gambar 1.a Tampilan Sattelite Google Maps



Gambar 1.b Tampilan Map Google Maps

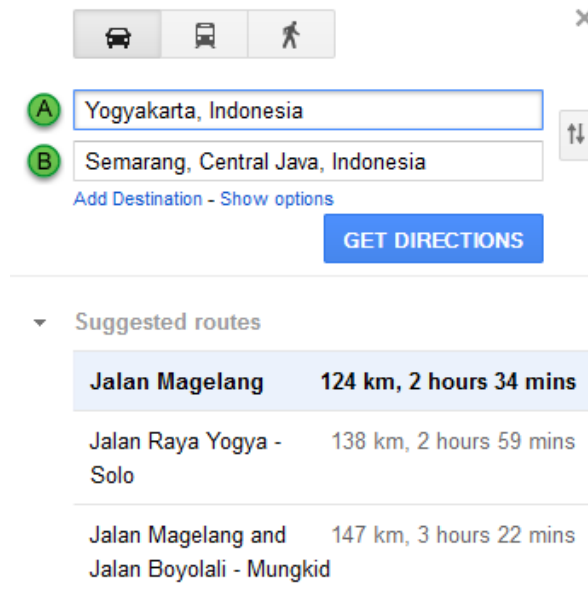


Gambar 1.c Tampilan Terrain Google Maps

### **PERHITUNGAN JARAK ANTARA DUA WAY POINT PADA GOOGLE MAPS**

Perhitungan jarak pada Google Maps, tidak menghitung jarak berdasarkan garis lurus dari titik awal ke titik tujuan, tetapi menghitung jarak berdasarkan jalur yang dilalui oleh manusia, baik melalui angkutan umum, mengendarai mobil, sepeda maupun jalan jalan kaki. Perhitungan jarak pada Google Maps merekomendasikan jalur terpendek dari semua jalur yang mungkin. Meskipun tidak menutup kemungkinan bagi pengguna yang ingin melalui jalur lainnya dengan beberapa pertimbangan tertentu. Sebagai contoh dalam pencarian rute antara Yogyakarta dan Semarang dengan pilihan mengendarai mobil, maka pada Google Maps akan menampilkan rute rute yang mungkin diambil beserta perkiraan jarak dan waktu yang ditempuh dari masing-masing rute. Pada

tampilan defaultnya, akan ditampilkan rute dengan jarak terpendek, yaitu rute yang melalui jalan magelang.



Gambar 2. Rute Yogyakarta Semarang

dengan memilih jalur terpendek (melalui Jalan Magelang), Google Maps akan menghitung jarak berdasarkan *waypoint* sebagai berikut (dengan titik awal - 7.794337, 110.368452) :

1	-7.798695,110.369348	67 m	21	-7.243577,110.395939	3.3 km
2	-7.793688,110.367782	750 m	22	-7.230081,110.374653	1.4 km
3	-7.789235,110.369799	189 m	23	-7.222375,110.374267	1.0 km
4	-7.789596,110.364144	450 m	24	-7.220076,110.382593	8.5 km
5	-7.78933,110.360432	500 m	25	-7.173794,110.423527	1.6 km
6	-7.786067,110.357503	130 m	26	-7.260041,110.401695	2.7 km
7	-7.785992,110.3601	750 m	27	-7.242949,110.43488	1.5 km
8	-7.775777,110.361053	3.7 km	28	-7.118991,110.410616	2.6 km
9	-7.748616,110.362396	100 m	29	-7.081814,110.41018	5.4 km
10	-7.672205,110.337696	20.2 km	30	-7.045783,110.420136	3.7 km
11	-7.480857,110.220312	13.5 km	31	-7.028214,110.418323	850 m
12	-7.493877,110.231359	2.6 km	32	-7.015287,110.418427	2.0 km
13	-7.472007,110.228441	2.7 km	33	-7.004723,110.409629	2.2 km
14	-7.455752,110.222726	2.9 km	34	-6.989176,110.407079	1.45 km
15	-7.412431,110.235171	7.7 km	35	-6.972989,110.415852	1.675km
16	-7.354295,110.287085	11,4 km	36	-6.96859,110.421973	215 m
17	-7.289085,110.360041	11.5 km	37	-6.966024,110.421973	400 m
18	-7.261734,110.394934	1.8 km	38	-6.965172,110.417992	600 m
19	-7.254667,110.409998	400 m	39	-6.966035,110.416694	81 m
20	-7.258094,110.404989	270 m			

Sehingga total jarak yang ditempuh adalah 124 km. Namun, dalam implementasinya Google Maps menggunakan nama jalan agar mudah terbaca dan dipahami oleh pengguna. Contoh tampilannya ditunjukkan dalam Gambar 3.

**Driving directions to Semarang, Indonesia** 3D ▶

**A** Yogyakarta  
Indonesia

1. Head north on **Jalan Mayor Suryotomo** toward **Jalan Mataram** 67 m
2. Turn right onto **Jalan Mataram** 750 m
3. At the roundabout, take the **1st exit** onto **Jalan Abu Bakar Ali** 120 m
4. Slight right to stay on **Jalan Abu Bakar Ali** 69 m
5. Continue onto **Jalan Pasar Kembang** 450 m
6. Continue onto **Jalan Jlagran Lor** 500 m

Gambar 3. Contoh Rute yang ditampilkan Google Maps

Rute-rute alternatif dalam gambar peta yang ditampilkan pada Google Maps adalah sebagai berikut:

<b>Jalan Magelang</b>	124 km, 2 hours 34 mins	<b>Jalan Magelang and Jalan Boyolali - Mungkid</b>	147 km, 3 hours 22 mins	<b>Jalan Raya Yogya - Solo</b>	138 km, 2 hours 59 mins
-----------------------	-------------------------	--	-------------------------	--------------------------------	-------------------------

Gambar 4. Rute-rute Yogyakarta-Semarang dalam Peta M-147

Hanya dengan memasukkan input berupa kota asal, kota tujuan dan alat transportasi yang digunakan maka akan diketahui rute-rute yang mungkin untuk ditempuh beserta perkiraan jarak dan waktu yang diperlukan untuk melakukan perjalanan dengan alat transportasi yang ditentukan, sehingga juga dapat memperkirakan biaya yang diperlukan dalam melakukan suatu perjalanan

### **KESIMPULAN**

Perhitungan jarak merupakan hal yang sangat diperlukan dalam kehidupan sehari-sehari. Dengan mengetahui jarak dapat diperkirakan biaya dan waktu tempuh yang diperlukan. Google Maps menyediakan fasilitas perhitungan jarak yang merupakan implementasi perhitungan jarak antara dua *waypoint*. Dengan fasilitas tersebut, dengan hanya memasukkan titik awal, titik tujuan dan alat transportasi dapat dipilih rute yang diinginkan yang direkomendasikan dalam Google Maps.

### **DAFTAR PUSTAKA**

Ali Zaki, 2010, *Keliling Dunia dengan Google Earth + Google Maps*, Penerbit Andi, Yogyakarta

Chance E. Gartneer, *How to Calculate Distance Between Two Waypoints*, eHow Contributor

Gabriel Svennerberg, 2010, *Beginning Google Maps API 3*, Apress, USA

*Waypoint*, <http://en.wikipedia.org/wiki/Waypoint>

## METODE HIMPUNAN AKTIF UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PEMROGRAMAN KUADRATIK KONVEKS

Yudith Kase dan Lusia Krismiyati Budiasih

Program Studi Matematika, Universitas Sanata Dharma

### Abstrak

Masalah pemrograman kuadratik merupakan masalah optimisasi nonlinear dengan fungsi obyektif berbentuk kuadratik dan kendalanya berbentuk linear. Jika fungsi obyektif merupakan fungsi konveks maka dikatakan masalah pemrograman kuadratik konveks. Metode himpunan aktif merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dalam metode ini, permasalahan akan diselesaikan dengan cara menyelesaikan submasalah pemrograman kuadratik konveks yang memanfaatkan sebuah himpunan kerja. Himpunan kerja tersebut terdiri dari kendala-kendala pertidaksamaan aktif yang memiliki nilai nol pada penyelesaiannya sehingga dapat digantikan oleh kendala berupa persamaan, sedangkan kendala pertidaksamaan tidak aktif dihilangkan dari himpunan kerja. Dengan demikian, penghitungan dalam metode ini akan lebih sederhana karena tidak semua kendala digunakan untuk mencari peminimum fungsi.

**Kata kunci:** himpunan kerja, metode himpunan aktif, pemrograman kuadratik konveks

### PENDAHULUAN

Masalah optimisasi merupakan masalah yang bertujuan untuk mengoptimalkan fungsi obyektif dengan kendala-kendala tertentu. Secara matematis, masalah optimisasi dapat dinyatakan dalam bentuk berikut,

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}} f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

dengan  $\mathbf{x}$  adalah vektor di  $\mathbb{R}^n$ ,  $f(\mathbf{x})$  adalah fungsi obyektif, dan  $\mathbf{X} \subset \mathbb{R}^n$  adalah himpunan kendala atau daerah layak. Jika himpunan kendala  $\mathbf{X} = \mathbb{R}^n$  maka permasalahan (1) merupakan masalah optimisasi tanpa kendala. Secara khusus, masalah optimisasi berkendala memiliki bentuk umum baku sebagai berikut:

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \quad (2)$$

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i \in E = \{1, \dots, m_e\} \quad (3)$$

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}) \geq 0, \quad i \in I = \{m_e + 1, \dots, m\} \quad (4)$$

dengan  $m_e$  dan  $m$  adalah bilangan bulat tak negatif dan  $0 \leq m_e \leq m$ .

Pemrograman kuadratik merupakan salah satu bentuk masalah pemrograman nonlinear berkendala, dengan fungsi obyektif berbentuk kuadratik dan kendalanya berbentuk linear. Jika fungsi obyektif merupakan fungsi konveks maka dikatakan masalah pemrograman kuadratik konveks [2]. Adapun bentuk umum dari masalah pemrograman kuadratik konveks tersebut adalah

$$\min f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} + \mathbf{g}^T \mathbf{x} \quad (5)$$

Kendala:

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} - b_i = 0, \quad i \in E \quad (6)$$

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} - b_i \geq 0, \quad i \in I \quad (7)$$

dengan  $\mathbf{G}$  merupakan matriks semidefinit positif,  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{a}_i$ , adalah vektor di  $\mathbb{R}^n$  dan  $b_i \in \mathbb{R}$ .

Untuk menyelesaikan masalah pemrograman kuadratik, khususnya pemrograman kuadratik konveks dapat digunakan metode titik interior. Bila kendala yang ada cukup banyak, maka proses penyelesaian masalah akan melibatkan banyak penghitungan. Metode lain yang dapat digunakan adalah Metode Himpunan Aktif. Secara umum metode ini digunakan untuk menyelesaikan masalah

pemrograman kuadratik dengan kendala berupa persamaan yang digeneralisasikan untuk menyelesaikan masalah pemrograman kuadratik dengan kendala yang bersifat umum [3].

**SYARAT PERLU PEMROGRAMAN KUADRATIK KONVEKS**

Dalam masalah optimisasi berkendala nonlinear akan muncul pertanyaan, bagaimana mengenali suatu penyelesaian adalah penyelesaian optimal dari masalah tersebut. Untuk menjawab pertanyaan tersebut maka diperlukan syarat perlu dan syarat cukup yang harus dipenuhi oleh suatu penyelesaian. Satu syarat perlu yang dikenal untuk masalah optimisasi berkendala adalah syarat Karush-Kuhn-Tucker (syarat KKT).

**Teorema 1. Teorema Karush-Kuhn-Tucker**

Misalkan  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{c}_i(\mathbf{x})$ ,  $i = 1, \dots, m$ , merupakan fungsi diferensiabel. Maka  $\mathbf{x}^*$  merupakan penyelesaian optimal untuk masalah (2)–(4) jika terdapat  $m$  pengali Lagrange  $\lambda_i^*$  sehingga syarat-syarat berikut dipenuhi:

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) - \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla \mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) = 0 \tag{8}$$

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad \forall i \in E \tag{9}$$

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) \geq 0, \quad \forall i \in I \tag{10}$$

$$\lambda_i^* \geq 0, \quad \forall i \in I \tag{11}$$

$$\lambda_i^* \mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad \forall i \in I \tag{12}$$

Suatu titik yang memenuhi syarat (8)–(12) disebut titik KKT. Pada pemrograman konveks, titik KKT tersebut merupakan peminimalnya, seperti ditunjukkan dalam teorema berikut [3].

**Teorema 2**

Titik Karush-Kuhn-Tucker dari pemrograman konveks adalah peminimalnya.

**Bukti:**

Misalkan  $(\mathbf{x}^*, \lambda^*)$  adalah sebarang titik Karush-Kuhn-Tucker dari pemrograman konveks. Didefinisikan fungsi Lagrange

$$L(\mathbf{x}, \lambda^*) = f(\mathbf{x}) - \sum_{i \in E} \lambda_i^* \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) - \sum_{i \in I} \lambda_i^* \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) \tag{13}$$

Karena dalam pemrograman konveks fungsi  $f(\mathbf{x})$  dan  $\mathbf{c}_i(\mathbf{x})$ ,  $i = 1, \dots, m$ , merupakan fungsi konveks maka fungsi Lagrange tersebut juga konveks untuk  $\mathbf{x}$ . Melalui sifat fungsi konveks dan syarat Karush-Kuhn-Tucker untuk sebarang penyelesaian  $\mathbf{x}$  yang layak, maka diperoleh

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}, \lambda^*) &\geq L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^T \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \\ &= L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^T \mathbf{0} \\ &= f(\mathbf{x}^*) - \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) = f(\mathbf{x}^*) - 0 = f(\mathbf{x}^*) \end{aligned} \tag{14}$$

Perhatikan bahwa  $\mathbf{x}$  adalah titik layak dan  $\lambda_i^* \geq 0, i \in I$ , jadi diperoleh

$$\lambda_i^* \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) = 0, i \in E; \lambda_i^* \mathbf{c}_i(\mathbf{x}) \geq 0, i \in I$$

Oleh karena itu diperoleh  $L(\mathbf{x}, \lambda^*) \leq f(\mathbf{x})$ . (15)

Dengan demikian, dari persamaan (14) dan (15) diperoleh  $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^*)$ .

Jadi, terbukti titik Karush-Kuhn-Tucker  $\mathbf{x}^*$  adalah peminimal dari masalah pemrograman konveks.

**METODE HIMPUNAN AKTIF**

Dalam metode himpunan aktif terdapat kendala pertidaksamaan yang tidak aktif dan kendala pertidaksamaan aktif. Kendala pertidaksamaan yang tidak aktif tidak berperan dalam pencapaian penyelesaian sehingga dapat dihilangkan sedangkan kendala pertidaksamaan aktif memiliki nilai nol pada penyelesaiannya, jadi dapat digantikan oleh kendala berupa persamaan. Peminimal lokal dari pemrograman kuadratik dengan himpunan kendala yang baru tak lain adalah peminimal lokal untuk masalah semula, seperti dinyatakan dalam teorema berikut. Suatu titik layak  $\mathbf{x}^*$  dikatakan peminimal lokal dari masalah optimisasi (1) jika ada  $\delta > 0$  sedemikian sehingga  $f(\mathbf{x}^*) < f(\mathbf{x})$  untuk semua  $\mathbf{x} \in X$  dengan  $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}^*$  dan  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| < \delta$ .

**Teorema 3**

Misalkan  $\mathbf{x}^*$  adalah peminimum lokal dari masalah pemrograman kuadratik (5)-(7), maka  $\mathbf{x}^*$  adalah peminimum lokal dari masalah

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \quad \frac{1}{2} \mathbf{x}^T G \mathbf{x} + \mathbf{g}^T \mathbf{x} \quad (16)$$

$$\text{Dengan kendala} \quad \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = b_i, \quad i \in E \cup I(\mathbf{x}^*) \quad (17)$$

dengan  $I(\mathbf{x}^*) = \{i \mid \mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) = 0, i \in I\}$

Sebaliknya, jika  $\mathbf{x}^*$  adalah titik layak dari permasalahan (5)-(7) dan juga merupakan titik Karush-Kuhn-Tucker dari masalah (16)-(17), dan vektor pengali Lagrange  $\lambda^*$  memenuhi  $\lambda_i^* \geq 0, i \in I(\mathbf{x}^*)$  maka  $\mathbf{x}^*$  juga titik Karush-Kuhn-Tucker dari masalah (5)-(7).

**Bukti:**

Misalkan  $\mathbf{x}^*$  adalah peminimum lokal dari masalah pemrograman kuadrat (5)-(7).

Karena di sekitar  $\mathbf{x}^*$ , titik layak dari permasalahan (5)-(7) juga merupakan titik layak dari masalah (16)-(17), maka peminimum lokal dari permasalahan (5)-(7) juga merupakan peminimum lokal dari permasalahan (16)-(17).

Misalkan  $\mathbf{x}^*$  merupakan titik layak untuk masalah (5)-(7) dan titik Karush-Kuhn-Tucker untuk masalah (16)-(17)

Misalkan terdapat  $\lambda_i^* (i \in E \cup I(\mathbf{x}^*))$  maka dengan menggunakan syarat-syarat Karush-Kuhn-Tucker diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{i). } \nabla f(\mathbf{x}^*) &= \sum_{i \in I(\mathbf{x}^*) \cup E} \nabla \mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) \lambda_i^* \\ &\Leftrightarrow \nabla \left( \frac{1}{2} (\mathbf{x}^*)^T G \mathbf{x}^* + \mathbf{g}^T \mathbf{x}^* \right) = \sum_{i \in I(\mathbf{x}^*) \cup E} \nabla (\mathbf{a}_i^T \mathbf{x} - b_i) \lambda_i^* \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} G \mathbf{x}^* + \frac{1}{2} G \mathbf{x}^* + \mathbf{g} = \sum_{i \in I(\mathbf{x}^*) \cup E} \mathbf{a}_i \lambda_i^* \\ &\Leftrightarrow G \mathbf{x}^* + \mathbf{g} = \sum_{i \in I(\mathbf{x}^*) \cup E} \mathbf{a}_i \lambda_i^* \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{ii). } \lambda_i^* (\mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^* - b_i) = 0, \quad \lambda_i^* \geq 0, i \in I(\mathbf{x}^*) \quad (19)$$

$$\text{Definisikan } \lambda_i^* = 0, \quad i \in I \setminus I(\mathbf{x}^*) \quad (20)$$

Dari (18)-(20) diperoleh

$$G \mathbf{x}^* + \mathbf{g} = \sum_{i=1}^m \mathbf{a}_i \lambda_i^* \quad (21)$$

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^* = b_i, i \in E \quad (22)$$

$$\mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^* \geq b_i, i \in I \quad (23)$$

$$\lambda_i^* \geq 0, i \in I \quad (24)$$

$$\lambda_i^* (\mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^* - b_i) = 0, \forall i \quad (25)$$

yang berarti bahwa  $\mathbf{x}^*$  adalah titik Karush-Kuhn-Tucker dari masalah (5)-(7).  $\square$

Pada setiap iterasi metode himpunan aktif, diselesaikan submasalah pemrograman kuadrat dengan sebuah subhimpunan dari kendala berupa persamaan. Subhimpunan ini diberi indeks dari suatu himpunan kerja yang dinotasikan dengan  $S_k \subset E \cup I(\mathbf{x}^*)$  dan submasalah pemrograman kuadrat tersebut dinyatakan dengan

$$\min_{\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n} \quad \frac{1}{2} (\mathbf{x}_k + \mathbf{d})^T G (\mathbf{x}_k + \mathbf{d}) + \mathbf{g}^T (\mathbf{x}_k + \mathbf{d}) \quad (26)$$

$$\text{Dengan kendala} \quad \mathbf{a}_i^T \mathbf{d} = 0, \quad i \in S_k \quad (27)$$

Dapat pula dinyatakan sebagai-berikut

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n} \quad & \frac{1}{2} \mathbf{d}^T G \mathbf{d} + \mathbf{g}_k^T \mathbf{d} \\ \text{dengan} \quad & \mathbf{a}_i^T \mathbf{d} = 0, \quad i \in S_k \end{aligned}$$

dengan  $\mathbf{g}_k = \nabla \left( \frac{1}{2} \mathbf{x}_k^T G \mathbf{x}_k + \mathbf{g}^T \mathbf{x}_k \right) = G \mathbf{x}_k + \mathbf{g}$ .

Submasalah pemrograman kuadrat (26)-(27) tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan persamaan,

$$\begin{bmatrix} G & -A \\ -A^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{g}_k \\ 0 \end{bmatrix}$$

Misalkan titik Karush-Kuhn-Tucker dari (26)-(27) dinyatakan dengan  $\mathbf{d}_k$  dan pengali Lagrange yang bersesuaian dengan titik tersebut dinyatakan dengan  $\lambda_i^{(k)} (i \in S_k)$ . Jika  $\mathbf{d}_k = 0$  maka  $\mathbf{x}_k$  adalah titik Karush-Kuhn-Tucker dari submasalah

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \quad \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} + \mathbf{g}^T \mathbf{x} \quad (28)$$

$$\text{Dengan kendala} \quad \mathbf{a}_i^T \mathbf{x} = b_i, \quad i \in S_k \quad (29)$$

Jika  $\lambda_i^{(k)} \geq 0, \forall i \in S_k \cap I$ , maka  $\mathbf{x}_k$  adalah titik Karush-Kuhn-Tucker dari submasalah (5)-(7) dan iterasi diakhiri. Jika tidak, ada pengali Lagrange negatif, misalkan  $\lambda_{i_k}^{(k)} < 0$ . Dalam hal ini, dimungkinkan untuk mereduksi fungsi obyektif dengan menghilangkan kendala ke- $i_k$  dari himpunan kerja  $S_k$ . Kemudian diselesaikan submasalah pemrograman kuadratik yang dihasilkan. Jika terdapat lebih dari satu indeks sedemikian sehingga  $\lambda_i < 0$ , biasanya dipilih  $i_k$  yang memenuhi

$$\lambda_{i_k}^{(k)} = \min_{\substack{i \in S_k \cap I \\ \lambda_i^{(k)} < 0}} \lambda_i^{(k)} \quad (30)$$

dan bentuk  $S_k := S_k \setminus \{i_k\}$ . (31)

Misalkan diperoleh penyelesaian  $\mathbf{d}_k \neq 0$ . Jika  $\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k$  layak untuk semua kendala, maka ditetapkan

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k \quad (32)$$

Sebaliknya, dilakukan penyelidikan sepanjang arah  $\mathbf{d}_k$  dan ditetapkan

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (33)$$

dengan  $\alpha_k$  merupakan ukuran langkah sedemikian sehingga  $\mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$  adalah titik layak terbaik pada interval  $[\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k]$  dan paling dekat dengan  $\mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k$ , yakni dengan mengambil  $\alpha_k$  sebesar mungkin dalam interval  $[0,1]$ .

Selanjutnya akan dijabarkan rumus eksplisit untuk  $\alpha_k$ . Diinginkan agar  $\mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$  memenuhi semua kendala. Jika  $i \in S_k$ , maka kendala yang bersesuaian pasti layak. Karena itu hanya perlu mempertimbangkan kendala dimana  $i \notin S_k$ . Ada dua kasus yang perlu dipertimbangkan.

i. Jika  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k \geq 0$  untuk suatu  $i \notin S_k$  maka untuk semua  $\alpha_k \geq 0$

$$\mathbf{a}_i^T (\mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k) \geq \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}_k \geq b_i, \quad i \notin S_k$$

Dalam hal ini, kendala dipenuhi.

ii. Jika  $\mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k < 0$  untuk suatu  $i \notin S_k$

$$\mathbf{a}_i^T (\mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k) \geq b_i$$

hanya jika

$$\alpha_k \leq \frac{b_i - \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}_k}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k}, \quad i \notin S_k \quad (34)$$

Dengan demikian dipilih

$$\alpha_k = \min_{\substack{i \notin S_k \\ \mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k < 0}} \frac{b_i - \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}_k}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k} \quad (35)$$

Karena diinginkan  $\alpha_k$  sebesar mungkin dalam  $[0,1]$ , maka diperoleh rumus berikut

$$\alpha_k = \min \left\{ 1, \min_{\substack{i \notin S_k \\ \mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k < 0}} \frac{b_i - \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}_k}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k} \right\} \quad (36)$$

Jika  $\alpha_k < 1$  atau dengan kata lain persamaan (35) berlaku, maka ada suatu  $j \notin S_k$  sehingga

$$\alpha_k = \frac{b_j - \mathbf{a}_j^T \mathbf{x}_k}{\mathbf{a}_j^T \mathbf{d}_k}$$

Oleh karena itu,

$$\mathbf{a}_j^T \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{a}_j^T \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{a}_j^T \mathbf{d}_k = b_j \quad (37)$$



Hal ini berarti bahwa ada kendala baru berindeks  $j \notin S_k$  yang menjadi kendala aktif di  $\mathbf{x}_{k+1}$ . Selanjutnya indeks dari kendala baru tersebut dimasukkan ke dalam himpunan kerja, yakni, bentuk  $S_{k+1} = S_k \cup \{j\}$ . Jika  $\alpha_k = 1$  maka himpunan kerja tetap sama yaitu  $S_{k+1} = S_k$ . Jadi, iterasi berikutnya dapat dilanjutkan pada himpunan kerja baru  $S_{k+1}$ .

Berikut diberikan algoritma dari metode himpunan aktif yang dapat digunakan sebagai pedoman untuk menyelesaikan masalah pemrograman kuadrat konveks.

**Algoritma 1. Metode Himpunan Aktif**

Langkah 1: Diberikan  $\mathbf{x}_0$  yang memenuhi kendala dan tetapkan  $S_0 = E \cup I(\mathbf{x}_0)$ .

Langkah 2: Cari penyelesaian  $\mathbf{d}_k$  dan  $\lambda_i^{(k)}$  untuk submasalah pemrograman kuadrat (26) - (27).

Jika  $\mathbf{d}_k \neq 0$ , ke langkah 3;

Jika  $\mathbf{d}_k = 0$ , pertimbangkan nilai  $\lambda_i^{(k)}$

Jika  $\lambda_i^{(k)} \geq 0, \forall i \in S \cap I$ , berhenti;

Jika  $\lambda_i^{(k)} < 0$ , cari  $i_k$  melalui  $\lambda_{i_k} = \min_{\substack{i \in S_k \cap I \\ \lambda_i^{(k)} < 0}} \lambda_i^{(k)}$

$S_k := S_k \setminus \{i_k\}$ ,  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k$ , ke langkah 4.

Langkah 3: Cari  $\alpha_k$  melalui  $\alpha_k = \min \left\{ 1, \min_{\substack{i \in S_k \\ \mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k < 0}} \frac{b_i - \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}_k}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{d}_k} \right\}$

Tetapkan  $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$

Jika  $\alpha_k = 1$ , ke langkah 4.

Jika tidak, cari  $j \notin S_k$  sehingga  $\mathbf{a}_j^T (\mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k) = b_j$

Tetapkan  $S_k := S_k \cup \{j\}$ .

Langkah 4:  $S_{k+1} := S_k$ ,  $k := k + 1$ , ke langkah 2.

**Teorema 4. Konvergensi Metode Himpunan Aktif**

Misalkan kendala dari masalah pemrograman kuadrat konveks adalah  $\mathbf{a}_i^T - b_i \geq 0$ . Jika untuk semua  $k$ ,  $\mathbf{a}_i$  ( $i \in E \cup I(\mathbf{x}_k)$ ) adalah bebas linear, maka barisan yang dibangun dari Algoritma 4 akan konvergen ke titik Karush-Kuhn-Tucker dari masalah (5)-(7) dalam iterasi berhingga, atau masalah (5)-(7) tidak terbatas ke bawah.

**Bukti:**

Akan dibuktikan bahwa  $\{\mathbf{x}_k\}$  konvergen ke titik Karush-Kuhn-Tucker atau masalah (5)-(7) tidak terbatas ke bawah.

Asumsikan bahwa masalah (5)-(7) adalah terbatas ke bawah, maka barisan  $\{\mathbf{x}_k\}$  adalah terbatas.

Jika penyelesaian dari submasalah (26)-(27) adalah  $\mathbf{d}_k = 0$ , maka  $\mathbf{x}_k$  adalah titik Karush-Kuhn-Tucker dari (28)-(29) untuk himpunan kerja  $S_k$ . Jika  $\lambda_i^{(k)} \geq 0, \forall i \in S_k \cap I$ , maka  $\mathbf{x}_k$  adalah titik Karush-Kuhn-Tucker dari masalah (5)-(7). Jika tidak, ada  $\lambda_{i_k}^{(k)} < 0$  ( $i_k \in S_k \cap I$ ) maka dapat dicari arah turun layak  $\mathbf{d}_k$  sedemikian sehingga

$$\mathbf{a}_j^T \mathbf{d}_k = 0, j \in S_k, j \neq i_k \tag{38}$$

$$\mathbf{a}_{i_k}^T \mathbf{d}_k > 0 \tag{39}$$

dan

$$\mathbf{g}_k^T \mathbf{d}_k = (\boldsymbol{\lambda}^{(k)})^T A_k^T \mathbf{d}_k = (\mathbf{a}_{i_k}^T \mathbf{d}_k) (\boldsymbol{\lambda}^{(k)})^T \mathbf{e}_{i_k} = (\mathbf{a}_{i_k}^T \mathbf{d}_k) \lambda_{i_k}^{(k)} < 0. \tag{40}$$

Jika persamaan (38) disubstitusikan ke kendala pada persamaan (39) atau dengan kata lain  $S_k := S_k \setminus \{i_k\}$ , submasalah pemrograman kuadrat yang dihasilkan akan memiliki arah turun layak. Karena  $\alpha_k > 0$ , maka  $f(\mathbf{x}_{k+1}) < f(\mathbf{x}_k)$ .

Oleh karena itu, melalui kendala yang berhingga, algoritma tidak akan kembali ke himpunan kerja  $S_k$ , dan barisan  $\{\mathbf{x}_k\}$  adalah berhingga.

Jika  $\mathbf{d}_k \neq 0$  dan  $\alpha_k = 1$ , maka  $S_{k+1} = S_k$ , dan submasalah (26)-(27) tidak berubah untuk  $\mathbf{x}_{k+1}$ , jadi  $\mathbf{x}_{k+1}$  adalah penyelesaian dari (26)-(27).

Jika  $\mathbf{d}_k \neq 0$  dan  $\alpha_k < 1$ ,  $\mathbf{x}_{k+1}$  bukan merupakan penyelesaian dari (26)-(27). Dari persamaan (37), diketahui bahwa ada indeks  $j \notin S_k$  sehingga kendala ke- $j$  adalah layak. Sehingga, indeks kendala tersebut ditambahkan ke  $S_{k+1}$ . Jika proses ini terjadi berulang-ulang, maka setelah paling banyak  $n$  iterasi, himpunan kerja  $S_k$  akan memuat  $n$  indeks, yang bersesuaian dengan  $n$  vektor bebas linear. Dengan demikian, melalui persamaan (27) diperoleh  $\mathbf{d}_k = 0$ . Prosedur tersebut berlanjut paling banyak  $n$  kali. Dengan demikian akan ada titik Karush-Kuhn-Tucker  $\mathbf{x}_k$  dari (28)-(29) pada paling banyak setelah  $n$  iterasi. Jadi, algoritma akan konvergen di iterasi berhingga untuk titik Karush-Kuhn-Tucker dari masalah (5)-(7). □

**Contoh**

Diberikan permasalahan kuadratik

$$\min_{\mathbf{x}} \quad f(\mathbf{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2.5)^2$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 2 &\geq 0 \\ -x_1 - 2x_2 + 6 &\geq 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 2 &\geq 0 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dengan metode himpunan aktif, akan dicari peminimum dari fungsi tersebut.

**Penyelesaian:**

Fungsi objektif di atas dapat diuraikan sebagai berikut

$$f(\mathbf{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2.5)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 5x_2 + \frac{29}{4}$$

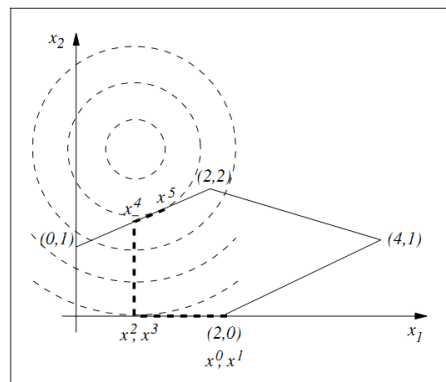
Jika diubah dalam bentuk masalah pemrograman kuadratik maka fungsi objektif di atas menjadi

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}^T \mathbf{x} + \frac{29}{4}$$

Bila diselesaikan dengan menggunakan langkah-langkah dari algoritma metode himpunan aktif, dengan mengambil  $\mathbf{x}_0 = [2; 0]$  akan diperoleh hasil sebagai berikut:

$k$	$x(1)$	$x(2)$	$f(\mathbf{x})$
0	2.00000	0.00000	7.25000
1	2.00000	0.00000	7.25000
2	1.00000	0.00000	6.25000
3	1.00000	0.00000	6.25000
4	1.00000	1.50000	1.00000
5	1.40000	1.70000	0.80000

Jadi, penyelesaian optimal dari masalah di atas adalah  $\mathbf{x}=[1.4, 1.7]$  dengan nilai fungsi obyektif  $f = 0.8$ . Bila diilustrasikan hasil setiap iterasi, akan tampak seperti gambar berikut ini [2].



Gambar 1. Nilai  $\mathbf{x}$  untuk setiap iterasi

Fungsi obyektif digambarkan sebagai lingkaran dengan pusat di  $(1, 2.5)$ . Permasalahan pemrograman kuadrat ini tak lain ingin meminimumkan jari-jari lingkaran tersebut, dimana lingkaran akan menyinggung titik di daerah layak yang diberikan. Dari perhitungan di atas diperoleh hasil, jari-jari lingkaran terkecil yang menyinggung daerah layak adalah  $\sqrt{0.8}$  dengan titik singgung  $\mathbf{x}=[1.4, 1.7]$ .

### **KESIMPULAN**

Masalah pemrograman kuadrat konveks dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Himpunan Aktif. Dalam Metode Himpunan Aktif, yang diselesaikan adalah submasalah pemrograman kuadrat konveks dengan memanfaatkan sebuah himpunan kerja. Himpunan kerja tersebut terdiri dari kendala-kendala pertidaksamaan aktif yang memiliki nilai nol pada penyelesaiannya sehingga dapat digantikan oleh kendala berupa persamaan, sedangkan kendala pertidaksamaan tidak aktif dihilangkan dari himpunan kerja. Peminimal lokal dari pemrograman kuadrat dengan himpunan kendala yang baru tak lain adalah peminimal lokal untuk masalah semula

Keistimewaan dari Metode Himpunan Aktif adalah lebih sederhana dalam penghitungan karena tidak semua kendala digunakan untuk mencari peminimum fungsi. Selain itu, metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman kuadrat konveks dengan kendala berupa persamaan maupun pertidaksamaan.

### **DAFTAR PUSTAKA**

- [1]. Hiller, F. S. & Lieberman, G. J. (1995). *Introduction to Mathematical Programming* (2<sup>nd</sup> ed). New York: McGraw-Hill, Inc.
- [2]. Nocedal, J. & Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization* (2<sup>nd</sup> ed). New York: Springer.
- [3]. Sun, W. & Yuan, Y. (2006). *Optimization Theory and Methods*. New York: Springer.



## SYARAT CUKUP ORDE KEDUA DALAM OPTIMISASI KONVEKS

Lusia Krismiyati Budiasih

Program Studi Matematika, Universitas Sanata Dharma

### Abstrak

Syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT) merupakan syarat perlu orde pertama dalam menyelesaikan masalah optimisasi berkendala nonlinear. Dalam kasus tertentu, syarat perlu juga merupakan syarat cukup untuk optimalitas. Namun secara umum, syarat perlu bukan merupakan syarat cukup. Oleh karena itu diperlukan tambahan informasi, seperti syarat cukup orde kedua, yang melibatkan turunan kedua dari fungsi obyektifnya. Dalam optimisasi konveks, didefinisikan fungsi Lagrange yang merupakan selisih antara fungsi obyektif dengan kombinasi linear fungsi-fungsi kendala yang ada. Titik KKT merupakan peminimal lokal bila perkalian vektor arah layak dengan kuadrat turunan kedua dari fungsi Lagrange adalah positif. Berdasarkan sifat utama dalam optimisasi konveks maka peminimal lokal tersebut selalu merupakan peminimal global.

**Kata kunci:** fungsi Lagrange, optimisasi berkendala nonlinear, optimisasi konveks, syarat cukup orde kedua, titik Karush-Kuhn-Tucker

### PENDAHULUAN

Bentuk umum dari optimisasi berkendala nonlinear adalah

$$\text{Min} \quad f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\text{Dengan kendala} \quad c_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i \in E = \{1, \dots, m_e\}; \quad (2)$$

$$c_i(\mathbf{x}) \geq 0, \quad i \in I = \{m_e + 1, \dots, m\}, \quad (3)$$

dengan  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $c_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, \dots, m$ , dan setidaknya satu diantara fungsi-fungsi tersebut adalah nonlinear, serta  $m_e$  dan  $m$  bilangan bulat tak negatif dengan  $0 \leq m_e \leq m$ .

Fungsi  $f$  biasanya disebut fungsi obyektif atau fungsi kriteria. Masing-masing dari kendala  $c_i(\mathbf{x}) = 0$ ,  $i = 1, \dots, m_e$ , disebut kendala persamaan, dan masing-masing dari  $c_i(\mathbf{x}) \geq 0$ ,  $i = m_e + 1, \dots, m$ , disebut kendala pertidaksamaan. Suatu vektor  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  yang memenuhi semua kendala dikatakan penyelesaian layak dari masalah optimisasi tersebut, dan himpunan semua titik yang demikian disebut dengan daerah layak  $X$ . Dengan demikian, masalah optimisasi berkendala nonlinear adalah menentukan titik layak  $\mathbf{x}^*$  sedemikian sehingga  $f(\mathbf{x}^*) < f(\mathbf{x})$  untuk setiap titik layak  $\mathbf{x} \in X$ . Bila fungsi obyektif merupakan fungsi konveks dan himpunan layaknya adalah himpunan konveks maka masalah tersebut secara khusus dikenal sebagai optimisasi konveks.

Dalam kasus optimisasi tak berkendala, untuk membuktikan bahwa suatu titik layak adalah pemaksimal atau peminimal, diperlukan syarat pada fungsi objektifnya. Syarat tersebut dikatakan syarat perlu orde pertama [1]. Secara matematis, syarat perlu orde pertama menyatakan bahwa nilai turunan pada pemaksimal atau peminimal harus nol, secara khusus dalam fungsi multivariabel, syarat perlu orde pertama menyatakan bahwa vektor gradien dari fungsi obyektif adalah nol. Namun syarat perlu tersebut tidak dapat menunjukkan apakah suatu titik layak adalah pemaksimal atau peminimal dari fungsi obyektif. Untuk itu, dibutuhkan syarat tambahan, yang disebut syarat cukup orde kedua. Untuk menentukan sifat dari titik layak, perlu ditinjau perilaku dari nilai turunan fungsi di sekitar titik tersebut, yakni dengan menentukan turunan kedua dari fungsi obyektifnya.

Pada kasus tertentu, syarat perlu juga merupakan syarat cukup untuk optimalitas. Namun secara umum, syarat perlu bukan merupakan syarat cukup. Oleh karena itu diperlukan tambahan informasi, seperti syarat cukup orde kedua, yang melibatkan turunan kedua dari fungsi obyektifnya. Secara khusus, pada optimisasi konveks, syarat cukup orde kedua akan menjamin bahwa suatu titik ekstrim adalah peminimal lokal, yang juga merupakan peminimal global [2].

**SYARAT PERLU ORDE PERTAMA UNTUK PEMINIMAL LOKAL**

Suatu titik layak  $\mathbf{x}^*$  dikatakan peminimal lokal dari masalah optimisasi (1)-(3) jika ada  $\delta > 0$  sedemikian sehingga  $f(\mathbf{x}^*) < f(\mathbf{x})$  untuk semua  $\mathbf{x} \in X$  dengan  $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}^*$  dan  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| < \delta$ . Namun tidak semua peminimal lokal adalah titik kritis dari  $f$ . Salah satu kriteria alternatif yang dapat digunakan untuk mendapatkan peminimal lokal adalah metode pengali Lagrange. Dalam metode ini hanya dipertimbangkan kendala yang berbentuk persamaan. Dengan metode pengali Lagrange akan dicari variabel  $\mathbf{x}$  yang memenuhi semua kendala, dan pengali Lagrange  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$  yang memenuhi:

$$\nabla f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla c_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (4)$$

$$c_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Semua peminimal lokal pasti memenuhi persamaan (4)-(5). Sebaliknya, jika dua persamaan dari (4)-(5) dipenuhi maka  $\mathbf{x}$  dapat berupa peminimal lokal, pemaksimum lokal, atau titik belok terbatas pada  $X$ . Oleh karena itu, syarat tersebut merupakan syarat perlu, bukan merupakan syarat cukup untuk optimalitas.

Syarat perlu orde pertama dalam masalah optimisasi berkendala nonlinear sering dikenal sebagai syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Dengan mempertimbangkan kendala berupa pertidaksamaan, pendekatan KKT untuk optimisasi nonlinear merupakan generalisasi dari metode pengali Lagrange. Berikut diberikan beberapa definisi dan lemma yang mendukung teorema KKT [3].

**Definisi 1**

Misalkan  $\mathbf{x}^* \in X$ , dengan  $X$  daerah layak dari permasalahan (1)-(3) dan  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$  merupakan vektor selidik yang akan menjadi arah turun, yakni arah yang akan menyebabkan nilai fungsi semakin berkurang. Jika

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) &= 0, & i \in E; \\ \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) &\geq 0 & i \in I(\mathbf{x}^*) = \{i | c_i(\mathbf{x}^*) = 0, i \in I\}, \end{aligned}$$

maka  $\mathbf{d}$  dikatakan **arah layak terlinearisasi** dari  $X$  pada  $\mathbf{x}^*$ .

Himpunan semua arah layak terlinearisasi dari  $X$  pada  $\mathbf{x}^*$  adalah

$$LFD(\mathbf{x}^*, X) = \left\{ \mathbf{d} \left| \begin{array}{l} \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) = 0, i \in E \\ \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) \geq 0, i \in I(\mathbf{x}^*) \end{array} \right. \right\} \quad (6)$$

**Definisi 2**

Misalkan  $\mathbf{x}^* \in X$ , dengan  $X$  adalah daerah layak dari permasalahan dan  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ .

Jika ada barisan  $\mathbf{d}_k$  dan  $\delta_k > 0 (k = 1, 2, \dots)$  sehingga  $\mathbf{x}^* + \delta_k \mathbf{d}_k \in X, \forall k$  dan  $\mathbf{d}_k \rightarrow \mathbf{d}, \delta_k \rightarrow 0$ , maka  $\mathbf{d}$  disebut **arah layak sekuensial** dari  $X$  di  $\mathbf{x}^*$ .

Himpunan semua arah layak sekuensial dari  $X$  di  $\mathbf{x}^*$  adalah

$$SFD(\mathbf{x}^*, X) = \left\{ \mathbf{d} \left| \begin{array}{l} \mathbf{x}^* + \delta_k \mathbf{d}_k \in X, \forall k \\ \mathbf{d}_k \rightarrow \mathbf{d}, \delta_k \rightarrow 0 \end{array} \right. \right\} \quad (7)$$

**Lemma 3**

Misalkan  $\mathbf{x}^* \in X$ . Jika semua fungsi kendala terdiferensial di  $\mathbf{x}^*$ , maka  $SFD(\mathbf{x}^*, X) \subseteq LFD(\mathbf{x}^*, X)$ .

**Bukti:**

Untuk sembarang  $\mathbf{d} \in SFD(\mathbf{x}^*, X)$ , jika  $\mathbf{d} = 0$ , maka  $\mathbf{d} \in LFD(\mathbf{x}^*, X)$ .

Misalkan  $\mathbf{d} \neq 0$ . Dari Definisi 2, ada barisan  $\mathbf{d}_k (k = 1, 2, \dots)$  dan  $\delta_k > 0 (k = 1, 2, \dots)$  sedemikian sehingga persamaan (7) dipenuhi, dan  $\mathbf{d}_k \rightarrow \mathbf{d}, \delta_k \rightarrow 0$ .

Menurut teorema Taylor dan persamaan (7), maka  $\mathbf{x}^* + \delta_k \mathbf{d}_k \in X$ , yakni

$$\begin{aligned} c_i(\mathbf{x}^* + \delta_k \mathbf{d}_k) &= c_i(\mathbf{x}^*) + \delta_k \mathbf{d}_k^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) + O(\|\delta_k \mathbf{d}_k\|), & i \in E \\ &= \delta_k \mathbf{d}_k^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) + O(\|\delta_k \mathbf{d}_k\|) = 0, & i \in E \\ \text{dan} \quad c_i(\mathbf{x}^* + \delta_k \mathbf{d}_k) &= \delta_k \mathbf{d}_k^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) + O(\|\delta_k \mathbf{d}_k\|) \geq 0, & i \in I(\mathbf{x}^*). \end{aligned}$$

Dengan membagi kedua persamaan di atas dengan  $\delta_k > 0$  dan mengambil  $k \rightarrow \infty$  akan diperoleh persamaan (6). Dengan demikian,  $SFD(\mathbf{x}^*, \mathbf{X}) \subseteq LFD(\mathbf{x}^*, \mathbf{X})$ .  $\square$

#### Definisi 4. Fungsi Lagrange

**Fungsi Lagrange** yang bersesuaian dengan masalah optimisasi (1)–(3) didefinisikan sebagai

$$\mathbf{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^m \lambda_i c_i(\mathbf{x}),$$

dengan  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^n$  merupakan vektor pengali Lagrange.

#### Teorema 5. Teorema Karush-Kuhn-Tucker

Misalkan  $\mathbf{x}^*$  merupakan pemiminal lokal dari masalah (1)-(3). Jika kendala memenuhi

$$SFD(\mathbf{x}^*, \mathbf{X}) = LFD(\mathbf{x}^*, \mathbf{X})$$

maka terdapat pengali Lagrange  $\lambda_i^*$  sehingga syarat-syarat berikut dipenuhi pada  $(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$  :

$$\nabla f(\mathbf{x}^*) - \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla c_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad (8)$$

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) = 0, \forall i \in E, \quad (9)$$

$$\mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) \geq 0, \forall i \in I, \quad (10)$$

$$\lambda_i^* \geq 0, \forall i \in I, \quad (11)$$

$$\lambda_i^* \mathbf{c}_i(\mathbf{x}^*) = 0, \forall i \in I. \quad (12)$$

Titik yang memenuhi syarat (8)-(12) disebut dengan titik Karush-Kuhn-Tucker [4].

#### SYARAT CUKUP ORDE KEDUA

Teorema 5 menunjukkan bahwa tidak semua pemiminal lokal adalah titik KKT. Teorema berikut memberikan syarat cukup agar sembarang titik KKT dari masalah optimisasi nonlinear berkendala adalah pemiminal lokal dari masalah tersebut [3].

#### Definisi 6.

Misalkan  $\mathbf{x}^*$  merupakan titik KKT dari permasalahan (1)-(3), dan  $\boldsymbol{\lambda}^*$  vektor pengali Lagrange yang bersesuaian dengan  $\mathbf{x}^*$ . Jika  $\mathbf{d}$  merupakan arah layak terlinearisasi di  $\mathbf{x}^*$  dan memenuhi  $\lambda_i^* \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) = 0, \forall i \in I(\mathbf{x}^*)$ , maka  $\mathbf{d}$  dikatakan **arah kendala nol terlinearisasi**. Himpunan semua vektor arah tersebut dapat ditulis sebagai  $G(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ , yakni:

$$G(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \left\{ \mathbf{d} \left| \begin{array}{l} \mathbf{d} \neq 0, \\ \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad i \in E \cup I_+(\mathbf{x}^*) \\ \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) \geq 0, \quad i \in I(\mathbf{x}^*) \setminus I_+(\mathbf{x}^*) \end{array} \right. \right\}$$

dengan  $I_+(\mathbf{x}^*) = \{i | i \in I(\mathbf{x}^*) \text{ dengan } \lambda_i^* > 0\}$ .

#### Teorema 7. Syarat Cukup Order Kedua

Misalkan  $\mathbf{x}^*$  adalah titik KKT dari masalah (1)–(3). Jika

$$\mathbf{d}^T \nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \mathbf{d} > 0, \quad \forall \mathbf{d} \in G(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*),$$

maka  $\mathbf{x}^*$  merupakan pemiminal lokal tegas, yakni ada  $\delta > 0$  sedemikian sehingga  $f(\mathbf{x}^*) < f(\mathbf{x})$  untuk semua  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  dengan  $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}^*$  dan  $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| < \delta$ .

#### Bukti:

$$\text{Misalkan} \quad \mathbf{d}^T \nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \mathbf{d} > 0, \quad \forall \mathbf{d} \in G(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \quad (13)$$

Andaikan  $\mathbf{x}^*$  bukan merupakan pemiminal lokal tegas

Maka ada  $\mathbf{x}_k \in X$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) sedemikian sehingga

$$f(\mathbf{x}_k) \leq f(\mathbf{x}^*). \quad (14)$$

dan  $\mathbf{x}_k \rightarrow \mathbf{x}^*, \mathbf{x}_k \neq \mathbf{x}^*$  untuk  $k = 1, 2, \dots$

$$\text{Asumsikan} \quad \frac{\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*}{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*\|} \rightarrow \mathbf{d}. \quad (15)$$

$$\text{Bentuk} \quad \mathbf{d}_k = \frac{\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*}{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*\|}, \quad \delta_k = \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*\|. \quad (16)$$

Berdasarkan Definisi 2, maka  $\mathbf{d} \in SFD(\mathbf{x}^*, X)$ .

Menurut teorema Taylor, untuk  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}^* + \mathbf{d}_k$ , maka diperoleh

$$f(\mathbf{x}_k) = f(\mathbf{x}^*) + (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*)^T \nabla f(\mathbf{x}^*) + O(\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*\|). \quad (17)$$

Bila persamaan (17) dibagi dengan  $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*\|$ , dan mengambil limit untuk  $k \rightarrow \infty$  serta menggunakan asumsi (15)-(16), akan diperoleh

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}^*)}{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*\|} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{(\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*)^T \nabla f(\mathbf{x}^*)}{\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}^*\|} \quad (18)$$

Atau

$$\mathbf{d}^T \nabla f(\mathbf{x}^*) \leq 0, \quad (19)$$

dan

$$\mathbf{d} \in SFD(\mathbf{x}^*, X) \subseteq LFD(\mathbf{x}^*, X). \quad (20)$$

Dari syarat KKT pada persamaan (6)-(9) dan menurut Lemma 3 maka

$$\mathbf{d}^T \nabla f(\mathbf{x}^*) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) \geq 0. \quad (21)$$

Dari persamaan (19) dan (20) maka didapatkan

$$\mathbf{d}^T \nabla f(\mathbf{x}^*) = 0. \quad (22)$$

yang berdasarkan persamaan (21) dan Definisi 1 mengakibatkan

$$\lambda_i \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) = 0, \quad \forall i \in I(\mathbf{x}^*). \quad (23)$$

Dengan demikian, dari persamaan (20), (23) dan Definisi 6 akan diperoleh

$$\mathbf{d} \in G(\mathbf{x}^*, \lambda^*).$$

Dari teorema Taylor dan asumsi pada persamaan (14), maka

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) &\geq \mathcal{L}(\mathbf{x}_k, \lambda^*) \\ &= \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + \delta_k \mathbf{d}_k^T \nabla \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + \frac{1}{2} \delta_k^2 \mathbf{d}_k^T \nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \mathbf{d}_k + O(\delta_k^2) \\ &= \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + \delta_k \mathbf{d}_k^T \nabla (f(\mathbf{x}^*) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*)) + \frac{1}{2} \delta_k^2 \mathbf{d}_k^T \nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \mathbf{d}_k + O(\delta_k^2) \\ &= \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + \frac{1}{2} \delta_k^2 \mathbf{d}_k^T \nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \mathbf{d}_k + O(\delta_k^2) \end{aligned}$$

Bila persamaan di atas dibagi dengan  $\delta_k^2$ , dan mengambil limit untuk  $k \rightarrow \infty$ , maka akan menghasilkan

$$\mathbf{d}^T \nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \mathbf{d} \leq 0.$$

Hal ini kontradiksi dengan asumsi pada persamaan (13).

Dengan demikian, haruslah  $\mathbf{x}^*$  merupakan peminimal lokal tegas.

□

### Teorema 8

Titik Karush-Kuhn-Tucker dari optimisasi konveks adalah peminimal globalnya.

#### Bukti:

Misalkan  $(\mathbf{x}^*, \lambda^*)$  adalah sebarang titik Karush-Kuhn-Tucker dari optimisasi konveks. Diketahui fungsi Lagrange

$$L(\mathbf{x}, \lambda^*) = f(\mathbf{x}) - \sum_{i \in E} \lambda_i^* c_i(\mathbf{x}) - \sum_{i \in I} \lambda_i^* c_i(\mathbf{x})$$

adalah konveks pada  $\mathbf{x}$ . Melalui sifat fungsi konveks dan syarat Karush-Kuhn-Tucker untuk sebarang  $\mathbf{x}$  yang layak, maka diperoleh

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}, \lambda^*) &\geq L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^T \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \\ &= L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^T \mathbf{0} \\ &= L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \\ &= f(\mathbf{x}^*) - \sum_{i=1}^m \lambda_i^* c_i(\mathbf{x}^*) \\ &= f(\mathbf{x}^*) - 0 \\ &= f(\mathbf{x}^*). \end{aligned} \quad (24)$$

Perhatikan bahwa  $\mathbf{x}$  adalah titik layak dan  $\lambda_i^* \geq 0, i \in I$ , jadi diperoleh

$$\lambda_i^* c_i(\mathbf{x}) = 0, i \in E; \lambda_i^* c_i(\mathbf{x}) \geq 0, i \in I$$

Oleh karena itu diperoleh



$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}^*) \leq f(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X}. \quad (25)$$

Dari persamaan (24) dan (25) diperoleh

$$f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^*), \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X}.$$

Jadi, titik Karush-Kuhn-Tucker  $\mathbf{x}^*$  adalah peminimal global pada optimisasi konveks.

□

### Contoh 3.3

Pertimbangkan optimisasi konveks

$$\min_{\mathbf{x}} \quad f(\mathbf{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2.5)^2$$

Kendala

$$x_1 - 2x_2 + 2 \geq 0 \quad (\text{i})$$

$$-x_1 - 2x_2 + 6 \geq 0 \quad (\text{ii})$$

$$-x_1 + 2x_2 + 2 \geq 0 \quad (\text{iii})$$

$$x_1 \geq 0 \quad (\text{iv})$$

$$x_2 \geq 0 \quad (\text{v})$$

Syarat perlu orde pertama untuk masalah tersebut dapat ditentukan berdasarkan persamaan (4)-(5), yakni sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{i).} \quad & \nabla f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^5 \lambda_i \nabla c_i(\mathbf{x}) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 2x_1 - 2 \\ 2x_2 - 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 \\ -2\lambda_1 - 2\lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{ii).} \quad c_i(\mathbf{x}) \geq 0, \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\text{iii).} \quad \lambda_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\text{iv).} \quad \lambda_i c_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, \dots, 5$$

sehingga diperoleh sistem persamaan linear berikut:

$$2x_1 + \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 = 2$$

$$2x_2 - 2\lambda_1 - 2\lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_5 = 5$$

$$x_1 - 2x_2 \geq -2$$

$$-x_1 - 2x_2 \geq -6$$

$$-x_1 + 2x_2 \geq -2$$

$$x_1 \geq 0; \quad x_2 \geq 0$$

$$\lambda_1 \geq 0; \quad \lambda_2 \geq 0; \quad \lambda_3 \geq 0; \quad \lambda_4 \geq 0; \quad \lambda_5 \geq 0$$

$$\lambda_1 x_1 - 2\lambda_1 x_2 + 2\lambda_1 = 0$$

$$-\lambda_2 x_1 - 2\lambda_2 x_2 + 6\lambda_2 = 0$$

$$-\lambda_3 x_1 + 2\lambda_3 x_2 + 2\lambda_3 = 0$$

$$\lambda_4 x_1 = 0; \quad \lambda_5 x_2 = 0.$$

Dapat ditunjukkan bahwa titik  $x_1^* = 1.4$ ,  $x_2^* = 1.7$ ,  $\lambda_1^* = 0.8$ ,  $\lambda_2^* = \lambda_3^* = \lambda_4^* = \lambda_5^* = 0$  memenuhi semua kondisi di atas.

Selanjutnya,

$$\nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \nabla^2 f(\mathbf{x}^*) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Himpunan semua vektor arah kendala nol terlinearisasi dapat ditulis sebagai  $G(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ , yakni:

$$G(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \left\{ \mathbf{d} \left| \begin{array}{l} \mathbf{d} \neq 0, \\ \mathbf{d}^T \nabla c_1(\mathbf{x}^*) = 0 \\ \mathbf{d}^T \nabla c_i(\mathbf{x}^*) \geq 0, \quad i = 2, \dots, 5 \end{array} \right. \right\}$$

Basis dari himpunan  $G$  tersebut adalah vektor  $\mathbf{d} = (2, 1)^T$ .

Dengan demikian,

$$\mathbf{d}^T \nabla_{\mathbf{xx}}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) \mathbf{d} = (2 \ 1) \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} > 0.$$

Jadi, titik  $\mathbf{x}^* = (1.4, 1.7)$  merupakan peminimal lokal tegas dari masalah di atas.

Karena  $f(\mathbf{x}) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2.5)^2$  merupakan fungsi konveks, sehingga permasalahan tersebut termasuk dalam optimisasi konveks, maka titik  $\mathbf{x}^* = (1.4, 1.7)$  sekaligus merupakan peminimal globalnya. Dengan kata lain, fungsi  $f(\mathbf{x})$  akan mencapai nilai minimum saat  $\mathbf{x}^* = (1.4, 1.7)$ , yakni  $f(\mathbf{x}) = 0.8$ .

## KESIMPULAN

Syarat perlu orde pertama dalam masalah optimisasi berkendala nonlinear sering dikenal sebagai syarat Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Dengan mempertimbangkan kendala berupa pertidaksamaan, pendekatan KKT untuk optimisasi nonlinear merupakan generalisasi dari metode pengali Lagrange. Secara umum, syarat perlu bukan merupakan syarat cukup. Oleh karena itu diperlukan tambahan informasi, seperti syarat cukup orde kedua, yang melibatkan turunan kedua dari fungsi obyektifnya. Dengan menyelidiki nilai perkalian vektor arah layak dengan kuadrat turunan kedua dari fungsi Lagrange, akan dapat ditentukan apakah suatu titik KKT merupakan peminimal lokal dari suatu masalah optimisasi berkendala nonlinear. Secara khusus dalam optimisasi konveks, maka peminimal lokal tersebut selalu merupakan peminimal globalnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Hiller, F. S. & Lieberman, G. J. (1995). *Introduction to Mathematical Programming* (2<sup>nd</sup> ed). New York: McGraw-Hill, Inc.
- [2]. Nocedal, J. & Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization* (2<sup>nd</sup> ed). New York: Springer.
- [3]. Sun, W. & Yuan, Y. (2006). *Optimization Theory and Methods*. New York: Springer.
- [4]. Chacuat, B. (2007). *Nonlinear and Dynamic Optimization: From Theory to Practice*. [http://la.epfl.ch/files/.../ic-32\\_lectures-1-8.pdf](http://la.epfl.ch/files/.../ic-32_lectures-1-8.pdf) (diakses pada tanggal 2 April 2012).

## SISTEM LINEAR MAX-PLUS INTERVAL WAKTU INVARIANT AUTONOMOUS

**M. Andy Rudhito**

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma  
Kampus III USDPaingan Maguwoharjo Yogyakarta  
email: arudhito@yahoo.co.id

### Abstrak

Telah dibahas sistem linear max-plus waktu invariant autonomous (SLMIA), di mana waktu aktifitasnya berupa bilangan real. Dalam sistem linear max-plus interval waktu invariant autonomous (SLMIIA), ada ketidakpastian dalam waktu aktifitasnya, sehingga waktu aktifitas ini dimodelkan sebagai interval bilangan real. Artikel ini membahas tentang generalisasi SLMIA menjadi SLMIIA dan analisis input-output SLMIIA, serta sifat periodiknya. Dapat ditunjukkan bahwa SLMII berupa suatu sistem persamaan linear max-plus interval. Analisa input-output SLMII dapat dibahas melalui penyelesaian suatu sistem persamaan linear max-plus interval. Sifat periodik SLMIIA dapat diperoleh dari nilai nilai eigen dan vektor eigen interval matriks keadaan dalam sistemnya.

**Kata-kata kunci:** Sistem Linear, Max-Plus, Interval, Waktu Invariant, Input-Output, Autonomous.

### PENDAHULUAN

Dalam masalah pemodelan dan analisa suatu jaringan, kadang-kadang waktu aktifitasnya tidak diketahui dengan pasti. Hal ini misalkan karena jaringan masih pada tahap perancangan, data-data mengenai waktu aktifitas belum diketahui secara pasti. Ketidakpastian waktu aktifitas jaringan ini dapat dimodelkan dalam suatu interval, yang selanjutnya di sebut waktu aktifitas interval. Aljabar max-plus (himpunan semua bilangan real  $\mathbf{R} \cup \{-\infty\}$  dilengkapi dengan operasi max dan plus) telah dapat digunakan dengan baik untuk memodelkan dan menganalisis secara aljabar masalah-masalah jaringan, seperti masalah: penjadwalan (proyek) dan sistem antrian, lebih detailnya dapat dilihat pada Bacelli, *et al.* (2001), Rudhito, A. (2003). Dalam Schutter (1996) dan Rudhito, A. (2003) telah dibahas pemodelan dinamika sistem produksi sederhana dengan pendekatan aljabar max-plus. Secara umum model ini berupa sistem linear max-plus waktu invariant.

Konsep aljabar max-plus interval yang merupakan perluasan konsep aljabar max-plus, di mana elemen-elemen yang dibicarakan berupa interval telah dibahas dalam Rudhito, dkk (2008). Pembahasan mengenai matriks atas aljabar max-plus telah dibahas dalam Rudhito, dkk (2011a). Dalam Rudhito, dkk (2011b) telah dibahas eksistensi penyelesaian sistem persamaan linear max-plus interval.

Sejalan dengan cara pemodelan dan pembahasan input-output sistem linear max-plus waktu invariant (SLMI) seperti dalam Schutter (1996) dan Rudhito, A. (2003), dan dengan memperhatikan hasil-hasil pada aljabar max-plus interval, dalam Rudhito (2011) telah dibahas pemodelan dan analisa input-output sistem linear max-plus interval waktu invariant (SLMII), yaitu sistem linear max-plus waktu invariant dengan waktu aktifitas interval. Dalam situasi tertentu ada suatu SLMI yang keadaannya tidak dipengaruhi kedatangan input, yang disebut dengan SLMI autonomous (SLMIA). Seperti halnya pada SLMII, dalam makalah ini akan dibahas pemodelan dan analisa input-output sistem linear max-plus interval waktu invariant autonomous (SLMIIA). Terlebih dahulu akan dibahas pengertian dan konsep dasar dalam aljabar max-plus dan aljabar max-plus interval yang akan digunakan dalam pembahasan utama artikel ini.

### ALJABAR MAX-PLUS

Dalam bagian ini dibahas konsep dasar aljabar max-plus dan nilai eigen dan vektor eigen max-plus. Pembahasan selengkapnya dapat dilihat pada Bacelli, *et al.* (2001), Rudhito, A. (2003). Diberikan  $\mathbf{R}_\varepsilon := \mathbf{R} \cup \{\varepsilon\}$  dengan  $\mathbf{R}$  adalah himpunan semua bilangan real dan  $\varepsilon := -\infty$ . Pada  $\mathbf{R}_\varepsilon$  didefinisikan operasi berikut:  $\forall a, b \in \mathbf{R}_\varepsilon, a \oplus b := \max(a, b)$  dan  $a \otimes b := a + b$ . Kemudian

$(\mathbf{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$  disebut *aljabar max-plus*, yang selanjutnya cukup dituliskan dengan  $\mathbf{R}_{\max}$ . Relasi “ $\preceq_m$ ” pada  $\mathbf{R}_{\max}$  didefinisikan dengan  $x \preceq_m y \Leftrightarrow x \oplus y = y$ .

Operasi  $\oplus$  dan  $\otimes$  pada  $\mathbf{R}_{\max}$  dapat diperluas untuk operasi-operasi matriks dalam  $\mathbf{R}_{\max}^{m \times n} := \{A = (A_{ij}) \mid A_{ij} \in \mathbf{R}_{\max}, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n\}$ . Untuk  $\alpha \in \mathbf{R}_{\max}$ , dan  $A, B \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$  didefinisikan  $\alpha \otimes A$ , dengan  $(\alpha \otimes A)_{ij} = \alpha \otimes A_{ij}$  dan  $A \oplus B$ , dengan  $(A \oplus B)_{ij} = A_{ij} \oplus B_{ij}$  untuk  $i = 1, 2, \dots, m$  dan  $j = 1, 2, \dots, n$ . Untuk  $A \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times p}$ ,  $B \in \mathbf{R}_{\max}^{p \times n}$  didefinisikan  $A \otimes B$ , dengan  $(A \otimes B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^p A_{ik} \otimes B_{kj}$ . Didefinisikan matriks  $E \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$ ,  $(E)_{ij} := \begin{cases} 0, & \text{jika } i = j \\ \varepsilon, & \text{jika } i \neq j \end{cases}$  dan matriks  $\varepsilon \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ ,

$(\varepsilon)_{ij} := \varepsilon$  untuk setiap  $i$  dan  $j$ . Relasi “ $\preceq_m$ ” pada  $\mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$  didefinisikan dengan  $A \preceq_m B \Leftrightarrow A \oplus B = B$ . Didefinisikan  $\mathbf{R}_{\max}^n := \{x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \mid x_i \in \mathbf{R}_{\max}, i = 1, 2, \dots, n\}$ . Unsur-unsur dalam  $\mathbf{R}_{\max}^n$  disebut vektor atas  $\mathbf{R}_{\max}$ .

Diberikan  $A \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$ . Skalar  $\lambda \in \mathbf{R}_{\max}$  disebut *nilai eigen max-plus matriks A* jika terdapat suatu vektor  $v \in \mathbf{R}_{\max}^n$  dengan  $v \neq \varepsilon_{n \times 1}$  sehingga  $A \otimes v = \lambda \otimes v$ . Vektor  $v$  tersebut disebut *vektor eigen max-plus matriks A yang bersesuaian dengan  $\lambda$* . Diberikan  $A \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$ . Dapat ditunjukkan bahwa skalar  $\lambda_{\max}(A) = \bigoplus_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} \bigoplus_{i=1}^n (A^{\otimes k})_{ii} \right)$ , merupakan suatu nilai eigen max-plus matriks A. Lebih

lanjut untuk  $B = -\lambda_{\max}(A) \otimes A$ , jika  $B_{ii}^+ = 0$ , maka kolom ke- $i$  matriks  $B^*$  merupakan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen  $\lambda_{\max}(A)$ . Kolom-kolom ke- $i$  matriks  $B^*$  di atas, yang merupakan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen  $\lambda_{\max}(A)$ , disebut *vektor-vektor eigen fundamental* yang bersesuaian dengan nilai eigen  $\lambda_{\max}(A)$ . Dapat ditunjukkan bahwa kombinasi linear max-plus vektor-vektor eigen fundamental matriks A juga merupakan vektor eigen yang bersesuaian dengan  $\lambda_{\max}(A)$ . Suatu matriks  $A \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$  irreduisibel jika dan hanya jika  $(A \oplus A^{\otimes 2} \oplus \dots \oplus A^{\otimes n-1})_{ij} \neq \varepsilon$ , untuk setiap  $i, j$  dengan  $i \neq j$ . Dapat ditunjukkan bahwa jika matriks irreduisibel  $A \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$  mempunyai nilai eigen max-plus tunggal, yaitu  $\lambda_{\max}(A)$ , dengan  $x$  sebagai vektor eigen max-plus yang bersesuaian dengan  $\lambda$ , maka  $x_i \neq \varepsilon$  untuk setiap  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Dapat ditunjukkan bahwa jika matriks  $A \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$  irreduisibel, maka A mempunyai nilai eigen max-plus tunggal, yaitu  $\lambda_{\max}(A)$ .

### ALJABAR MAX-PLUS INTERVAL

Bagian ini membahas konsep dasar aljabar max-plus interval dan teknik pengoperasian matriks atas aljabar max-plus interval. Pembahasan lebih lengkap dapat dilihat pada Rudhito, dkk (2011a).

Interval (tertutup)  $x$  dalam  $\mathbf{R}_{\max}$  adalah suatu himpunan bagian dari  $\mathbf{R}_{\max}$  yang berbentuk  $x = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbf{R}_{\max} \mid \underline{x} \preceq_m x \preceq_m \bar{x}\}$ . Interval  $x$  dalam  $\mathbf{R}_{\max}$  di atas disebut *interval max-plus*, yang selanjutnya akan cukup disebut interval. Suatu bilangan  $x \in \mathbf{R}_{\max}$  dapat dinyatakan sebagai interval  $[x, x]$ . Didefinisikan  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_\varepsilon := \{x = [\underline{x}, \bar{x}] \mid \underline{x}, \bar{x} \in \mathbf{R}, \varepsilon \prec_m \underline{x} \preceq_m \bar{x}\} \cup \{\varepsilon\}$ , dengan  $\varepsilon := [\varepsilon, \varepsilon]$ . Pada  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_\varepsilon$  didefinisikan operasi  $\oplus$  dan  $\otimes$  dengan:  $x \oplus y = [\underline{x} \oplus \underline{y}, \bar{x} \oplus \bar{y}]$  dan  $x \otimes y = [\underline{x} \otimes \underline{y}, \bar{x} \otimes \bar{y}]$ ,  $\forall x, y \in \mathbf{I}(\mathbf{R}_\varepsilon)$ . Kemudian  $(\mathbf{I}(\mathbf{R})_\varepsilon, \oplus, \otimes)$  disebut dengan *aljabar max-plus interval* yang dilambangkan dengan  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}$ .

Didefinisikan  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n} := \{A = (A_{ij}) \mid A_{ij} \in \mathbf{I}(\mathbf{R}_{\max}), \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n\}$ . Matriks anggota  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$  disebut *matriks interval max-plus*. Selanjutnya matriks interval max-plus cukup disebut dengan matriks interval. Untuk  $\alpha \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}$ ,  $A, B \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$ , didefinisikan  $\alpha \otimes$

A, dengan  $(\alpha \bar{\otimes} A)_{ij} = \alpha \bar{\otimes} A_{ij}$  dan  $A \bar{\oplus} B$ , dengan  $(A \bar{\oplus} B)_{ij} = A_{ij} \bar{\oplus} B_{ij}$  untuk  $i = 1, 2, \dots, m$  dan  $j = 1, 2, \dots, n$ . Untuk  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times p}$ ,  $B \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{p \times n}$ , didefinisikan  $A \bar{\otimes} B$  dengan

$$(A \bar{\otimes} B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^p A_{ik} \bar{\otimes} B_{kj} \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n. \text{ Operasi } \bar{\oplus} \text{ konsisten terhadap}$$

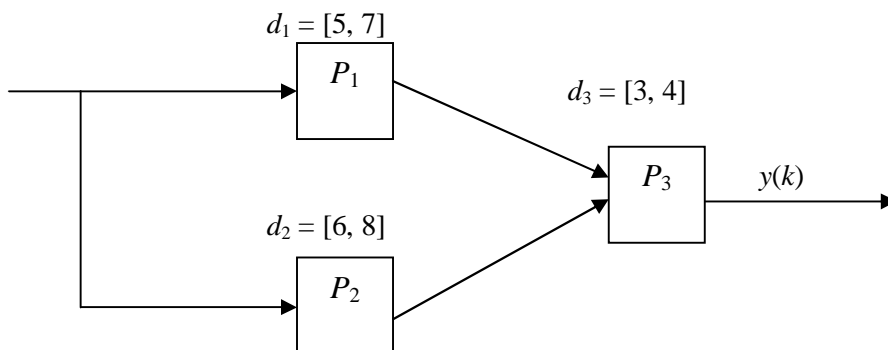
urutan  $\preceq_{\text{Im}}$ , yaitu jika  $A \preceq_{\text{Im}} B$ , maka  $A \bar{\oplus} C \preceq_{\text{Im}} B \bar{\oplus} C$ . Operasi  $\bar{\otimes}$  juga konsisten terhadap urutan  $\preceq_{\text{Im}}$ , yaitu jika  $A \preceq_{\text{Im}} B$ , maka  $A \bar{\otimes} C \preceq_{\text{Im}} B \bar{\otimes} C$ .

Untuk  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$  didefinisikan matriks  $\underline{A} = (\underline{A}_{ij}) \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$  dan  $\bar{A} = (\bar{A}_{ij}) \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$  yang berturut-turut disebut *matriks batas bawah* dan *matriks batas atas* dari matriks interval A. Didefinisikan *interval matriks dari A*, yaitu  $[\underline{A}, \bar{A}] = \{A \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n} \mid \underline{A} \preceq_m A \preceq_m \bar{A}\}$ . Dapat ditunjukkan untuk setiap matriks interval A selalu dapat ditentukan *interval matriks*  $[\underline{A}, \bar{A}]$  dan sebaliknya. Matriks interval  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$  dapat dipandang sebagai interval matriks  $[\underline{A}, \bar{A}]$ . Interval matriks  $[\underline{A}, \bar{A}]$  disebut *interval matriks yang bersesuaian dengan matriks interval A* dan dilambangkan dengan  $A \approx [\underline{A}, \bar{A}]$ . Didefinisikan  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^n := \{\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \mid x_i \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}, i = 1, \dots, n\}$ . Unsur-unsur dalam  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^n$  disebut *vektor interval atas*  $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}$ . Diberikan  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$  dan  $\mathbf{b} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^m$ .

Berikut diberikan definisi dan eksistensi nilai eigen dan vektor eigen max-plus interval. Pembahasan lebih lengkap diberikan dalam Rudhito (2011c). Diberikan  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$ . Skalar interval  $\lambda \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}$  disebut *nilai eigen max-plus interval matriks interval A* jika terdapat suatu vektor interval  $\mathbf{v} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^n$  dengan  $\mathbf{v} \neq \mathbf{e}_{n \times 1}$  sehingga  $A \bar{\otimes} \mathbf{v} = \lambda \bar{\otimes} \mathbf{v}$ . Vektor  $\mathbf{v}$  tersebut disebut *vektor eigen max-plus interval matriks interval A yang bersesuaian dengan  $\lambda$* . Diberikan  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$ , dengan  $A \approx [\underline{A}, \bar{A}]$ . Dapat ditunjukkan skalar interval  $\lambda_{\max}(A) = [\lambda_{\max}(\underline{A}), \lambda_{\max}(\bar{A})]$ , merupakan suatu nilai eigen max-plus interval matriks interval A. Vektor eigen interval dapat dibentuk melalui vektor eigen fundamental untuk masing-masing matriks batas bawah dan atasnya, jika diperlukan dapat dilakukan modifikasi dengan membentuk kombinasi linearnya. Suatu matriks interval  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$ , dengan  $A \approx [\underline{A}, \bar{A}]$ , dikatakan *irreduisibel* jika setiap matriks  $A \in [\underline{A}, \bar{A}]$  irreduisibel. Dapat ditunjukkan bahwa  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$  irreduisibel jika dan hanya jika  $\underline{A} \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$  irreduisibel. Lebih lanjut jika matriks interval A irreduisibel, maka  $\lambda_{\max}(A) = [\lambda_{\max}(\underline{A}), \lambda_{\max}(\bar{A})]$  merupakan nilai eigen max-plus interval tunggal matriks interval A, dengan  $\mathbf{v}$  adalah vektor eigen max-plus interval yang bersesuaian dengan  $\lambda_{\max}(A)$ , di mana  $v_i \neq \varepsilon$  untuk setiap  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

### PEMODELAN SISTEM PRODUKSI SEDERHANA

Diperhatikan suatu sistem produksi sederhana (Schutter, 1996) yang disajikan dalam Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Sistem Produksi Sederhana

Sistem ini terdiri dari 3 unit pemrosesan  $P_1, P_2, P_3$ . Bahan baku dimasukkan ke  $P_1$  dan  $P_2$ , diproses dan dikirimkan ke  $P_3$ . Interval waktu pemrosesan untuk  $P_1, P_2$  dan  $P_3$  berturut-turut adalah  $d_1 = [5, 7]$   $d_2 = [6, 8]$  dan  $d_3 = [3, 4]$  satuan waktu. Pada input sistem dan antara unit pemrosesan terdapat penyangga (*buffer*), yang berturut-turut disebut penyangga input dan penyangga internal, dengan kapasitas yang cukup besar untuk menjamin tidak ada penyangga yang meluap (*overflow*). Dalam keadaan awal sistem, penyangga input dan beberapa penyangga internal tidak kosong, kemudian bahan baku dimasukkan pada sistem dengan laju tertentu sedemikian hingga penyangga input tidak pernah kosong. Jadi mesin-mesin sudah bekerja pada kondisi awal, dan untuk berikutnya tidak perlu menunggu kedatangan input, karena input sudah selalu tersedia. Suatu unit pemrosesan hanya dapat mulai bekerja untuk suatu produk baru jika ia telah menyelesaikan pemrosesan produk sebelumnya. Diasumsikan bahwa setiap unit pemrosesan mulai bekerja segera setelah bahan tersedia. Misalkan

$x_i(k)$  : interval waktu saat unit pemrosesan ke- $i$  mulai bekerja untuk pemrosesan ke- $k$ ,  
 $y(k)$  : interval waktu saat produk ke- $k$  yang diselesaikan meninggalkan sistem.

Waktu saat  $P_1$  mulai bekerja untuk pemrosesan ke- $(k+1)$  dapat ditentukan sebagai berikut. Pada unit pemrosesan  $P_1$  hanya dapat mulai bekerja pada sejumlah bahan baku baru segera setelah menyelesaikan pemrosesan sebelumnya, yaitu sejumlah bahan baku untuk pemrosesan ke- $k$ . Karena interval waktu pemrosesan pada  $P_1$  adalah  $d_1 = [5, 7]$  satuan waktu, maka produk setengah-jadi ke- $k$  akan meninggalkan  $P_1$  pada saat interval  $t = x_1(k) \bar{\otimes} [5, 7]$ . Dengan menggunakan operasi aljabar max-plus interval diperoleh:

$$x_1(k+1) = [5, 7] \bar{\otimes} x_1(k) \bar{\oplus} [2, 3] \bar{\otimes} u(k+1) \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \dots$$

Dengan alasan yang sama untuk  $P_2, P_3$  dan waktu saat produk ke- $k$  yang diselesaikan meninggalkan sistem, diperoleh:

$$x_2(k+1) = [6, 8] \bar{\otimes} x_2(k)$$

$$x_3(k+1) = [11,16] \bar{\otimes} x_1(k) \bar{\oplus} [12,16] \bar{\otimes} x_2(k) \bar{\oplus} [3, 4] \bar{\otimes} x_3(k)$$

$$y(k) = [3, 4] \bar{\otimes} x_3(k), \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \dots$$

Jika dituliskan dalam persamaan matriks dalam aljabar max-plus, persamaan-persamaan di atas

menjadi 
$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} [5, 7] & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & [6, 8] & \varepsilon \\ [11,16] & [12,16] & [3, 4] \end{bmatrix} \bar{\otimes} \mathbf{x}(k)$$

$$y(k) = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad [3, 4]] \bar{\otimes} \mathbf{x}(k), \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \dots \text{ dan } \mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k)]^T.$$

Hasil di atas dapat juga dituliskan dengan

$$\mathbf{x}(k+1) = A \bar{\otimes} \mathbf{x}(k)$$

$$y(k) = C \bar{\otimes} \mathbf{x}(k)$$

untuk  $k = 1, 2, 3, \dots$ , dengan  $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k)]^T \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^3$ , keadaan awal  $\mathbf{x}(0) \neq \varepsilon$ ,

$$A = \begin{bmatrix} [5, 7] & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & [6, 8] & \varepsilon \\ [11,16] & [12,16] & [3, 4] \end{bmatrix} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{3 \times 3}, \text{ dan } C = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad [3, 4]] \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{1 \times 3}.$$

### SISTEM LINEAR MAX-PLUS INTERVAL WAKTU INVARIANT AUTONOMOUS

Matriks dalam persamaan pada sistem produksi di atas merupakan matriks konstan, yaitu tidak tergantung pada parameter  $k$ , sehingga sistemnya merupakan sistem waktu-invariant. Dalam sistem produksi di atas keadaan sistem tidak dipengaruhi kedatangan input, sehingga disebut autonomus. Sistem seperti dalam contoh di atas merupakan suatu contoh sistem linear max-plus interval waktu-invariant autonomus (SLMIIA) seperti yang diberikan dalam definisi berikut.

#### Definisi 1 (SLMIIA)

*Sistem Linear Max-Plus Interval Waktu-Invariant Autonomus* adalah Sistem Kejadian Diskrit yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= A \otimes \bar{\mathbf{x}}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= C \otimes \bar{\mathbf{x}}(k) \end{aligned} \quad (1)$$

untuk  $k = 1, 2, 3, \dots$ , dengan kondisi awal  $\mathbf{x}(0) \neq \boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n \times n}$  dan  $C \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{1 \times n}$ . Vektor interval  $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^n$  menyatakan interval keadaan (state) dan  $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^1$  adalah vektor interval output sistem saat waktu ke- $k$ .

SLMIIA dalam definisi di atas merupakan sistem dengan satu input dan satu output (SISO). SLMIIA seperti dalam definisi di atas secara singkat akan dituliskan dengan SLMIIA(A, C,  $\mathbf{x}(0) \neq \boldsymbol{\varepsilon}$ ). Jika kondisi awal diberikan pada sistem, maka secara rekursif juga dapat ditentukan barisan keadaan sistem dan barisan output sistem yang bersesuaian dengan kondisi awal tersebut. Secara umum sifat input-output SLMIIA(A, C,  $\mathbf{x}(0) \neq \boldsymbol{\varepsilon}$ ) diberikan dalam teorema berikut.

**Teorema 1** (Input-Output SLMIIA(A, C,  $\mathbf{x}(0) \neq \boldsymbol{\varepsilon}$ ))

Diberikan suatu bilangan bulat positif  $p$ . Jika vektor output  $\mathbf{y} = [y(1), y(2), \dots, y(p)]^T$  pada

SLMIIA(A, C,  $\mathbf{x}(0) \neq \boldsymbol{\varepsilon}$ ), maka  $\mathbf{y} = \mathbf{K} \otimes \mathbf{x}(0)$ , dengan  $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} C \otimes A \\ C \otimes A^{\otimes 2} \\ \vdots \\ C \otimes A^{\otimes p} \end{bmatrix}$ .

**Bukti:** Pembuktian analog dengan pembuktian pada kasus waktu aktifitas yang berupa bilangan real, dengan mengingat bahwa operasi penjumlahan dan perkalian matriks interval konsisten terhadap urutan yang telah didefinisikan di atas. Bukti untuk kasus waktu aktifitas yang berupa bilangan real dapat dilihat dalam Rudhito(2003: hal 56 -58). ■

**Contoh 1**

Diperhatikan sistem produksi sederhana pada pembahasan di atas, dengan mengambil keadaan awal  $\mathbf{x}(0) = [0, 0, 0]^T = [[0, 0], [0, 0], [0, 0]]^T$  dan  $p = 10$ , diperoleh waktu keadaan dan output sistem seperti dalam Tabel 1 berikut.

**Tabel 1 Perhitungan Interval Waktu Keadaan dan Output Sistem Contoh 1**

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1$	[0, 0]	[5,7]	[10,14]	[15,21]	[20,28]	[25,35]	[30,42]	[35,49]	[40,56]	[45,63]	[50,70]
$x_2$	[0, 0]	[6,8]	[12,16]	[18,24]	[24,32]	[30,40]	[36,48]	[42,56]	[48,64]	[54,72]	[60,80]
$x_3$	[0, 0]	[12,16]	[18,24]	[24,32]	[30,40]	[36,48]	[42,56]	[48,64]	[54,72]	[60,80]	[66,88]
$y$	[0, 0]	[15,20]	[21,28]	[27,36]	[33,44]	[39,52]	[45,60]	[51,68]	[57,76]	[63,84]	[69,92]

Selanjutnya akan diberikan teorema yang memberikan cara penentuan keadaan awal  $\mathbf{x}(0)$  tercepat agar interval keadaan sistem untuk masing-masing  $x_i$  berada dalam interval yang periodik dengan besar interval periode tertentu, untuk  $k = 1, 2, 3, \dots$ .

**Teorema 2**

Diberikan SLMIIA (A, C,  $\mathbf{x}(0) \neq \boldsymbol{\varepsilon}$ ) dengan A matriks interval irreduisibel yang mempunyai nilai eigen aljabar max-plus  $\lambda_{\max}(A) = [\lambda_{\max}(\underline{A}), \lambda_{\max}(\bar{A})]$ , dengan vektor eigen max-plus interval fundamental  $\mathbf{v} \approx [\underline{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{v}}]$ . Jika diambil  $\mathbf{x}(0) = [\underline{\mathbf{v}}^*, \bar{\mathbf{v}}^*]$ , dengan  $\underline{\mathbf{v}}^* = \delta \otimes \underline{\mathbf{v}}$ ,  $\delta = -\min_i(v_i)$ , maka interval keadaan sistem untuk masing-masing  $x_i$  akan berada dalam interval terkecil yang batas bawah dan batas atasnya periodik dengan besar periode berturut-turut  $\lambda_{\max}(\underline{A})$  dan  $\lambda_{\max}(\bar{A})$ .

**Bukti:**

Perhatikan  $\mathbf{x}(k+1) = A \otimes \bar{\mathbf{x}}(k) \approx [\underline{A} \otimes \underline{\mathbf{x}}(k-1), \bar{A} \otimes \bar{\mathbf{x}}(k-1)] = [\underline{A}^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{x}}(0), \bar{A}^{\otimes k} \otimes \bar{\mathbf{x}}(0)] \approx A^{\otimes k} \otimes \bar{\mathbf{x}}(0)$ . Mengingat keadaan awal sistem dapat ditentukan dengan pasti, maka berupa waktu tegas atau interval titik, yaitu  $\mathbf{x}(0) \approx [\underline{\mathbf{x}}(0), \bar{\mathbf{x}}(0)]$  di mana  $\underline{\mathbf{x}}(0) = \bar{\mathbf{x}}(0)$ . Karena A irreduisibel,

maka A mempunyai nilai eigen max-plus interval tunggal, yaitu  $\lambda_{\max}(A) = [\lambda_{\max}(\underline{A}), \lambda_{\max}(\overline{A})]$ , dengan vektor eigen max-plus interval fundamental  $\mathbf{v} \approx [\underline{\mathbf{v}}, \overline{\mathbf{v}}]$  di mana komponen  $v_i \neq \varepsilon$  untuk setiap  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Selanjutnya dibentuk vektor interval  $\mathbf{v}^* \approx [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*]$

di mana 
$$\underline{\mathbf{v}}^* = \delta \otimes \underline{\mathbf{v}} \text{ dan } \overline{\mathbf{v}}^* = \theta \otimes \overline{\mathbf{v}}', \text{ dengan } \overline{\mathbf{v}}' = \delta \otimes \overline{\mathbf{v}},$$

$$\delta = -\min_i(v_i) \text{ dan } \theta = -\min_i(\overline{v}'_i - \underline{v}_i), \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, n,$$

yang juga merupakan vektor eigen max-plus interval yang bersesuaian dengan  $\lambda_{\max}(A)$ . Dari konstruksi vektor-vektor di atas diperoleh bahwa komponen-komponen vektor  $\underline{\mathbf{v}}^*$ , yaitu  $\underline{v}_i^*$ , semuanya tak negatif dan paling sedikit satu komponennya bernilai nol. Sementara vektor interval  $\mathbf{v}^* \approx [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*]$  paling sedikit satu komponennya berupa interval titik, sehingga  $\mathbf{v}^*$  merupakan vektor interval terkecil, dalam arti bahwa  $\min_i(\overline{v}_i^* - \underline{v}_i^*) = 0$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ . Dengan

demikian  $\mathbf{v}^*$  merupakan vektor eigen max-plus interval terkecil, di antara semua kemungkinan vektor eigen max-plus interval hasil modifikasi vektor eigen max-plus interval fundamental  $\mathbf{v} \approx [\underline{\mathbf{v}}, \overline{\mathbf{v}}]$  di atas, yang semua batas bawah komponennya tak negatif dan paling sedikit satu bernilai nol.

Mengingat vektor  $\mathbf{v}^* \approx [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*]$  merupakan vektor eigen max-plus interval yang bersesuaian dengan  $\lambda_{\max}(A)$ , maka berlaku  $[\underline{A}, \overline{A}] \otimes [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*] = [\lambda_{\max}(\underline{A}), \lambda_{\max}(\overline{A})] \otimes [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*]$  atau  $\underline{A} \otimes \underline{\mathbf{v}}^* = \lambda_{\max}(\underline{A}) \otimes \underline{\mathbf{v}}^*$  dan  $\overline{A} \otimes \overline{\mathbf{v}}^* = \lambda_{\max}(\overline{A}) \otimes \overline{\mathbf{v}}^*$ . Selanjutnya diambil saat keadaan awal sistem  $\mathbf{x}(0) = [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*]$  yang merupakan saat keadaan awal tercepat. Mengingat operasi  $\oplus$  dan  $\otimes$

pada matriks konsisten terhadap urutan " $\preceq_m$ ", maka berlaku  $\underline{A}^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{v}}^* \preceq_m \overline{A}^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{v}}^* \preceq_m \overline{A}^{\otimes k} \otimes \overline{\mathbf{v}}^*$ . Hal ini berakibat bahwa  $\mathbf{x}(k) \approx [\underline{A}^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{v}}^*, \overline{A}^{\otimes k} \otimes \overline{\mathbf{v}}^*] \subseteq [\underline{A}^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{v}}^*, \overline{A}^{\otimes k} \otimes \overline{\mathbf{v}}^*] = [(\lambda_{\max}(\underline{A}))^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{v}}^*, (\lambda_{\max}(\overline{A}))^{\otimes k} \otimes \overline{\mathbf{v}}^*] = [(\lambda_{\max}(\underline{A}))^{\otimes k}, (\lambda_{\max}(\overline{A}))^{\otimes k}] \otimes [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*] = [\lambda_{\max}(\underline{A}), \lambda_{\max}(\overline{A})]^{\otimes k} \otimes [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*]$  untuk setiap  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Dengan demikian vektor  $\underline{\mathbf{v}}^*$  merupakan keadaan awal tercepat sistem, yang diperoleh dari vektor eigen max-plus interval fundamental  $\mathbf{v} \approx [\underline{\mathbf{v}}, \overline{\mathbf{v}}]$ , sehingga interval keadaan sistem untuk masing-masing  $x_i$  akan berada dalam interval terkecil yang batas bawah dan batas atasnya periodik dengan besar periode berturut-turut  $\lambda_{\max}(\underline{A})$  dan  $\lambda_{\max}(\overline{A})$ . ■

**Contoh 2**

Diberikan SLMIIA  $(A, C, \mathbf{x}(0) \neq \varepsilon)$ , dengan  $A = \begin{bmatrix} [5, 7] & \varepsilon & [9, 11] \\ [3, 4] & [6, 8] & \varepsilon \\ [11, 13] & [12, 15] & [3, 4] \end{bmatrix}$ . Dapat ditentukan

bahwa  $\lambda_{\max}(A) = [\lambda_{\max}(\underline{A}), \lambda_{\max}(\overline{A})] = [10, 12]$ , dengan vektor eigen max-plus interval fundamental  $\mathbf{v} \approx [\underline{\mathbf{v}}, \overline{\mathbf{v}}]$  dengan  $\underline{\mathbf{v}} = [0, -7, 1]^T$  dan  $\overline{\mathbf{v}} = [1, -7, 2]^T$  berturut-turut merupakan vektor eigen max-plus interval fundamental yang bersesuaian dengan  $\lambda_{\max}(\underline{A})$  dan  $\lambda_{\max}(\overline{A})$ . Selanjutnya dapat ditentukan bahwa  $\underline{\mathbf{v}}^* = [7, 0, 8]^T$  dan  $\overline{\mathbf{v}}^* = [8, 0, 9]^T$ , sehingga di ambil  $\mathbf{x}(0) = [\underline{\mathbf{v}}^*, \overline{\mathbf{v}}^*]$ . Misalkan  $\mathbf{b}(k) = [(\lambda_{\max}(\underline{A}))^{\otimes k} \otimes \underline{\mathbf{v}}^*, (\lambda_{\max}(\overline{A}))^{\otimes k} \otimes \overline{\mathbf{v}}^*]$ . Perhitungan  $\mathbf{x}(k)$  hingga  $k = 10$ , seperti dalam Tabel 2 berikut.



**Tabel 2 Perhitungan Interval Waktu Keadaan dan Output Sistem Contoh 2**

$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1$	[7,7]	[17,19]	[27,31]	[37,43]	[47,55]	[57,67]	[67,79]	[77,91]	[87,103]	[97,115]	[107,127]
$b_1$	[7,8]	[17,20]	[27,32]	[37,44]	[47,56]	[57,68]	[67,80]	[77,92]	[87,104]	[97,116]	[107,128]
$x_2$	[0,0]	[10,11]	[20,23]	[30,35]	[40,47]	[50,59]	[60,71]	[70,83]	[80,95]	[90,107]	[100,119]
$b_2$	[0,0]	[10,12]	[20,24]	[30,36]	[40,48]	[50,60]	[60,72]	[70,84]	[80,96]	[90,108]	[100,120]
$x_3$	[8,8]	[18,20]	[28,32]	[38,44]	[48,56]	[58,68]	[68,80]	[78,92]	[88,104]	[98,116]	[108,128]
$b_3$	[8,9]	[18,21]	[28,33]	[38,45]	[48,57]	[58,69]	[68,81]	[78,93]	[88,105]	[98,117]	[108,129]

### DAFTAR PUSTAKA

- Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J. and Quadrat, J.P. 2001. *Synchronization and Linearity*. New York: John Wiley & Sons.
- Rudhito, Andy. 2003. *Sistem Linear Max-Plus Waktu-Invariant*. Tesis: Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada. Yogyakarta.
- Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2008. Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur. *Berkala Ilmiah MIPA Majalah Ilmiah Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam*. Vol. 18 (2): pp. 153-164
- Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2011a. Matriks atas Aljabar Max-Plus Interval. *Jurnal Natur Indonesia*. Vol. 13 No. 2. pp. 94-99.
- Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2011b. Systems of Fuzzy Number Max-Plus Linear Equations. *Journal of the Indonesian Mathematical Society* Vol. 17 No. 1.
- Rudhito, Andy. 2011c. *Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur dan Penerapannya pada Masalah Penjadwalan dan Jaringan Antrian Kabur*, Disertasi: Program S3 Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- Rudhito, Andy. 2012. Sistem Linear Max-Plus Interval Waktu Invariant. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, Yogyakarta, 3 Desember 2011. pp. MA-104-113.
- Schutter, B. De., 1996. *Max-Algebraic System Theory for Discrete Event Systems*, PhD thesis Departement of Electrical Engineering Katholieke Universiteit Leuven, Leuven.



## ANALISIS KESTABILAN PENYEBARAN PENYAKIT CAMPAK (*MEASLES*) DENGAN VAKSINASI MENGGUNAKAN MODEL ENDEMI *SIR*

Marhendra Ali Kurniawan dan Fitriana Yuli S, M.Si

Juridik Matematika FMIPA UNY

### Abstrak

Makalah ini bertujuan untuk mengkaji model *SIR* dari penyebaran penyakit campak dengan vaksinasi, mencari titik kesetimbangan model, menganalisis kestabilan di sekitar titik kesetimbangan, serta menginterpretasikan perilaku solusi pada populasi *susceptible*, *infected*, dan *recovered*. Terdapat dua titik kesetimbangan model yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit ( $\bar{E}$ ) dan titik kesetimbangan endemi ( $E^*$ ). Berdasarkan titik kesetimbangan yang diperoleh, selanjutnya dapat diketahui kriteria kestabilan di sekitar titik kesetimbangan yang dilihat dari nilai eigennya ( $\lambda$ ). Titik kesetimbangan ( $\bar{E}$ ) stabil asimtotik jika  $\lambda_{1,2} < 0$  dan jika  $\lambda_{1,2} > 0$  titik kesetimbangan endemi ( $E^*$ ) tidak stabil.

**Kata kunci:** model *SIR* dengan vaksinasi, titik kesetimbangan, dan analisis kestabilan di sekitar titik kesetimbangan.

### PENDAHULUAN

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, serta perubahan lingkungan hidup dapat mempengaruhi perubahan pola penyakit yang dapat menimbulkan endemi dan membahayakan kesehatan masyarakat. Salah satu penyakit yang menyebabkan endemi yaitu penyakit campak (*Measles*). Oleh karena itu perlu adanya tindakan pencegahan untuk mengurangi laju penyebaran penyakit tersebut, tindakan yang dinilai paling efektif untuk mencegah penyebaran penyakit adalah dengan cara vaksinasi. Kejadian pencegahan penularan wabah penyakit campak yang terjadi pada suatu populasi dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematis, salah satunya adalah model *SIR* (*Susceptible, Infected, Recovered*).

### KONSTRUKSI MODEL

Asumsi – asumsi yang digunakan dalam model penyebaran penyakit campak adalah sebagai berikut:

1. Populasi tidak tertutup. Oleh karena itu, ada populasi yang masuk atau keluar dari populasi tersebut. Total populasi diasumsikan tetap atau konstan.
2. Penyebaran penyakit terjadi pada populasi yang bersifat tidak tertutup sehingga pengaruh migrasi diperhatikan. Proses migrasi hanya terjadi pada populasi *recovered*
3. Laju kelahiran tidak sama dengan laju kematian. Setiap individu yang baru lahir diasumsikan dalam keadaan sehat tetapi masih dapat terinfeksi penyakit karena belum kebal terhadap penyakit.
4. Populasi diasumsikan terdapat kontak yang tetap dari subpopulasi *S* dan *I* dalam populasi. Tidak terdapat periode latent untuk penyakit ini, maka penyakit ini ditularkan secara seketika melalui kontak.
5. Individu yang terinfeksi penyakit dapat sembuh dari penyakit dan dapat meninggal akibat penyakit.
6. Tidak ada individu terinfeksi yang akan menjadi rentan kembali.

Selanjutnya, program vaksinasi diperhatikan dalam model endemi *SIR*. Asumsi yang digunakan terhadap vaksinasi tersebut adalah sebagai berikut:

1. Vaksin hanya diberikan pada individu yang baru lahir atau masih dalam usia batuta (kurang dari 1 tahun). Individu batuta yang memperoleh vaksin diasumsikan hanya sebagian, sehingga terdapat individu yang tidak mendapatkan vaksin.

2. Individu yang mendapatkan vaksin akan kebal dari penyakit dan masuk ke populasi  $R$ .
3. Individu yang belum mendapatkan vaksin masuk ke populasi *Susceptible*, dan berpotensi terjangkit penyakit.
4. Kekebalan yang terjadi karena vaksin bersifat permanen. Hal tersebut berarti individu yang mendapatkan vaksin tidak dapat terinfeksi oleh penyakit yang sama sampai waktu yang tidak terbatas.

Parameter model  $SIR$  dengan vaksinasi:

$N$  = besarnya populasi,  $N > 0$ ,

$\theta$  = laju kelahiran populasi rentan, diukur dari jumlah populasi yang lahir tiap satuan waktu,  $\theta > 0$

$\sigma$  = laju vaksin antara individu rentan dengan individu sembuh,  $0 \leq \sigma \leq 1$ ,

$\beta$  = laju kontak antara individu rentan dengan individu terinfeksi,  $\theta > 0$ ,

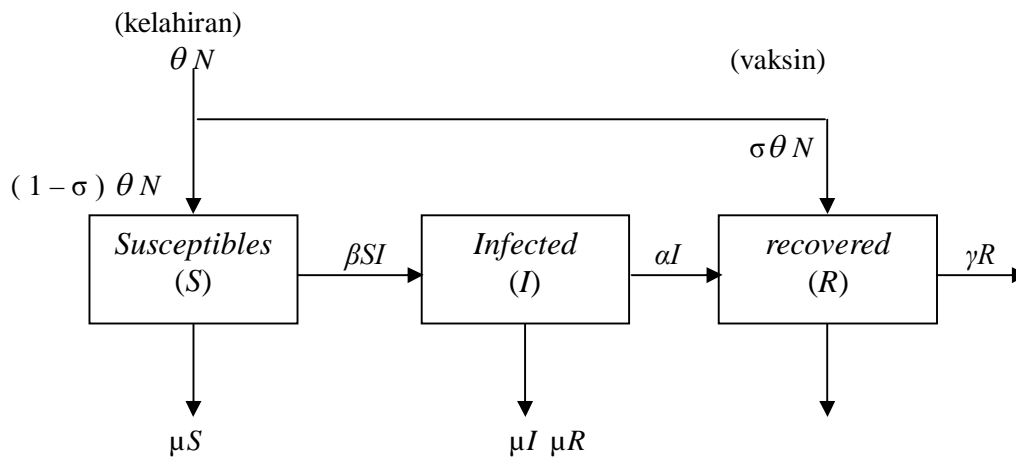
$\alpha$  = laju pengobatan,  $\alpha > 0$ ,

$\gamma$  = laju migrasi,  $\gamma > 0$ ,

$\mu$  = laju kematian,  $\mu > 0$ ,

$t$  = waktu

Diagram transfer yang sesuai dengan asumsi-asumsi di atas adalah sebagai berikut:



**Gambar 1.** Model endemi  $SIR$  dengan vaksinasi

Dari diagram transfer di atas, maka persamaan model matematikanya adalah:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (1 - \sigma)\theta - \beta SI - \mu S \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \alpha I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \sigma\theta + \alpha I - \gamma R - \mu R \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

dengan  $S + I + R = 1$

### ANALISA MODEL

Titik Keseimbangan adalah solusi konstan sistem, pada sistem (1) variabel  $R$  tidak muncul pada persamaan baris pertama dan kedua. Hal ini menunjukkan bahwa jumlah individu pada kelompok  $R$  tidak mempengaruhi laju perubahan jumlah individu pada kelompok  $S$  maupun  $I$ , maka titik keseimbangan diperoleh apabila  $\frac{dS}{dt} = \frac{dI}{dt} = 0$ . Dengan demikian, berdasarkan kondisi tersebut, diperoleh dua titik keseimbangan sebagai berikut:

#### 1) Titik keseimbangan bebas penyakit

Diperoleh titik keseimbangan bebas penyakit yaitu:

$$\bar{E} = \left( \frac{(1-\sigma)\theta}{\mu}, 0 \right)$$

Nilai  $I = 0$  berarti tidak ada individu pada kelompok  $I$  yang dapat menyebarkan penyakit.

## 2) Titik kesetimbangan endemi

Diperoleh titik kesetimbangan endemi yaitu:

$$E^* = \left( \frac{\alpha + \mu}{\beta}, \frac{(1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu)}{\beta(\alpha + \mu)} \right)$$

Nilai  $I$  yang tidak nol menunjukkan bahwa terdapat individu pada kelompok  $I$  yang dapat menyebarkan penyakit dan menyebabkan endemi.

### Analisa Kestabilan di sekitar titik kesetimbangan

Didefinisikan fungsi-fungsi sebagai berikut:

$$f_1(S, I) = (1 - \sigma)\theta - \beta SI - \mu S$$

$$f_2(S, I) = \beta SI - \alpha I - \mu I$$

Untuk menyelidiki kestabilan titik kesetimbangan dilakukan linearisasi terhadap persamaan non linear di atas

$$\frac{\partial f_1(S, I)}{\partial S} = \frac{\partial((1-\sigma)\theta - \beta SI - \mu S)}{\partial S} = -\beta I - \mu$$

$$\frac{\partial f_1(S, I)}{\partial I} = \frac{\partial((1-\sigma)\theta - \beta SI - \mu S)}{\partial I} = -\beta S$$

$$\frac{\partial f_2(S, I)}{\partial S} = \frac{\partial(\beta SI - \alpha I - \mu I)}{\partial S} = \beta I$$

$$\frac{\partial f_2(S, I)}{\partial I} = \frac{\partial(\beta SI - \alpha I - \mu I)}{\partial I} = \beta S - \alpha - \mu$$

Dibentuk matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}((S, I)) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}((S, I)) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}((S, I)) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}((S, I)) \end{bmatrix}$$

### 1) Kestabilan di Titik Kesetimbangan $\bar{E}$

Matriks Jacobian di titik  $\bar{E} = (\bar{S}, \bar{I}) = \left( \frac{(1-\sigma)\theta}{\mu}, 0 \right)$  adalah

$$J(\bar{E}) = \begin{bmatrix} -\mu & -\beta\bar{S} \\ 0 & \beta\bar{S} - \alpha - \mu \end{bmatrix}$$

yang mempunyai nilai eigen  $\lambda_1 = -\mu$  dan  $\lambda_2 = \beta\bar{S} - \alpha - \mu$ .

Dari sini titik kesetimbangan  $\bar{E}$  akan stabil asimtotik jika  $\lambda_{1,2} < 0$  hal tersebut terjadi jika  $\mu < 0$  dan  $\beta\bar{S} < \alpha + \mu$ , dan titik kesetimbangan  $\bar{E}$  tidak stabil jika  $\beta\bar{S} > \alpha + \mu$ .

### 2) Kestabilan di Titik Kesetimbangan $E^*$

Matriks Jacobian di titik  $E^* = (S^*, I^*) = \left( \frac{\alpha + \mu}{\beta}, \frac{(1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu)}{\beta(\alpha + \mu)} \right)$  adalah

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -\beta I^* - \mu & -\beta S^* \\ \beta I^* & \beta S^* - \alpha - \mu \end{bmatrix}$$

dengan  $S^* = \frac{\alpha + \mu}{\beta}$  dan  $I^* = \frac{(1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu)}{\beta(\alpha + \mu)}$ .

Diperoleh persamaan karakteristiknya yaitu

$$\lambda^2 + \left( \frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha + \mu)} \right) \lambda + \left( (1 - \sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu) \right) = 0$$

Berdasarkan persamaan karakteristik di atas diperoleh akar-akar persamaan karakteristik, yaitu:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha+\mu))}}{2}$$

(i) Jika  $\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha+\mu)) > 0$  maka titik kesetimbangan  $E^*$  memenuhi kriteria kestabilan:

a. Jika

$$\sqrt{\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha+\mu))} < \left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)$$

maka  $(\lambda_{1,2}) < 0$ , sehingga titik kesetimbangan endemi  $E^*$  stabil asimtotik.

b. Jika

$$\sqrt{\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha+\mu))} > \left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)$$

maka  $(\lambda_1) > 0$ , sehingga titik kesetimbangan endemi  $E^*$  tidak stabil.

c. Jika

$$\sqrt{\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha+\mu))} = \left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)$$

maka  $\lambda_1 = 0$ , sehingga titik kesetimbangan tidak hiperbolik. Dengan demikian, kestabilan titik kesetimbangan tidak dapat ditentukan berdasarkan linierisasinya.

(ii) Jika  $\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha+\mu)) \leq 0$

maka  $Re(\lambda_{1,2}) = -\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right) < 0$ , sehingga titik kesetimbangan  $E^*$  stabil asimtotik.

Dari analisa kestabilan disekitar titik  $\bar{E}$  dan  $E^*$  di atas dapat disimpulkan bahwa:

1. Jika titik kesetimbangan bebas penyakit  $\bar{E}$  stabil asimtotik maka titik kesetimbangan endemi  $E^*$  tidak stabil yang artinya dalam kondisi seperti ini maka setelah waktu yang cukup lama, tidak ada penyebaran penyakit campak atau tidak ada individu yang masuk ke populasi *Infected*.
2. Jika titik kesetimbangan bebas penyakit  $\bar{E}$  tidak stabil maka titik kesetimbangan endemi  $E^*$  stabil asimtotik yang artinya dalam kondisi seperti ini maka setelah waktu yang cukup lama, penyakit akan selalu ada dalam populasi tersebut dan selalu ada individu yang masuk ke populasi *Infected*.

## KESIMPULAN

Model *SIR* merupakan salah satu model yang digunakan untuk menganalisa perilaku suatu sistem di sekitar titik kesetimbangan. Model matematika yang diperoleh mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu:

1) Titik kesetimbangan bebas penyakit  $\bar{E} = \left(\frac{(1-\sigma)\theta}{\mu}, 0\right)$

2) Titik kesetimbangan endemi  $E^* = \left(\frac{\alpha+\mu}{\beta}, \frac{(1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha+\mu)}{\beta(\alpha+\mu)}\right)$

Setelah mengetahui titik kesetimbangannya, diperoleh kestabilan disekitar titik kesetimbangan.

1) Kestabilan di Titik Kesetimbangan  $\bar{E}$

Titik kesetimbangan  $\bar{E}$  akan stabil asimtotik jika  $\lambda_{1,2} < 0$ ,

dengan syarat  $\beta\bar{S} < \alpha + \mu$ , sedangkan tidak stabil jika  $\lambda_2 > 0$  dengan syarat  $\beta\bar{S} > \alpha + \mu$ .

2) Kestabilan di Titik Kesetimbangan  $E^*$

(i) Jika  $\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu)) > 0$  maka titik kesetimbangan  $E^*$

memenuhi kriteria kestabilan:

a. Jika

$$\sqrt{\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu))} < \left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)$$

maka  $(\lambda_{1,2}) < 0$ , sehingga titik kesetimbangan endemi  $E^*$  stabil asimtotik.

b. Jika

$$\sqrt{\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu))} > \left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)$$

maka  $(\lambda_1) > 0$ , sehingga titik kesetimbangan endemi  $E^*$  tidak stabil.

c. Jika

$$\sqrt{\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu))} = \left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)$$

maka  $\lambda_1 = 0$ , sehingga titik kesetimbangan tidak hiperbolik. Dengan demikian, kestabilan titik kesetimbangan tidak dapat ditentukan berdasarkan linierisasinya.

(ii) Jika  $\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right)^2 - 4((1-\sigma)\beta\theta - \mu(\alpha + \mu)) \leq 0$

maka  $Re(\lambda_{1,2}) = -\left(\frac{(1-\sigma)\beta\theta}{(\alpha+\mu)}\right) < 0$ , sehingga titik kesetimbangan  $E^*$  stabil asimtotik.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Ayres, Frank, Y. R. 1999. *Persamaan Diferensial*. Alih Bahasa Lili Ratna. Jakarta: Erlangga.
2. Perko, Lawrence. 2000. *Differential Equations and Dynamical Systems*. 3<sup>rd</sup>. ed. Springer Verlag. New York Berlin Heidelberg.
3. Burghes, D.N. 1981. *Modelling With Differential Equations*. England: Ellis Horwood Limited.
4. Purcell, E.J & Varber D. 1999. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Edisi Kelima. Jakarta: Erlangga.





## ANALISIS KOINTEGRASI DATA RUNTUN WAKTU INDEKS HARGA KONSUMEN BEBERAPA KOMODITAS BARANG KOTA di JAWA TENGAH

Mariani Jaya Saputra, Adi Setiawan, Tundjung Mahatma

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika  
Universitas Kristen Satya Wacana, Jl. Diponegoro 52-62 Salatiga 50711  
email: [theresia\\_m63@yahoo.com](mailto:theresia_m63@yahoo.com)

### Abstrak

Uji Kointegrasi merupakan salah satu metode untuk mengindikasikan kemungkinan adanya hubungan keseimbangan jangka panjang antara variabel-variabel ekonomi seperti yang disyaratkan oleh teori ekonomi. Dalam konsep kointegrasi, dua variabel tidak stasioner akan terkointegrasi bila kombinasinya juga linier. Tujuan penelitian ini adalah untuk menerapkan uji kointegrasi untuk melihat apakah terdapat hubungan keseimbangan jangka panjang data runtun waktu Indeks Harga Konsumen (IHK) komoditas beras, ayam kampung dan cabe di beberapa kota yakni Purwokerto, Semarang, Surakarta, dan Tegal. Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan program *EViews versi 7*. Penelitian ini akan menggunakan data runtun waktu IHK komoditas barang di Jawa Tengah dalam periode waktu bulanan. Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa data runtun waktu beras adalah runtun waktu yang tidak stasioner dan mempunyai hubungan keseimbangan jangka panjang (kointegrasi) sedangkan data runtun waktu ayam kampung adalah runtun waktu yang tidak stasioner tetapi mempunyai ketidak-seimbangan hubungan jangka panjang (tidak berkointegrasi). Untuk komoditas cabe adalah runtun waktu stasioner jadi tidak terdapat hubungan jangka panjang.

**Kata kunci** : kointegrasi, runtun waktu, komoditas

### PENDAHULUAN

Perkembangan ekonomi merupakan salah satu indikator untuk menilai keberhasilan pembangunan suatu negara. Dalam pelaksanaannya, pertumbuhan ekonomi yang baik merupakan sasaran utama bagi negara yang sedang berkembang. Hal ini dimaksudkan untuk mempercepat pencapaian tingkat kesejahteraan hidup yang lebih baik. Bagi Indonesia sebagai salah satu negara yang sedang berkembang, pembangunan ekonomi merupakan pemikiran utama untuk mencapai kesejahteraan hidup yang lebih baik bagi penduduknya. Indikator yang digunakan untuk mengukur keberhasilan pembangunan ini diantaranya adalah pertumbuhan ekonomi yang diukur dengan Indeks Harga Konsumen (IHK).

Indeks harga sangat diperlukan dalam kegiatan ekonomi, sebab kenaikan atau penurunan harga merupakan informasi penting untuk mengetahui perkembangan ekonomi. Angka indeks atau biasa disebut indeks (yang selalu dinyatakan dalam persen) merupakan suatu ukuran statistik yang menunjukkan perubahan atau perkembangan keadaan (kegiatan atau peristiwa) yang sama jenisnya yang berhubungan satu dengan lainnya dalam dua waktu yang berbeda. Singkatnya, angka indeks merupakan suatu ukuran untuk membandingkan dua keadaan yang sama jenisnya dalam dua waktu yang berbeda. Fungsi Angka Indeks adalah sebagai petunjuk kondisi perekonomian secara umum, dapat digunakan sebagai *deflator* yakni sebagai tolok ukur tingkat inflasi di suatu negara, dengan deflator dapat diketahui perubahan (kenaikan atau penurunan) biaya hidup, produksi, ekspor, harga, jumlah uang yang beredar, tingkat pengangguran, dan upah pada waktu tertentu dibandingkan dengan waktu sebelumnya.

Beberapa komoditas yang memiliki pengaruh cukup besar terhadap IHK diantaranya adalah beras, ayam kampung dan cabe. Tiga komoditas yang termasuk dalam daftar IHK adalah bahan pangan masyarakat Indonesia ini diduga memiliki peranan yang cukup besar dalam perhitungan IHK. Makalah ini meneliti hubungan keseimbangan jangka panjang antar komoditas

beras, ayam ras, dan cabe di beberapa kota Jawa Tengah yakni Purwokerto, Semarang, Surakarta dan Tegal dengan menggunakan uji kointegrasi.

**DASAR TEORI**

**Runtun Waktu**

Runtun waktu  $\{Y_t\}$  dikatakan stasioner jika distribusi bersama dari  $\{Y_{t_1}, \dots, Y_{t_k}\}$  identik dengan  $\{Y_{t_1+1}, \dots, Y_{t_k+1}\}$ . Dengan kata lain dalam keadaan stasioner distribusi bersama  $\{Y_{t_1}, \dots, Y_{t_k}\}$  adalah dalam satu waktu.

Dalam runtun waktu  $\{Y_t\}$  dikatakan stasioner lemah jika kedua rata rata  $\{Y_t\}$  dan kovariansi antara  $\{Y_t\}$  dan  $\{Y_{t+k}\}$  adalah konstan terhadap waktu.

$$E(Y_t) = \mu \tag{1}$$

$$COV(Y_t, Y_{t+k}) = \gamma_k \tag{2}$$

$$VAR(Y_t) = \sigma^2 \tag{3}$$

Data runtun waktu dikatakan stasioner jika rata-rata, variansi, dan kovariansi pada setiap lag adalah tetap sama pada setiap waktu. Jika runtun waktu tidak memenuhi kriteria tersebut maka data dikatakan tidak stasioner. Data runtun waktu dikatakan tidak stasioner jika rata-rata maupun variansinya tidak konstan, dapat berubah-ubah (Winarno, 2009).

**Uji Akar Unit (Unit Root Test)**

Uji akar unit adalah salah satu cara untuk menguji kestasioneran suatu data runtun waktu. Uji akar unit digunakan untuk mengamati apakah nilai koefisien tertentu dari variabel yang ditaksir mempunyai nilai satu atau tidak. Uji akar unit dapat dijelaskan dari model di bawah ini :

$$Y_t = \delta Y_{t-1} + e_t \tag{4}$$

dengan  $e_t$  adalah residual yang bersifat acak atau stokastik dengan rata-rata nol, variansi konstan dan saling tidak berhubungan sebagaimana asumsi OLS (*Ordinary Least Square*).  $e_t$  yang bersifat acak dapat dikatakan sebagai *white noise* (Endri, 2008). Jika  $\delta=1$  maka variabel acak  $Y$  mempunyai akar unit. Jika data runtun waktu mempunyai akar unit maka dikatakan data tersebut bergerak secara acak (*random walk*) dan data yang mempunyai sifat *random walk* bersifat tidak stasioner. Dari persamaan (4) diperoleh,

$$Y_t - Y_{t-1} = \delta Y_{t-1} + e_t - Y_{t-1} \tag{5}$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \delta(Y_{t-1} - Y_{t-1}) + e_t \tag{6}$$

$$Y_t - Y_{t-1} = (\delta - 1) Y_{t-1} + e_t$$

Persamaan (6) dapat ditulis menjadi  $\Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + e_t$  dengan  $\phi = (\delta - 1)$  dan  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ . Untuk menguji ada atau tidaknya akar unit dapat dilakukan estimasi pada persamaan  $\Delta Y_t = e_t$  dengan hipotesis  $\phi = 0$ . Jika  $\phi = 0$  maka  $\delta = 1$  sehingga data  $Y$  mengandung akar unit dan data runtun waktu tidak stasioner.

Untuk menguji apakah data runtun waktu mengandung akar unit, Dickey-Fuller menyarankan untuk melakukan regresi model-model berikut :

$$Y_t \text{ adalah } random \ walk : \Delta Y_t = \phi Y_{t-1} + e_t \tag{7}$$

$$Y_t \text{ adalah } random \ walk \text{ dengan } drift : \Delta Y_t = \beta_1 + \phi Y_{t-1} + e_t \tag{8}$$

$$Y_t \text{ adalah } random \ walk \text{ dengan } drift \text{ dan } trend : \Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \phi Y_{t-1} + e_t \tag{9}$$

dengan  $t$  adalah *trend* waktu. Persamaan 8 dan 9 adalah dua regresi dengan memasukkan konstanta dan variabel *trend* waktu. Jika data runtun waktu mengandung akar unit maka data tersebut tidak stasioner dengan hipotesis nolnya adalah  $\phi = 0$ , dan jika sebaliknya maka data runtun waktu itu stasioner.

**Regresi Palsu (Spurious Regression)**

Apabila dalam suatu runtun waktu ada data yang tidak stasioner, maka hasil regresi akan menyebabkan regresi palsu (*spurious regression*). Meregresikan suatu variabel runtun waktu terhadap variabel runtun waktu lainnya kadangkala menghasilkan  $R^2$  yang tinggi meskipun tidak ada hubungan yang cukup berarti antara keduanya. Situasi ini biasa disebut dengan *spurious regression* atau regresi palsu (Wooldridgje, 2009). Koefisien determinasi  $R^2$  digunakan untuk mengukur besar kontribusi dari variabel X terhadap perubahan variabel Y. Uji  $R^2$  merupakan angka yang menunjukkan besarnya derajat kemampuan menerangkan variabel bebas terhadap variabel

terikat dari fungsi tersebut. Nilai  $R^2$  mempunyai sifat  $0 \leq R^2 \leq 1$  dan apabila nilai  $R^2$  semakin mendekati 1 semakin dekat pula hubungan antara variabel bebas dengan variabel terikat atau bisa dikatakan model semakin baik. Ciri-ciri regresi palsu (*spurious regression*) adalah sebagai berikut :

1. Memiliki  $R^2 > D/W$  (Durbin-Watson).
2. Memiliki nilai signifikansi ( $t$ ) tinggi.
3. Memiliki nilai  $D/W$  (Durbin-Watson) rendah.

Persamaan regresi dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \mu_t. \quad (10)$$

Jika  $x_t$  dan  $y_t$  adalah *random walk* dengan penyimpangan (*drif*) dan trend waktu ini tidak disertakan, masalah regresi *spurious* bahkan lebih buruk. Jika  $y_t$  adalah tidak stasioner dan setidaknya beberapa variabel penjelas adalah tidak stasioner, hasil regresi mungkin palsu.

### Uji Kointegrasi

Uji kointegrasi dipopulerkan oleh Engle dan Granger (1987) (Damodar Gujarati, 2009). Pendekatan kointegrasi berkaitan erat dengan pengujian terhadap kemungkinan adanya hubungan keseimbangan jangka panjang antara variabel-variabel ekonomi seperti yang disyaratkan oleh teori ekonomi. Pendekatan kointegrasi dapat pula dipandang sebagai uji teori dan merupakan bagian yang penting dalam perumusan dan estimasi suatu model dinamis (Engle dan Granger, 1987). Dalam konsep kointegrasi, dua atau lebih variabel runtun waktu tidak stasioner akan terkointegrasi bila kombinasinya juga linier sejalan dengan berjalannya waktu, meskipun bisa terjadi masing-masing variabelnya bersifat tidak stasioner. Bila variabel runtun waktu tersebut terkointegrasi maka terdapat hubungan yang stabil dalam jangka panjang, bila dua seri tidak stasioner yang terdiri atas  $X_t$  dan  $Y_t$  terkointegrasi, maka ada representasi khusus sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Y_t &= \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t \end{aligned} \quad (11)$$

sedemikian rupa hingga  $\varepsilon_t$  (*error term*) stasioner,  $I(0)$ . Untuk mengetahui runtun waktu stasioner atau tidak stasioner dapat digunakan regresi. Uji kointegrasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah uji kointegrasi yang dikembangkan oleh Johansen. Uji Johansen menggunakan analisis *trace statistic* dan nilai kritis pada tingkat kepercayaan  $\alpha = 5\%$ . Hipotesis nolnya apabila nilai *trace statistic* lebih besar dari nilai kritis pada tingkat kepercayaan  $\alpha = 5\%$  atau nilai probabilitas (*nilai-p*) lebih kecil dari  $\alpha = 5\%$  maka terindikasi kointegrasi.

### Model Koreksi Kesalahan (*Error Correction Model*)

Bila dua variabel waktu adalah tidak stasioner tetapi saling berkointegrasi maka dapat disimpulkan bahwa ada hubungan keseimbangan jangka panjang antara kedua variabel tersebut. Dalam jangka pendek ada kemungkinan terjadi ketidakseimbangan (*disequilibrium*), dan untuk mengatasinya digunakan koreksi dengan model koreksi kesalahan (*Error Correction Model*). Model ECM diperkenalkan oleh Sargan, dikembangkan oleh Hendry, dan dipopulerkan oleh Engle dan Granger. Model ECM mempunyai beberapa kegunaan, namun penggunaan yang paling utama dalam ekonometrika adalah mengatasi data runtun waktu yang tidak stasioner dan regresi palsu. Model ECM Engle-Granger dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta X_t + \alpha_2 EC_t + \varepsilon_t \quad (12)$$

dengan  $EC_t = Y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 X_{t-1}$ ,  $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$ ,

$\alpha_1$  = koefisien jangka pendek,

$\beta_1$  = koefisien jangka panjang, dan

$\alpha_2$  = koefisien koreksi ketidakseimbangan.

Koefisien koreksi ketidakseimbangan  $\alpha_2$  adalah nilai absolut yang menjelaskan seberapa cepat waktu yang diperlukan untuk mendapatkan nilai keseimbangan. Apabila nilai probabilitas dari koefisien  $\alpha_2$  lebih kecil 0.05 maka terindikasi mempunyai hubungan jangka pendek.

### METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data Indeks Harga Konsumen komoditas beras, ayam kampung dan cabe pada kota Purwokerto, Semarang, Surakarta,

Tegal di Jawa Tengah pada bulan Januari 2002 sampai dengan Desember 2007.

Langkah langkah dalam analisis data dijabarkan sebagai berikut :

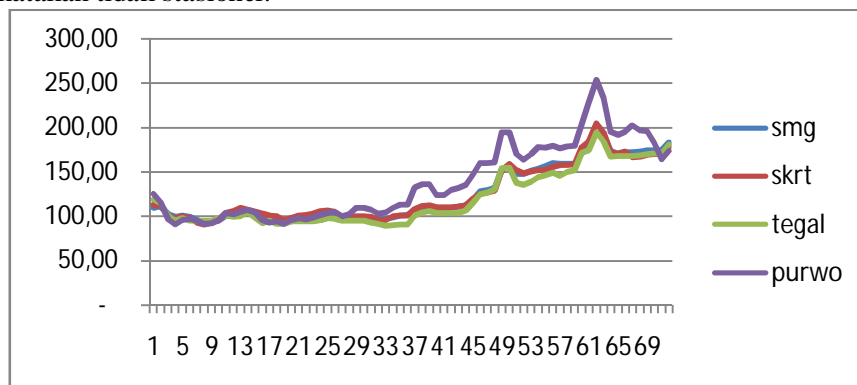
1. Menguji kestasioneran data runtun waktu dengan uji unit akar dengan metode Dickey-Fuller.
2. Mencari nilai  $R^2$  (koefisien determinasi), nilai statistik  $t$ , nilai Durbin-Watson dengan meregresikan data runtun waktu.
3. Melakukan uji kointegrasi dengan uji Johansen menggunakan *packages* pada *EViews* versi 7.
4. Melakukan uji model koreksi kesalahan (*Error Correction Model*).

## ANALISIS DAN PEMBAHASAN

### Komoditas Beras

Pengujian terhadap uji unit akar untuk data IHK komoditas beras yang dimasukkan dalam model menunjukkan bahwa data runtun waktu mempunyai *unit root*. Hal ini ditunjukkan dengan perbandingan nilai  $t$  statistik dan nilai kepercayaan pada tingkat 5%, dan nilai probabilitasnya lebih dari 0.05. Gambar 1 berikut ini adalah grafik dari data IHK komoditas beras untuk kota Purwokerto, Semarang, Surakarta dan Tegal di Jawa Tengah. Dari grafik didapatkan informasi bahwa data IHK komoditas beras pada kota Purwokerto, Semarang, Surakarta, Tegal cenderung tidak stasioner, karena nilainya cenderung tidak bergerak naik turun pada sekitar nilai yang sama.

Selain dari grafik juga dapat diperlihatkan pada uji unit akar IHK komoditas beras pada kota Purwokerto, Semarang, Surakarta dan Tegal menggunakan *EViews*. Pada Tabel 1 ditunjukkan nilai probabilitas dari uji akar unit pada data IHK komoditas beras kota Purwokerto. Karena nilai probabilitas  $0.8078 > 0.05$  maka data IHK komoditas beras untuk kota Purwokerto dikatakan tidak stasioner. Dengan cara yang sama maka data IHK komoditas beras pada kota Semarang, Surakarta dan Tegal dikatakan tidak stasioner.



**Gambar.1.** Grafik IHK komoditas beras pada kota Purwokerto, Semarang, Surakarta, Tegal bulan Januari 2002 sampai dengan Desember 2007 Sumber : Data BPS Tahun 2002-2007 yang diolah.

Kota	Prob	Keterangan
Purwokerto	0,8078	tidak stasioner
Semarang	0,9854	tidak stasioner
Surakarta	0,9530	tidak stasioner
Tegal	0,9728	tidak stasioner

**Tabel 1.** Hasil Uji Akar Unit ADF (*Augmented Dickey-Fuller*)

Selanjutnya dilakukan regresi pada data IHK komoditas beras kota Purwokerto dan Semarang dengan variabel *dependent* Purwokerto dan variabel *independent* Semarang adalah untuk mengetahui nilai  $R^2$  (koefisien determinasi),  $t$  statistik dan nilai Durbin-Watson. Tujuan dari regresi ini adalah untuk mengetahui apakah terjadi regresi palsu (*spurious regresion*). Dari hasil regresi didapatkan hasil sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \text{PURWO} &= -21.798 + 1.284 * \text{SMG} \\
 (-3.949) & \quad (29.836) \\
 R\text{-squared} &= 0.927 \quad D/W = 0.278.
 \end{aligned}$$

Nilai koefisien C dan koefisien SMG signifikan dengan nilai statistik  $t$  besar, nilai  $R$ -squared besar, dan nilai Durbin-Watson cenderung kecil. Hal itu berarti untuk IHK komoditas beras kota Purwokerto dan Semarang dapat disimpulkan bahwa regresi tersebut adalah regresi linier. Dengan kata lain terdapat indikasi terjadi kointegrasi. Dengan cara yang sama dapat dilakukan regresi untuk kombinasi kota-kota yang lainnya, seperti yang tertera pada Tabel 2.

Kota	Koefisien	Std. Error	t-Statistik	Nilai R-squared	Durbin-Watson
Purwo-Smg	1,284	0,043	29,836	0,927	0,278
Purwo-Srkt	1,320	0,041	31,695	0,934	0,265
Purwo-Tegal	1,304	0,048	27,049	0,912	0,176
Smg-Srkt	1,017	0,013	76,614	0,987	0,477
Smg-Tegal	1,015	0,015	65,858	0,984	0,523
Srkt-Tegal	0,989	0,017	56,840	0,978	0,412

**Tabel 2.** Hasil Regresi Kombinasi kota Purwokerto, Semarang, Surakarta dan Tegal

Pada uji kointegrasi data IHK komoditas beras kota Purwokerto dan Semarang diperoleh nilai probabilitas 0.0066, lebih kecil dari tingkat signifikansi 0.05 sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua variabel saling berkointegrasi. Tetapi untuk kota Surakarta dan Tegal diperoleh nilai probabilitas 0.3466, lebih besar dari 0.05 dapat disimpulkan bahwa pada kedua variabel itu tidak terjadi kointegrasi. Hasil kointegrasi dengan Uji Johansen untuk kota lain dapat dilihat pada Tabel 3.

Kota	Trace Statistic	Nilai kritis 5 %	Probabilitas
Purwo-Smg	21.016	15.494	0.0066
Purwo-Skrkt	22.148	15.494	0.0042
Purwo-Tegal	19.738	15.494	0.0107
Smg-Skrkt	17.737	15.494	0.0226
Smg-Tegal	15.585	15.494	0.0484
Skrkt-Tegal	92.059	15.494	0.3466

**Tabel 3.** Hasil Uji Kointegrasi dengan Uji Johansen

Karena semua data yang digunakan tidak stasioner pada tingkat level, tetapi stasioner pada derajat integrasi pertama dan antar variabel terdapat kointegrasi maka penelitian ini akan menggunakan model koreksi kesalahan *Error Correction Model* (ECM) untuk menganalisis pergerakan nilai IHK beras pada kota Purwokerto dan Semarang jangka pendek. Menurut Engle-Granger(1989), kita harus memasukkan variabel koreksi kesalahan untuk menghilangkan masalah ketidakseimbangan dalam jangka pendek. Variabel koreksi kesalahan ini adalah residual periode sebelumnya yang diperoleh dari residual estimasi jangka panjang. Dari *first difference* kota Purwokerto D(PURWO) dan Semarang D(SMG) didapatkan regresi untuk model koreksi kesalahan sebagai berikut :

$$D(\text{PURWO}) = -1.149 + 1.821 \cdot D(\text{SMG}) - 0.11 \cdot \text{RESID01}(-1)$$

(-1.729)
(14,165)
(-1.849)

$$R\text{-squared} = 0.747330 \quad D/W = 1.165910.$$

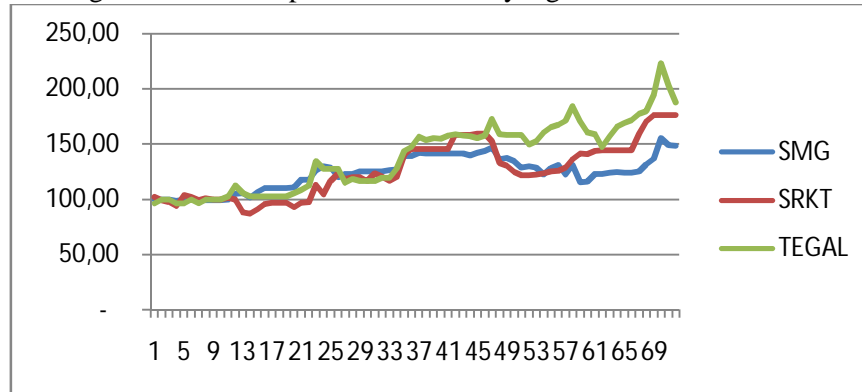
Hasil dari ECM menunjukkan bahwa kombinasi kota Purwokerto dan Semarang tidak mempunyai hubungan jangka pendek meskipun dua variabel tersebut mempunyai hubungan jangka panjang (kointegrasi) nilai statistik  $t$  -1,849 menuju angka 2 dan nilai probabilitas 0.0688 lebih besar dari 0.05. Sedangkan untuk kombinasi kota Solo dan Tegal mereka tidak mempunyai hubungan jangka panjang tetapi mempunyai hubungan jangka pendek karena nilai probabilitasnya lebih kecil dari 0.05.

Kota	Prob(resid(-1))
Purwo-Smg	0,0688
Purwo-Skrkt	0,5205
Purwo-Tegal	0,7582
Smg-Skrkt	0,0074
Smg-Tegal	0,0504
Skrkt-Tegal	0,0024

Tabel 4. Hasil ECM

**Komoditas Ayam Kampung**

Pada Gambar 2 berikut ini adalah grafik dari data IHK komoditas ayam kampung untuk kota Semarang, Surakarta dan Tegal di Jawa Tengah. Dari grafik didapatkan informasi bahwa data IHK komoditas beras kota Semarang, Surakarta dan Tegal cenderung tidak stasioner, karena nilainya cenderung tidak bergerak naik turun pada sekitar nilai yang sama.



**Gambar.2** Grafik IHK komoditas ayam kampung pada kota Semarang, Surakarta, Tegal bulan Januari 2002 sampai dengan Desember 2007 Sumber : Data BPS Tahun 2002-2007 yang diolah

Pada Tabel 5 ditunjukkan nilai probabilitas dari uji akar unit pada data IHK komoditas beras kota Semarang. Karena nilai probabilitas  $0.628 > 0.05$  maka data IHK komoditas beras untuk kota Purwokerto dikatakan tidak stasioner.

Kota	Nilai Probabilitas	Keterangan
Semarang	0,6280	tidak stasioner
Surakarta	0,9287	tidak stasioner
Tegal	0,7763	tidak stasioner

Tabel 5. Hasil Uji Akar Unit ADF (*Augmented Dickey-Fuller*)

Seperti komoditas beras, setelah mengetahui data ayam kampung tidak stasioner maka dapat dilakukan regresi pada data IHK komoditas ayam kampung kombinasi kota Semarang dan Surakarta dengan variabel *dependent* Semarang dan variabel *independent* Surakarta. Persamaan regresinya sebagai berikut:

$$SMG = 59.434 + 0.507 * SRKT$$

( 11. 566)            (12.719)

$$R\text{-squared} = 0.698 \quad D/W = 0.331.$$

Nilai koefisien C dan koefisien SRKT signifikan dengan nilai t statistik besar, nilai *R-squared* besar, dan nilai Durbin-Watson cenderung kecil. Berarti regresi tersebut adalah regresi linear, dan terindikasi kointegrasi.

Kota	Koefisien	Std. Error	t-Statistik	Nilai R- squared	Durbin-Watson
Smg-Skrt	0,507	0,039	12,719	0,698	0,330
Smg-Tegal	0,392	0,033	11,570	0,656	0,182
Skrt-Tegal	0,716	0,041	17,250	0,809	0,352

Tabel 6. Hasil Regresi Kombinasi kota Purwokerto, Semarang, Surakarta dan Tegal

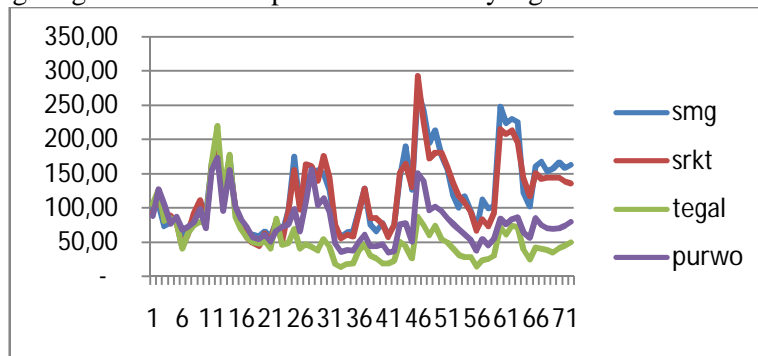
Pada uji kointegrasi data IHK komoditas ayam kampung kota Semarang dan Surakarta diperoleh nilai probabilitas 0.793 lebih besar dari tingkat signifikansi 0.05 sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua variabel tidak saling berkointegrasi. Pada Kombinasi kota yang lain juga terjadi hal yang sama, yaitu tidak saling berkointegrasi.

Kota	Trace Statistic	Nilai kritis 5 %	Probabilitas
Smg-Skrt	5.302	15.494	0.775
Smg-Tegal	2.844	15.494	0.973
Skrt-Tegal	6.792	15.494	0.601

Tabel 7. Hasil Uji Kointegrasi dengan Uji Johansen

### Komoditas Cabe

Di bawah ini adalah grafik dari data IHK komoditas cabe untuk kota Purwokerto, Semarang, Surakarta, Tegal di Jawa Tengah. Dari grafik didapatkan informasi bahwa data IHK komoditas cabe kota Purwokerto, Semarang, Surakarta dan Tegal cenderung stasioner, karena nilainya cenderung bergerak naik turun pada sekitar nilai yang sama.



**Gambar.3** Grafik IHK komoditas cabe pada kota Purwokerto, Semarang, Surakarta, Tegal bulan Januari 2002 sampai dengan Desember 2007 Sumber : Data BPS Tahun 2002-2007 yang diolah

Pada uji akar unit menunjukkan informasi yang sama, yaitu data IHK komoditas ayam kampung pada kota Purwokerto adalah stasioner dengan melihat nilai probabilitas 0.002 lebih kecil dari 0.05. Dalam konsep kointegrasi, dua atau lebih variabel (*series*) tidak-stasioner akan terkointegrasi, apabila data tersebut stasioner maka tidak dapat diuji kointegrasinya sehingga tidak dapat dilanjutkan pada langkah berikutnya. Berikut hasil uji akar unit dengan metode *Augmented Dickey-Fuller*.

Kota	Nilai Probabilitas	Keterangan
Purwokerto	0.002	stasioner
Semarang	0.009	stasioner
Surakarta	0.006	stasioner
Tegal	0.019	stasioner

Tabel 8. Hasil Uji Akar Unit ADF (*Augmented Dickey-Fuller*)

### KESIMPULAN

Melalui pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa data runtun waktu tidak stasioner mempunyai hubungan keseimbangan jangka panjang, sedangkan data runtun waktu yang stasioner tidak mempunyai hubungan jangka panjang. Selanjutnya terdapat beberapa data runtun waktu yang mempunyai hubungan jangka panjang tetapi mempunyai ketidakseimbangan pada jangka pendek.

### DAFTAR PUSTAKA

- Damodar, N. Gujarati and Dawn C Porter (2009). *Basic Econometrics, Fifth Edition*. New York: McGraw-Hill Irwin.
- Wooldridgje, Jeffrey M (2009). *Introductory Econometrics, Fourth Edition*. Canada : South-Westren.
- Winarno, Wing Wahyu (2009). *Analisis Ekonometrika dan Statistika dengan Eviews, Edisi kedua*. Yogyakarta : Unit Penerbit dan Percetakan (UPP STIM YKPN).
- Widarjono, Agus (2009). *Ekonometrika Pengantar dan Aplikasinya, Edisi ketiga*. Yogyakarta : Ekonosia.
- Web 1 :  
Endri, Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Inflasi. *Jurnal Ekonomi Pembangunan* hal.1-13. Vol.13 No.1 April 2008.
- Web 2 :  
Kusuma, Brilliant Vanda (2008). Analisis Faktor yang Mempengaruhi Konsumsi Masyarakat di Indonesia (Tahun 1988-2005). Fakultas Islam Indonesia, Jogjakarta.





**PROTOKOL PERJANJIAN KUNCI  
BERDASARKAN MASALAH FAKTORISASI  
ATAS SEMIGRUP NON-KOMUTATIF**

**Muhamad Zaki Riyanto**

*Program Studi Pendidikan Matematika FKIP  
Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta  
E-mail: zakimath@gmail.com*

**Abstrak**

Pada algoritma kriptografi simetris, digunakan kunci enkripsi dan dekripsi yang sama. Oleh karena itu, perlu dilakukan perjanjian kunci rahasia di antara kedua belah pihak yang akan melakukan komunikasi secara rahasia melalui jalur yang tidak aman. Protokol perjanjian kunci merupakan suatu skema dalam kriptografi yang digunakan untuk mengatasi masalah perjanjian kunci rahasia. Secara umum, tingkat keamanan dari protokol perjanjian kunci diletakkan pada tingkat kesulitan dari suatu permasalahan matematis. Salah satu protokol perjanjian kunci yang telah dikenal luas adalah perjanjian kunci Diffie-Hellman yang didasarkan pada masalah logaritma diskrit pada suatu grup siklik. Beberapa metode telah dikembangkan untuk dapat diterapkan pada grup non-komutatif, seperti menggunakan masalah konjugasi dan masalah faktorisasi elemen dari grup. Lebih lanjut, masalah ini dapat diterapkan pada semigrup. Pada paper ini diberikan suatu protokol perjanjian kunci yang didasarkan pada masalah faktorisasi pada suatu semigrup non-komutatif.

**Kata kunci:** kriptografi, kunci rahasia, non-komutatif, perjanjian kunci, semigrup

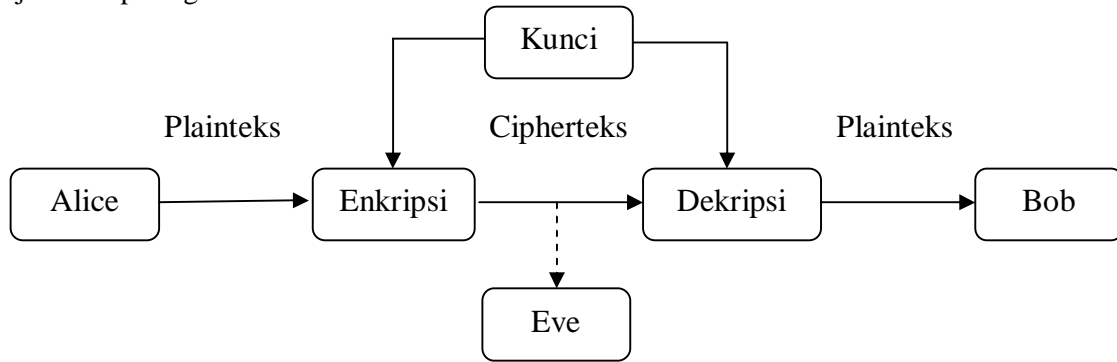
**PENDAHULUAN**

Pada saat ini, perkembangan teknologi informasi telah berpengaruh pada hampir semua aspek kehidupan manusia, tak terkecuali dalam hal berkomunikasi. Dengan adanya internet, komunikasi jarak jauh dapat dilakukan dengan cepat dan murah. Namun di sisi lain, ternyata internet tidak terlalu aman karena merupakan jalur komunikasi umum yang dapat digunakan oleh siapapun sehingga sangat rawan terhadap penyadapan. Oleh karena itu, keamanan informasi menjadi faktor utama yang harus dipenuhi.

Salah satu solusinya adalah kriptografi. Kriptografi adalah suatu ilmu yang mempelajari teknik-teknik matematika yang berhubungan dengan aspek keamanan informasi, seperti kerahasiaan data, keabsahan data, integritas data, serta autentikasi data (Menezes dkk, 1996). Tetapi tidak semua aspek keamanan informasi dapat diselesaikan dengan kriptografi. Kriptografi dapat pula diartikan sebagai ilmu atau seni untuk menjaga keamanan pesan. Ketika suatu pesan dikirim dari suatu tempat ke tempat lain, isi pesan tersebut mungkin dapat disadap oleh pihak lain yang tidak berhak untuk mengetahui isi pesan tersebut. Untuk menjaga pesan, maka pesan tersebut dapat diubah menjadi suatu kode yang tidak dapat dimengerti oleh pihak lain. Enkripsi adalah suatu proses penyandian yang melakukan perubahan suatu pesan, dari yang dapat dimengerti, disebut dengan plainteks, menjadi suatu kode yang sulit dimengerti, disebut dengan cipherteks. Sedangkan proses kebalikannya untuk mengubah cipherteks menjadi plainteks disebut dekripsi. Proses enkripsi dan dekripsi memerlukan suatu mekanisme dan kunci tertentu.

Sistem kriptografi atau sering disebut dengan cipher merupakan suatu sistem atau kumpulan aturan-aturan yang digunakan untuk melakukan enkripsi dan dekripsi. Sistem kriptografi simetris adalah sistem kriptografi yang menggunakan kunci enkripsi dan dekripsi yang sama. Sistem ini mengharuskan dua pihak yang berkomunikasi menyepakati suatu kunci rahasia yang sama sebelum keduanya saling berkomunikasi. Keamanan dari sistem ini tergantung pada kunci, membocorkan kunci berarti bahwa orang lain yang berhasil mendapatkan kunci dapat mendekripsi cipherteks. Sistem kriptografi ini sering disebut dengan sistem kriptografi kunci rahasia, seperti

dijelaskan pada gambar berikut ini.



**Gambar 1.** Sistem Kriptografi Simetris

Pada Gambar 1 di atas, ada dua pihak yaitu Alice dan Bob yang berkomunikasi secara rahasia menggunakan sistem kriptografi simetris. Komunikasi dilakukan melalui jalur komunikasi yang tidak dapat dijamin keamanannya. Untuk dapat melakukan komunikasi secara rahasia, Alice dan Bob harus menyetujui suatu kunci rahasia yang sama. Akan tetapi, ada pihak ketiga yaitu Eve yang berada di antara kedua pihak yang berusaha untuk mendapatkan informasi rahasia yang dikirimkan. Contoh sistem kriptografi simetris adalah Cipher Vigenere, Cipher Hill, AES dan DES. Pada makalah ini hanya diberikan penjelasan mengenai Cipher Vigenere. Untuk penjelasan dari beberapa sistem kriptografi simetris dapat ditemukan dalam Menezes dkk (1996) dan Stinson (2006).

Cipher Vigenere merupakan suatu sistem kriptografi simetris yang proses enkripsi dan dekripsinya menggunakan operasi penjumlahan vektor atau matriks. Diberikan  $R$  adalah ring komutatif berhingga dengan  $R \neq \{0\}$ , didefinisikan himpunan semua matriks atas  $R$  berukuran  $n \times n$ , yaitu

$$M_n(R) = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \mid a_{ij} \in R, 1 \leq i, j \leq n \right\}.$$

Selanjutnya, didefinisikan himpunan semua kunci yaitu himpunan semua matriks di  $M_n(R)$ . Himpunan  $M_n(R)$  merupakan grup komutatif (Abelian) terhadap operasi penjumlahan matriks. Plainteks dan cipherteks diberikan dalam matriks pada  $M_n(R)$ . Diberikan plaintexts

$$P = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \text{ dan kunci } K = \begin{pmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & \cdots & k_{nn} \end{pmatrix} \in M_n(R). \text{ Proses enkripsi diberikan dalam}$$

fungsi

$$e_K(P) = K + P = \begin{pmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & \cdots & k_{nn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} + a_{11} & \cdots & k_{1n} + a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} + a_{n1} & \cdots & k_{nn} + a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix},$$

dengan  $C = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}$  adalah cipherteks. Proses dekripsi diberikan dalam fungsi

$$d_K(C) = C - K = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & \cdots & k_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} - k_{11} & \cdots & c_{1n} - k_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} - k_{n1} & \cdots & c_{nn} - k_{nn} \end{pmatrix}.$$

Untuk contoh dari Cipher Vigenere akan diberikan pada pembahasan selanjutnya mengenai protokol perjanjian kunci. Misalkan Alice ingin mengirimkan pesan rahasia berupa plaintexts  $P$

melalui jalur komunikasi yang tidak aman, maka Alice harus menentukan kunci  $K$  dan melakukan enkripsi sehingga diperoleh cipherteks  $C$ . Kemudian cipherteks  $C$  dikirimkan kepada Bob.

### PROTOKOL PERJANJIAN KUNCI

Apabila Alice dan Bob menggunakan sistem kriptografi simetris, masalah utama yang muncul adalah keduanya harus menyepakati kunci yang sama, padahal keduanya tidak dapat bertemu secara langsung. Apabila kunci  $K$  dikirimkan kepada Bob, maka pihak Eve dapat mengetahui kunci  $K$ .

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah ini adalah menggunakan protokol perjanjian kunci (*key establishment protocol*). Protokol perjanjian kunci bertujuan agar kedua belah pihak dapat menentukan kunci yang sama walaupun dilakukan melalui jalur komunikasi yang tidak aman. Salah satu contoh protokol perjanjian kunci yang paling sederhana dan telah dikenal secara luas adalah protokol perjanjian kunci Diffie-Hellman yang ditemukan pada tahun 1976.

Alice atau Bob mempublikasikan suatu grup siklik berhingga $G$ dengan elemen pembangun $g \in G$ .	
Alice	Bob
1. Alice memilih secara rahasia $a \in \mathbb{N}$	1. Bob memilih secara rahasia $b \in \mathbb{N}$
2. Alice menghitung $g^a$	2. Bob menghitung $g^b$
3. Alice mengirim $g^a$ kepada Bob	3. Bob mengirim $g^b$ kepada Alice
4. Alice menerima $g^b$ dari Bob	4. Bob menerima $g^a$ dari Alice
5. Alice menghitung $K_A = (g^b)^a = g^{ba}$	5. Bob menghitung $K_B = (g^a)^b = g^{ab}$
Alice dan Bob telah menyepakati kunci rahasia $K = K_A = K_B$	

**Gambar 2.** Skema Protokol Perjanjian Kunci Diffie-Hellman

Karena setiap grup siklik merupakan grup komutatif, maka  $ab = ba$ , sehingga diperoleh  $K = K_A = K_B$ . Misalkan Alice dan Bob telah berhasil menyepakati kunci rahasia yang sama yaitu  $K$ . Selanjutnya, kunci rahasia  $K$  yang telah disepakati digunakan untuk melakukan proses enkripsi-dekripsi. Di lain pihak, Eve sebagai pihak penyerang hanya dapat mengetahui nilai  $g$ ,  $g^a$  dan  $g^b$ . Untuk mendapatkan kunci yang telah disepakati Alice dan Bob, Eve harus menentukan nilai  $a$  atau  $b$ . Dengan kata lain, Eve harus menyelesaikan masalah logaritma diskrit pada  $G$ , yaitu menentukan  $a$  apabila nilai  $g$  dan  $g^a$  diketahui. Tingkat keamanan dari protokol perjanjian kunci Diffie-Hellman didasarkan pada masalah logaritma diskrit pada grup siklik.

### PROTOKOL PERJANJIAN KUNCI DAN MASALAH FAKTORISASI

Pada protokol perjanjian kunci Diffie-Hellman digunakan grup siklik yang merupakan grup komutatif. Dalam makalah ini diperkenalkan konsep mengenai protokol perjanjian kunci yang menggunakan semigrup non-komutatif. Untuk dapat menggunakan semigrup non-komutatif, protokol perjanjian kunci harus dapat dikonstruksi menggunakan suatu permasalahan matematis yang ada pada semigrup non-komutatif, yaitu masalah faktorisasi yang diberikan sebagai berikut.

Diberikan suatu semigrup  $S$ ,  $w \in S$  dan dua subsemigrup dari  $S$  yaitu  $A$  dan  $B$ . Masalah faktorisasi didefinisikan sebagai permasalahan menentukan  $a \in A$  dan  $b \in B$  sedemikian hingga  $ab = w$ . Myasnikov dkk (2008) telah menyelidiki bahwa untuk mencari solusi penyelesaiannya dibutuhkan perhitungan-perhitungan rekursif dan enumerasi pada setiap elemen di  $A$  dan  $B$ . Oleh karena itu, penentuan semigrup  $S$  yang non-komutatif dan order dari  $S$  yang besar turut menentukan tingkat kesulitan dalam menyelesaikan masalah faktorisasi. Myasnikov dkk (2008) memberikan skema protokol perjanjian kunci yang didasarkan pada masalah faktorisasi atas semigrup non-komutatif, dengan subsemigrup yang digunakan adalah subsemigrup siklik yang dibangun oleh

satu elemen, seperti diberikan sebagai berikut. Order dari  $a \in S$  didefinisikan sebagai order dari subsemigrup siklik yang dibangun oleh  $a$ , yaitu  $o(a)$  adalah banyaknya elemen dari subsemigrup siklik  $\langle a \rangle = \{a^n | n \in \mathbb{N}\}$ .

Alice atau Bob mempublikasikan suatu semigrup non-komutatif $S$ dan $a, b \in S, ab \neq ba$ . Misalkan order dari $a$ adalah $o(a)$ dan order dari $b$ adalah $o(b)$ . Diberikan $w \in S$ .	
<b>Alice</b>	<b>Bob</b>
1. Alice memilih secara rahasia bilangan asli $n < o(a)$ dan $m < o(b)$ . 2. Alice menghitung $u = a^n w b^m$ 3. Alice mengirim $u$ kepada Bob 4. Alice menerima $v$ dari Bob 5. Alice menghitung $K_A = a^n v b^m$	1. Alice memilih secara rahasia bilangan asli $r < o(a)$ dan $t < o(b)$ . 2. Bob menghitung $v = a^r w b^t$ 3. Bob mengirim $v$ kepada Alice 4. Bob menerima $u$ dari Alice 5. Bob menghitung $K_B = a^r u b^t$
Alice dan Bob telah menyepakati kunci rahasia $K = K_A = K_B$	

**Gambar 3.** Skema Protokol Perjanjian Kunci Berdasarkan Masalah Faktorisasi atas Semigrup Non-Komutatif (Myasnikov, 2008)

Dapat ditunjukkan bahwa Alice dan Bob berhasil menyepakati kunci rahasia yang sama. Diketahui  $u = a^n w b^m$  dan  $v = a^r w b^t$ , diperoleh

$$K_A = a^n v b^m = a^n a^r w b^t b^m = a^{n+r} w b^{t+m} = a^{r+n} w b^{m+t} = a^r a^n w b^m b^t = a^r u b^t = K_B.$$

Berikut ini diberikan sebuah contoh yang sangat sederhana mengenai sistem kriptografi Cipher Vigenere dan protokol perjanjian kunci berdasarkan masalah faktorisasi atas suatu semigrup non-komutatif.

Misalkan Alice dan Bob menggunakan semigrup non-komutatif

$$M_2(Z_{26}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in Z_{26} \right\}$$

terhadap operasi perkalian matriks atas ring berhingga  $Z_{26} = \{0, 1, 2, \dots, 25\}$ . Alice ingin mengirimkan pesan rahasia “SERANG MUSUH BESOK PAGI” kepada Bob menggunakan sistem kriptografi Cipher Vigenere. Apabila Alice mengenkripsi pesan tersebut menggunakan suatu kunci dan menghasilkan cipherteks, maka cipherteks yang dikirimkan kepada Bob tidak dapat dibuka oleh Bob, sebab Bob tidak mengetahui kunci yang digunakan oleh Alice. Alice tidak boleh mengirimkan kunci kepada Bob, karena ada Eve sebagai pihak penyerang yang dapat menyadap dan mendapatkan apapun yang melewati jalur komunikasi. Oleh karena itu, Alice dan Bob harus melakukan suatu perjanjian kunci. Misalkan diberikan dalam gambar berikut ini.

Alice atau Bob mempublikasikan suatu semigrup non-komutatif $M_2(Z_{26})$	
$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}, w = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 11 & 13 \end{pmatrix} \in M_2(Z_{26})$	
Alice	Bob
<ol style="list-style-type: none"> <li>Alice memilih secara rahasia bilangan asli <math>n = 2</math> dan <math>m = 4</math></li> <li>Alice menghitung  <math display="block">u = a^n w b^m</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 5 &amp; 7 \\ 11 &amp; 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 &amp; 7 \\ 6 &amp; 5 \end{pmatrix}^4</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 7 &amp; 10 \\ 15 &amp; 22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 &amp; 7 \\ 11 &amp; 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 &amp; 13 \\ 0 &amp; 17 \end{pmatrix}</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 8 &amp; 14 \\ 20 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> </li> <li>Alice mengirim <math>u</math> kepada Bob</li> <li>Alice menerima <math>v</math> dari Bob</li> <li>Alice menghitung  <math display="block">K_A = a^n v b^m</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 22 &amp; 4 \\ 10 &amp; 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 &amp; 7 \\ 6 &amp; 5 \end{pmatrix}^4</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 7 &amp; 10 \\ 15 &amp; 22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 22 &amp; 4 \\ 10 &amp; 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 &amp; 13 \\ 0 &amp; 17 \end{pmatrix}</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 2 &amp; 12 \\ 16 &amp; 20 \end{pmatrix}</math> </li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Bob memilih secara rahasia bilangan asli <math>r = 3</math> dan <math>t = 5</math></li> <li>Bob menghitung  <math display="block">v = a^r w b^t</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}^3 \begin{pmatrix} 5 &amp; 7 \\ 11 &amp; 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 &amp; 7 \\ 6 &amp; 5 \end{pmatrix}^5</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 11 &amp; 2 \\ 3 &amp; 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 &amp; 7 \\ 11 &amp; 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 &amp; 15 \\ 24 &amp; 7 \end{pmatrix}</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 22 &amp; 4 \\ 10 &amp; 4 \end{pmatrix}</math> </li> <li>Bob mengirim <math>v</math> kepada Alice</li> <li>Bob menerima <math>u</math> dari Alice</li> <li>Bob menghitung  <math display="block">K_B = a^r u b^t</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \end{pmatrix}^3 \begin{pmatrix} 8 &amp; 14 \\ 20 &amp; 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 &amp; 7 \\ 6 &amp; 5 \end{pmatrix}^5</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 11 &amp; 2 \\ 3 &amp; 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 &amp; 14 \\ 20 &amp; 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 &amp; 15 \\ 24 &amp; 7 \end{pmatrix}</math> <math display="block">= \begin{pmatrix} 2 &amp; 12 \\ 16 &amp; 20 \end{pmatrix}</math> </li> </ol>
Alice dan Bob telah menyepakati kunci rahasia $K = K_A = K_B = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix}$	

**Gambar 4.** Contoh Perhitungan Protokol Perjanjian Kunci

Setelah Alice dan Bob berhasil menyepakati kunci rahasia  $K = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix}$ , selanjutnya Alice akan mengenkripsi pesan "SERANG MUSUH BESOK PAGI" menggunakan Cipher Vigenere dengan kunci  $K$ . Diberikan tabel korespondensi antara karakter dengan elemen-elemen dari  $Z_{26} = \{0, 1, 2, \dots, 25\}$  sebagai berikut.

**Tabel 1.** Korespondensi karakter dengan bilangan

0 ↔ A	1 ↔ B	2 ↔ C	3 ↔ D	4 ↔ E
5 ↔ F	6 ↔ G	7 ↔ H	8 ↔ I	9 ↔ J
10 ↔ K	11 ↔ L	12 ↔ M	13 ↔ N	14 ↔ O

15 ↔ P	16 ↔ Q	17 ↔ R	18 ↔ S	19 ↔ T
20 ↔ U	21 ↔ V	22 ↔ W	23 ↔ X	24 ↔ Y
25 ↔ Z				

Pesan “SERANG MUSUH BESOK PAGI” dipotong menjadi blok-blok untuk dapat dinyatakan sebagai matriks 2x2, sehingga didapat blok-blok pesan yaitu:

SERA – NGMU – SUHB – ESOK – PAGI

yang berkorespondensi dengan plainteks:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 18 & 4 \\ 17 & 0 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 13 & 6 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} 18 & 20 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}, P_4 = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 14 & 10 \end{pmatrix}, P_5 = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya, menggunakan kunci  $K = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix}$ , proses enkripsi diberikan sebagai berikut ini.

Perhatikan bahwa perhitungan dilakukan dalam modulo 26.

$$e_K(P_1) = K + P_1 = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 18 & 4 \\ 17 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 16 \\ 7 & 20 \end{pmatrix}$$

$$e_K(P_2) = K + P_2 = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 13 & 6 \\ 12 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 18 \\ 2 & 14 \end{pmatrix}$$

$$e_K(P_3) = K + P_3 = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 18 & 20 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 6 \\ 23 & 21 \end{pmatrix}$$

$$e_K(P_4) = K + P_4 = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 14 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$e_K(P_5) = K + P_5 = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 12 \\ 24 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dari perhitungan enkripsi di atas, diperoleh cipherteks:

$$C_1 = \begin{pmatrix} 20 & 16 \\ 7 & 20 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 15 & 18 \\ 2 & 14 \end{pmatrix}, C_3 = \begin{pmatrix} 20 & 6 \\ 23 & 21 \end{pmatrix}, C_4 = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}, C_5 = \begin{pmatrix} 17 & 12 \\ 24 & 2 \end{pmatrix}$$

yang berkorespondensi dengan “UQHU – PSCO – UGXV – GEEE – RMYC”. Selanjutnya, Alice mengirimkan pesan “UQHUPSCOUGXVGEEERMYC” kepada Bob.

Misalkan Bob telah menerima “UQHUPSCOUGXVGEEERMYC” dari Alice. Bob akan melakukan dekripsi menggunakan kunci yang telah disepakati bersama, yaitu  $K = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix}$ .

Proses dekripsi diberikan sebagai berikut.

$$d_K(C_1) = C_1 - K = \begin{pmatrix} 20 & 16 \\ 7 & 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 4 \\ 17 & 0 \end{pmatrix}$$

$$d_K(C_2) = C_2 - K = \begin{pmatrix} 15 & 18 \\ 2 & 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 6 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$$

$$d_K(C_3) = C_3 - K = \begin{pmatrix} 20 & 6 \\ 23 & 21 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 20 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$d_K(C_4) = C_4 - K = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 14 & 10 \end{pmatrix}$$

$$d_K(C_5) = C_5 - K = \begin{pmatrix} 17 & 12 \\ 24 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 16 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Dari perhitungan dekripsi di atas, Bob memperoleh plainteks

$$P_1 = \begin{pmatrix} 18 & 4 \\ 17 & 0 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 13 & 6 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}, P_3 = \begin{pmatrix} 18 & 20 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}, P_4 = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 14 & 10 \end{pmatrix}, P_5 = \begin{pmatrix} 15 & 0 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

yang berkorespondensi dengan pesan “SERA – NGMU – SUHB – ESOK – PAGI”, sehingga Bob mengetahui pesan rahasia yang dikirimkan oleh Alice yaitu “SERANG MUSUH BESOK PAGI”.

## **PENUTUP DAN KESIMPULAN**

Untuk menjaga keamanan pengiriman pesan rahasia, pesan dapat dirubah menjadi suatu kode yang tidak dapat dimengerti oleh pihak penyadap. Salah caranya adalah dengan menggunakan sistem kriptografi simetris. Pada sistem kriptografi simetris, proses enkripsi dan dekripsi dilakukan menggunakan kunci rahasia yang sama. Oleh karena itu, kedua pihak yang berkomunikasi harus melakukan kesepakatan kunci yang sama. Protokol perjanjian kunci digunakan untuk mengatasi permasalahan dalam melakukan kesepakatan kunci yang akan digunakan untuk proses enkripsi dan dekripsi.

Protokol perjanjian kunci yang selama ini dikenal masih dilakukan atas suatu grup komutatif. Ternyata pada semigrup non-komutatif dapat dikonstruksi suatu protokol perjanjian kunci yang didasarkan pada masalah faktorisasi. Tingkat kesulitan dalam menyelesaikan masalah faktorisasi pada semigrup non-komutatif menentukan tingkat keamanan dari protokol perjanjian kunci. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian mengenai metode-metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah faktorisasi pada semigrup non-komutatif. Selain itu, juga perlu diteliti semigrup-semigrup non-komutatif yang dapat digunakan untuk protokol perjanjian kunci.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Menezes Alfred J., Paul C. van Oorschot dan Scott A. Vanstone, 1996, *Handbook of Applied Cryptography*, CRC Press, USA.
- Myasnikov Alexei, Vladimir Shpilrain dan Alexander Ushakov, 2008, *Group-based Cryptography*, Birkhauser Verlag, Basel Switzerland.
- Stinson Douglas R., 2006, *Cryptography: Theory and Practice Third Edition*, Chapman and Hall/CRC Press, Boca Raton, Florida.





**DESAIN KENDALI ROBUST  
DENGAN PENDEKATAN PERMAINAN DINAMIS  
UNTUK SISTEM LINEAR TIME INVARIANT (LTI)**

**Muhammad Wakhid Musthofa**

*Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta  
e-mail: mwakhid\_m@yahoo.com*

**Abstrak**

Makalah ini membahas tentang desain kendali *robust* pada sistem *Linear Time Invariant*. Tidak seperti metode yang biasa dilakukan dalam mendesain kendali *robust*, dalam makalah ini kendali *robust* didesain dengan menggunakan pendekatan permainan dinamis. Disamping desain kendali, dalam makalah ini juga dibahas batas terkecil dari parameter  $\gamma$ . Selanjutnya disajikan contoh numerik desain kendali *robust* melalui pendekatan domain frekuensi dan permainan dinamis.

**Kata kunci:** Kendali robust, permainan dinamis, sistem LTI.

**PENDAHULUAN**

Kendali *robust* adalah sebuah jenis kendali yang kokoh terhadap gangguan dan ketidakpastian yang dialami oleh suatu sistem. Mendesain kendali *robust* berarti mendesain sebuah kendali yang tidak hanya dapat diaplikasikan pada suatu *plant* dengan masukan tunggal yang tidak diketahui, akan tetapi desain kendali tersebut mampu diaplikasikan pada berbagai jenis *plant* dengan berbagai tipe masukan dan gangguan yang bermacam-macam sehingga tujuan pengendalian yang diinginkan dapat tercapai. Kekokohan suatu sistem kendali terhadap berbagai gangguan dan ketidakpastian selalu menjadi isu pokok dalam mendesain kendali optimal *feedback*. Kekokohan suatu sistem diukur dengan membandingkan antara kuantitas output terkendali dengan kuantitas gangguan yang keduanya dinyatakan dalam bentuk norm ruang  $H_\infty$  dari fungsi transfer-nya. Dalam dua dekade ini pengembangan metode desain sistem kendali yang *robust* masih menjadi hal utama yang dikerjakan oleh para ilmuwan yang tergabung komunitas kontrol baik pengembangan dalam aspek teoritis maupun aspek praktis (Xu dan Lam, 2006).

Dalam perkembangannya konsep teori kendali optimal telah dapat digeneralisasikan dalam teori permainan yang memunculkan topik bahasan permainan dinamis (*differential game*) (Engwerda, 2005). Dalam topik ini beberapa pemain mempunyai tujuan untuk meminimumkan fungsi ongkos yang mereka miliki, dan diantara mereka terdapat konflik dalam mencapai tujuannya. Untuk mendapatkan fungsi ongkos yang minimum masing-masing pemain harus memilih kendali yang sesuai berdasarkan informasi permainan yang mereka miliki pada himpunan kendali yang diperkenankan dalam sistem dinamik linear yang mendasarinya. Tipe permainan yang diperlukan dalam makalah ini adalah permainan dinamis dua pemain berjumlah nol. Dalam tipe ini fungsi ongkos yang dimiliki oleh pemain kedua adalah negatif dari fungsi ongkos pemain pertama, sehingga jika kedua fungsi ongkos ini dijumlahkan akan menghasilkan nilai nol. Selain itu, tipe permainan juga dibatasi pada permainan dinamis linear kuadratik (*linear quadratic differential game*).

Hingga sejauh ini desain kendali *robust* masih dikerjakan dalam domain frekuensi. Makalah ini akan mengembangkan konsep tersebut dengan menggunakan pendekatan teori permainan dinamis.

**DESAIN KENDALI ROBUST**

Kendali *robust* adalah tipe kendali yang tahan terhadap gangguan dan ketidakpastian yang terdapat pada suatu *plant* atau sistem yang dikendalikan. Ukuran ketahanan kendali terhadap gangguan dan ketidakpastian diukur menggunakan norm dalam ruang  $H_\infty$ . Berikut ini disajikan

desain kendali *robust* untuk sistem *Linear Time Invariant* (LTI). Diberikan sistem LTI

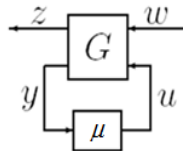
$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1u(t) + B_2w(t), \quad x(t_0) = x_0 \\ y(t) &= C_1x(t) + D_{12}w(t) \\ z(t) &= C_2x(t) + D_{21}u(t), \end{aligned} \tag{2.1}$$

dengan  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m_i}$ ,  $u \in \mathbb{R}^{m_1}$ ,  $w \in \mathbb{R}^{m_2}$ ,  $i = 1, 2$ . Vektor  $u(t) = \mu(y(t))$  dengan  $\mu \in M$  ( $M$  merupakan himpunan semua kendali yang diperkenankan bagi sistem (2.1)) merupakan masukan kendali bagi sistem,  $w(t)$  adalah gangguan yang muncul dalam sistem,  $y(t)$  adalah output terukur dan  $z(t)$  adalah output teregulasi bagi sistem. Dalam bentuk relasi input-output, sistem (2.1) di atas disajikan dalam bentuk fungsi transfer

$$\begin{aligned} G_{zw} &= \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} [B_1 \quad B_2] + \begin{bmatrix} 0 & D_{12} \\ D_{21} & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

(2.2)

Bentuk blok diagram dari sistem (2.1) disajikan dengan gambar di bawah



**Gambar 1.** Representasi sistem 2.1

atau dengan persamaan berikut

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \\ u(t) &= \mu y(t). \end{aligned} \tag{2.3}$$

Dalam kerangka *linear fractional transformation* (LFT) persamaan di atas dirumuskan dengan

$$\begin{aligned} F_l(G, \mu) &= G_{11} + G_{12}(I - \mu \cdot G_{22})^{-1}(\mu \cdot G_{21}) \\ &:= G_\mu(w). \end{aligned} \tag{2.4}$$

Masalah yang ingin diselesaikan adalah mendesain mekanisme kendali yang memungkinkan yang akan menjaga  $z(t)$  cukup kecil terhadap kemungkinan munculnya gangguan  $w(t)$  pada sistem. Perbandingan antara kuantitas  $z(t)$  dan  $w(t)$  dinyatakan dalam bentuk norm

$$\frac{\|z(t)\|}{\|w(t)\|} = \|G_{zw}\| = \|G_\mu(w)\|. \tag{2.5}$$

Selanjutnya didefinisikan matriks Hamiltonian untuk sistem (2.1) di atas

$$H_\infty := \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^* \\ -C_1^*C_1 & -A^* \end{bmatrix} \text{ dan } J_\infty := \begin{bmatrix} A^* & \gamma^{-2}C_1^*C_1 - C_2^*C_2 \\ -B_1B_1^* & -A \end{bmatrix}.$$

(2.6)

Untuk mencari solusi dari persamaan aljabar Riccati yang bersesuaian dengan matriks Hamiltonian di atas, didefinisikan pemetaan Riccati (Ric) sebagai berikut

$$\text{Ric} : \text{dom}(\text{Ric}) \subseteq \mathbb{R}^{2n \times 2n} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}. \tag{2.7}$$

dengan  $\text{dom}(\text{Ric})$  beranggotakan semua matriks Hamiltonian (2.6). Pemetaan tersebut memetakan semua matriks Hamiltonian ke matriks  $X = \text{Ric}(H) > 0$  sebagai solusi dari persamaan aljabar Riccati yang bersesuaian dengan matriks Hamiltonian (2.6).

Masalah kendali optimal  $H_\infty$  dapat dirumuskan sebagai mencari semua kendali yang diperkenankan (*admissible controllers*)  $\mu(s)$  sedemikian sehingga  $\|G_{zw}\|_\infty$  minimum. Untuk kepentingan praktis, terkadang tidak diinginkan mencari kendali optimal akan tetapi hanya kendali suboptimal  $H_\infty$  saja. Masalah tersebut dapat dirumuskan sebagai mencari semua kendali yang diperkenankan (*admissible controllers*)  $\mu(s)$  sedemikian sehingga  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$ , untuk suatu  $\gamma$  yang diberikan. Untuk merumuskan teorema kendali suboptimal  $H_\infty$ , pada sistem (2.1) di atas diasumsikan beberapa hal berikut dipenuhi.

1.  $(A, B_1)$  dapat distabilkan dan  $(C_1, A)$  terdeteksi.
2.  $(A, B_2)$  terkendali dan  $(C_2, A)$  teramati.
3.  $D_{21}^* [C_2 \quad D_{21}] = [0 \quad I]$
4.  $\begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \end{bmatrix} D_{12}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

Selanjutnya, teorema berikut menyatakan keberadaan kendali suboptimal  $H_\infty$ .

**Teorema 1. (Zhou, 1998)** Terdapat kendali yang diperkenankan untuk sistem (2.1) di atas sedemikian sehingga  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$  jika dan hanya jika kondisi di bawah ini dipenuhi

- i.  $H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  dan  $X_\infty > 0$ , dengan  $X_\infty$  adalah solusi dari persamaan aljabar Riccati yang bersesuaian dengan matriks Hamiltonian  $H_\infty$ .
- ii.  $J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  dan  $Y_\infty > 0$ , dengan  $Y_\infty$  adalah solusi dari persamaan aljabar Riccati yang bersesuaian dengan matriks Hamiltonian  $J_\infty$ .
- iii.  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ .

Lebih lanjut, jika kondisi di atas dipenuhi, salah satu bentuk kendali suboptimal  $H_\infty$  adalah

$$\mu_{sub}(s) = \left[ \begin{array}{c|c} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ \hline F_\infty & 0 \end{array} \right], \quad (2.8)$$

dengan  $\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^* X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2$ ,  $F_\infty = -B_2^* X_\infty$

$$L_\infty = -Y_\infty C_2^*, \quad Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1}. \quad (2.9)$$

Untuk dapat membuktikan Teorema 1 di atas, diperlukan beberapa teorema dan lemma berikut. Lemma berikut terkait dengan suatu fakta dalam teori matriks.

**Lemma2. (Zhou, 1998)** Diberikan  $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $Y \in \mathbb{R}^{n \times n}$  dengan  $X = X^T > 0$  dan

$Y = Y^T > 0$ . Misalkan  $k$  bilangan bulat positif, maka terdapat matriks

$$X_{12} \in \mathbb{R}^{n \times k}, \quad \begin{bmatrix} X & X_{12} \\ X_{12}^T & X_2 \end{bmatrix} > 0 \quad \text{dan} \quad \begin{bmatrix} X & X_{12} \\ X_{12}^T & X_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Y & * \\ * & * \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

jika dan hanya jika

$$\begin{bmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} \geq 0 \quad \text{dan} \quad \text{rank} \begin{bmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{bmatrix} \leq n + k. \quad (2.11)$$

Tanda \* menotasikan elemen yang tidak diperhatikan.

Selanjutnya diberikan lemma yang menyatakan karakterisasi ketaksamaan matriks dan kaitannya dengan kendali sistem.

**Lemma 3. (Zhou, 1998)** Terdapat kendali yang diperkenankan berorde  $k$  sedemikian sehingga  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$  jika dan hanya jika kondisi-kondisi berikut dipenuhi.

i. Terdapat matriks  $Y_1 > 0$  yang memenuhi ketaksamaan

$$AY_1 + Y_1A^* + Y_1C_1^*C_1Y_1/\gamma^2 + B_1B_1^* - \gamma^2B_2B_2^* < 0 \tag{2.12}$$

ii. Terdapat matriks  $X_1 > 0$  yang memenuhi ketaksamaan

$$X_1A + A^*X_1 + X_1B_1B_1^*X_1/\gamma^2 + C_1^*C_1 - \gamma^2C_2^*C_2 < 0 \tag{2.13}$$

iii.  $\begin{bmatrix} X_1/\gamma & I_n \\ I_n & Y_1/\gamma \end{bmatrix} \geq 0$  dan  $\text{rank} \begin{bmatrix} X_1/\gamma & I_n \\ I_n & Y_1/\gamma \end{bmatrix} \leq n+k$ . (2.14)

Teorema di bawah mengulas keterkaitan antara solusi dari persamaan aljabar Riccati dengan solusi dari ketaksamaan aljabar Riccati.

**Teorema 4. (Zhou, 1998)**

Diberikan matriks  $R \geq 0$  dan misalkan  $(A, R)$  terkendali dan terdapat matriks  $X = X^*$  yang memenuhi

$$Q(X) := XA + A^*X + XRX + Q < 0. \tag{2.15}$$

Maka, terdapat terdapat solusi  $X_+ > X$  untuk persamaan Riccati

$$X_+A + A^*X_+ + X_+RX_+ + Q = 0, \tag{2.16}$$

sedemikian sehingga matriks  $A + RX_+$  antistabil.

Berikutnya diberikan lemma yang bermanfaat untuk membuktikan syarat cukup dari Teorema 1.

**Lemma 5. (Zhou, 1998)** Terdapat kendali yang diperkenankan sedemikian sehingga  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$  jika dan hanya jika kondisi-kondisi berikut dipenuhi.

i. Terdapat solusi yang menstabilkan  $X_\infty > 0$  untuk persamaan

$$X_\infty A + A^*X_\infty + X_\infty (B_1B_1^*/\gamma^2 - B_2B_2^*)X_\infty + C_1^*C_1 = 0 \tag{2.17}$$

ii. Terdapat solusi yang menstabilkan  $X_\infty > 0$  untuk persamaan

$$AY_\infty + Y_\infty A^* + Y_\infty (C_1^*C_1/\gamma^2 - C_2C_2^*)Y_\infty + B_1B_1^* = 0 \tag{2.18}$$

iii.  $\begin{bmatrix} \gamma Y_\infty^{-1} & I_n \\ I_n & \gamma X_\infty^{-1} \end{bmatrix} \geq 0$  atau  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ .

**PERMAINAN DINAMIS**

Permainan dinamis dapat dipandang sebagai generalisasi dari teori kendali. Konsep ini mempelajari situasi yang melibatkan konflik kepentingan antara dua atau lebih pengambil keputusan yang dapat berupa orang, organisasi maupun pemerintah. Pada permainan ini diasumsikan setiap pemain dapat mempengaruhi sejumlah variabel (yang berubah terhadap waktu) yang berperan penting dalam merealisasikan tujuan mereka. Diasumsikan pula dinamika pergerakan variabel terhadap waktu dapat disajikan dalam bentuk persamaan diferensial linear, yang berakibat tindakan yang dilakukan pemain juga linear terhadap variabel tersebut. Dalam permainan ini kesuksesan seorang pemain untuk merealisasikan tujuannya bergantung kepada strategi yang diambil oleh pemain lainnya. Sehingga informasi permainan menjadi hal penting dalam rangka menentukan tindakan optimal bagi setiap pemain.

Jenis permainan yang akan digunakan pada makalah ini adalah permainan dengan tipe informasi lingkaran terbuka dan lingkaran tertutup (*feedback*). Maksud dari permainan dengan tipe informasi lingkaran terbuka adalah bahwa selama permainan berlangsung dalam waktu  $t \in [0, T]$

setiap pemain hanya mengetahui *state* awal  $x_0$  dan struktur model (biasanya dinotasikan dengan  $\eta_i(t) = x_0, t \in [0, T]$ ). Skenario ini dapat diinterpretasikan dengan di awal permainan setiap pemain menentukan strateginya masing-masing secara serempak, kemudian mereka mendaftarkan strategi tersebut kepada bandar permainan yang akan menjalankan strategi tersebut secara konsisten (Engwerda Salmah, 2009). Sedangkan dalam permainan lingkaran tertutup informasi yang dimiliki oleh masing-masing pemain adalah keseluruhan *state* dari sistem ( $\eta_i(t) = x(t), t \in [0, T]$ ) (Engwerda Salmah, 2011). Sehingga setiap pemain mengetahui tindakan/strategi yang diambil oleh pemain yang lain pada setiap waktu selama permainan berlangsung. Tipe permainan yang digunakan dalam makalah ini adalah permainan nonkooperatif yang berarti semua pemain tidak saling bekerja sama untuk mencapai tujuan mereka.

Persamaan matematika untuk permainan dinamis dengan  $n$  pemain disajikan dalam bentuk persamaan diferensial linear

$$\dot{x} = Ax + B_1u_1 + \dots + B_nu_n, \quad x(0) = x_0. \quad (3.1)$$

dengan  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m_i}$ ,  $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ . Setiap pemain mempunyai fungsi ongkos yang berbentuk kuadrat

$$J_i(u_1, \dots, u_n) = \int_0^T \left[ x^T Q_i x + \sum_{j=1}^n u_j^T R_{ij} u_j \right] dt + x^T(T) Q_{iT} x(T), \quad i = 1 \dots n \quad (3.2)$$

dengan semua  $Q_i, R_{ij}$  simetris dan matriks  $R_{ij}$  definit positif.

Tujuan dari setiap pemain adalah meminimumkan fungsi ongkosnya masing-masing dengan memilih kendali yang sesuai pada sistem dinamik linear yang mendasarinya. Dalam hal ini didefinisikan :

$\eta_i(t)$  dengan  $t \in [0, T]$  adalah informasi yang dimiliki oleh pemain dalam suatu permainan,  $M_i$  adalah himpunan strategi-strategi / tindakan / kendali yang dimungkinkan dipilih pemain, dan  $u_i = \mu_i(\eta_i)$ , dengan  $\mu_i \in M_i$  adalah tindakan atau kendali yang dipilih oleh pemain.

Tipe permainan yang diperlukan dalam makalah ini adalah permainan dinamis dua pemain berjumlah nol. Dalam tipe ini fungsi ongkos yang dimiliki oleh pemain kedua adalah negatif dari fungsi ongkos pemain pertama, sehingga jika kedua fungsi ongkos ini dijumlahkan akan menghasilkan nol. Persamaan matematis yang menggambarkan situasi di atas adalah

$$\dot{x} = Ax + B_1u_1 + B_2u_2, \quad x(0) = x_0. \quad (3.3)$$

Fungsi ongkos kuadrat untuk pemain pertama

$$J_1(u_1, u_2) = \int_0^T \left[ x^T(t) Q x(t) + u_1^T(t) R_1 u_1(t) - u_2^T(t) R_2 u_2(t) \right] dt + x^T(T) Q_T x(T), \quad (3.4)$$

sedangkan fungsi ongkos kuadrat untuk pemain kedua adalah negatif dari fungsi ongkos kuadrat untuk pemain pertama

$$J_2(u_1, u_2) = -J_1(u_1, u_2), \quad (3.5)$$

dengan matriks  $Q, Q_T$ , dan  $R_i$ ,  $i = 1, 2$  adalah simetris. Lebih lanjut, diasumsikan  $R_i$ ,  $i = 1, 2$  definit positif.

Selanjutnya, keberadaan solusi bagi permainan dinamis dengan struktur informasi lingkaran terbuka berjumlah nol untuk dua orang pemain diberikan oleh teorema berikut.

**Teorema 6. (Engwerda, 2005), (Basar Olsder, 1999)** *Diberikan sebuah permainan dinamis dua orang pemain berjumlah nol yang didefinisikan pada sistem dinamik (3.3) dengan fungsi ongkos untuk pemain pertama (3.4) dan untuk pemain kedua (3.5). Maka, untuk semua  $T \in [0, t_1]$  tipe permainan ini mempunyai ekuilibrium Nash (yang juga berarti ekuilibrium titik pelana) lingkaran terbuka untuk setiap *state* awal jika dan hanya jika kondisi-kondisi di bawah ini dipenuhi.*

i. *Persamaan diferensial Riccati*

$$\dot{P}(t) = -A^T P(t) - P(t)A - Q + P(t)(S_1 - S_2)P(t), \quad P(T) = Q_T \quad (3.6)$$

mempunyai solusi simetris  $P(0, T)$  untuk setiap  $T \in [0, t_1]$ .

ii. Dua persamaan diferensial Riccati

$$\dot{K}_1(t) = -A^T K_1(t) - K_1(t)A + K_1(t)S_1 K_1(t) - Q, \quad K_1(T) = Q_T, \quad (3.7)$$

$$\dot{K}_2(t) = -A^T K_2(t) - K_2(t)A + K_2(t)S_2 K_2(t) + Q, \quad K_2(T) = -Q_T, \quad (3.8)$$

mempunyai solusi  $K_i(0, T)$  untuk setiap  $T \in [0, t_1]$ .

Lebih lanjut, jika kondisi di atas dipenuhi ekuilibrium Nash tersebut tunggal. Dalam hal ini ekuilibrium Nash diberikan oleh persamaan

$$u_1^* = -R_1^{-1} B_1^T P \Phi(t, 0) x_0 \quad \text{dan} \quad u_2^* = R_2^{-1} B_2^T P \Phi(t, 0) x_0.$$

Fungsi  $\Phi(t, 0)$  memenuhi persamaan transisi

$$\Phi(t, 0) = (A - (S_1 - S_2)P)\Phi(t, 0); \quad \Phi(t, t) = I.$$

Sistem dinamik setelah diberi kendali (strategi) optimal  $(u_1^*, u_2^*)$  yaitu

$$\dot{x}(t) = (A - (S_1 - S_2)P)x(t), \quad x(0) = x_0$$

adalah stabil dikarenakan  $P$  adalah solusi yang menstabilkan sistem (3.6).

## DESAIN KENDALI ROBUST DENGAN PENDEKATAN PERMAINAN DINAMIS

Diberikan sistem dinamik (2.1) dengan fungsi transfernya disajikan sebagai

$$G_\mu(w) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Fungsi transfer sistem (2.1) dari  $w(t)$  ke  $z(t)$  dalam bentuk *linear fractional transformation* (LFT) disajikan oleh persamaan

$$G_{zw} = F_l(G, \mu) = G_{11} + G_{12} (I - \mu \cdot G_{22})^{-1} (\mu \cdot G_{21}) \\ := G_\mu(w). \quad (2.4)$$

Masalah mendesain kendali *robust* dapat diformulasikan sebagai mencari semua pengontrol yang diperkenankan (*admissible controllers*)  $\mu(t)$  sedemikian sehingga  $\|G_{zw}\|_\infty < \gamma$ , untuk suatu  $\gamma$  yang diberikan. Dengan kata lain ingin dicari kendali  $\mu \in \mathcal{M}$  yang akan mengoptimalkan penurunan tingkat gangguan pada keluaran sistem yang dirumuskan sebagai

$$\inf_{\mu \in \mathcal{M}} \|G_{zw}\|_\infty. \quad (4.1)$$

Jika  $\gamma^*$  adalah nilai optimal dari (4.1) maka dapat ditulis

$$\gamma^* := \inf_{\mu \in \mathcal{M}} \|G_{zw}\|_\infty. \quad (4.2)$$

Berdasarkan definisi norm operator (Horn dan Johnson, 1985) didapat

$$\|G_{zw}\| = \sup_{\|w(t)\| \leq 1} \|G_\mu(w)\| = \sup_{w \in H_w} \frac{\|G_\mu(w)\|}{\|w(t)\|}. \quad (4.3)$$

Dengan demikian masalah mendesain kendali *robust* dapat diformulasikan sebagai masalah mencari  $\mu^* \in \mathcal{M}$  dan  $\gamma^*$  yang bersesuaian yang akan meminimalkan  $\|G_{zw}\|$ , atau menyelesaikan masalah optimisasi (4.1), yaitu

$$\inf_{\mu \in \mathcal{M}} \|G_{zw}\|_{\infty} = \inf_{\mu \in \mathcal{M}} \sup_{w \in H_w} \frac{\|G_{\mu}(w)\|}{\|w(t)\|}. \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) menyatakan nilai teratas permainan dinamis dua pemain, sehingga dipenuhi persamaan

$$\inf_{\mu \in \mathcal{M}} \sup_{w \in H_w} \frac{\|G_{\mu}(w)\|}{\|w(t)\|} \geq \sup_{w \in H_w} \inf_{\mu \in \mathcal{M}} \frac{\|G_{\mu}(w)\|}{\|w(t)\|}. \quad (4.5)$$

Jika terdapat  $\mu^* \in \mathcal{M}$  dan  $\gamma^*$  yang bersesuaian yang memenuhi batas penurunan tingkat gangguan  $\gamma^*$  pada persamaan (4.2), maka masalah optimisasi (4.4) ekuivalen dengan masalah

- i. Terdapat  $\mu^* \in \mathcal{M}$  dan  $\gamma^*$  sedemikian sehingga

$$\|G_{\mu^*}(w)\|^2 \leq \gamma^{*2} \|w(t)\|^2, \text{ untuk semua } w \in H_w \quad (4.6)$$

dan

- ii. Tidak terdapat  $\mu \in \mathcal{M}$  yang lain (katakan  $\hat{\mu}$ ) dan  $\hat{\gamma} < \gamma^*$  yang bersesuaian sedemikian sehingga

$$\|G_{\hat{\mu}}(w)\|^2 \leq \hat{\gamma}^{*2} \|w(t)\|^2, \text{ untuk semua } w \in H_w. \quad (4.7)$$

Selanjutnya didefinisikan keluarga fungsi ongkos berparameter (dalam  $\gamma \geq 0$ )

$$J_{\gamma}(\mu, w) := \|G_{\mu}(w)\|^2 - \gamma^2 \|w(t)\|^2. \quad (4.8)$$

Maka, masalah i. dan ii. di atas ekuivalen dengan masalah mencari nilai  $\gamma \geq 0$  terkecil yang membuat nilai teratas permainan dengan fungsi ongkos  $J_{\gamma}(\mu, w)$  terbatas ke atas pada nilai nol dan mencari kendali  $\mu \in \mathcal{M}$  yang bersesuaian yang menghasilkan nilai teratas permainan. Selanjutnya, menggunakan definisi norm

$$\|G_{\mu}(w)\|^2 = z^T(T)Q_f z(T) + \int_0^T z^T(t)z(t) dt \quad (4.9)$$

$$\|w(t)\|^2 = \int_0^T w^T(t)w(t) dt \quad (4.10)$$

dan dengan mengasumsikan  $C_2^T D_{21} = 0$ ,  $D_{21}^T D_{21} = I$ ,  $C_2^T(T)\tilde{Q}_f D_{21}(T) = 0$ , dan  $D_{21}^T(T)\tilde{Q}_f D_{21} = 0$  pada sistem dinamik (2.1) maka fungsi ongkos (4.8) dapat disajikan dalam bentuk linear kuadrat

$$J_{\gamma}(u, w) = x^T(T)Q_f x(T) + \int_0^T \left[ x^T(t)Qx(t) + u^T(t)R_1 u(t) - \gamma w^T(t)R_2 w(t) \right] dt \quad (4.11)$$

dengan  $Q_f := C_1^T \tilde{Q}_f C_1$ ,  $Q := C_1^T C_1$ , dan  $R_1 = R_2 = I$ . Dengan demikian maka masalah mendesain kendali *robust* dapat diformulasikan ke dalam permainan dinamis linear kuadratis yang didefinisikan pada sistem dinamik (2.1) dengan fungsi ongkos untuk pemain pertama (desainer kendali) adalah (4.11) dan fungsi ongkos untuk pemain kedua (gangguan) adalah  $-J_{\gamma}(u, w)$ .

Berikut diberikan teorema yang berguna untuk mencari nilai terkecil  $\gamma \geq 0$  dan kendali  $\mu \in \mathcal{M}$  yang bersesuaian dalam permainan dengan struktur informasi lingkaran terbuka.

**Teorema 11. (Basar dan Bernhard, 1995)** Diberikan permainan dinamis linear kuadrat dua pemain berjumlah nol dengan struktur informasi lingkaran terbuka yang didefinisikan oleh

persamaan dinamik (2.1), dengan fungsi ongkos pemain pertama diberikan oleh persamaan (4.11) dan fungsi ongkos pemain kedua adalah  $-J_\gamma(u, w)$ . Maka, hal-hal berikut dipenuhi :

- i. Untuk  $\gamma > \gamma^*$ , persamaan diferensial Riccati

$$\dot{P}(t) = -A^T P(t) - P(t)A - Q + P(t) \left( S_1 - \frac{1}{\gamma} S_2 \right) P(t), \quad P(T) = Q_T \quad (4.12)$$

tidak mempunyai titik konjugat pada interval  $[0, T]$ .

- ii. Untuk  $\gamma > \gamma^*$ , permainan dinamis mempunyai solusi titik pelana yang diberikan oleh

$$u^*(t) = -R_1^{-1} B_1^T P(t) x^*(t) \quad \text{dan} \quad w^*(t) = \frac{1}{\gamma^2} R_2^{-1} B_2^T P(t) x^*(t) \quad (4.13)$$

dengan  $P(t)$  adalah solusi persamaan (4.12) dan  $x^*(t)$  adalah state trayektori yang dibangun oleh

$$\dot{x}^*(t) = \left( A - \left( B_1 B_1^T - \frac{1}{\gamma^2} B_2 B_2^T \right) P(t) \right) x^*(t), \quad x^*(0) = x_0. \quad (4.14)$$

- iii. Untuk  $\gamma > \gamma^*$ , nilai titik pelana permainan diberikan oleh

$$J_\gamma^*(u, w) = x_0^T P(0) x_0. \quad (4.15)$$

- iv. Jika  $\gamma < \gamma^*$ , nilai teratas bagi permainan bernilai takterbatas untuk suatu  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ . Lebih lanjut, terdapat suatu  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  sedemikian sehingga nilai teratas bagi permainan juga bernilai takterbatas, yaitu pada  $\gamma = \gamma^*$ .

Sedangkan untuk permainan dinamis dengan struktur informasi lingkaran tertutup, diperoleh teorema berikut.

**Teorema 12. (Basar dan Bernhard, 1995)** Diberikan permainan dinamis linear kuadratik dua pemain berjumlah nol dengan struktur informasi lingkaran tertutup yang didefinisikan oleh persamaan dinamik (2.1), dengan fungsi ongkos pemain pertama diberikan oleh persamaan (4.11) dan fungsi ongkos pemain kedua adalah  $-J_\gamma(u, w)$ . Maka, hal-hal berikut dipenuhi :

- i. Jika  $\gamma > \gamma^*$ , permainan dinamis mempunyai solusi titik pelana yang diberikan oleh

$$u^*(t) = -R_1^{-1} B_1^T K(t) x(t) \quad \text{dan} \quad w^*(t) = \frac{1}{\gamma^2} R_2^{-1} B_2^T K(t) x(t) \quad (4.16)$$

dengan  $K(t)$  adalah solusi persamaan

$$\dot{K}(t) = -A^T K(t) - K(t)A - Q + K(t) \left( S_1 - \frac{1}{\gamma} S_2 \right) K(t), \quad K(T) = Q_T. \quad (4.17)$$

dan  $x(t)$  adalah state trayektori yang dibangun oleh

$$\dot{x}(t) = \left( A - \left( B_1 B_1^T - \frac{1}{\gamma^2} B_2 B_2^T \right) K(t) \right) x(t), \quad x(0) = x_0.$$

- ii. Jika  $\gamma < \gamma^*$ , permainan mempunyai nilai teratas dan terbawah yang takterbatas untuk semua  $\mu \in M$ .

## SIMULASI NUMERIK

Bagian ini akan membandingkan desain kendali *robust* pada domain frekuensi yang sudah biasa dilakukan banyak orang dengan desain kendali *robust* melalui pendekatan permainan dinamis. Diberikan sistem LTI dengan realisasi fungsi transfer



$$G = \left[ \begin{array}{c|cc} -1 & \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} & 1 \\ \hline \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} & 0 & \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ 1 & \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} & 0 \end{array} \right]. \quad (5.1)$$

Tanpa mengurangi keumuman desain, diambil  $\gamma = 1$ , dan dengan perhitungan sederhana diperoleh sistem di atas memenuhi asumsi-asumsi berikut :

1.  $(A, B_1)$  terkendali dan  $(C_1, A)$  terobservasi,
2.  $(A, B_2)$  dapat distabilkan, dan  $(C_2, A)$  dapat dideteksi,
3.  $D_{12}^* [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$ ,
4.  $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ .

Selanjutnya dibentuk matriks Hamiltonian

$$H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^* - B_2 B_2^* \\ -C_1^* C_1 & -A^* \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad J_\infty = \begin{bmatrix} A^* & \gamma^{-2} C_1^* C_1 - C_2^* C_2 \\ -B_1 B_1^* & -A \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Nilai eigen dari  $H_\infty$  adalah -1 dengan vektor eigen  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  dan 1 dengan vektor eigen  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Maka,

$X_\infty(H) = \text{Im} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  sehingga didapat  $X_\infty = X_2 X_1^{-1} = \frac{1}{2}$ , dengan  $X_\infty$  adalah solusi dari persamaan aljabar Riccati

$$A^* X_\infty + X_\infty A + X_\infty (B_1 B_1^* - B_2 B_2^*) X_\infty + C_1^* C_1 = 0. \quad (5.2)$$

Dengan cara yang sama didapat  $Y_\infty = \frac{1}{2}$ , dimana  $Y_\infty$  adalah solusi dari persamaan aljabar Riccati

$$A Y_\infty + Y_\infty A + Y_\infty (C_1^* C_1 - C_2^* C_2) Y_\infty + B_1 B_1^* = 0. \quad (5.3)$$

Sehingga  $H_\infty, J_\infty$ , dan  $(X_\infty, Y_\infty)$  memenuhi

(i)  $H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  dan  $X_\infty = \text{Ric}(H_\infty) = \frac{1}{2} > 0$ ,

(ii)  $J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  dan  $Y_\infty = \text{Ric}(J_\infty) = \frac{1}{2} > 0$ ,

(iii)  $\rho(X_\infty Y_\infty) = \frac{1}{4} < \gamma^2$ .

Maka kendali *robust* dari sistem di atas adalah

$$K_{sub}(s) = \mathcal{F}_\infty \left[ \begin{array}{c|c} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ \hline \mathcal{F}_\infty & 0 \end{array} \right]$$

dengan  $F_\infty = -B_2^* X_\infty = -\frac{1}{2}$ ,  $L_\infty = -Y_\infty C_2^* = -\frac{1}{2}$ ,  $Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} = \frac{4}{3}$ ,

dan  $\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^* X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 = -\frac{5}{3}$ .

Sehingga didapat

$$K_{sub}(s) = \left[ \begin{array}{c|c} -\frac{5}{3} & \frac{2}{3} \\ \hline -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right] = -\frac{1}{3s+5}. \tag{5.4}$$

$$L^{-1} \left\{ -\frac{1}{3s+5} \right\} = -\frac{1}{3} e^{-\frac{5}{3}t}.$$

Jadi diperoleh pengendali suboptimal *robust*  $u(t) = -\frac{1}{3} e^{-\frac{5}{3}t}$ . (5.5)

Selanjutnya, akan dicari pengendali optimal sistem (5.1) dengan menggunakan metode permainan dinamis. Diambil  $Q = C_1^T C_1 = 1$ ,  $R_1 = R_2 = 1$ , sehingga diperoleh fungsi ongkos untuk permainan

$$J(u, w) = \int_0^\infty \{ x^T(t) Q x(t) + u^T(t) u(t) - w^T(t) w(t) \} dt.$$

Diperoleh matriks  $M$  untuk permainan dengan entri-entri-nya adalah

$$M = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan nilai eigen dari  $M$  adalah -1 dengan vektor eigen  $\begin{bmatrix} 0.8165 \\ 0.4082 \\ -0.4082 \end{bmatrix}$  dan 1 dengan vektor eigen

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.7071 \\ 0.7071 \end{bmatrix}.$$

Dengan demikian diperoleh  $P_1 = 0.4082 \cdot \frac{1}{0.8165} = 0.5$  dan  $P_2 = -0.4082 \cdot \frac{1}{0.8165} = -0.5$ .

Sistem setelah diberi kendali optimal diberikan oleh

$$\dot{x}(t) = (A - S_1 P_1 - S_2 P_2) x(t)$$

$$\dot{x}(t) = -2x(t)$$

Sehingga didapat trayektori optimal  $x(t) = e^{-2t}$  yang stabil.

Dengan demikian didapat kendali optimal

$$\begin{aligned} u^*(t) &= -R_1^{-1} B_1^T P_1 x(t) \\ &= -\frac{1}{2} e^{-2t} \end{aligned} \tag{5.6}$$

Persamaan (5.5) dan (5.6) merupakan kendali yang *robust* bagi sistem (5.1) dikarenakan trayektori setelah diberi kendali adalah trayektori yang stabil.

## KESIMPULAN

Dalam makalah ini telah dikaji desain kendali robust melalui pendekatan permainan dinamis. Teorema – teorema terkait dengan desain kendali dan batas terkecil parameter  $\gamma$  telah dipaparkan. Makalah ini juga telah menyajikan perbandingan hasil desain kendali *robust* antara pendekatan domain frekuensi dengan permainan dinamis, dimana keduanya memenuhi kriteria *robust*. Namun demikian permasalahan dalam kajian ini masih cukup sederhana. Sehingga pengembangan permasalahan seperti desain kendali *robust* pada suatu sistem singular (sistem deskriptor) dapat menjadi bahan kajian lebih lanjut.

## DAFTAR PUSTAKA

- Basar, T. dan Bernhard, P., 1995,  $H_{\infty}$  *Optimal Control and Related Minimax Design Problems: Dynamic Game Approach*, Birkhauser, Boston.
- Basar, T. dan Olsder, G.J., 1999, *Dynamic Noncooperative Game Theory*, Academic Press SIAM, New York.
- Engwerda, J.C., 2005, *LQ Dynamic Optimization and Differential Game*, John Wiley & Sons, Ltd., England.
- Engwerda, J.C. dan Salmah, 2009, The Open-Loop Linear Quadratic Differential Game for Index One Descriptor Systems, *Automatica*, vol. 45 no. 2, 585-592.
- Engwerda, J.C. dan Salmah, 2011, *Feedback Nash Equilibria for Linear Quadratic Descriptor Differential Game*, proses submisi ke jurnal Science Direct.
- Horn, R.A., dan Johnson, C.A., 1985, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Xu, S. dan Lam J., 2006, *Robust Control and Filtering of Singular Systems*, Springer, Berlin.
- Zhou K., Doyle, J.C., 1998, *Essentials of Robust Control*, Prentice-Hall, New Jersey.



## MODEL EFISIENSI DISTRIBUSI *HONEYWELL WINDTRONICS WIND TURBINE* PADA RADIUS TERTENTU

Nabih Ibrahim Bawazir<sup>1)</sup>, Dwi Prihastuti<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> *Juridik Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta*

### Abstrak

Kebutuhan energi di Indonesia terus mengalami peningkatan. Saat ini, sumber energi di Indonesia bertumpu pada energi fosil. Namun, proses alam memerlukan waktu yang lama untuk menyediakannya. Energi nuklir sering dinilai menyediakan energi dengan kapasitas yang jauh lebih besar. Pada kenyataannya, kapasitas energi yang dihasilkan pembangkit listrik dari energi terbarukan telah melampaui energi nuklir.

Investasi terbesar dilakukan untuk menambah kapasitas 40 GW pada tenaga angin, yakni sebesar 48 persen. Penyediaan angin oleh alam cenderung berpindah-pindah, sehingga diperlukan teknologi yang mampu untuk mengatasi masalah tersebut. Salah satunya *Honeywell WindTronics Wind Turbine*. Peletakkan alat tersebut sebaiknya tidak hanya pada satu titik, tetapi harus disebarluaskan menyesuaikan distribusi sumber angin. Mengingat biaya transportasi yang besar, maka perlu dilakukan efisiensi.

Berdasarkan analisa, biaya transportasi sebanding dengan biaya satuan, jarak tempuh, hambatan cuaca dan tingkat kemacetan serta berbanding terbalik dengan tingkat efektivitas jalan. Algoritma Dijkstra pada koordinat polar dapat dilakukan sebagai langkah optimasi biaya transportasi.

**Kata kunci:** energi terbarukan, *Honeywell WindTronics Wind Turbine*, angin

### PENDAHULUAN

Kebutuhan energi di Indonesia terus mengalami peningkatan. Hal ini dikarenakan oleh pertambahan penduduk, pertumbuhan ekonomi dan pola konsumsi energi yang senantiasa meningkat di seluruh dunia. Ketersediaan energi fosil yang selama ini merupakan sumber energi utama jumlahnya sangat terbatas dan terus mengalami deplesi. Proses alam memerlukan waktu yang sangat lama untuk dapat kembali menyediakan energi fosil.

Perubahan signifikan dengan lebih besarnya kapasitas energi yang dihasilkan oleh energi terbarukan daripada energi nuklir telah dirasakan dunia sekarang ini. Menurut Direktur Clean Energy Program di The Pew Charitable Trusts, Phyllis Cuttino, dan CEO Bloomberg New Energi Finance, Michael Liebreich, secara global, kapasitas energi yang dihasilkan pembangkit listrik dari energi terbarukan telah melewati kapasitas tenaga nuklir. (Teknopreneur: 2011)<sup>3</sup>

Keduanya setuju bahwa meningkatnya investasi pada energi terbarukan semenjak tahun lalu menjadi faktor utama peningkatan kapasitas energi. Sejauh ini nuklir selalu memasuki 20-30 persen kebutuhan listrik, sedangkan penggunaan energi bersih yang tersedia hanya tenaga air dan panas bumi. Namun, sekarang pembangkit listrik tenaga angin dan tenaga surya lebih populer. Penggunaan keduanya meningkat hingga 30 persen pada tahun 2010 dan mencapai \$243 miliar.

Investasi terbesar, atau hampir separuhnya, menggunakan tenaga angin. Sekitar 48 persen investasi dilakukan untuk menambah kapasitas 40 GW atau setara dengan kebutuhan listrik 30 juta rumah tangga, sedangkan pembangkit listrik tenaga surya menempati urutan kedua dengan penambahan kapasitas hingga 17 GW pada tahun 2010 dengan total investasi sebesar \$ 79 miliar, atau setara dengan kebutuhan listrik 12,5 juta rumah tangga. Sebagian besar pertumbuhan itu dipicu oleh kebijakan peraturan pemerintah jangka panjang untuk penelitian, pembiayaan, tarif, perdagangan dan lain-lain.

---

<sup>3</sup>Sumber yang sama dengan yang dipilih panitia

Tren peningkatan konsumsi energi terbarukan juga didorong oleh naiknya konsumsi bahan bakar nabati dan penambahan kapasitas pembangkit listrik tenaga angin. Dalam hal ini yang dimaksud dengan energi terbarukan adalah energi listrik yang didapat dari air, angin, sinar matahari, dan panas bumi. Bahan bakar nabati, seperti etanol atau biodiesel, serta *biomass*, seperti kayu dan limbah kayu, juga termasuk sumber energi terbarukan.

Potensi energi terbarukan di Indonesia seperti biomasa, panas bumi, energi surya, energi air, energi angin dan energi samudera sebenarnya sangat besar. Namun sampai saat ini, pemanfaatannya memang masih sangat kecil. Hal ini terutama karena belum kompetitifnya harga energi terbarukan dibandingkan dengan harga energi fosil, termasuk BBM sebagai akibat penerapan kebijakan harga energi selama ini.

Angin adalah salah satu sumber energi baru dan terbarukan yang dapat dikembangkan dan dimanfaatkan langsung oleh masyarakat untuk memenuhi kebutuhan energi, khususnya di daerah pedesaan dan daerah terpencil.

Oleh karena itu diperlukan sumber tambahan pembangkit listrik tenaga angin yang mudah dan murah. Dan solusi yang dipilih adalah *Honeywell WindTronics Wind Turbine*. *Honeywell WindTronics Wind Turbine* adalah turbin angin tanpa gear yang hanya berukuran diameter 1.8m, berat 84kg dan menghasilkan rata-rata kurang lebih 1500 kWh per tahun (Kelas 4 angin) tergantung pada lokasi, ketinggian dan kecepatan angin di wilayah minim angin.

*WindTronics Wind Turbine's* menggunakan perimeter sistem daya *Blade Tip Power System* (BTPS) dan desain multi-blade yang unik memungkinkan sistem untuk bereaksi cepat terhadap perubahan kecepatan angin. Hal ini memastikan energi angin maksimum dapat ditangkap tanpa suara yang khas dan getaran.

Inovasi *Blade Tip Power System* (BTPS) adalah teknologi yang telah dipatenkan. Turbin menggunakan sistem magnet dan stators di sekitar lingkaran luar untuk menangkap energi angin pada ujung blade dimana terdapat kecepatan terbesar, sehingga secara otomatis akan menghilangkan tahanan mekanik dan drag. *Blade Tip Power System* mengatasi kendala sebelumnya seperti ukuran, getaran suara, dan output. Sistem proprietary *WindTronics* telah mengatasi hambatan teknologi tradisional di beberapa pasar, untuk rumah-rumah dan bisnis, untuk pembangkit energi dan menangkap energi kembali bahkan dalam angin sedang.

Turbin Angin *WindTronics* memiliki peningkatan operasi tidak seperti turbin konvensional, dengan kecepatan start-up serendah 0,5 mph (0.2 m/s), dengan otomatis dimatikan pada kecepatan 38 mph (17.0 m/s), sedangkan turbin angin konvensional memerlukan kecepatan angin minimum 7,5 mph (3,5 m/s) untuk berputar dan mulai menghasilkan listrik. Turbin Angin *WindTronics* dirancang untuk dapat diterapkan dimana pun, baik rumah dan bisnis dengan biaya dan cara yang efektif.

Alat tersebut tidak mudah diperoleh di Indonesia, alat ini perlu didistribusikan ke wilayah-wilayah yang membutuhkan, karena kurang memungkinkan apabila setiap daerah memproduksi sendiri-sendiri mengingat diperlukannya alat berat untuk memproduksi *WindTurbine*. Sehingga diperlukan pendeskripsian strategi meminimalisasi biaya pengiriman *Honeywell WindTronics* ke sejumlah wilayah di Indonesia.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Pemilihan Variabel

Sebelum melakukan optimasi biaya, definisi biaya tempuh (variabel terikat pada studi ini) perlu ditentukan secara jelas. Karena model ini bertujuan menyusun rute maka akan didefinisikan terlebih dahulu biaya tempuh masing-masing satuan rute.

#### Definisi (Biaya tempuh satuan rute)

Biaya tempuh masing-masing satuan rute ( $C_{mn}$ ) adalah biaya yang dikeluarkan untuk membiayai seseorang dari suatu ujung ruas jalan (titik M) ke ujung lain ruas jalan (titik N),  $C_{mn}$  memiliki satuan Rupiah (Rp).

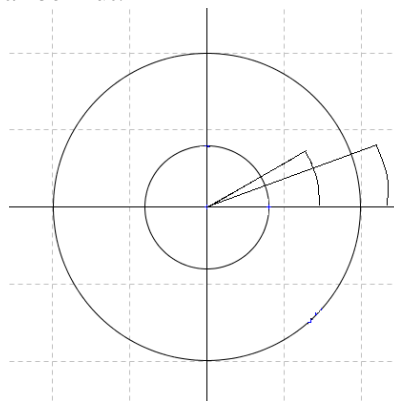
Tidak hanya variabel terikat, pendefinisian dan analisis variabel bebas juga sangat perlu untuk diidentifikasi. Berdasarkan hasil identifikasi, terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi biaya tempuh masing-masing satuan rute, yaitu:

a. Lokasi gudang

Lokasi gudang adalah titik-titik di mana para barang ditempatkan untuk sementara waktu diungsikan untuk sementara waktu. Jika diasumsikan bahwa transportasi menggunakan sistem koordinat dan gudang terletak di  $O(0,0)$ , pada koordinat polar, maka lokasi gudang memiliki koordinat  $(a, \theta_1)$ . (Purcell, 1987:106). Jika kita digunakan radius  $b$  pelabuhan  $c$  km, dan 1 satuan panjang pada koordinat polar 1km, maka  $|a| \geq c$ . Pada kasus ini, lokasi gudang digunakan sebagai titik sumber (*origin*).

b. Lokasi klien

Lokasi klien adalah titik-titik di mana *WindTronics* akan diinstalasi. Jika kita menggunakan asumsi yang sama dengan asumsi pada lokasi gudang, dapat diperoleh koordinat lokasi klien  $(b, \theta_2)$ . Jika kita menggunakan radius produksi  $d$  km, dan satu satuan panjang pada koordinat polar mewakili 1km, maka  $d \leq |b| \leq c$ . Pada kasus ini, lokasi gudang digunakan sebagai titik tujuan (*destination*). *Origin* dan *destination* dapat digambarkan dengan gambar berikut:



**Gambar 1.** Ilustrasi *origin* dan *destination*

Jika jarak tempuh semakin jauh maka biaya transportasi akan semakin tinggi, sehingga dapat diasumsikan biaya tempuh berbanding lurus dengan jarak antara  $(a, \theta_1)$  dan  $(b, \theta_2)$ . Menurut geometri analitik bidang, jarak antara  $(a_m, b_m)$  dan  $(a_n, b_n)$  dapat dihitung dengan rumus  $jarak = \sqrt{(a_n - a_m)^2 + (b_n - b_m)^2}$ . Pada geometri analitik dijelaskan bahwa  $(a, \theta_1)$  dan  $(b, \theta_2)$  pada koordinat polar ekuivalen dengan  $(a \cos \theta_1, a \sin \theta_1)$  dan  $(b \cos \theta_2, b \sin \theta_2)$  pada koordinat kartesius (Purcell, 1987:108). Sehingga jarak antara  $(a, \theta_1)$  dan  $(b, \theta_2)$  dapat dirumuskan

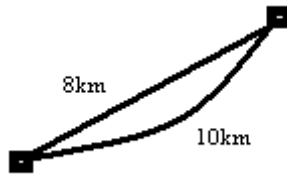
$$jarak = \sqrt{(b \cos \theta_2 - a \cos \theta_1)^2 + (b \sin \theta_2 - a \sin \theta_1)^2},$$

sehingga dapat disimpulkan:

*Biaya tempuh dari masing-masing lokasi gudang menuju ke lokasi klien sebanding dengan jarak antara lokasi gudang dan lokasi klien.....(1.1)*

c. Efektivitas jalan ( $\varepsilon$ )

Efektivitas jalan didefinisikan sebagai hasil bagi antara jarak *origin* dan *destination* dengan panjang lintasannya. Efektivitas jalan disimbolkan dengan  $\varepsilon$  (dalam %). Sebagai contoh: misal jarak tempuh antara *origin* dan *destination* 8 km, dan panjang lintasan 10 km. Efektivitas jalan ( $\varepsilon$ ) sebesar 80%. Berikut akan diilustrasikan contoh efektivitas jalan:



**Gambar 2.** Ilustrasi Variabel Efektivitas Jalan

Berdasarkan pengamatan, jarak tempuh akan semakin panjang jika jalan semakin berkelak-kelok (efektifitas jalan rendah), sehingga dapat disimpulkan bahwa biaya tempuh masing-masing satuan rute berbanding terbalik dengan efektivitas jalan, dengan kata lain dapat diperoleh model nyata sebagai berikut:

*Biaya tempuh dari masing-masing lokasi gudang menuju ke lokasi klien berbanding terbalik dengan efektivitas jalan.....(1.2)*

d. Tingkat kemacetan jalan(  $\delta$  )

Tingkat kemacetan jalan didefinisikan sebagai hasil bagi antara waktu tempuh dan waktu tempuh jika lancar. Tingkat kemacetan jalan disimbolkan dengan  $\delta$  merupakan suatu konstanta statistik). Sebagai contoh: misal waktu tempuh suatu ruas jalan 10 menit, dan waktu tempuh jika lancar 5 menit, sehingga  $\delta = 2$ . Diketahui bahwa waktu tempuh akan semakin panjang jika jalan semakin macet, sehingga dapat disimpulkan biaya tempuh masing-masing satuan rute berbanding lurus dengan tingkat kemacetan jalan, sehingga dapat disusun model nyata berikut:

*Biaya tempuh dari masing-masing lokasi gudang menuju ke lokasi klien sebanding dengan tingkat kemacetan jalan.....(1.3)*

e. Hambatan cuaca (  $\phi$  )

Hambatan cuaca didefinisikan sebagai hasil bagi antara waktu tempuh saat itu dan waktu tempuh jika cuaca cerah. Hambatan cuaca disimbolkan  $\phi$  (suatu konstanta statistik). Sebagai contoh: misal waktu tempuh suatu ruas jalan pada saat hujan intensitas sedang 15 menit, dan waktu tempuh jika cerah 10 menit, sehingga  $\phi = 1,5$ . Diketahui bahwa waktu tempuh akan semakin lama jika hambatan cuaca makin besar, sehingga dapat disimpulkan biaya tempuh masing-masing satuan rute berbanding lurus dengan hambatan cuaca, dan dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

*Biaya tempuh dari masing-masing lokasi gudang menuju ke lokasi klien sebanding dengan hambatan cuaca.....(1.4)*

f. Biaya angkutan (  $c$  ) dan Muatan angkutan (  $n$  )

Biaya angkutan adalah biaya yang diperlukan untuk membiayai 1 km perjalanan jika kondisi ideal, satuan dari biaya angkutan adalah Rupiah (Rp). Muatan angkutan adalah muatan efektif suatu kendaraan (suatu bilangan). Semakin besar biaya perorangan, makin besar biaya total, begitu pula sebaliknya. Karena jika muatan banyak maka koefisien pembagi besar. Dapat diasumsikan bahwa biaya total berbanding lurus dengan biaya angkutan dan berbanding terbalik dengan muatan angkutan, sehingga dapat diperoleh model nyata:

*Biaya tempuh dari masing-masing lokasi gudang ke lokasi klien sebanding dengan biaya angkutan dan berbanding terbalik dengan muatan angkutan.....(1.5)*



## 2. Konstruksi Matematis

Dari model nyata (1.1) dapat dirumuskan ke dalam persamaan matematika:

$$C_{mn} = K_1 \sqrt{(b \cos \theta_2 - a \cos \theta_1)^2 + (b \sin \theta_2 - \sin \theta_1)^2} \quad (2.1)$$

Dengan  $C_{mn}$  adalah biaya tempuh satuan rute, memiliki satuan Rp, dan  $\sqrt{(b \cos \theta_2 - a \cos \theta_1)^2 + (b \sin \theta_2 - \sin \theta_1)^2}$  adalah panjang satuan rute, dalam km, Sehingga  $K_1$  adalah konstanta biaya tempuh per km, yang memiliki satuan rupiah per kilometer (Rp/km)

Dari model nyata (1.2) dapat dirumuskan ke dalam persamaan matematika:

$$C_{mn} = \frac{K_2}{\varepsilon} \quad (2.2)$$

Dengan:

$C_{mn}$  = biaya tempuh satuan rute, memiliki satuan Rp.

$\varepsilon$  = tingkat efektivitas jalan (suatu konstanta statistik)

Sehingga  $K_2$  adalah konstanta biaya jika jalan efektif yang memiliki satuan rupiah (Rp).

Dari model nyata (1.3) dapat dirumuskan ke dalam persamaan matematika:

$$C_{mn} = K_3 \delta \quad (2.3)$$

Dengan:

$C_{mn}$  = biaya tempuh satuan rute, memiliki satuan Rp.

$\delta$  = hambatan cuaca (suatu konstanta statistik)

Sehingga  $K_3$  adalah konstanta biaya jika perjalanan lancar (tidak terjebak macet sma sekali), yang memiliki satuan rupiah.

Dari model nyata (1.4) dapat dirumuskan ke dalam persamaan matematika:

$$C_{mn} = K_4 \phi \quad (2.4)$$

Dengan:

$C_{mn}$  = biaya tempuh satuan rute, memiliki satuan Rp.

$\phi$  = tingkat kemacetan jalan (suatu konstanta statistik)

Sehingga  $K_4$  adalah konstanta biaya tempuh jika tidak ada hambatan cuaca, yang memiliki satuan rupiah.

Dari model nyata (1.5) dapat dirumuskan ke dalam persamaan matematika:

$$C_{mn} = K_5 \frac{c}{n} \quad (2.5)$$

Dengan:

$C_{mn}$  = biaya tempuh satuan rute, memiliki satuan Rp.

$c$  = biaya angkutan, memiliki satuan Rp/km.

$n$  = muatan angkutan, suatu konstanta

Sehingga  $K_5$  adalah konstanta jarak tempuh yang memiliki satuan km

## 3. Solusi Matematis

### 1. Mendapatkan $C_{mn}$

Karena  $\varepsilon$ ,  $\delta$ , dan  $\phi$  merupakan konstanta statistik, maka kita dapat menggabungkan persamaan (2), (3), dan (4) menjadi:

$$C_{mn} = \frac{K_{2.3.4} \delta \phi}{\varepsilon} \quad (2.6)$$

Dengan:

$C_{mn}$  = biaya tempuh satuan rute, memiliki satuan Rp.

$\varepsilon$  = efektivitas ruas jalan (dalam %)

$\delta$  = tingkat kemacetan jalan (suatu konstanta statistik)

$\phi$  = hambatan cuaca (suatu konstanta statistik)

$K_{2,3,4}$  = konstanta yang memiliki satuan Rp

Selanjutnya, dilakukan substitusi persamaan (1) ke (6) maka diperoleh:

$$C_{mn} = \frac{K_{1,2,3,4} \sqrt{(b \cos \theta_1 - a \cos \theta_2)^2 + (b \sin \theta_1 - a \sin \theta_2)^2} \delta \phi}{\varepsilon} \quad (2.7)$$

Dengan:

$\sqrt{(b \cos \theta_2 - a \cos \theta_1)^2 + (b \sin \theta_2 - a \sin \theta_1)^2}$  adalah panjang satuan rute, dalam km

$K_{1,2,3,4}$  = konstanta yang memiliki satuan Rp/km

Selanjutnya, dilakukan substitusi persamaan (5) ke (7) maka diperoleh:

$$C_{mn} = \frac{c \cdot \sqrt{(b \cos \theta_1 - a \cos \theta_2)^2 + (b \sin \theta_1 - a \sin \theta_2)^2} \cdot \delta \cdot \phi}{\varepsilon \cdot n} \quad (2.8)$$

Dengan:

$C_{mn}$  = biaya tempuh satuan rute, memiliki satuan Rp.

$\varepsilon$  = efektivitas ruas jalan (dalam %)

$\delta$  = tingkat kemacetan jalan (suatu konstanta statistik)

$\phi$  = hambatan cuaca (suatu konstanta statistik)

$a$  = jarak lokasi gudang dengan pusat produksi

$b$  = jarak lokasi klien dengan pusat produksi

$\theta_1$  = sudut lokasi gudang pada koordinat polar

$\theta_2$  = sudut lokasi gudang pada koordinat polar

$c$  = biaya angkutan, memiliki satuan Rp/km.

$n$  = muatan angkutan, suatu konstanta

2. Mendapatkan  $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{mn}$  (total biaya)

Untuk mendapatkan minimum totalbiaya minimum kita dapat menggunakan graf berbobot, dengan simpul yang bermakan ujung jalan dan rusuk yang telah diboboti  $C_{mn}$ . Misalkan G adalah graf berarah berbobot dengan titik-titik

$$V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}. \text{(Maki, 1973:278)}$$

$L$  = Himpunan titik-titik  $\in V(G)$  yang sudah terpilih dalam jalur path terpendek.

$D(j)$  = Jumlah bobot path terkecil dari  $v_1$  ke  $v_j$ .

$w(i, j) = C_{ij}$  = Bobot garis dari titik  $v_i$  ke  $v_j$ .

$w^*(i, j)$  = Jumlah bobot path terkecil dari  $v_1$  ke  $v_j$ .

Secara formal, algoritma untuk mencari path terpendek adalah sebagai berikut:

1. Menyusun Matriks Hubung
2. Menuliskan  $L$  dan  $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
3. Untuk  $i = 2, \dots, n$  lakukan  $D(i) = W(1, i)$
4. Selama  $v_n \notin L$ , lakukan:
  - a. Pilih titik  $v_k \in V - L$  dengan  $D(k)$  terkecil,  $L = L \cup \{v_k\}$
  - b. Untuk setiap  $v_j \in V - L$  lakukan:

Jika  $D(j) > D(k) + W(k, j)$  maka ganti  $D(j)$  dengan

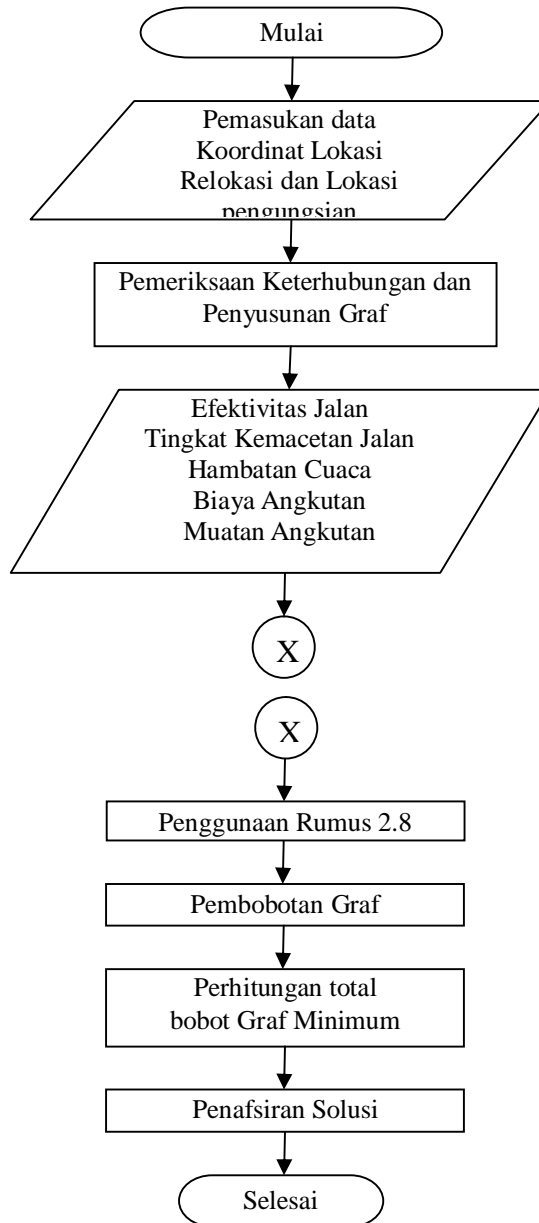
$$D(k) + W(k, j)$$

5. Untuk setiap  $v_j \in V$ ,  $w^*(i, j) = D(j)$

(Siang,2009:306-307)

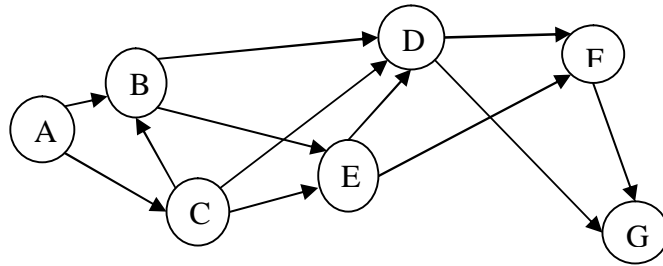
#### 4. Evaluasi Model

Untuk memudahkan penggunaan model, dapat digunakan flowchart sebagai berikut:



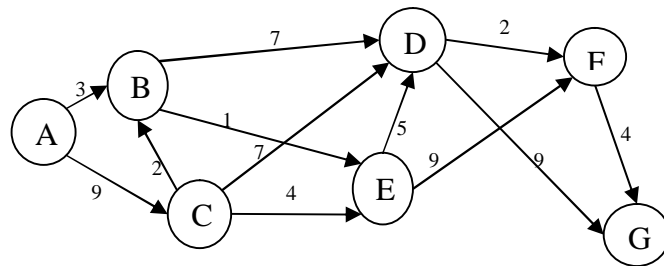
**Gambar 5.** Diagram alir penggunaan model

Misal Lokasi gudang A, dan salah satu lokasi tujuan G, dan mungkin melalui titik B, C, D, E dan F, yang akan divisualisasikan ke dalam Graf berikut:



**Gambar 7.** Ilustrasi Masalah dalam Bentuk Graf Searah

Setelah itu kita dapat mencari bobot graf. Sebagai contoh, misalkan koordinat lokasi salah satu akhir ruas jalan A(-8,-90<sup>0</sup>) dan awal ruas jalan B(-28,-90<sup>0</sup>), sehingga jaraknya 20 satuan, dan  $\varepsilon = 80\%$ ,  $\delta = 1,2$ , dan  $\phi = 1,33$   $c = \text{Rp}9.000,00/\text{km}$  dan  $n = 40$ , sehingga diperoleh biaya Rp 9.000,00 untuk sebuah ruas jalan setiap orang, Misal rute yang ditempuh dari sebuah tempat gudang ke lokasi klien, dapat disajikan kedalam Graf berikut:



**Gambar 8.** Graf Searah yang Telah Mengalami Pembobotan

Selanjutnya Graf tersebut dapat dibawa ke dalam tabel jarak

**Tabel 1.** Tabel Jarak sebagai penafsiran dari Gambar 7

	A	B	C	D	E	F	G
A	-	3	9	-	-	-	-
B	-	-	-	7	1	-	-
C	-	2	-	-	-	-	-
D	-	-	-	-	-	2	8
E	-	-	4	-	-	9	-
F	-	-	-	-	-	-	4
G	-	-	-	-	-	-	-

Dengan menggunakan teknik perhitungan algoritma di atas, diperoleh rute  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G$ , sehingga biaya yang diperlukan Rp.15.000,00 per orang.

## PENUTUP

### 1. Simpulan

Dari permasalahan hasil pembahasan model, kesimpulan yang dapat diambil sebagai berikut:

- Biaya pendistribusian *Wind Turbine* sebanding dengan biaya satuan, jarak tempuh, hambatan cuaca dan tingkat kemacetan
- Biaya pendistribusian *Wind Turbine* berbanding terbalik dengan tingkat efektivitas jalan.
- Graf dapat digunakan untuk menggambarkan rute, sehingga dapat mempermudah proses algoritma dan pencarian biaya minimumnya.

### 2. Saran

Tidak ada model yang salah, yang ada hanya model yang kurang baik. Jika model ini perlu diperbaiki, peneliti selanjutnya dapat menjalankan saran sebagai berikut:

- Dalam penentuan hubungan antar variabel lebih baik menggunakan analisis regresi atau analisis korelasi, menyesuaikan dengan keadaan.

- b. Pada proses permodelan yang lebih teliti dimungkinkan sistem persamaan yang muncul adalah sistem persamaan trensenden, differensial, bahkan integral.
  - c. Dalam pembuatan simpul dan keterhubungan dibuat se jelas mungkin sehingga tidak terjadi kesalahan dalam membuat model matematika.
3. Rekomendasi  
Lebih baik jika model disajikan dengan tampilan yang lebih menarik semisal Visual Basic<sup>TM</sup> ataupun Macromedia Flash<sup>TM</sup>

#### **DAFTAR PUSTAKA**

- Administrator. *Potensi Energi Baru Terbarukan (EBT) Indonesia*. Diakses dari <http://www.esdm.go.id/berita/37-umum/1962-potensi-energi-baru-terbarukan-ebt-indonesia.pdf> pada tanggal 9 April 2012.
- BPS. *Pelanggan Perusahaan Listrik Negara (PLN) 1995-2009*. Diakses dari [http://www.bps.go.id/tab\\_sub/view.php?tabel=1&daftar=1&id\\_subyek=07&notab=4](http://www.bps.go.id/tab_sub/view.php?tabel=1&daftar=1&id_subyek=07&notab=4) pada tanggal 9 April 2012.
- Daryanto, Y. *Kajian Potensi Angin untuk Pembangkit Listrik Tenaga Bayu*. Diakses dari [http://kurniadi.webs.com/kincir\\_angin.pdf](http://kurniadi.webs.com/kincir_angin.pdf) pada tanggal 9 April 2012.
- Green Upgrader. *Honeywell WindTronics Wind Turbine*. Diakses dari <http://greenupgrader.com/10421/new-honeywell-wind-turbine-coming-to-hardware-stores-and-rooftops-near-you/> pada tanggal 17 Oktober 2011
- Maki, Daniel P dan Maynard Thomson. 1973. *Mathematical Models and Applications*. Prentice-Hall, Inc: New Jersey.
- Meyer, W.J., 1987. *Concepts of Mathematical Modeling*. New York: MacGraw Hill
- Olnick, Michael. 1978. *An Intoduction to Mathematical Models in the Social and Life Sciences*. Sydney: Addison-Wesley Publishing Co
- Purcell, Edwin J dan Dale Verberg. 1987. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Erlangga: Jakarta
- Siang, Jong Gek. 2009. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Andi: Yogyakarta
- Susanta, B., Bambang Sudiyono. 1989. *Materi Pokok Model Matematika, Modul Universitas Terbuka*. Jakarta : Karunika
- Teknopreneur. *Kapasitas Energi Terbarukan Melebihi Nuklir*. Diakses dari <http://www.teknopreneur.com/energi-lingkungan/kapasitas-energi-terbarukan-melebihi-nuklirpada tanggal 18 Oktober 2011>
- Statistik Energi Baru Terbarukan. Diakses dari <http://prokum.esdm.go.id/Publikasi/Statistik/Statistik%20Energi%20Baru%20Terbarukan.pdf> pada tanggal 9 maret 2012.



## PENGUJIAN STRUKTUR MATEMATIKA GRUP BERBASIS OSP (OPEN SOURCE PROGRAM)

Ngarap Im Manik, Don Tasman & Pretty Christyaningrum Turang

Jurs. Matematika BINUS University  
Jl. Kebon Jeruk Raya no.27 Jakarta, Indonesia  
Email : [manik@binus.edu](mailto:manik@binus.edu)

### Abstrak

Struktur matematika grup merupakan bagian dari aljabar abstrak yang bermanfaat dalam pengembangan metode penyelesaian masalah yang bersifat abstrak yang sulit diuji dan direpresentasikan melalui operasi aljabar biasa. Sehubungan dengan hal di atas maka dikembangkan suatu program komputer berbasis open source yang dapat menguji dan membuktikan salah satu bentuk struktur matematika grup. Adapun bentuk grup yang dapat diuji dan dibuktikan meliputi jenis grup aperiodik, grup periodik, grup campuran, grup faktor, dan subgrup normal. Hasil pengembangan program menunjukkan bahwa pengujian terhadap beberapa jenis grup yang diuraikan di atas dapat dilakukan dengan baik dan sempurna dengan membutuhkan waktu yang relatif singkat jika diselesaikan secara manual. Dalam program ini, digunakan bahasa pemrograman Java dengan tujuan selain dapat dijalankan pada beberapa platform sistem operasi berbeda, juga dapat dipublikasikan secara bebas /gratis sehingga memungkinkan programmer atau peneliti lain mengembangkan program aplikasi ini dengan menambahkan fitur yang lebih bermanfaat.

**Kata kunci:** Grup Periodik, Grup Aperiodik, Grup Campuran, Grup Faktor Subgrup Normal.

### PENDAHULUAN

Aljabar abstrak atau yang juga dikenal dengan struktur matematika merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang berhubungan dengan kajian kuantitas, hubungan, dan struktur yang terbentuk. Lebih spesifik, aljabar abstrak mempelajari struktur aljabar seperti grup, gelanggang (*ring*), dan lapangan (*fields*). Ilmu aljabar abstrak berkembang dengan pesat karena penerapan karakteristik dari bentuk-bentuk struktur aljabar tersebut banyak bermanfaat dalam pengembangan metode penyelesaian masalah yang bersifat abstrak dan sulit direpresentasikan melalui operasi aljabar biasa.[1]. Beberapa topik penelitian telah dilakukan sebelumnya yaitu oleh (Stefaan Caenepeel dan Alain Verschoren, 2009) tentang “Noncommutative Rings and Geometry” yang membahas non komutatif ring melalui sebuah grup, serta (D.A.R. Wallace, 2004) melakukan pembuktian struktur aljabar ring dengan memanfaatkan teorema group. Demikian juga (Muzaffer Okur at all, 2011) telah mengembangkan model GAP (Group, Algorithm, Programming) untuk melakukan pembuktian sebuah group dan subgroup. Demikian pula dengan (Ngarap Im Manik, dkk 2010) telah melakukan perancangan piranti lunak untuk pembuktian grup khusus (Grup, SubGrup dan Homomorfisma grup) dengan menggunakan alat bantu perangkat lunak komputer. Demikian juga oleh Suryoto dan Iswati. (2008). *K-Aljabar*. Penelitian ini membahas mengenai struktur aljabar yang dibangun atas suatu grup sehingga sifat-sifat yang berlaku pada grup akan berlaku juga pada  $K$ -Aljabar. Jika grup terdapat subgroup dan homomorfisma grup, maka pada  $K$ -Aljabar terdapat  $K$ -Sub aljabar dan  $K$ -Homomorfisma. Nancy, S. (2009) *Program Aplikasi Pengujian Grup*. Dalam penelitian ini, program aplikasi hanya mencakup pembuktian struktur aljabar umum hingga grup abelian (komutatif). Selain itu, program sebelumnya hanya mendukung pengujian untuk sebuah sistem aljabar. Dan Andrew Saputra, (2010) *Perancangan Program Aplikasi Pengujian Struktur Aljabar Grup Khusus (Abelian, Siklik, Homomorfisma, Isomorfisma, Monomorfisma, dan Epimorfisma)*. Dalam penelitian ini, program yang dirancang mempunyai kemampuan untuk menguji bentuk-bentuk grup khusus yang sebelumnya tidak dicakup, antara lain

meliputi grup siklik, grup homomorfis, isomorfis, monomorfis, dan epimorfis. Selain itu, program dirancang untuk dapat melakukan pengujian terhadap 2 buah sistem aljabar secara simultan. Dari semua penelitian di atas, yang membedakannya dengan penelitian ini terletak pada cakupan pengujiannya. Penelitian ini dirancang untuk dapat melakukan pengujian terhadap bentuk-bentuk grup khusus lainnya seperti grup aperiodik, grup periodik, grup campuran, grup faktor, dan subgrup normal. Selain itu, dilakukan juga perombakan ulang desain tampilan antarmuka (*interface*) sehingga memudahkan navigasi pengguna dalam beralih antar modul dalam program, *userfriendly*, dan efisien.

## METODE

Untuk dapat melakukan pengujian struktur matematika grup dilakukan dengan merancang sebuah perangkat lunak komputer berbasis open source., yang secara umum meliputi kegiatan atau tahapan *analysisist – design – coding(construction) – testing – maintenance*. Sistem dibuat dan dirancang sedemikian rupa agar menghasilkan sebuah aplikasi program yang efisien dan mudah digunakan oleh pengguna serta dapat memberikan hasil keluaran yang jelas dan mudah dipahami pengguna program aplikasi tersebut.[3] Langkah awal yang dilakukan sebelum membuat perangkat lunak adalah merancangnya terlebih dahulu. Perancangan perangkat lunak adalah disiplin manajerial dan teknis yang berkaitan dengan pembuatan dan pemeliharaan produk perangkat lunak secara sistematis, termasuk pengembangan dan modifikasinya, yang dilakukan pada waktu yang tepat dan dengan pertimbangan faktor biaya.

Langkah pertama yang perlu dilakukan oleh pengguna adalah memasukkan data dan elemen sistem aljabar yang dibutuhkan program untuk proses pengujian sifat. Pengguna akan memasukkan data dan elemen pada himpunan yang akan diuji. Pengguna dapat memasukkan data untuk satu atau dua buah himpunan sesuai kebutuhan. Jika pengguna ingin menguji sampai sifat grup faktor, homomorfisma, dan subgrup normal, maka pengguna perlu memasukkan data elemen untuk kedua himpunan. Selain itu pengguna juga perlu memasukkan hasil operasi untuk tiap pasang elemen himpunan tersebut ke dalam tabel *Cayley* yang akan di-*generate* oleh program. Setelah data elemen dan hasil operasi dari tiap sistem aljabar selesai dimasukkan pengguna, secara otomatis program melakukan pengolahan data. Hasil dari proses pengolahan data ini adalah berupa sifat-sifat umum dari operasi aljabar yang telah teruji, mulai dari sifat tertutup, asosiatif, ada tidaknya elemen identitas, ada tidaknya invers bagi setiap elemen dalam sistem aljabar, serta sifat komutatif. Selanjutnya, program akan melakukan pengujian untuk klasifikasi struktur aljabar umum sesuai dengan definisi. Pengujian sifat-sifat umum dan pengujian klasifikasi struktur aljabar umum harus dilakukan terlebih dahulu sebelum pengguna dapat melakukan pengujian untuk klasifikasi bentuk-bentuk struktur aljabar khusus.[5]

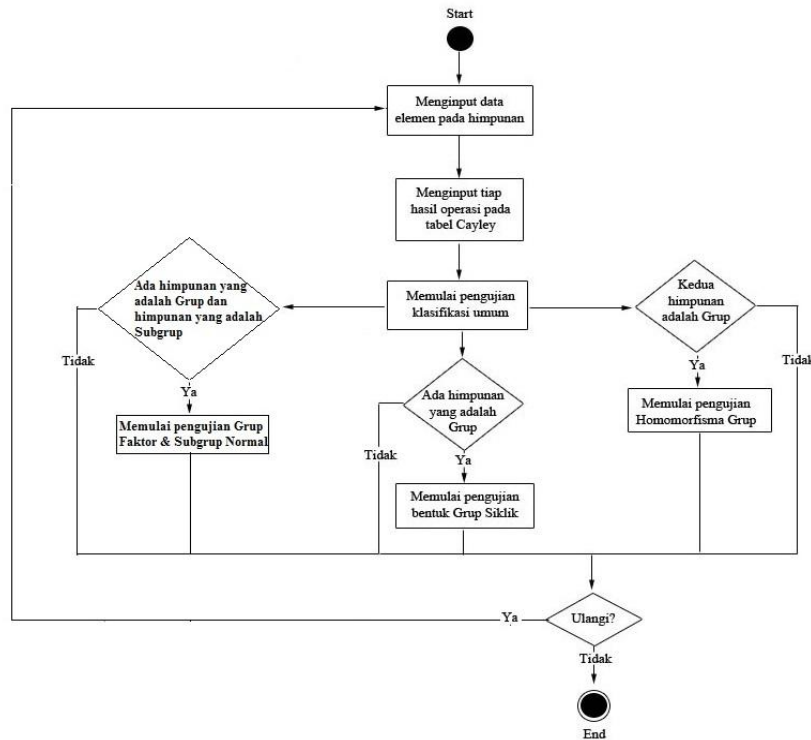
Jika pengujian sifat-sifat umum dan pengujian klasifikasi struktur aljabar umum telah membuktikan bahwa sistem aljabar tersebut adalah sebuah grup, maka pengguna dapat melanjutkan instruksi program untuk menguji beberapa bentuk grup khusus, yaitu siklik, berhingga (aperiodik, periodik, dan campuran), faktor, subgrup normal, dan homomorfisma. Pada pengujian homomorfisma pengolahan data akan berjalan jika kedua sistem aljabar yang di-*input* terbukti sebagai grup. Selain itu pada uji homomorfisma juga akan diuji bentuk derivatif homomorfisma, yakni sifat isomorfisma, monomorfisma, dan epimorfisma. Pada pengujian subgrup normal dan grup faktor pengolahan data akan berjalan jika sistem aljabar terbukti merupakan grup serta sistem aljabar lainnya merupakan subgrup dari grup tersebut. Secara garis besar sistem pengujian dimaksud dapat dilihat pada gambar 1.[4][6]

## HASIL & PEMBAHASAN

Untuk mengevaluasi kinerja sistem apakah dapat melakukan pengujian dengan tepat atau tidak akan dilakukan percobaan pada 2 himpunan berbeda, yaitu :

1. Sistem Aljabar  $(G,*)$  terdiri dari:  
Himpunan  $G = \{0, 1, 2\}$   
Operasi "\*" didefinisikan sebagai operasi penjumlahan modulo 3
2. Sistem Aljabar  $(H,\#)$  terdiri dari:  
Himpunan permutasi  $H = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3)\}$   
Operasi "#" didefinisikan sebagai operasi komposisi





Gambar 1. Flow Chart Sistem Kontrol Modul

### Pengujian Manual

Pertama didefinisikan hasil operasi dari masing-masing sistem aljabar pada tabel *Cayley*. Untuk operasi penjumlahan modulo 3 pada tabel G seluruh kemungkinan hasil operasinya adalah sebagai berikut.

Tabel 1 Operasi Penjumlahan Modulo 3

*	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Sedangkan untuk operasi komposisi pada himpunan permutasi H, seluruh kemungkinan hasil operasinya adalah seperti pada tabel 2.

Tabel 2. Operasi Komposisi pada Himpunan Permutasi

#	(1)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1 2)	(1 3)	(2 3)
(1)	(1)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1 2)	(1 3)	(2 3)
(1 2 3)	(1 2 3)	(1 3 2)	(1)	(1 3)	(2 3)	(1 2)
(1 3 2)	(1 3 2)	(1)	(1 2 3)	(2 3)	(1 2)	(1 3)
(1 2)	(1 2)	(2 3)	(1 3)	(1)	(1 3 2)	(1 2 3)
(1 3)	(1 3)	(1 2)	(2 3)	(1 2 3)	(1)	(1 3 2)
(2 3)	(2 3)	(1 3)	(1 2)	(1 3 2)	(1 2 3)	(1)

Lalu dimulai pengujian sifat untuk klasifikasi struktur aljabar umum. sebagai berikut:

#### 1. Tertutup

Untuk sistem aljabar  $(G, *)$ , seluruh kemungkinan hasil operasi ada dalam jangkauan elemen himpunan G. Demikian pula untuk sistem aljabar  $(H, \#)$ , seluruh kemungkinan hasil operasi ada dalam jangkauan elemen himpunan H. Terbukti operasi pada  $(G, *)$  dan operasi pada  $(H, \#)$  berifat tertutup

#### 2. Asosiatif

Untuk sistem aljabar  $(G, *)$  dilakukan pengujian pada semua kemungkinan pasangan operasi.

**Tabel 3.** Beberapa hasil Uji Asosiatif (G,\*)

$0*(0*0) = 0*0 = 0$	Equal to	$0 = 0*0 = (0*0)*0$
$0*(0*1) = 0*1 = 1$	Equal to	$1 = 0*1 = (0*0)*1$
$1*(0*0) = 1*0 = 1$	Equal to	$1 = 1*0 = (1*0)*0$
$1*(0*1) = 1*1 = 2$	Equal to	$2 = 1*1 = (1*0)*1$
$2*(0*0) = 2*0 = 2$	Equal to	$2 = 2*0 = (2*0)*0$
$2*(2*2) = 2*1 = 0$	Equal to	$0 = 1*2 = (2*2)*2$

Terbukti operasi pada sistem aljabar (G,\*) bersifat asosiatif.

Demikian pula dilakukan pengujian sifat asosiatif untuk semua kemungkinan pasangan operasi pada sistem aljabar (H,#) sebagai berikut. Untuk memudahkan pembacaan pada tabel digunakan simbol pengganti bagi elemen-elemen, yaitu :

(1) menjadi 1; (1 2) menjadi 12 ; (1 2 3) menjadi 123; (1 3) menjadi 13;(2 3) menjadi 23 dan (1 3 2) menjadi 132;

**Tabel 4.** Beberapa Hasil Uji Asosiatif (H,#)

$1\#(1\#1) = 1\#1 = 1$	sama dengan	$1 = 1\#1 = (1\#1)\#1$
$1\#(1\#123) = 1\#123 = 123$	sama dengan	$123 = 1\#123 = (1\#1)\#123$
$1\#(1\#132) = 1\#132 = 132$	sama dengan	$132 = 1\#132 = (1\#1)\#132$
$1\#(1\#12) = 1\#12 = 12$	sama dengan	$12 = 1\#12 = (1\#1)\#12$
.....		
$23\#(23\#13) = 23\#13 = 13$	sama dengan	$13 = 1\#13 = (23\#23)\#13$
$23\#(23\#23) = 23\#1 = 23$	sama dengan	$23 = 1\#23 = (23\#23)\#23$

Terbukti operasi pada sistem aljabar (H,#) bersifat asosiatif. Sehingga (G,\*) dan (H,#) memenuhi sifat tertutup dan asosiatif. Maka (G,\*) dan (H,#) memenuhi syarat semigrup.

**3. Elemen identitas**

Untuk sistem aljabar (G,\*) terdapat elemen identitas gabungan,  $e = 0$ .

$0*0 = 0$  ;  $1*0 = 0*1 = 1$  ;  $2*0 = 0*2 = 2$

Untuk sistem aljabar (H,#) juga terdapat elemen identitas gabungan,  $e = (1)$

$(1)\#(1) = (1)$  ;  $(1\ 2\ 3)\#(1) = (1)\#(1\ 2\ 3) = (1\ 2\ 3)$  ;  $(1\ 3\ 2)\#(1) = (1)\#(1\ 3\ 2) = (1\ 3\ 2)$

$(1\ 2)\#(1) = (1)\#(1\ 2) = (1\ 2)$ ;  $(1\ 3)\#(1) = (1)\#(1\ 3) = (1\ 3)$  dan  $(2\ 3)\#(1) = (1)\#(2\ 3) = (2\ 3)$

(G,\*) dan (H,#) memenuhi sifat semigrup dan memiliki elemen identitas. Maka (G,\*) dan (H,#) memenuhi syarat monoid.

**4. Invers**

Setiap elemen dalam sistem aljabar (G,\*) memiliki invers.

Invers 0 adalah 0 ; Invers 1 adalah 2 ; Invers 2 adalah 1

Setiap elemen dalam sistem aljabar (H,#) juga memiliki invers.

Invers (1) adalah (1) ; Invers (1 2 3) adalah (1 3 2); Invers (1 3 2) adalah (1 2 3)

Invers (1 2) adalah (1 2) ; Invers (1 3) adalah (1 3) dan Invers (2 3) adalah (2 3)

(G,\*) dan (H,#) memenuhi sifat Monoid dan tiap elemennya memiliki invers.

Maka (G,\*) dan (H,#) memenuhi syarat Grup.

**5. Komutatif**

Untuk sistem aljabar (G,\*) dilakukan pengujian terhadap semua kemungkinan pasangan operasi sebagai berikut.

**Tabel 5.** Hasil Uji Komutatif (G,\*)

$0*0 = 0$	sama dengan	$0 = 0*0$
$0*1 = 1$	sama dengan	$1 = 1*0$
$0*2 = 2$	sama dengan	$2 = 2*0$
$1*0 = 1$	sama dengan	$1 = 0*1$
$2*0 = 2$	sama dengan	$2 = 0*2$
$2*1 = 0$	sama dengan	$0 = 1*2$
$2*2 = 1$	sama dengan	$1 = 2*2$

Terbukti operasi pada  $(G, *)$  memenuhi sifat komutatif.

Demikian pula untuk sistem aljabar  $(H, \#)$  dilakukan pengujian terhadap semua kemungkinan pasangan operasi, di mana terbukti operasi pada  $(H, \#)$  tidak memenuhi sifat komutatif.

**Grup Abelian (Komutatif)**

Karena  $(G, *)$  memenuhi sifat komutatif, maka  $(G, *)$  merupakan grup abelian (komutatif).

Sebaliknya grup  $(H, \#)$  tidak memenuhi sifat komutatif maka grup  $(H, \#)$  bukan merupakan grup abelian (komutatif).

**Grup Siklik**

Untuk sistem aljabar  $(G, *)$  dilakukan pengujian operasi tiap elemen dengan dirinya sendiri sebagai berikut.

$$0 = 0*0$$

$$\begin{aligned} 0 &= 1*1*1 \\ 1 &= 1*1*1*1 \\ 2 &= 1*1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= 2*2*2 \\ 1 &= 2*2 \\ 2 &= 2*2*2*2 \end{aligned}$$

Ada elemen 1 dan 2 yang hasil operasi dengan dirinya sendiri dapat menghasilkan seluruh elemen dalam himpunan  $G$ , maka  $(G, *)$  adalah grup siklik.

Demikian pula untuk sistem aljabar  $(H, \#)$  dilakukan pengujian operasi tiap elemen dengan dirinya sendiri sebagai berikut.

$$(1) = (1)\#(1)$$

$$\begin{aligned} (1) &= (1\ 2\ 3)\#(1\ 2\ 3)\#(1\ 2\ 3) \\ (1\ 2\ 3) &= (1\ 2\ 3)\#(1\ 2\ 3)\#(1\ 2\ 3)\#(1\ 2\ 3) \\ (1\ 3\ 2) &= (1\ 2\ 3)\#(1\ 2\ 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) &= (1\ 3\ 2)\#(1\ 3\ 2)\#(1\ 3\ 2) \\ (1\ 2\ 3) &= (1\ 3\ 2)\#(1\ 3\ 2) \\ (1\ 3\ 2) &= (1\ 3\ 2)\#(1\ 3\ 2)\#(1\ 3\ 2)\#(1\ 3\ 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) &= (1\ 2)\#(1\ 2) \\ (1\ 2) &= (1\ 2)\#(1\ 2)\#(1\ 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) &= (1\ 3)\#(1\ 3) \\ (1\ 3) &= (1\ 3)\#(1\ 3)\#(1\ 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) &= (2\ 3)\#(2\ 3) \\ (2\ 3) &= (2\ 3)\#(2\ 3)\#(2\ 3) \end{aligned}$$

Tidak ada elemen pada grup  $H$  yang hasil operasi dengan dirinya sendiri dapat menghasilkan seluruh elemen dalam himpunan  $H$ , maka  $(H, \#)$  bukan Grup Siklik.[7]

**Grup Aperiodik dan Periodik**

Berikut adalah order unsurnya pada grup  $(G, *)$ :

$$\begin{aligned} \theta(0) &= 1 \rightarrow \text{unkes} \\ \theta(1) &= 3 \\ \theta(2) &= 3 \end{aligned}$$

Karena order unsur-unsurnya berhingga maka grup  $(G, *)$  adalah grup periodik.

Dilakukan uji yang sama pada grup  $(H, \#)$ . Berikut adalah order unsurnya:

$$\begin{aligned} \theta((1)) &= 1 \rightarrow \text{unkes} \\ \theta((123)) &= 3 \\ \theta((132)) &= 3 \\ \theta((12)) &= 2 \\ \theta((13)) &= 2 \\ \theta((23)) &= 2 \end{aligned}$$

Karena order unsur-unsurnya berhingga maka grup  $(H, \#)$  adalah grup periodik.

**Subgrup Normal**

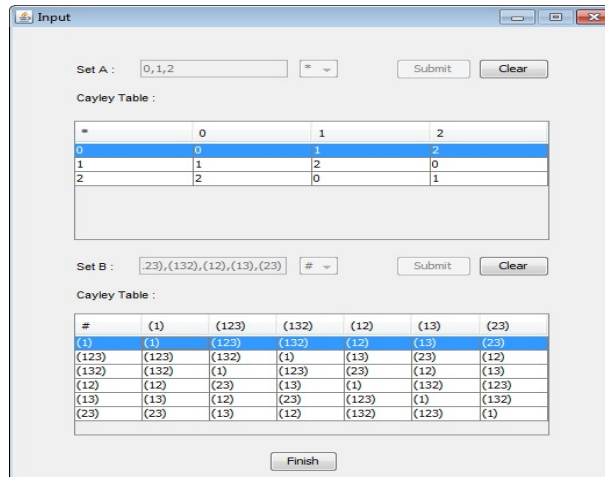
$H = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3)\}$  bukan merupakan himpunan bagian dari  $G = \{0, 1, 2\}$  maka  $H$  bukan merupakan subgrup dari  $G$  sehingga tidak dapat dibuktikan. Begitupula sebaliknya,  $G = \{0, 1, 2\}$  bukan merupakan himpunan bagian dari  $H = \{(1), (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2), (1\ 2), (1\ 3), (2\ 3)\}$  maka  $G$  bukan merupakan subgrup dari  $H$  sehingga tidak dapat dibuktikan.

### Grup Faktor

Salah satu syarat dari grup faktor adalah grup tersebut memiliki subgrup normal namun karena pembuktian sebelumnya  $(G,*)$  dan  $(H,\#)$  keduanya bukan merupakan subgrup normal, maka grup factor tidak dapat dibuktikan.

### Pengujian dengan Aplikasi

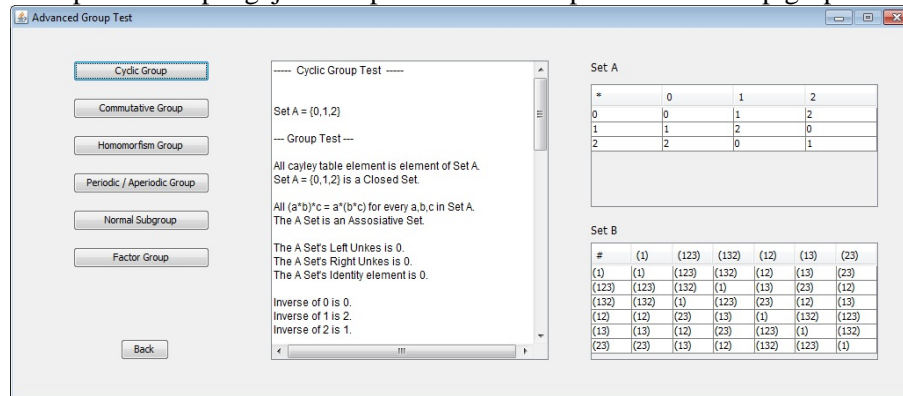
Seperti contoh sistem aljabar di atas, sekarang akan diproses dengan menggunakan program aplikasi pengujian yang telah dikembangkan untuk melihat apakah program aplikasi dapat memberikan hasil yang tepat, sesuai dengan pengujian secara manual. Pertama-tama, perlu di-input elemen dari masing-masing sistem aljabar, seperti berikut.



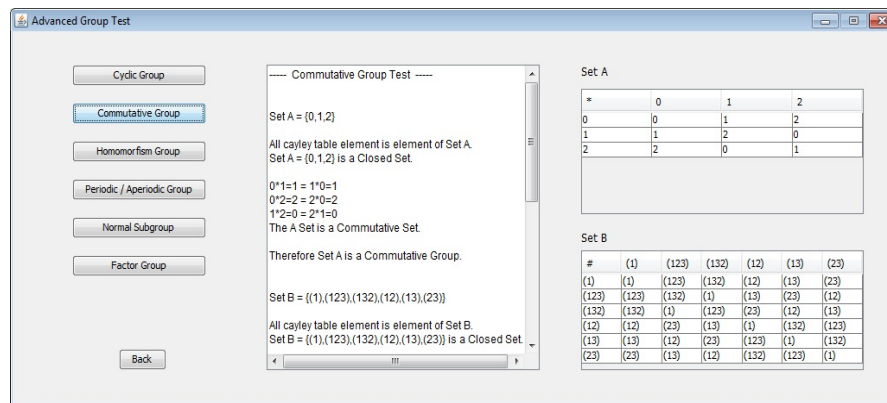
Gambar 2. Input Elemen Masing Himpunan

Setelah tiap elemen hasil operasi selesai di-input, tombol **Finish** perlu ditekan. Kemudian program akan menuju pada tampilan selanjutnya.

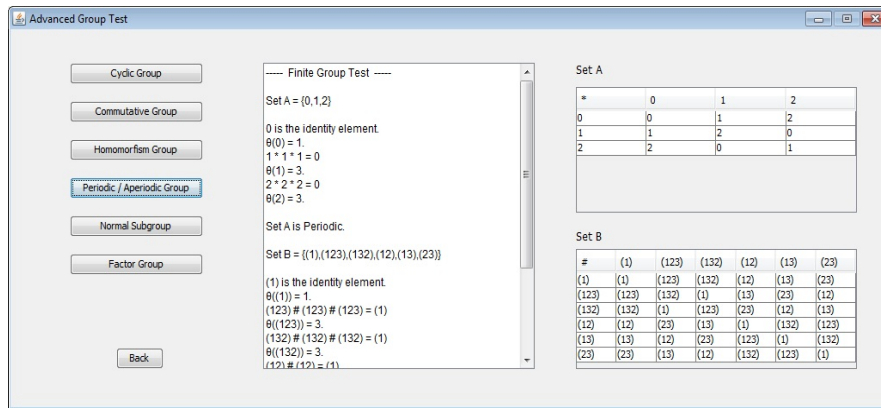
Berikut adalah tampilan hasil pengujian himpunan A dan himpunan B terhadap grup khusus.



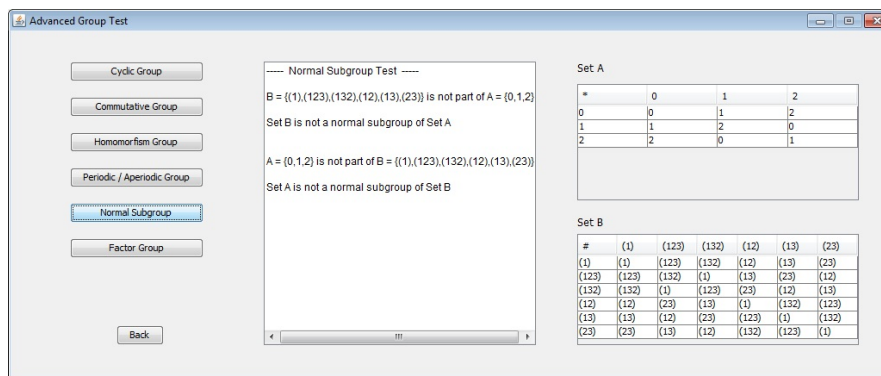
Gambar 3. Hasil Uji Grup Siklik



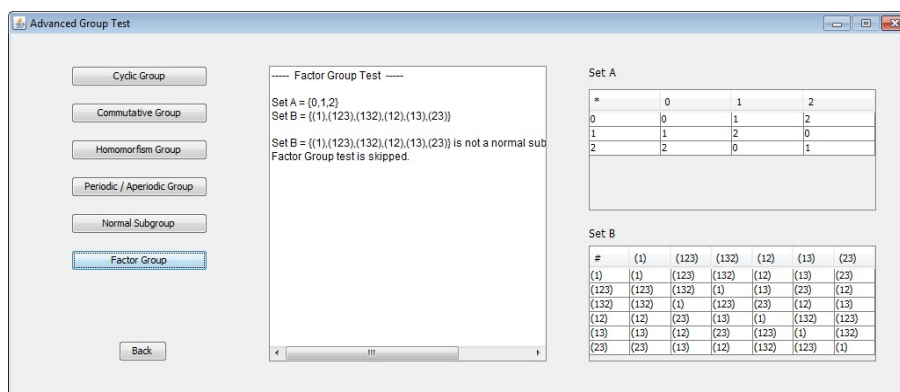
Gambar 4. Hasil Uji Grup Komutatif



Gambar 5. Hasil Uji Grup Periodik dan Aperiodik



Gambar 6. Hasil Uji Subgrup Normal



Gambar 7. Hasil Uji Grup Faktor

Dengan melihat perbandingan hasil antara pengujian secara manual dengan pengujian melalui program aplikasi, dapat dilihat bahwa program aplikasi dapat memberikan hasil pengujian yang tepat, sama dengan pengujian secara manual.

## KESIMPULAN

Dari analisis dan pengujian terhadap contoh kasus sistem aljabar, dapat disimpulkan bahwa program pengujian dapat memberikan hasil yang tepat, sesuai dengan sifat-sifat yang ada. Program aplikasi ini jauh lebih efisien dibandingkan dengan melakukan pengujian secara manual sehingga waktu pengerjaan yang ditempuh lebih singkat. Program ini dinilai dapat memenuhi tujuannya karena pengguna mudah memahami klasifikasi sistem aljabar beserta sifat-sifatnya karena program memberikan penjelasan hasil pengujian secara bertahap, detail, dan jelas.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bergstra, J.A and Tucker, J.V, 2008, Division Safe Calculation in Totalised Fields, *Theory Computer System*, Vol 43, 01 p 410-424

- [2] Carlson, D., 2003, The Teaching and Learning of Tertiary Algebra, *Prosiding Seminar Nasional Aljabar dan Pengajaran Aljabar di Perguruan Tinggi*, Jogjakarta.
- [3] Lethbridge, timoty C, Laganiere, Robert, 2002. *Object Oriented Software Engineering: practical Software Developmnet Using UML and Java*, McGraw-Hill, New York.
- [4] Okur, M, 2006. Computer Applications in Teaching Abstract Algebra, *International Journal of Applied Science and Technology*, Vol 1, No.1, March 2011, p 20-27
- [5] Pevtsova, et al. 2009. Varieties for Modules of Quantum Elementary Abelian Groups. *Algebras and Representation Theory* Vol.12 No.2-5 p74-86
- [6] Turban, Efraim, Rainer, R Kelly Jr, Potter, Richard E, 2004. *Introduction to Information Technology*. John Wiley and Sons, London
- [7] Wallace, D. A. R. 2004. The algebraic stucture of group rings.,*Bulletin of American Mathematical Society* vol. 1 No. 2 .
- [8] Weisstein, et al. 2009. Noncommutative Rings and Geometry. *Algebras and Representation Theory* vol. 12 No. 2-5. p 15-25

## STRATEGI VAKSINASI *PULSE* UNTUK MENGATASI EPIDEMI PENYAKIT CAMPAK BERDASARKAN MODEL SIR

Nikenasih Binatari, M.Si., Eminugroho Ratna Sari, M.Sc.

### Abstrak

Berdasarkan teori dinamika populasi dalam lingkungan, dihipotesiskan bahwa epidemi campak dapat dikendalikan secara efisien oleh vaksinasi *pulse* yaitu dengan pemberian vaksin secara periodik. Keadaan sistem dapat dianalisa dengan model yang representative terhadap perilaku sistem. Pengembangan model SIR dengan melibatkan parameter  $p$ , proporsi banyaknya individu yang tervaksin setiap periode waktu, digunakan sebagai model paling sederhana.

Berdasarkan model yang diperoleh pada akhir penelitian dapat dianalisa bahwa epidemi campak dapat dikendalikan jika proporsi  $p$  memenuhi

$$\frac{(mT - p)(e^{mT} - 1) + mpT}{mT(p - 1 + e^{mT})} < \frac{m + \alpha}{\beta}. \text{ Hal ini berarti bahwa pemberian vaksin}$$

kepada individu yang rentan terhadap penyakit, secara berulang-ulang (dengan periode tertentu), memungkinkan pembasmian kejangkitan penyakit campak dari seluruh populasi.

**Kata Kunci:** vaksinasi *pulse*, SIR, epidemi penyakit campak

## PENDAHULUAN

### Latar Belakang Masalah

Campak adalah penyakit yang disebabkan oleh infeksi virus yang menular pada anak-anak, dan terkadang juga menyerang orang dewasa. Penyakit ini ditandai dengan demam tinggi, radang selaput mata, dan bercak kemerahan pada kulit. Anak kurang gizi mudah terserang komplikasi yang fatal. Campak disebabkan oleh *Paramiksovirus*. Penularan terjadi melalui percikan ludah dari hidung, mulut, maupun tenggorokan. Penderita bisa menularkan penyakit dalam waktu 2-4 hari sebelum timbul ruam kulit dan selama ruam kulit ada. Masa inkubasi 10-14 hari sebelum gejala muncul.

Sebelum vaksinasi campak digunakan secara meluas, wabah campak terjadi setiap 2-3 tahun, terutama pada anak-anak usia pra-sekolah dan anak-anak SD. Jika seseorang pernah menderita campak, maka seumur hidupnya dia akan kebal terhadap penyakit ini. Data yang ada menyebutkan, kematian akibat campak di dunia yang dilaporkan pada 2002 mencapai 777.000 orang. Di negara-negara ASEAN terdapat 202.000 orang meninggal akibat campak dan 15 % (30.300 orang) diantaranya berasal dari Indonesia. Setiap tahun diperkirakan 30.000 anak Indonesia meninggal karena komplikasi yang diakibatkan campak. Hal ini berarti, kira-kira ada 1 anak yang meninggal setiap 20 menitnya (Depkes RI, 2007).

Baik langsung maupun tidak langsung, penyakit campak merupakan salah satu penyakit yang dapat mengakibatkan kematian. Pemerintah Indonesia telah melakukan beberapa upaya untuk mereduksi kematian, salah satunya yaitu dengan pemberian imunisasi campak. Di Indonesia, program imunisasi campak telah dimulai sejak 1984 dengan kebijakan memberikan 1 dosis pada bayi usia 9 bulan. Pada awalnya cakupan campak sebesar 12,7 persen di tahun 1984, kemudian meningkat sampai di atas 80 persen pada tahun 1990 dan seterusnya bertahan di atas angka tersebut sampai 2006. Pemberian vaksin pada bayi usia 9 bulan ini berdasarkan atas konsep lama 'strategi imunisasi waktu konstan'.

Meskipun pemberian imunisasi telah diberikan, bahkan dengan dosis yang semakin tinggi, perkembangan penyakit campak masih belum dapat dikendalikan. Bahkan, individu yang telah divaksin masih dapat terinfeksi campak. Strategi yang baru untuk mengendalikan penyakit campak kemudian dikemukakan, yaitu dengan pemberian vaksin secara periodik, yang dikenal dengan

strategi vaksinasi *pulse*. Strategi ini digunakan untuk mempercepat reduksi perkembangan penyakit campak. Harapannya strategi ini dapat menghilangkan kemungkinan terjadinya epidemi atas penyakit campak. Strategi ini didasarkan atas sugesti bahwa penyakit campak dapat dikendalikan secara efektif ketika proses alami yang bersifat sementara ditimbulkan oleh proses lain yang bersifat sementara pula.

Dalam penelitian ini, akan dirumuskan pembentukan model matematika berdasarkan model SIR dengan pemberian vaksin secara periodik pada populasi kelas rentan. Selanjutnya akan dianalisa titik ekuilibrium dan kestabilan di sekitar titik ekuilibrium sehingga dapat disimpulkan mengenai keefektifan pemberian vaksin secara periodik tersebut kepada kelas rentan.

#### **Identifikasi masalah**

Berdasarkan latar belakang masalah diatas, dapat diidentifikasi beberapa masalah. Adanya perbedaan yang signifikan antara strategi vaksinasi pada penyakit campak. Pada strategi konvensional, individu yang baru saja lahir tidak mempunyai peran dalam menyebarkan penyakit campak. Pemberian vaksin campak dilakukan pada bayi usia 9 bulan dan vaksin hanya dilakukan satu kali seumur hidup. Berbeda dengan strategi konvensional, strategi vaksinasi *pulse* didasarkan bahwa anak usia sekolah, rentang usia 5 tahun – 16 tahun mempunyai peranan besar dalam menyebarkan penyakit campak. Oleh karena itu diperlukan pemberian vaksin secara periodik pada individu.

Pada penelitian kali ini, akan diuji keberhasilan vaksinasi *pulse* dari segi matematisnya. Analisa keberhasilan didasarkan atas perilaku sistem dalam model yang dibangun.

#### **Rumusan Masalah**

Dari identifikasi masalah tersebut, dapat dirumuskan masalah mengenai faktor yang diperlukan agar pemberian vaksin secara periodik terhadap individu yang rentan terhadap penyakit campak efektif untuk dilakukan, sehingga dapat mengurangi keterjangkitan terhadap penyakit campak.

### **HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN**

Dalam penelitian ini, akan dikonstruksi suatu model matematika yang representative terhadap pola penyebaran penyakit campak khususnya pada anak usia dini dengan batasan, asumsi, dan parameter yang didefinisikan.

#### **Sistem Dinamika Model SIR pada Penyakit Campak dengan Vaksinasi Pulse**

Pembangunan model dimulai dengan mengklasifikasikan individu dalam populasi menjadi tiga kelas

- Kelas rentan (*susceptible/S*), yaitu kelompok individu yang sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit
  - Kelas terinfeksi (*infected/I*), yaitu kelompok individu yang terinfeksi penyakit dan dapat sembuh dari penyakit
  - Kelas sembuh (*removed, recover/R*), yaitu kelompok individu yang telah sembuh dari penyakit
- Sesuai dengan kondisi pada penyebaran penyakit campak, model SIR kemudian dibatasi oleh asumsi-asumsi berikut ini :
- Populasi tertutup, dalam arti tidak ada kelahiran, kematian dan migrasi. Jumlah populasi konstan  $N$ .
  - Hanya menular apabila terjadi kontak langsung dengan penderita.
  - Individu yang sembuh mempunyai kekebalan permanen, dalam arti setelah sembuh individu tidak bisa menjadi rentan lagi.
  - Masa inkubasi sangat singkat.
  - Laju kenaikan jumlah individu di kelas  $I$  sebanding dengan jumlah individu kelas  $S$  dan  $I$  yaitu  $\beta SI$ . Laju penurunan jumlah individu kelas  $S$  juga  $\beta SI$ .
  - Laju kenaikan jumlah individu pada kelas  $R$  sebanding dengan jumlah individu kelas  $I$  yaitu  $\alpha I$ .
  - Laju kelahiran dan kematian diasumsikan sama yaitu  $m$  yang artinya harapan hidup adalah  $1/m$ .

Model SIR klasik sebelum adanya vaksinasi yang sesuai dengan asumsi diatas adalah



$$\frac{dS}{dt} = mN - (\beta I + m)S, \quad \frac{dI}{dt} = \beta IS - mI - \alpha I, \quad \frac{dR}{dt} = \alpha I - mR \quad (4.1)$$

dimana  $S(t) + I(t) + R(t) = N$  untuk setiap  $t$ .

Analisa pada model tersebut bergantung pada nilai *basic reproduction number*  $R_0$ , yaitu banyaknya individu rentan yang kemudian terinfeksi jika berinteraksi dengan penderita (dalam hal ini, penderita campak) dan banyaknya individu yang rentan, terinfeksi, dan sembuh mula-mula. Sistem Dinamika (4.1) mempunyai dua titik kesetimbangan

- Jika banyaknya individu yang rentan dan individu yang terinfeksi disekitar  $(N,0)$  dengan  $R_0 < 1$ , artinya setiap interaksi dengan penderita tidak cukup kuat untuk menginfeksi individu yang rentan, maka penyebaran penyakit campak tidak akan mewabah dan cenderung menghilang. Kondisi ini kemudian dikatakan stabil asimtotik disekitar titik kesetimbangan  $(N,0)$  jika  $R_0 < 1$ . Oleh karena itu, pada titik kesetimbangan  $(N,0)$  penyakit campak tidak mewabah dan cenderung menghilang, maka titik kesetimbangan  $(N,0)$  disebut juga dengan titik kesetimbangan bebas penyakit (*free disease equilibrium point*).

- Jika banyaknya individu yang rentan dan individu yang terinfeksi disekitar  $\left( \frac{\alpha + m}{\beta}, \frac{mN - m\left(\frac{\alpha + m}{\beta}\right)}{\alpha + m} \right)$  dengan  $R_0 > 1$ , maka penyebaran penyakit campak akan

mewabah tetapi tidak mencapai kepunahan. Banyaknya individu yang rentan dan individu

terinfeksi akan bergerak menuju nilai  $\left( \frac{\alpha + m}{\beta}, \frac{mN - m\left(\frac{\alpha + m}{\beta}\right)}{\alpha + m} \right)$ . Kondisi ini kemudian

juga dikatakan stabil asimtotik disekitar titik kesetimbangan  $\left( \frac{\alpha + m}{\beta}, \frac{mN - m\left(\frac{\alpha + m}{\beta}\right)}{\alpha + m} \right)$ .

Oleh karena terdapat individu yang terinfeksi pada titik kesetimbangan ini, maka titik kesetimbangan ini disebut dengan titik kesetimbangan epidemic (*epidemic equilibrium point*).

Vaksinasi dalam penelitian ini hanya diberikan pada individu yang rentan terhadap penyakit. Individu yang terinfeksi penyakit maupun yang sudah sembuh tidak diberikan vaksinasi. Pada vaksinasi konstan  $p$  bagian, yaitu vaksinasi yang hanya diberikan satu kali dan diawal waktu, maka sistem dinamika model SIR yang sesuai adalah

$$\frac{dS}{dt} = (1-p)mN - (\beta I + m)S \quad \frac{dI}{dt} = \beta IS - mI - \alpha I \quad \frac{dR}{dt} = \alpha I - mR + pmN \quad (4.2)$$

Skema dari vaksinasi pulse yaitu memberikan vaksinasi sebesar  $p$  bagian dari semua individu yang rentan terhadap penyakit campak secara periodic setiap  $T$  tahun. Akibatnya, banyaknya individu yang rentan pada suatu periode berkurang sebanyak  $p$  bagian dari individu yang rentan pada periode sebelumnya. Misalkan  $t_n$  adalah waktu dimana vaksinasi pulse ke- $n$  dilakukan, maka pernyataan pada kalimat sebelumnya dapat dinyatakan dalam simbol matematika sebagai berikut

$$S(t_n) = (1-p)S(t_n^-) \quad (4.3)$$

dimana  $t_{n+1} = t_n + T$  dan  $t_n^-$  adalah waktu sesaat sebelum vaksinasi pulse ke- $n$  atau

$$S(t_n^-) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} S(t_n - \varepsilon), \quad \varepsilon > 0.$$

Diketahui sebelumnya bahwa dalam vaksinasi pulse, vaksin diberikan secara periodik pada individu yang rentan, oleh karena itu sistem dinamika model SIR yang sesuai dengan vaksinasi pulse adalah

$$\frac{dS}{dt} = m(N - S) - \beta SI - p \sum_{n=0}^{\infty} S(t_n^-) \delta(t - t_n) \quad \frac{dI}{dt} = \beta IS - mI - \alpha I \quad \frac{dR}{dt} = \alpha I - mR + p \sum_{n=0}^{\infty} S(t_n^-) \delta(t - t_n) \quad (4.4)$$

Misalkan setelah vaksinasi ke- $n$ , banyaknya individu yang terinfeksi adalah 0,  $I(t) = 0 \quad t \geq t_n$ , maka solusi bebas penyakit pada Sistem Dinamika (4.4) dengan vaksinasi pulse untuk banyaknya individu yang rentan harus memenuhi hubungan

$$\frac{dS}{dt} = m(N - S) - pS(t_{n+1}^-) \delta(t - t_{n+1}) \quad (4.5)$$

dimana  $S(t_{n+1}) = (1 - p)S(t_{n+1}^-)$  dan  $t_{n+1} = t_n + T$ .

Dari persamaan kedua pada Sistem Dinamika (4.4)

$$\frac{dI}{dt} = \beta IS - mI - \alpha I$$

diperoleh bahwa

$$\frac{dI}{dt} = (-m - \alpha)I \left(1 - \frac{\beta S}{m + \alpha}\right)$$

Dari persamaan terakhir ini, kemudian diperoleh *basic reproduction number* sebagai berikut

$$R_0 = \frac{\beta S}{m + \alpha}$$

### Solusi Bebas Penyakit

Tujuan dari adanya vaksinasi pulse yaitu penyebaran penyakit campak tidak mewabah dan tidak ada individu yang terinfeksi penyakit ini. Oleh karena itu, penelitian ini hanya akan difokuskan pada titik kesetimbangan bebas penyakit saja. Titik kesetimbangan bebas penyakit ini kemudian disebut dengan solusi bebas penyakit. Jadi, langkah yang akan dilakukan pada penelitian ini adalah mencari titik kesetimbangan bebas penyakit pada model yang representative terhadap perilaku penularan penyakit campak kemudian menganalisa perilaku sistem disekitar titik kesetimbangan bebas penyakit tersebut.

Misalkan  $F$  adalah pemetaan yang menyatakan hubungan antara banyaknya individu yang rentan sesaat setelah vaksinasi pulse ke- $n+1$  dengan banyaknya individu yang rentan sesaat setelah vaksinasi pulsa ke- $n$ , maka

$$S_{n+1} = F(S_n)$$

Titik tetap  $S^*$  pada interval waktu  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$  untuk pemetaan  $F$  tersebut adalah

$$S^* = \frac{(1-p)N}{1 - (1-p)e^{-mT}} = \frac{(1-p)(e^{mT} - 1)}{e^{mT} + p - 1} N \quad (4.6)$$

Oleh karena tujuan penelitian adalah mencari banyaknya individu rentan yang perlu divaksin dengan vaksinasi pulse secara periodic sehingga tidak ada individu yang terinfeksi, maka titik tetap  $S^*$  haruslah sama dengan banyaknya individu mula-mula yang rentan sesaat setelah vaksinasi pulse ke- $n$ , atau  $S^* = S_n$ .

Dengan demikian, solusi bebas penyakit pada Sistem Dinamika (4.5) pada interval waktu  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$  adalah

$$\tilde{S}(t) = \begin{cases} N \left\{ 1 + \frac{pe^{mT}}{1-p-e^{mT}} e^{-m(t-t_n)} \right\}, & t_n \leq t < t_{n+1} \\ \frac{(1-p)(e^{mT}-1)}{e^{mT}+p-1} N, & t = t_{n+1} \end{cases}$$

$$\tilde{I}(t) = 0 \quad (4.7)$$

Solusi bebas penyakit ini disebut juga dengan titik kesetimbangan bebas penyakit.

#### Analisa Kestabilan di Sekitar Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Selanjutnya akan dianalisa sifat kestabilan Sistem Dinamika (4.4) di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit. Misalkan

$$F(S, I) = m(N - S) - \beta SI - p \sum_{n=0}^{\infty} S(t_n^-) \delta(t - t_n) \quad G(S, I) = \beta IS - mI - \alpha I \quad (4.8)$$

Kedua fungsi diatas merupakan fungsi nonlinear. Dengan menggunakan deret taylor di titik kesetimbangannya, maka diperoleh system persamaan diferensial linear

$$\frac{dS}{dt} = (-m)(S - \tilde{S}) + (-\beta \tilde{S})(I)$$

$$\frac{dI}{dt} = (\beta \tilde{S} - m - \alpha)(I) \quad (4.9)$$

Matriks Jacobian yang bisa dibentuk dari Sistem (4.9) adalah  $\begin{bmatrix} -m & -\beta \tilde{S} \\ 0 & \beta \tilde{S} - m - \alpha \end{bmatrix}$

Analisa kestabilan dari sistem di sekitar titik kesetimbangan dapat dilakukan dengan memperhatikan nilai eigen dari matriks jacobian, yaitu

$$\lambda_1 = -m \quad \lambda_2 = -m + \beta \tilde{S} - \alpha$$

Titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik jika kedua nilai eigen bernilai negatif. Darisini dapat diambil kesimpulan bahwa jika

$$R_0 < 1$$

maka kedua nilai eigen bernilai negative, yang berakibat bahwa sistem akan stabil asimtotik di sekitar titik kesetimbangan bebas penyakit jika *basic reproduction number* bernilai kurang dari satu.

#### Proporsi Vaksinasi Pulse

Diperhatikan Persamaan (4.6),

$$S^* = \frac{(1-p)N}{1-(1-p)e^{-mT}} = \frac{(1-p)(e^{mT}-1)}{e^{mT}+p-1} N$$

Dalam hal ini epidemic campak dapat dikendalikan jika proporsi  $p$  memenuhi

$$\frac{(mT-p)(e^{mT}-1) + mpT}{mT(p-1+e^{mT})} < \frac{m+\alpha}{\beta}$$

Artinya bahwa pemberian vaksinasi kepada individu yang rentan terhadap penyakit, secara berulang-ulang (dengan periode tertentu), memungkinkan pembasmian kejangkitan penyakit campak dari seluruh populasi.

## KESIMPULAN dan SARAN

### Kesimpulan

Sistem dinamika model SIR yang sesuai dengan vaksinasi pulse adalah

$$\frac{dS}{dt} = m(N - S) - \beta SI - p \sum_{n=0}^{\infty} S(t_n^-) \delta(t - t_n) \quad \frac{dI}{dt} = \beta IS - mI - \alpha I \quad \frac{dR}{dt} = \alpha I - mR + p \sum_{n=0}^{\infty} S(t_n^-) \delta(t - t_n)$$

Tujuan dari adanya vaksinasi pulse yaitu penyebaran penyakit campak tidak mewabah dan tidak ada individu yang terinfeksi penyakit ini. Oleh karena itu, penelitian ini hanya akan difokuskan pada titik kesetimbangan bebas penyakit saja. Titik kesetimbangan bebas penyakit ini kemudian disebut dengan solusi bebas penyakit.

Berdasarkan Sistem tersebut, diperoleh solusi bebas penyakit

$$\tilde{S}(t) = \begin{cases} N \left\{ 1 + \frac{pe^{mT}}{1-p-e^{mT}} e^{-m(t-t_n)} \right\}, & t_n \leq t < t_{n+1} \\ \frac{(1-p)(e^{mT}-1)}{e^{mT}+p-1} N, & t = t_{n+1} \end{cases}$$

$$\tilde{I}(t) = 0$$

Selanjutnya, epidemic campak dapat dikendalikan jika proporsi  $p$  memenuhi

$$\frac{(mT-p)(e^{mT}-1) + mpT}{mT(p-1+e^{mT})} < \frac{m+\alpha}{\beta}$$

Artinya bahwa pemberian vaksinasi kepada individu yang rentan terhadap penyakit, secara berulang-ulang (dengan periode tertentu), memungkinkan pembasmian kejangkitan penyakit campak dari seluruh populasi

### Saran

Penelitian ini masih jauh dari kata sempurna. Untuk itu diperlukan berbagai perbaikan dan pengembangan untuk penelitian selanjutnya. Salah satunya adalah dapat menghitung waktu maksimal untuk setiap periode vaksinasi sedemikian sehingga epidemic campak dapat dicegah.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Brauer, Fred. Castillo-Chavez, Carlos. 2001. *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. Springer-Verlag New York, Inc.
- [2] Depkes RI. 2007. *Peta Kesehatan Indonesia 2007*. Diakses melalui <http://www.depkes.go.id/downloads/publikasi/Peta%20Kesehatan%202007.pdf> pada tanggal 4 November 2011.
- [3] Kermack, W.O., and Mc. Kendrick, 1927, A Contribution to The Mathematical Theory of Epidemics, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* , pp. 700-721.
- [4] Perko, L., 1991, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer-Verlag, New York.
- [5] Shulgin, Boris. Stone, Lewi. Agur, Zvia. 1998. *Pulse Vaccination Strategy in the SIR Epidemic Model*. *Bulletin of Mathematical Biology* 60. 1123 – 1148.

**PEMODELAN *STRUCTURAL EQUATION MODELING* (SEM)  
BERBASIS VARIANS PADA DERAJAT KESEHATAN  
DI PROPINSI JAWA TIMUR 2010**

<sup>1</sup>Noermayanti Hidayat dan <sup>2</sup>Dr.Bambang Widjanarko Otok, S.Si, M.Si

<sup>1</sup>Mahasiswa S2 Jurusan Statistika- FMIPA ITS, Surabaya

<sup>2</sup>Dosen Pembimbing, Jurusan Statistika- FMIPA ITS

[Noermayanti.hidayat@yahoo.com](mailto:Noermayanti.hidayat@yahoo.com)

**Abstrak**

Selama lebih dari tiga dasawarsa, Indonesia telah melaksanakan berbagai upaya dalam rangka meningkatkan kesehatan dan kesejahteraan masyarakat. Namun demikian, walau sudah dicapai banyak kemajuan tetapi keadaan kesehatan masyarakat di Indonesia masih tertinggal jika dibandingkan dengan beberapa negara tetangga. Angka kematian bayi misalnya, di Indonesia sendiri angka kematian bayi berada di urutan atas diantara negara-negara anggota South East Asia Medical Information Center (SEAMIC), serta sebagian besar masyarakat Indonesia sendiri baik yang berada di pedesaan maupun perkotaan masih sulit untuk mendapatkan pelayanan kesehatan. Untuk mengatasi masalah-masalah tersebut, maka perlu dilakukan penetapan tentang indikator derajat kesehatan untuk mengetahui peningkatan derajat kesehatan masyarakat dan pelayanan kesehatan dapat dirasakan oleh semua lapisan masyarakat.

Derajat kesehatan sendiri dipengaruhi oleh beberapa faktor antara lain lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan. Dalam mencapai derajat kesehatan, faktor-faktor yang mempengaruhi tersebut harus dapat dikendalikan dengan baik, karena semua faktor tersebut tidak dapat diukur secara langsung melainkan pada indikator-indikator yang diketahui. Dalam penelitian ini akan dihubungkan tiga variabel konstruk yang berkaitan dengan derajat kesehatan yaitu variabel lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan untuk melihat apakah ketiga variabel tersebut berpengaruh terhadap derajat kesehatan atau tidak. Salah satu metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan analisis Structural Equation Modeling (SEM) yang berbasis varians yaitu Partial Least Square (PLS) untuk mengetahui kebenaran konsep teori mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi derajat kesehatan masyarakat Jawa Timur. PLS merupakan metode analisis yang powerful karena metode tersebut tidak didasarkan pada banyaknya asumsi dimana seperti data tidak harus berdistribusi multivariat normal dan sampel tidak harus besar. Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk mendapatkan bentuk estimasi parameter dan bentuk estimasi model fit.

Hasil akhir dalam penelitian ini adalah, yang pertama untuk estimasi parameter dalam PLS diperoleh tiga estimasi yaitu estimasi bobot, estimasi jalur, serta estimasi rata-rata dan lokasi parameter, yang kedua untuk model fit yang diperoleh dalam PLS adalah : Derajat kesehatan = -0,213 lingkungan -0,098 perilaku -0,362 pelayanan kesehatan, dengan nilai R-square sebesar 0,269 yang artinya variasi derajat kesehatan dapat dijelaskan oleh variabel konstruk lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan sebesar 26,9 % sedangkan 73,1 % dipengaruhi oleh variabel lain.

**Kata kunci :** Derajat kesehatan, SEM-Varians (PLS)

**PENDAHULUAN**

**Latar Belakang**

Selama lebih dari tiga dasawarsa, Indonesia telah melaksanakan berbagai upaya dalam rangka meningkatkan kesehatan dan kesejahteraan masyarakat. Namun demikian, walau sudah dicapai banyak kemajuan tetapi keadaan kesehatan masyarakat di Indonesia masih tertinggal jika dibandingkan dengan beberapa negara tetangga. Angka kematian bayi misalnya, di Indonesia

sendiri angka kematian bayi berada di urutan atas diantara negara-negara anggota South East Asia Medical Information Center (SEAMIC), serta sebagian besar masyarakat Indonesia sendiri baik yang berada di pedesaan maupun perkotaan masih sulit untuk mendapatkan pelayanan kesehatan. Untuk mengatasi masalah-masalah tersebut, maka perlu dilakukan penetapan tentang indikator derajat kesehatan untuk mengetahui peningkatan derajat kesehatan masyarakat.

Derajat kesehatan sendiri dipengaruhi oleh beberapa faktor antara lain lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan. Dalam mencapai derajat kesehatan, faktor-faktor yang mempengaruhi tersebut harus dapat dikendalikan dengan baik, karena semua faktor tersebut tidak dapat diukur secara langsung melainkan pada indikator-indikator yang diketahui. Dalam penelitian ini akan dihubungkan tiga variabel konstruk yang berkaitan dengan derajat kesehatan yaitu variabel lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan untuk melihat apakah ketiga variabel tersebut berpengaruh terhadap derajat kesehatan atau tidak. Salah satu metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan analisis Structural Equation Modeling (SEM) yang berbasis varians yaitu Partial Least Square (PLS) untuk mengetahui kebenaran konsep teori mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi derajat kesehatan masyarakat Jawa Timur. PLS sendiri merupakan metode analisis yang powerful karena metode tersebut tidak didasarkan pada banyaknya asumsi dimana seperti data tidak harus berdistribusi multivariat normal dan sampel tidak harus besar.

#### **Rumusan Masalah**

1. Bagaimana bentuk estimasi parameter dari *Structural Equation Modeling* (SEM) berbasis varians dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS)?
2. Bagaimana bentuk estimasi model *fit* dari *Structural Equation Modeling* (SEM) berbasis varians dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS) terhadap derajat kesehatan?

#### **Tujuan**

1. Mendapatkan bentuk estimasi parameter dari *Structural Equation Modeling* (SEM) berbasis varians dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS).
2. Mendapatkan bentuk estimasi model *fit* dari *Structural Equation Modeling* (SEM) berbasis varians dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS) terhadap derajat kesehatan.

#### **Manfaat Penelitian**

Manfaat yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah :

1. Sebagai bahan perbandingan dalam mempelajari metode statistik terutama yang berhubungan dengan pemodelan SEM dan yang berbasis varians.
2. Sebagai metode alternatif dalam pemodelan SEM berbasis varians dalam penyimpangan asumsi normalitas bagi para peneliti khususnya dibidang kesehatan.
3. Menambah pengetahuan peneliti tentang penerapan ilmu statistika dalam masalah sosial masyarakat khususnya dalam bidang kesehatan.

#### **Batasan Masalah**

Penelitian ini dibatasi hanya pada kajian pemodelan derajat kesehatan menggunakan analisis *Structural Equation Model* (SEM) berbasis varians dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS).

## **METODE PENELITIAN**

### **Sumber Data**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Propinsi Jawa Timur 2010, yaitu data tentang faktor-faktor yang mempengaruhi dan indikator-indikator yang terkait pada derajat kesehatan untuk tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Jawa Timur yang terdiri dari 38 Kabupaten/Kota.

### **Identifikasi Variabel Penelitian**

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan variabel *observed* atau variabel teramati sebanyak 11 variabel indikator yaitu :

- X1 : Persentase rumah sehat
- X2 : Persentase keluarga yang memiliki akses air bersih
- X3 : Persentase keluarga yang memiliki pengelolaan limbah
- X4 : Persentase peran aktif masyarakat dalam posyandu
- X5 : Persentase bayi yang mendapat ASI eksklusif

X6 : Persentase keluarga miskin (GAKIN) yang berobat pada tenaga kesehatan (khususnya yankes di puskesmas)

X7 : Persentase pertolongan persalinan dengan tenaga kesehatan (dokter, bidan, atau paramedis lain)

X8 : Persentase deteksi tumbuh kembang anak balita

Y1 : Angka kematian bayi (AKB) per 1000 kelahiran hidup

Y2 : Morbiditas (angka kesakitan yang positif terkena penyakit malaria)

Y3 : Status gizi bayi (gizi buruk)

**Variabel Eksogen (Independen) yang digunakan dalam penelitian ini adalah:**

Variabel lingkungan, variabel perilaku, dan variabel pelayanan kesehatan

**Variabel Endogen (Dependen) yang digunakan dalam penelitian ini adalah:**

Variabel Derajat Kesehatan

Variabel laten yang diketahui dalam penelitian ini terdiri dari 4 variabel yaitu variabel lingkungan, variabel perilaku, variabel pelayanan kesehatan, dan variabel derajat kesehatan. Sedangkan variabel-variabel indikator terhadap variabel derajat kesehatan dapat didefinisikan sebagai variabel manifest (variabel teramati) adalah sebagai berikut berikut :

- a. Indikator dari variabel lingkungan (variabel eksogen / independen)
  1. Persentase rumah sehat
  2. Persentase keluarga yang memiliki akses air bersih
  3. Persentase keluarga yang memiliki pengelolaan limbah
- b. Indikator dari variabel perilaku hidup sehat (variabel eksogen / independen)
  1. Persentase peran aktif masyarakat dalam posyandu
  2. Persentase bayi yang mendapat ASI eksklusif
  3. Persentase keluarga miskin (GAKIN) yang berobat pada tenaga kesehatan
- c. Indikator dari variabel pelayanan kesehatan (variabel eksogen / independen)
  1. Persentase pertolongan persalinan dengan tenaga kesehatan (dokter, bidan, atau paramedis lain)
  2. Persentase deteksi tumbuh kembang anak balita melalui pelayanan kesehatan
- d. Indikator dari variabel derajat kesehatan (variabel endogen / dependen)
  1. Angka kematian bayi (AKB) per 1000 kelahiran hidup
  2. Persentase morbiditas (angka kesakitan yang positif terkena penyakit malaria)
  3. Persentase status gizi bayi (gizi buruk)

### Metode Analisis Data

Analisis dilakukan berdasarkan tujuan penelitian, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

#### 1. Estimasi Parameter SEM - *Partial Least Square (PLS)* :

Estimasi parameter pemodelan SEM dengan pendekatan PLS diperoleh melalui proses iterasi tiga tahap dengan menggunakan *Ordinary Last Square (OLS)* yaitu sebagai berikut:

- Tahap pertama menentukan estimasi bobot (*Weight Estimate*) untuk menetapkan skor atau menghitung data variabel laten.
- Tahap kedua menentukan estimasi jalur (estimasi untuk inner dan outer model) yang menghubungkan antar variabel laten dan estimasi loading antara variabel laten dengan indikatornya.
- Tahap ketiga menentukan estimasi rata-rata dan lokasi parameter untuk indikator dan variabel laten.

#### 2. Langkah-langkah analisis model *fit* persamaan struktural dengan SEM- *Partial Least Square (PLS)* :

Dalam penelitian ini, analisis data pada SEM-PLS akan menggunakan bantuan *software SmartPLS*.

- a. Mendapatkan model berbasis konsep dan teori untuk merancang model struktural (hubungan antar variabel laten) dan model pengukurannya, yaitu hubungan antara indikator-indikator dengan variabel laten.
- b. Membuat diagram jalur (*diagram path*) yang menjelaskan pola hubungan antara variabel laten dengan indikatornya.
- c. Konversi diagram jalur kedalam persamaan.

- d. Melakukan evaluasi *goodness of fit* yaitu dengan evaluasi model pengukuran (*outer model*) dengan melihat validitas dan reliabilitas. Jika model pengukuran valid dan reliabel maka dapat dilakukan tahap selanjutnya yaitu evaluasi model struktural. Jika tidak, maka harus kembali mengkonstruksi diagram jalur.
- e. Interpretasi model.

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

### Estimasi Parameter SEM – *Partial Least Square (PLS)*

Estimasi parameter pemodelan persamaan struktural dengan pendekatan *partial least square* diperoleh melalui proses iterasi tiga tahap dan di setiap tahap menghasilkan estimasi.

1. Tahap pertama menghasilkan estimasi bobot (*weight estimate*)  $w_{jh}$

Estimasi bobot  $w_{jh}$  diperoleh melalui dua jalan, yaitu *mode A* dan *mode B*. *Mode A* dirancang untuk memperoleh estimasi bobot dengan tipe indikator refleksif, sedangkan *mode B* dirancang untuk memperoleh estimasi bobot dengan tipe indikator formatif.

#### Mode A

Pada *mode A* bobot  $w_{jh}$  adalah koefisien regresi dari  $Z_j$  dalam regresi sederhana  $X_{jh}$  pada estimasi *inner model*  $Z_j$ .

$$X_{jh} = w_{jh} Z_j + e_{jh}$$

Estimasi untuk *mode A* diperoleh melalui metode OLS dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat  $e_{jh}$ , sebagai berikut :

$$e_{jh} = X_{jh} - w_{jh} Z_j$$

$$\sum_{h=1}^J e_{jh}^2 = \sum_{h=1}^J (X_{jh} - w_{jh} Z_j)^2$$

Kemudian jumlah kuadrat  $e_{jh}$  diturunkan terhadap  $w_{jh}$  sehingga diperoleh bobot untuk *mode A* :

$$\hat{w}_{jh} = \frac{Cov(X_{jh}, Z_j)}{Var(X_j^2)}$$

#### Mode B

Pada *mode B* vektor  $w_j$  dari pembobot  $w_{jh}$  adalah vektor koefisien regresi berganda dari  $Z_j$  pada pusat variabel *manifest*  $(X_{jh} - \bar{X}_{jh})$  yang dihubungkan ke sesama variabel laten  $\xi_j$  :

$$Z_j = w_j X_j + \varepsilon_j$$

$$\varepsilon_j = Z_j - w_j X_j$$

Hitung  $\varepsilon_j^T \varepsilon_j$  :

$$\begin{aligned} \varepsilon_j^T \varepsilon_j &= (Z_j - w_j X_j)^T (Z_j - w_j X_j) \\ &= Z_j^T Z_j - 2w_j X_j^T Z_j + w_j^T w_j X_j^T X_j \end{aligned}$$

Kemudian  $\varepsilon_j^T \varepsilon_j$  diturunkan terhadap  $w_{jh}$  sehingga diperoleh bobot untuk *mode B* :

$$\hat{w}_j = (X_j^T X_j)^{-1} X_j^T Z_j$$

Dimana  $X_j$  adalah matriks dengan kolom yang didefinisikan oleh variabel *manifest*  $(X_{jh} - \bar{X}_{jh})$  yang menghubungkan variabel laten  $\xi_j$  ke- $j$ . Vektor bobot *inner model* adalah  $w_{jh} =$

$(Var(X_j))^{-1} Cov(X_{jh}, Z_j)$  dengan  $Var(X_j)$  adalah matriks kovarians dari  $X_j$  dan  $Cov(X_{jh}, Z_j)$  adalah vektor kolom dari kovarians antara variabel  $X_{jh}$  dan  $Z_j$ .

2. Tahap kedua menghasilkan estimasi jalur yang diperoleh melalui estimasi *inner model* dan *outer model*.

#### Estimasi Inner Model

Dengan mengikuti algoritma PLS dari Wold (1985) dan yang telah diperbaiki oleh Lohmoller's (1989), maka estimasi *inner model*  $Z_j$  dari *standarized* variabel laten  $(\xi_j - m_j)$  didefinisikan dengan



$$Z_j \propto \sum_{i: \xi_i \text{ dihubungkan pada } \xi_j} e_{ji} Y_i$$

Dimana bobot *inner model*  $e_{ji}$  dapat dipilih melalui tiga skema yaitu :

1. Skema jalur (*path schema*)

Variabel laten dihubungkan pada  $\xi_j$  yang dibagi kedalam dua grup yaitu : variabel-variabel laten yang menjelaskan  $\xi_j$  dan diikuti dengan variabel-variabel yang dijelaskan oleh  $\xi_j$  . Jika  $\xi_j$  dijelaskan oleh  $\xi_i$  maka  $e_{ji}$  adalah koefisien regresi berganda  $Y_i$  dari  $Y_j$  . Jika  $\xi_i$  dijelaskan oleh  $\xi_j$  maka  $e_{ji}$  adalah korelasi antara  $Y_i$  dengan  $Y_j$  .

$$e_{ji} = \begin{cases} \text{koefisien regresi berganda } Y_i \text{ dari } Y_j, \text{ jika } \xi_j \text{ dijelaskan oleh } \xi_i \\ \text{Cor}(Y_i Y_j) & \text{jika } \xi_j \text{ dijelaskan oleh } \xi_i \end{cases}$$

2. Skema *centroid* (*centroid schema*)

Bobot *inner model*  $e_{ji}$  merupakan korelasi tanda (*sign correlation*) antara  $Y_i$  dari  $Y_j$  , dan dapat ditulis sebagai berikut :

$$e_{ji} = \text{sign}[\text{Cor}(Y_i Y_j)]$$

3. Skema faktor (*factor schema*)

Bobot *inner model*  $e_{ji}$  merupakan korelasi antara  $Y_i$  dari  $Y_j$  , dan dapat ditulis sebagai berikut :

$$e_{ji} = \text{Cor}(Y_i Y_j)$$

**Estimasi Outer Model**

Estimasi *outer model*  $Y_j$  dari standarisasi variabel laten ( $\xi_j - m_j$ ) dengan rata-rata = 0 dan standart deviasi = 1, diperoleh melalui kombinasi linear dari pusat variabel *manifest* melalui persamaan berikut :

$$Y_j \propto \pm \left[ \sum_{h=1}^J w_{jh} (X_{jh} - \bar{X}_{jh}) \right]$$

Dimana simbol  $\propto$  bermakna bahwa variabel sebelah kiri mewakili variabel sebelah kanan yang distandarisasi. Standarisasi variabel laten dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut :

$$Y_j = X_{jh} + e_j$$

$$\text{Dengan } X_{jh} = w_{jh} Z_j + e_j \text{ dan } Z_j = X_{jh} - \bar{X}_{jh}$$

$$\text{Sehingga } \hat{Y}_j = \sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh} (X_{jh} - \bar{X}_{jh})$$

Dimana koefisien  $w_{jh}$  dan  $\tilde{w}_{jh}$  keduanya dinamakan sebagai pembobot *outer model*.

3. Tahap ketiga menghasilkan estimasi rata-rata (*mean*) dan lokasi parameter (konstanta).

Pada tahap ini, estimasi didasarkan pada matriks data asli dan hasil estimasi bobot dan koefisien jalur pada tahap kedua, tujuannya untuk menghitung rata-rata dan lokasi parameter.

**Estimasi Rata-rata (Mean)  $m_j$**

Estimasi rata-rata (*mean*) diperoleh melalui persamaan sebagai berikut :

$$\xi_j = Y_j + m_j + e_j$$

$$\xi_j - m_j = Y_j + e_j$$

Dengan

$$Y_j = \sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh} (X_{jh} - \bar{X}_{jh})$$

maka

$$\xi_j - m_j = \sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh} (X_{jh} - \bar{X}_{jh})$$

Analogi :

$$\hat{\xi}_j = \sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh} X_{jh} = Y_j + \hat{m}_j$$

Sehingga:

$$\hat{m}_j = \sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh} \bar{X}_{jh}$$

Dimana  $\tilde{w}_{jh}$  didefinisikan sebagai pembobot dari *outer model*, dengan semua variabel *manifest* yaitu pengamatan pada skala pengukuran yang sama. Menurut Fornell (1982), mengatakan bahwa jika estimasi variabel laten pada skala asli maka :

$$\xi_j^* = \frac{\sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh} X_{jh}}{\sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh}}$$

Persamaan diatas dimungkinkan ketika semua pembobot dari *outer model* positif. Seringkali di dalam aplikasi nyata, estimasi variabel laten memerlukan skala 0 – 100 agar memiliki acuan skala untuk di bandingkan dengan *score* individu. Sehingga untuk kasus pengamatan ke-i, lebih muda diperoleh melalui transformasi sebagai berikut :

$$\xi_j^{0-100} = 100 \times \frac{\xi_j^* - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$$

Dimana  $x_{\min}$  dan  $x_{\max}$  adalah nilai minimum dan maksimum dari skala pengukuran umum untuk semua variabel *manifest*.

**Estimasi Lokasi Parameter**

Secara umum koefisien jalur  $b_{ji}$  adalah koefisien regresi berganda dari variabel laten endogen  $Y_j$  yang distandarisasi pada variabel laten penjelas (eksogen)  $Y_i$  .

$$Y_j = \sum_{i=1}^J b_{ji} Y_i + e_j$$

Pada saat variabel laten memusat (*non centered*)  $\hat{\xi}_j$  adalah sama dengan  $Y_j + \hat{m}_j$  . persamaan regresi pada saat variabel laten  $\hat{\xi}_j$  tidak memusat adalah :

$$\hat{\xi}_j = b_{j0} + \sum_{i=1}^J b_{ji} \hat{\xi}_i + e_j$$

$$e_j^2 = \left( \hat{\xi}_j - (b_{j0} + \sum_{i=1}^J b_{ji} \hat{\xi}_i) \right)^2$$

$$= \hat{\xi}_j^2 - 2\hat{\xi}_j b_{j0} - 2\hat{\xi}_j \sum_{i=1}^J b_{ji} \hat{\xi}_i + (b_{j0}^2 + 2b_{j0} \sum_{i=1}^J b_{ji} \hat{\xi}_i + \sum_{i=1}^J b_{ji}^2 \hat{\xi}_i^2)$$

$$\frac{\partial e_j^2}{\partial b_{j0}} = \hat{b}_{j0} = \hat{\xi}_j - \sum_{i=1}^J b_{ji} \hat{\xi}_i$$

Dengan

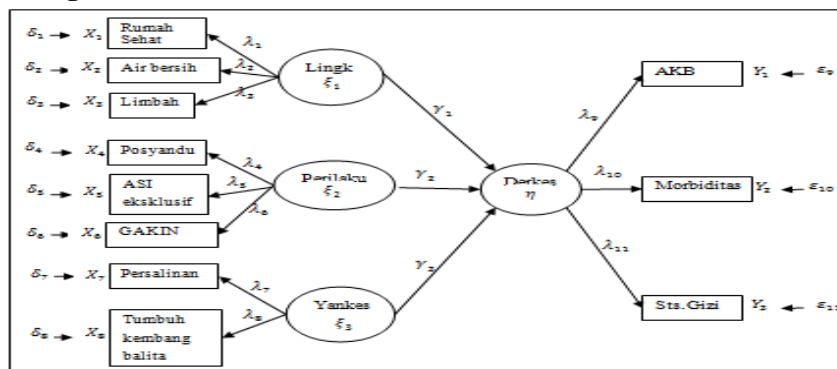
$$b_{j0} = \hat{m}_j - \sum_i b_{ji} \hat{m}_i$$

Jadi lokasi parameternya adalah konstanta  $b_{j0}$  untuk variabel laten endogen dan rata-rata  $\hat{m}_j$  untuk variabel laten eksogen.

**Estimasi Model Fit SEM - PLS**

**Analisis Model Persamaan Struktural dengan SEM - *Partial Least Square* (PLS)**

**1. Konstruksi Diagram Jalur**



**Gambar 3.1 Kerangka Konseptual Penelitian Berdasarkan Model Persamaan Struktural**

Sumber : Talangko ( 2009)

## Konversi Diagram Jalur ke Persamaan

### Outer Model

1. Untuk variabel laten eksogen 1 (refleksif)

$$X_1 = \lambda_{X1}\xi_1 + \delta_1$$

$$X_2 = \lambda_{X2}\xi_1 + \delta_2$$

$$X_3 = \lambda_{X3}\xi_1 + \delta_3$$

2. Untuk variabel laten eksogen 2 (refleksif)

$$X_4 = \lambda_{X4}\xi_2 + \delta_4$$

$$X_5 = \lambda_{X5}\xi_2 + \delta_5$$

$$X_6 = \lambda_{X6}\xi_2 + \delta_6$$

3. Untuk variabel laten eksogen 3 (refleksif)

$$X_7 = \lambda_{X7}\xi_3 + \delta_7$$

$$X_8 = \lambda_{X8}\xi_3 + \delta_8$$

4. Untuk variabel laten endogen (refleksif)

$$Y_1 = \lambda_{Y1}\eta + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \lambda_{Y2}\eta + \varepsilon_2$$

$$Y_3 = \lambda_{Y3}\eta + \varepsilon_3$$

### Inner Model

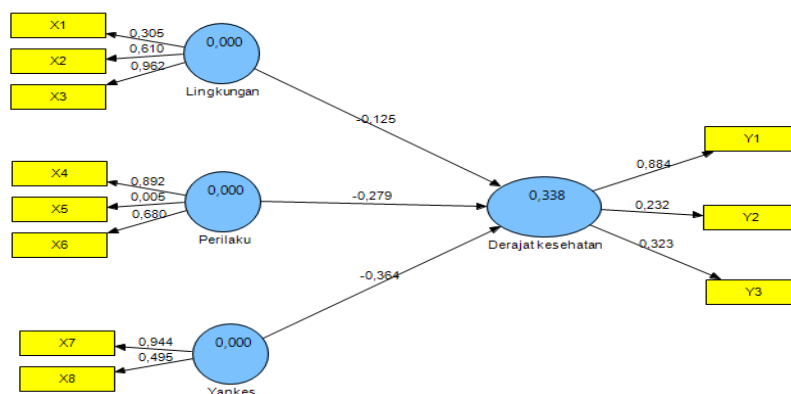
$$\eta = \gamma_1\xi_1 + \gamma_2\xi_2 + \gamma_3\xi_3 + \zeta$$

$$\text{Derkes} = \gamma_1 \text{Lingk.} + \gamma_2 \text{Perilaku} + \gamma_3 \text{Yankes} + \zeta \text{ (zeta / tingkat kesalahan struktural)}$$

## 2. Evaluasi Model

### a. Evaluasi Model Pengukuran (*Outer Model*)

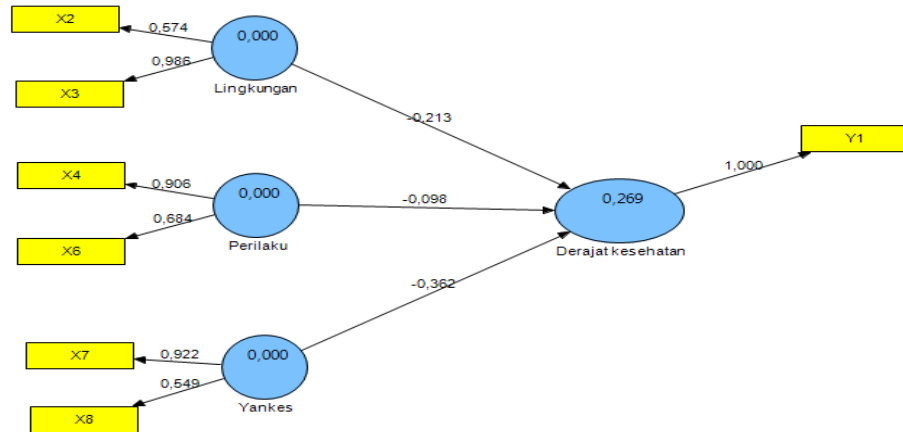
Pada penelitian ini akan dilakukan pengujian validitas dan reliabilitas pada masing-masing variabel laten yaitu variabel lingkungan, perilaku, pelayanan kesehatan, dan derajat kesehatan dengan menggunakan bantuan *software SmartPLS*. Ukuran reflektif individual dikatakan valid jika memiliki nilai *loading* ( $\lambda$ ) dengan variabel laten yang ingin diukur  $\geq 0.5$ , jika salah satu indikator memiliki nilai *loading* ( $\lambda$ )  $< 0.5$  maka indikator tersebut harus dibuang (*didrop*) karena akan mengindikasikan bahwa indikator tidak cukup baik untuk mengukur variabel laten secara tepat. Berikut adalah hasil output diagram jalur persamaan struktural pada PLS dengan menggunakan *software SmartPLS*.



Gambar 3.2 Diagram jalur persamaan struktural PLS dengan *software Smart PLS*

Dari gambar diatas terlihat bahwa terdapat empat variabel indikator dengan nilai *loading* ( $\lambda$ )  $< 0.5$  yaitu pada variabel indikator X1, X5, Y2, dan Y3, maka indikator tersebut harus dibuang (*didrop*).

Berikut adalah hasil output ke dua, diagram jalur persamaan struktural pada PLS dengan menggunakan *software SmartPLS*.



**Gambar 3.3** Diagram jalur persamaan struktural PLS dengan *software Smart PLS*

Dari gambar diatas dapat disimpulkan bahwa :

**Untuk uji validitas :**

Tabel 3.1 Uji validitas

Variabel		Loading( $\lambda$ )	Rata-rata Sub Sampel	Standart error	T- Statistik	keterangan
Lingk	X2	0.574	0.569	0.127	4.492	Valid dan signifikan
	X3	0.986	0.968	0.139	7.076	Valid dan signifikan
Perilaku	X4	0.906	0.876	0.133	6.822	Valid dan signifikan
	X6	0.684	0.641	0.239	2.854	Valid dan signifikan
Pelayanan Kesehatan	X7	0.922	0.912	0.058	15.994	Valid dan signifikan
	X8	0.549	0.5337	0.149	3.667	Valid dan signifikan
Derajat Kesehatan	Y1	1.000	1.000	0.000	0.000	Valid

Sumber : Data Olahan SmartPLS

Berdasarkan tabel diatas dapat disimpulkan bahwa nilai *loading* dari hubungan variabel indikator X2 dan X3 dengan konstruk lingkungan, hubungan variabel indikator X4 dan X6 dengan konstruk perilaku, hubungan variabel indikator X7 dan X8 dengan konstruk pelayanan kesehatan, hubungan variabel indikator Y1 dengan konstruk derajat kesehatan, masing-masing memiliki nilai *loading* ( $\lambda$ )  $\geq 0,5$ , dan memiliki nilai T-statistik  $> 1,64$  pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,1$ .

Dengan demikian variabel indikator rumah sehat dan keluarga yang memiliki pengelolaan limbah dapat dikatakan valid untuk mengukur konstruk lingkungan, sedangkan variabel indikator peran aktif masyarakat dalam posyandu dan keluarga miskin (GAKIN) yang berobat pada tenaga kesehatan dapat dikatakan valid untuk mengukur konstruk perilaku, variabel indikator pertolongan persalinan dengan tenaga kesehatan dan deteksi tumbuh kembang anak balita dapat dikatakan valid untuk mengukur konstruk pelayanan kesehatan, dan variabel indikator Angka Kematian Bayi dapat dikatakan valid untuk mengukur konstruk laten derajat kesehatan.

Model yang dapat ditulis adalah sebagai berikut :

$$X2 = 0.574 \text{ Lingkungan} + 0.127$$

$$X3 = 0.986 \text{ Lingkungan} + 0.139$$

$$X4 = 0.906 \text{ Perilaku} + 6.822$$

$$X6 = 0.684 \text{ Perilaku} + 2.854$$

$$X7 = 0.922 \text{ pelayanan kesehatan} + 15.994$$

$$X8 = 0.549 \text{ pelayanan kesehatan} + 3.667$$

$$Y1 = 1.000 \text{ Derkes} + 0.000$$

**Untuk Uji Reliabilitas :**

Dalam penelitian ini suatu variabel dikatakan cukup reliabilitas bila variabel tersebut mempunyai nilai *construc reliability* lebih besar dari 0,6. Berikut adalah hasil pengujian reabilitas pada masing-masing variabel laten dengan bantuan *software SmartPLS*.

Tabel 3.2 Pengujian Reliabilitas

Variabel	AVE	Reliabilitas Komposit ( $\rho_c$ )	Keterangan
Derajat Kesehatan	1.000	1.000	Reliabel
Lingkungan	0.651	0.777	Reliabel
Perilaku	0.644	0.780	Reliabel
Pelayanan Kesehatan	0.576	0.718	Reliabel

Sumber : Data Olahan *SmartPLS*

Berdasarkan hasil tabel diatas, dapat disimpulkan bahwa untuk variabel laten eksogen Lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan memiliki nilai  $AVE > 0.5$  dan  $\rho_c \geq 0.7$  begitu juga dengan variabel laten endogen derajat kesehatan memiliki nilai  $AVE > 0.5$  dan  $\rho_c \geq 0.7$  maka dapat disimpulkan bahwa indikator-indikator yang digunakan yaitu pada variabel (X2, X3, X4, X6, X7, X8, dan Y1) mempunyai reabilitas yang cukup baik atau mampu untuk mengukur konstruksya.

**b. Evaluasi Model Struktural (Inner Model)**

Model struktural dapat dievaluasi dengan melihat nilai  $R^2$  pada variabel endogen dan koefisien parameter jalur (*path coeficient parameter*). Berikut hipotesis yang diangkat dalam penelitian ini adalah :

H<sub>1</sub> : Lingkungan berpengaruh terhadap derajat kesehatan

H<sub>2</sub> : Perilaku berpengaruh terhadap derajat kesehatan

H<sub>3</sub> :Pelayanan kesehatan berpengaruh terhadap derajat kesehatan

Hasil dari model struktural dapat ditunjukkan pada tabel berikut :

Tabel 3.3 Model Struktural

Hubungan Kausalitas	Koefisien Parameter	Standart Error	T-Statistik
lingkungan->derajatkesehatan	-0.213	0.109	1.953
perilaku-> derajat kesehatan	-0.098	0.099	1.989
yankes-> derajat kesehatan	-0.362	0.094	3.853

Sumber : Data Olahan *SmartPLS*

Pengaruh hubungan variabel laten eksogen terhadap variabel laten endogen (derajat kesehatan) pada tabel diatas dapat dijelaskan sebagai berikut :

1. Koefisien parameter jalur yang diperoleh dari hubungan antara variabel lingkungan dengan derajat kesehaan sebesar -0.213 dengan nilai T-statistik 1.953 > 1,64 pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,1$  (10%) yang menyatakan bahwa terdapat pengaruh yang signifikan antara kondisi lingkungan dengan derajat kesehatan. Nilai negatif pada koefisien parameter artinya adalah semakin baik kondisi lingkungan maka pengukur derajat kesehatan yaitu pada angka kematian bayi (AKB) akan menurun.
2. Koefisien parameter jalur yang diperoleh dari hubungan antara variabel perilaku dengan derajat kesehaan sebesar -0.098 dengan nilai T-statistik 1.989 > 1,64 pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,1$  (10%) yang menyatakan bahwa terdapat pengaruh yang signifikan antara kondisi perilaku dengan derajat kesehatan. Nilai negatif pada koefisien parameter artinya adalah semakin baik kondisi perilaku maka pengukur derajat kesehatan yaitu pada angka kematian bayi (AKB) akan menurun.
3. Koefisien parameter jalur yang diperoleh dari hubungan antara variabel pelayanan kesehatan dengan derajat kesehaan sebesar -0.362 dengan nilai T-statistik 3.853 > 1,64 pada taraf signifikansi  $\alpha = 0,1$  (10%) yang menyatakan bahwa terdapat pengaruh yang signifikan antara

pelayanan kesehatan dengan derajat kesehatan. Nilai negatif pada koefisien parameter artinya adalah semakin baik pelayanan kesehatan maka pengukur derajat kesehatan yaitu pada angka kematian bayi (AKB) akan menurun.

Berdasarkan koefisien-koefisien parameter jalur yang diperoleh pada tabel 3.3 maka model persamaan struktural yang terbentuk adalah sebagai berikut :

$$\text{Derajat Kesehatan} = - 0.213 \text{ Lingkungan} - 0.098 \text{ Perilaku} - 0.362 \text{ Pelayanan Kesehatan}$$

Tabel 3.4 Nilai R-Square ( $R^2$ )

Variabel	Nilai R-Square ( $R^2$ )
Derajat Kesehatan	0.269

Sumber : Data Olahan *SmartPLS*

Dari hasil model persamaan diatas diperoleh nilai  $R^2$  untuk variabel derajat kesehatan sebesar 0.269, yang artinya nilai tersebut mengindikasikan bahwa variasi derajat kesehatan dapat dijelaskan oleh variabel konstruk (lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan) hanya sebesar 26.9 % sedangkan sisanya yaitu sebesar 73.1 % dipengaruhi oleh variabel lain yang tidak terdapat dalam model penelitian. Seperti yang diketahui dalam indikator sehat 2010 faktor-faktor yang mempengaruhi derajat kesehatan tidak hanya variabel konstruk lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan. Akan tetapi terdapat faktor lain yaitu seperti akses dan mutu pelayanan kesehatan, sumberdaya kesehatan, manajemen kesehatan, dan kontribusi sektor yang terkait. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa variabel konstruk lingkungan, perilaku, dan pelayanan kesehatan hanya mampu menjelaskan 26.9 % sebagai faktor terhadap derajat kesehatan, sedangkan 73.1 % nya dijelaskan oleh variabel akses dan mutu pelayanan kesehatan, sumberdaya kesehatan, manajemen kesehatan, dan kontribusi sektor yang terkait.

## SIMPULAN, SARAN, DAN REKOMENDASI

### Kesimpulan

Berdasarkan analisis data dan pembahasan hasil penelitian maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimasi parameter dari *Structural Equation Modeling* (SEM) berbasis varians dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS)
  - Estimasi bobot yang diperoleh melalui *mode A* dan *mode B*  
Bobot pada mode A diperoleh melalui turunan pertama dari koefisien regresi sederhana dari  $Z_j$  yaitu  $\hat{w}_{jh} = \frac{Cov(X_{jh}, Z_j)}{var(X_j^2)}$  , sedangkan mode B diperoleh melalui turunan pertama dari vektor koefisien regresi berganda  $X_{jh}$  yaitu  $\hat{w}_j = (X_j^T X_j)^{-1} X_j^T Z_j$
  - Estimasi jalur yang diperoleh melalui estimasi *inner model* dan estimasi *outer model* yaitu diperoleh melalui skema *centroid* yaitu :  $e_{ji} = sign[Cor(Y_i Y_j)]$  , skema faktor yaitu :  $e_{ji} = Cor(Y_i Y_j)$  , dan skema jalur yang merupakan koefisien regresi berganda  $Y_i$  dari  $Y_j$  dan  $Cor(Y_i Y_j)$ .
  - Estimasi rata-rata yang diperoleh yaitu  $\hat{m}_j = \sum_{h=1}^J \tilde{w}_{jh} \bar{X}_{jh}$  dan estimasi lokasi parameternya adalah konstanta  $b_{j0}$  untuk variabel laten endogen dan rata-rata  $\hat{m}_j$  untuk variabel laten eksogen.
2. Sedangkan Model *fit* dari *Structural Equation Modeling* (SEM) berbasis varians dengan pendekatan *Partial Least Square* (PLS) terhadap derajat kesehatan didapatkan sebagai berikut : Model persamaan yang terbentuk yaitu :  
Derajat Kesehatan = - 0.213 Lingkungan - 0.098 Perilaku - 0.362 Pelayanan Kesehatan
  - Terdapat pengaruh antara kondisi lingkungan (dengan indikator yang berpengaruh yaitu persentase keluarga yang memiliki akses air bersih dan persentase keluarga yang memiliki

pengelolaan limbah ) terhadap derajat kesehatan sebesar (-0.213) yang artinya semakin baik kondisi lingkungan maka pengukur derajat kesehatan (dengan indikator yang berpengaruh yaitu AKB) akan menurun sebesar 0.213 atau 21.3 % dan sebaliknya.

- Terdapat pengaruh antara perilaku hidup sehat (dengan indikator yang berpengaruh yaitu persentase peran aktif masyarakat dalam posyandu dan persentase bayi yang mendapat ASI eksklusif ) terhadap derajat kesehatan sebesar (-0.098) yang artinya semakin baik kondisi perilaku maka pengukur derajat kesehatan (dengan indikator yang berpengaruh yaitu AKB) akan menurun sebesar 0.098 atau 9.8 % dan sebaliknya.
- Terdapat pengaruh antara pelayanan kesehatan (dengan indikator yang berpengaruh yaitu persentase pertolongan persalinan dengan tenaga kesehatan dan persentase deteksi tumbuh kembang anak balita ) terhadap derajat kesehatan sebesar (-0.362) yang artinya semakin baik kondisi pelayanan kesehatan maka pengukur derajat kesehatan (dengan indikator yang berpengaruh yaitu AKB) akan menurun sebesar 0.362 atau 36.2 % dan sebaliknya.

### **Saran**

Dalam penelitian ini masalah yang dikaji masih terbatas, oleh karena itu saran yang dapat diberikan untuk peneliti selanjutnya agar mengembangkan lagi model yang terbentuk misal, yang pertama dengan menggali lebih luas variabel-variabel yang dapat berpengaruh terhadap derajat kesehatan sehingga dapat memberikan kontribusi yang lebih baik terhadap perkembangan pembangunan di Jawa Timur, yang kedua dengan melakukan perbandingan metode SEM berbasis varians yang lain dengan data yang sama untuk melihat model yang paling fit, dan yang terakhir perlu di coba dengan skala data campuran untuk melihat sejauh mana tingkat kehandalan parameter PLS dalam mengatasi kasus dengan tipe data yang berbeda-beda.

### **DAFTAR PUSTAKA**

- Bollen K.A. (1989). *Structural Equation with Latent Variabels*. Departement of Sociology, John Wiley & Sons, New York.
- Chin, W. (1998). *The Partial Least Square Approach for Structural Equation Modeling*. Cleveland, Ohio.
- Fornell, C. and Bookstein, F. (1982). *Two Structural Equation Models: LISREL and PLS Applied to Consumer Exit-Voice Theory*. Journal of Marketing Research. 19. 440-452.
- Geisser, S. (1975). *The Predictive Sample Reuse Method With Application*. Journal of The American Statistical Association. Vol.70, 320-328.
- Ghozali dan Fuad, (2005), *Structural Equation Modeling; Teori, Konsep, dan Aplikasi dengan Program Lisrel 8.54*, Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang
- Hair et al, (2006). *Multivariate Data Analysis, Sixth Edition*. New Jersey : Prentice Hall, Upper Saddle River.
- Kaslang, Ronny. J. (2010). *Hukum Kesehatan: Dalam Perspektif Pelayanan Kesehatan Masyarakat Modern*. Artikel dipublikasikan oleh Indonesian Legal Information.
- Juanda dan Wasrin (2001). *Analisis hubungan antara tiga variabel konstruk yaitu meneliti variabel sumber daya manusia (SDM) yang dapat mempengaruhi pencapaian ekonomi dan akhirnya nanti akan mempengaruhi kualitas hidup*. Program Magister Jurusan Statistika FMIPA, Institut Teknologi Surabaya.
- Jihan, S. (2010). *Pemodelan persamaan structural pada derajat kesehatan dengan moderasai infrastruktur (studi kasus di Provinsi Jawa Timur, SUSENAS 2007)*. Tugas Akhir Jurusan Statistika FMIPA, Institut Teknologi Surabaya.
- Meilany, A.M.(2009). *Analisis Structural Equation Model (SEM) untuk Mengetahui Faktor yang mempengaruhi Derajat Kesehatan*. Program Magister Jurusan Kesehatan Masyarakat Universitas Airlangga, Surabaya.
- Skrondal dan Hesketh, (2005). *Structural Equation Modeling Categorical Variable*, Departemen of Statistics London School Economies and Political Science (LSE), Graduate School of Education, Graduate Group in Biostatistics University of California.

- Talangko, L. (2009). *Pemodelan persamaan structural dengan maximum likelihood dan bootstrap pada derajat kesehatan di Provinsi Sulawesi Selatan*. Program Magister Jurusan Statistika FMIPA, Institut Teknologi Surabaya.
- Wold, H. (1985). *Partial Least Square*. In S Kotz & N.L.Johnson (Eds). *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Vol 8 (pp. 587-599). New York. Wiley.
- Wijono, D. (2006). *Indikator Statistik Vital Kependudukan Dan Kesehatan*. Surabaya: CV. Duta Prima Airlangga.
- Wijayanto, (2008). *Konsep dan Tutorial Structural Equation Modelling dengan LISRELL 8.8*. Graha Ilmu, Yogyakarta.



**ANALISA STABILITAS MODEL INFEKSI HTLV-I  
PADA SEL CD4<sup>+</sup>T DENGAN LAJU INFEKSI NONLINIER  
DAN RESPON IMUN CTL YANG TERTUNDA**

**Nur Aini S., Subiono**

*Pascasarjana Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Kampus ITS Keputih Sukolilo Surabaya, Indonesia  
e-mail: [aini10@mhs.matematika.its.ac.id](mailto:aini10@mhs.matematika.its.ac.id)*

**Abstrak**

Human T-cell Lymphotropic Virus type I (HTLV-I) merupakan anggota retrovirus yang menyebabkan penyakit Adult T-cell Leukemia (ATL) dan dapat menyerang susunan saraf pusat yang menimbulkan penyakit “Tropical Spastic Paraparesis” (TSP) atau “HTLV-I Associated Myelopathy” (HAM). HTLV-I menyerang sel CD4<sup>+</sup>T yang merupakan salah satu komponen sistem imun sehingga menyebabkan terjadinya respon imun yang kuat dari sel CD8<sup>+</sup>T atau Cytotoxic T-Lymphocyte (CTL). Stimulus antigen yang membangkitkan CTL membutuhkan periode waktu  $\tau$  yaitu respon CTL pada waktu  $t$  bergantung pada populasi antigen pada waktu sebelumnya yaitu  $t - \tau$ . Dalam makalah ini dibahas analisa stabilitas dari model infeksi HTLV-I pada sel CD4<sup>+</sup>T dengan respon imun CTL yang tertunda. Pada model ini diasumsikan laju infeksi antara sel CD4<sup>+</sup>T yang sehat dan yang terinfeksi adalah nonlinier, yaitu pada saat jumlah individu yang terinfeksi sangat banyak atau mencapai titik jenuh maka laju infeksi semakin menurun. Hal ini disebabkan karena adanya suatu tindakan perlindungan terhadap individu yang terinfeksi. Parameter waktu tunda  $\tau$  dan parameter tindakan perlindungan terhadap individu yang terinfeksi menyebabkan terjadinya bifurkasi.

**Kata kunci:** bifurkasi, HTLV-I, model infeksi virus, respon imun CTL, waktu tunda.

**PENDAHULUAN**

Human T-cell Lymphotropic Virus type I (HTLV-I) merupakan anggota retrovirus yang menyebabkan penyakit “Adult T-cell Leukemia” (ATL) dan dapat menyerang susunan saraf pusat serta menimbulkan penyakit “Tropical Spastic Paraparesis” (TSP) atau “HTLV-I Associated Myelopathy” (HAM) (Kumala W, 1999). Virus HTLV-I terutama menginfeksi sel CD4<sup>+</sup>T walaupun sel CD8<sup>+</sup>T juga bisa digunakan sebagai sel inang (Mylonas I, 2010).

Pada penelitian Kumala W (1999) telah ditemukan daerah endemik virus HTLV-I di Indonesia yaitu pada suku Bisman Asmat di Irian Jaya. Sebagian besar individu yang terinfeksi HTLV-I akan terus membawa virus tersebut selama hidupnya (Lang J, 2011). Penyakit yang disebabkan oleh virus HTLV-I dengan tingkat keganasan tinggi memberikan kesulitan dalam hal pengobatan. Beberapa pengobatan kemoterapi atau pemakaian obat antiviral ternyata tidak efektif dan hasilnya kurang memuaskan. Mengenai pemberian vaksin, masih dalam penajakan pembuatannya, karena pengembangan pembuatan vaksin untuk infeksi retrovirus sangat sulit (Kumala W, 1999). Oleh karena itu, dibutuhkan sebuah model matematika infeksi virus HTLV-I sehingga dapat membantu dalam pengembangan terapi obat antiviral.

Banyak peneliti yang mengkaji tentang model infeksi HTLV-I. Katri P (2004) meneliti sifat-sifat dinamik infeksi HTLV-I pada sel CD4<sup>+</sup>T. Cai L (2011) meneliti tentang analisis dinamik model matematika infeksi HTLV-I pada sel CD4<sup>+</sup>T. Lang J (2011) meneliti tentang kestabilan dan osilasi periodik transien dari model matematika respon CTL pada infeksi HTLV-I. Y.Li M (2012) meneliti tentang sifat-sifat dinamik model infeksi HTLV-I pada sel CD4<sup>+</sup>T dengan respon imun CTL yang tertunda. Pada penelitian Katri P, Lang J dan Y.Li M diasumsikan laju infeksi antara sel CD4<sup>+</sup>T yang susceptible dan yang terinfeksi adalah bilinear. Sedangkan pada penelitian Cai L diasumsikan laju infeksi antara sel CD4<sup>+</sup>T yang susceptible dan yang terinfeksi adalah nonlinier.

Ada beberapa proses transmisi suatu penyakit. Pertama adalah laju infeksi bilinear  $\beta SI$ ,  $S$  dan  $I$  masing-masing adalah jumlah individu yang susceptible dan individu yang terinfeksi dalam suatu populasi. Laju infeksi bilinear sering digunakan dalam penelitian-penelitian model epidemi (Enatsu Y dkk, 2011). Kedua adalah laju infeksi nonlinier  $\frac{\beta SI}{1+\alpha_1 S}$  atau  $\frac{\beta SI}{1+\alpha_2 I}$ ,  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$  adalah efek dari faktor kejenuhan atau *crowded*, yaitu pada saat jumlah individu yang terinfeksi sangat banyak atau mencapai titik jenuh maka laju infeksi semakin menurun. Hal ini disebabkan karena adanya suatu tindakan pencegahan terhadap individu yang susceptible ( $\alpha_1$ ) atau tindakan perlindungan terhadap individu yang terinfeksi ( $\alpha_2$ ) (Kaddar A, 2009).

Wang Z (2012) melakukan penelitian tentang stabilitas dan bifurkasi model infeksi virus dengan laju infeksi nonlinier dan respon imun yang tertunda. Waktu tunda memiliki peran yang penting dalam sifat model dinamik respon imun. Dalam penelitian Wang KF dkk (2007) menyatakan bahwa stimulus antigen yang membangkitkan CTL mungkin membutuhkan periode waktu  $\tau$  yaitu respon CTL pada waktu  $t$  mungkin bergantung pada populasi antigen pada waktu sebelumnya yaitu  $t - \tau$ .

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, akan diusulkan suatu penelitian tentang analisa stabilitas model infeksi HTLV-I pada sel  $CD4^+T$ . Model yang digunakan adalah pengembangan dari model Y.Li M (2012) dengan asumsi laju infeksi antara sel  $CD4^+T$  yang susceptible dan yang terinfeksi adalah nonlinier dan respon imun CTL bergantung pada waktu tunda. Model ini berbentuk persamaan diferensial tundaan. Untuk menganalisa kestabilannya digunakan pendekatan ruang kompleks dan teorema dari Forde, JE (2005). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat atau perilaku dinamik khususnya kestabilan dari model infeksi virus HTLV-I pada sel  $CD4^+T$  dengan laju infeksi nonlinier dan respon imun yang tertunda sehingga dapat digunakan sebagai pedoman dalam pengembangan terapi obat antiviral.

## PEMBAHASAN

### Model Infeksi Virus HTLV-I

Pada bagian ini akan dibahas model infeksi virus HTLV-I pada sel  $CD4^+T$ . Model matematika diambil dari penelitian Y.Li M (2012) dengan memodifikasi laju infeksi pada sel  $CD4^+T$ . Model infeksi virus ini terdiri dari tiga variabel yaitu populasi sel  $CD4^+T$  yang sehat, populasi sel  $CD4^+T$  yang terinfeksi virus HTLV-I dan populasi sel CTL yang masing-masing dinotasikan dengan  $x(t)$ ,  $y(t)$  dan  $z(t)$ .

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \lambda - d_1 x(t) - \beta \frac{x(t)y(t)}{1 + \alpha y(t)} \\ \dot{y}(t) &= \beta \frac{x(t)y(t)}{1 + \alpha y(t)} - d_2 y(t) - \gamma y(t)z(t) \\ \dot{z}(t) &= \mu y(t - \tau)z(t - \tau) - d_3 z(t) \end{aligned} \tag{1}$$

dengan  $\lambda$  dan  $\mu$  masing-masing adalah laju produksi sel  $CD4^+T$  dan sel CTL. Parameter  $d_1$ ,  $d_2$  dan  $d_3$  masing-masing merepresentasikan laju kematian alami pada sel  $CD4^+T$  yang sehat, sel  $CD4^+T$  yang terinfeksi dan sel CTL.  $\beta$  adalah laju kontak antara sel  $CD4^+T$  yang sehat dan yang terinfeksi dan  $\gamma$  adalah laju kematian yang diakibatkan oleh sel CTL pada sel  $CD4^+T$  yang terinfeksi. Pada penelitian Y.Li M (2012) laju infeksi antara sel  $CD4^+T$  yang susceptible dan yang terinfeksi adalah bilinear yaitu  $\beta x(t)y(t)$ . Sedangkan pada penelitian ini diasumsikan laju infeksi antara sel  $CD4^+T$  yang susceptible dan yang terinfeksi adalah non linier yaitu  $\frac{\beta x(t)y(t)}{1 + \alpha y(t)}$  dengan  $\alpha$  merepresentasikan faktor tindakan yang dilakukan terhadap sel  $CD4^+T$  yang terinfeksi. Diasumsikan semua parameter  $\lambda, \mu, d_1, d_2, d_3, \beta, \gamma$  dan  $\tau$  adalah konstanta positif.

Syarat awal  $\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$  dari (1) didefinisikan di ruang Banach berikut ini:

$C^+ = \{ \phi \in C([-\tau, 0], R_{+0}^3) : \phi_1(\theta) = x(\theta), \phi_2(\theta) = y(\theta), \phi_3(\theta) = z(\theta), \theta \in [-\tau, 0] \}$   
 dengan  $R_{+0}^3 = \{ (x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \}$  dan  $C([-\tau, 0], R_{+0}^3)$  adalah ruang Banach fungsi kontinu dari interval  $[-\tau, 0]$  ke  $R_{+0}^3$ . Kemudian norma dari  $\phi$  didefinisikan sebagai  $\|\phi\| = \sup_{-\tau \leq \theta \leq 0} |\phi(\theta)|$  untuk setiap  $\phi \in C$ .

**Teorema 1.1**

Solusi dari (1) terbatas dan berada di dalam domain  $\Omega$ .

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) \in R_{+0}^3 : \|x\| \leq \frac{\lambda}{d_1}; \|x + y\| \leq \frac{\lambda}{\tilde{d}}; \left\| x + y + \frac{\gamma}{\mu} z \right\| \leq \frac{\lambda}{\hat{d}} \right\}$$

dengan  $\tilde{d} = \min\{d_1, d_2\}$  dan  $\hat{d} = \min\{d_1, d_2, d_3\}$ .

Bukti:

Dari persamaan pertama pada (1) yaitu  $\dot{x}(t) = \lambda - d_1 x(t) - \frac{\beta x(t)y(t)}{1+\alpha y(t)}$  maka diperoleh

$\dot{x}(t) \leq \lambda - d_1 x(t)$  sehingga  $x(t) \leq \frac{\lambda}{d_1} - Ce^{-t/d_1}$  dan  $\limsup_{t \rightarrow \infty} x(t) \leq \frac{\lambda}{d_1}$ . Selanjutnya dengan

menambahkan persamaan pertama dan kedua pada (1) yaitu  $\dot{x}(t) + \dot{y}(t) = \lambda - d_1 x(t) - d_2 y(t) - \gamma y(t)z(t)$  maka diperoleh  $\dot{x}(t) + \dot{y}(t) \leq \lambda - \tilde{d}(x(t) + y(t))$  dengan

$\tilde{d} = \min\{d_1, d_2\}$  sehingga  $x(t) + y(t) \leq \frac{\lambda}{\tilde{d}} - Ce^{-t/\tilde{d}}$  dan  $\limsup_{t \rightarrow \infty} x(t) + y(t) \leq \frac{\lambda}{\tilde{d}}$ . Jika seluruh

persamaan pada (1) dijumlahkan maka didapat

$\dot{x}(t) + \dot{y}(t) + \frac{\gamma}{\mu} \dot{z}(t + \tau) = \lambda - d_1 x(t) - d_2 y(t) - \frac{\gamma}{\mu} d_3 z(t + \tau) \leq \lambda - \hat{d} \left( x(t) + y(t) + \frac{\gamma}{\mu} z(t + \tau) \right)$  dengan

$\hat{d} = \min\{d_1, d_2, d_3\}$  sehingga  $x(t) + y(t) + \frac{\gamma}{\mu} z(t + \tau) \leq \frac{\lambda}{\hat{d}} - Ce^{-t/\hat{d}}$  dan untuk  $t \rightarrow \infty$  maka

diperoleh  $\limsup_{t \rightarrow \infty} x(t) + y(t) + \frac{\gamma}{\mu} z(t + \tau) \leq \frac{\lambda}{\hat{d}}$ .

Sistem persamaan (1) memiliki sebuah titik setimbang bebas penyakit yaitu  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$  dan dua buah titik setimbang endemik yaitu  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  dan  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  dengan

$$\bar{x} = \frac{d_2 + \lambda\alpha}{d_1\alpha + \beta}, \quad \bar{y} = \frac{\beta\lambda - d_1 d_2}{d_1 d_2 \alpha + \beta d_2} = \frac{d_1(R_0 - 1)}{d_1\alpha + \beta}, \quad R_0 = \frac{\beta\lambda}{d_1 d_2}$$

$$x^* = \frac{\lambda(\mu + d_3\alpha)}{d_3\beta + d_1\mu + d_1 d_3\alpha}, \quad y^* = \frac{d_3}{\mu}, \quad z^* = \frac{d_2}{\gamma}(R_1 - 1), \quad R_1 = \frac{\lambda\beta\mu}{d_2(d_3\beta + d_1\mu + d_1 d_3\alpha)}$$

Titik setimbang  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$  merepresentasikan suatu kondisi dimana semua populasi sel CD4<sup>+</sup>T adalah sehat atau tidak ada sel CD4<sup>+</sup>T yang terinfeksi ( $y = 0$ ) sehingga tidak menyebabkan adanya pertumbuhan sel CTL ( $z = 0$ ). Titik setimbang  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  merepresentasikan suatu keadaan dimana terdapat populasi sel CD4<sup>+</sup>T yang terinfeksi ( $y \neq 0$ ) namun sel CTL belum sempat diproduksi ( $z = 0$ ). Sedangkan titik setimbang  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  merepresentasikan suatu keadaan semua populasi sel CD4<sup>+</sup>T yang sehat, sel CD4<sup>+</sup>T yang terinfeksi dan sel CTL ada di dalam sistem.

Dari uraian tersebut di atas dapat dinyatakan bahwa:

1. Jika  $R_0 \leq 1$  maka terdapat satu titik setimbang yaitu  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$ .
2. Jika  $R_1 \leq 1 < R_0$  maka terdapat satu titik setimbang yaitu  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$ .
3. Jika  $R_1 > 1$  maka terdapat satu titik setimbang yaitu  $P_2(x^*, y^*, z^*)$ .

Selanjutnya  $R_0$  disebut sebagai Angka Reproduksi Dasar (*Basic Reproduction Number*) untuk infeksi virus yaitu angka yang menyebabkan terjadinya infeksi dalam populasi. Sedangkan  $R_1$  disebut sebagai Angka Reproduksi Dasar (*Basic Reproduction Number*) untuk respon CTL yaitu angka yang menyebabkan terjadinya respon CTL.

**Kestabilan Lokal**

Sistem persamaan (1) merupakan sistem persamaan diferensial tundaan nonlinier sehingga untuk menganalisa kestabilan maka sistem (1) dilinierisasi dengan menggunakan deret Taylor di

sekitar titik setimbang  $(x^*, y^*, z^*)$ . Misalkan  $u = x - x^*$ ;  $v = y - y^*$ ;  $w = z - z^*$ , maka didapat sistem yang linier yaitu

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = J_0 \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + J_\tau \begin{bmatrix} u(t-\tau) \\ v(t-\tau) \\ w(t-\tau) \end{bmatrix}$$

dengan  $J_0$  adalah matriks Jacobian untuk parameter non delay dan  $J_\tau$  adalah matriks Jacobian untuk parameter delay dan didapatkan:

$$J_0 = \begin{bmatrix} -d_1 - \frac{\beta y}{1 + \alpha y} & \frac{-\beta x}{(1 + \alpha y)^2} & 0 \\ \frac{\beta y}{1 + \alpha y} & \frac{\beta x}{(1 + \alpha y)^2} - d_2 - \gamma z & -\gamma y \\ 0 & 0 & -d_3 \end{bmatrix}_{(x^*, y^*, z^*)} \tag{2}$$

$$J_\tau = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu z & \mu y \end{bmatrix}_{(x^*, y^*, z^*)} \tag{3}$$

Selanjutnya untuk menentukan kestabilan titik setimbang, maka akan dicari persamaan karakteristik dari sistem persamaan (1). Persamaan karakteristik diperoleh dari  $|sI_3 - J_0 - J_\tau e^{-s\tau}| = 0$  dengan  $I_3$  adalah matriks identitas berukuran  $3 \times 3$ .

**Kestabilan pada Titik Setimbang  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$**

Secara biologi, jika  $R_0 < 1$  maka virus tidak akan menyebar. Hal ini dikarenakan suatu kondisi dimana tidak terdapat sel CD4<sup>+</sup>T yang terinfeksi sehingga mengakibatkan titik setimbang  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$  stabil.

**Teorema 1.2**

Diketahui titik setimbang  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$ .

- (i). Jika  $R_0 \leq 1$  maka  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$  stabil untuk setiap  $\tau \geq 0$ .
- (ii). Jika  $R_0 > 1$  maka  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$  tidak stabil untuk setiap  $\tau \geq 0$ .

Bukti:

Diketahui titik setimbang pada saat sel CD4<sup>+</sup>T belum terinfeksi adalah  $P_0 \left( \frac{\lambda}{d_1}, 0, 0 \right)$  sehingga dari persamaan (2) dan persamaan (3) diperoleh matriks Jacobian yaitu

$$J_0 = \begin{bmatrix} -d_1 & -\frac{\beta \lambda}{d_1} & 0 \\ 0 & \frac{\beta \lambda}{d_1} - d_2 & 0 \\ 0 & 0 & -d_3 \end{bmatrix} \text{ dan } J_\tau = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dengan persamaan karakteristik

$$(s + d_1) \left( s - \frac{\beta \lambda}{d_1} + d_2 \right) (s + d_3) = 0$$

dan akar-akar karakteristiknya adalah:

$$s_1 = -d_1 < 0$$

$$s_2 = \frac{\beta\lambda}{d_1} - d_2 = d_2 \left( \frac{\beta\lambda}{d_1 d_2} - 1 \right) = d_2 (R_0 - 1)$$

$$s_3 = -d_3 < 0$$

Nilai eigen  $s_2$  dapat bernilai positif atau negatif bergantung pada nilai  $R_0$ . Jika  $R_0 > 1$  maka  $s_2$  bernilai positif sehingga titik setimbang  $P_0$  tidak stabil untuk setiap  $\tau \geq 0$ . Sebaliknya jika  $R_0 \leq 1$  maka  $s_2$  bernilai tak positif sehingga titik setimbang  $P_0$  stabil untuk setiap  $\tau \geq 0$ . Jadi titik setimbang  $P_0$  stabil jika dan hanya jika  $R_0 \leq 1$  untuk setiap  $\tau \geq 0$ . Hal ini menginterpretasikan bahwa adanya waktu tunda tidak mempengaruhi kestabilan dari  $P_0$ . Hal ini terjadi karena pada titik setimbang ini tidak terdapat populasi sel CTL yang membutuhkan waktu tunda dalam proses produksinya.

### Kestabilan pada Titik Setimbang $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$

Dari teorema 1.2 yaitu jika  $R_0 > 1$  maka  $P_0\left(\frac{\lambda}{d_1}, 0, 0\right)$  menjadi tidak stabil dan pada saat yang sama kestabilan akan cenderung pada titik setimbang  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$ . Selanjutnya  $R_1 < 1$  merepresentasikan suatu keadaan dimana tidak terjadi respon CTL sehingga mengakibatkan titik setimbang  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  stabil dalam domain  $\Omega$ .

### Teorema 1.3

Titik setimbang  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  stabil untuk setiap  $\tau \geq 0$  jika dan hanya jika  $R_1 \leq 1 < R_0$ .

Bukti:

Diketahui titik setimbang endemik namun belum tidak ada respon CTL yaitu  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  dengan

$$\bar{x} = \frac{d_2 + \lambda\alpha}{d_1\alpha + \beta} \quad \text{dan} \quad \bar{y} = \frac{\beta\lambda - d_1 d_2}{d_1 d_2 \alpha + \beta d_2} = \frac{d_1(R_0 - 1)}{d_1\alpha + \beta}$$

diperoleh matriks Jacobian yaitu:

$$J_0 = \begin{bmatrix} -d_1 - \frac{\beta\bar{y}}{1 + \alpha\bar{y}} & -\frac{\beta\bar{x}}{(1 + \alpha\bar{y})^2} & 0 \\ \frac{\beta\bar{y}}{1 + \alpha\bar{y}} & \frac{\beta\bar{x}}{(1 + \alpha\bar{y})^2} - d_2 & -\gamma\bar{y} \\ 0 & 0 & -d_3 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad J_\tau = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu\bar{y} \end{bmatrix}$$

dengan persamaan karakteristik

$$(s + d_3 - \mu\bar{y}e^{-s\tau}) \left\{ s^2 + \left( \frac{-\beta\bar{x}}{(1 + \alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}}{1 + \alpha\bar{y}} + d_1 + d_2 \right) s + \left( \frac{-\beta\bar{x}d_1}{(1 + \alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}d_2}{1 + \alpha\bar{y}} + d_1 d_2 \right) \right\} = 0 \quad (4)$$

Jika tidak ada waktu tunda ( $\tau = 0$ ) maka persamaan (4) menjadi

$$(s + d_3 - \mu\bar{y}) \left\{ s^2 + \left( \frac{-\beta\bar{x}}{(1 + \alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}}{1 + \alpha\bar{y}} + d_1 + d_2 \right) s + \left( \frac{-\beta\bar{x}d_1}{(1 + \alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}d_2}{1 + \alpha\bar{y}} + d_1 d_2 \right) \right\} = 0$$

Akar-akarnya adalah

$$s_1 = -d_3 + \mu\bar{y} = \frac{d_1 d_3 \alpha + d_3 \beta + \mu d_1}{d_1 \alpha + \beta} \{R_1 - 1\} \quad (5)$$

Dari persamaan (5) didapat bahwa jika  $R_1 < 1$  maka  $s_1$  bernilai negatif dan jika  $R_1 > 1$  maka  $s_1$  bernilai positif. Selanjutnya dua akar-akar karakteristik yang lainnya yaitu  $s_2$  dan  $s_3$  diberikan oleh persamaan berikut:

$$s^2 + A_1 s + A_2 = 0 \quad (6)$$

dengan

$$A_1 = \frac{-\beta\bar{x}}{(1+\alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}}{1+\alpha\bar{y}} + d_1 + d_2 \text{ dan } A_2 = \frac{-\beta\bar{x}d_1}{(1+\alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}d_2}{1+\alpha\bar{y}} + d_1d_2$$

Selanjutnya dengan menggunakan aturan Routh-Hurwitz maka diperoleh:

$$A_1 = \frac{(\beta + d_1\alpha + d_2\alpha)\bar{y} + d_1}{1 + \alpha\bar{y}} > 0$$

$$A_2 = \frac{(\beta + d_1\alpha)d_2\bar{y}}{1 + \alpha\bar{y}} > 0$$

dengan  $\bar{y} = \frac{d_1(R_0 - 1)}{d_1\alpha + \beta}$  sehingga  $R_0 > 1$ .

Karena memenuhi kriteria Routh-Hurwitz sehingga persamaan (6) memiliki akar-akar yang bertanda negatif pada bagian realnya. Oleh karena itu titik setimbang  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  adalah stabil untuk  $\tau = 0$  jika dan hanya jika  $R_1 \leq 1 < R_0$ .

Selanjutnya untuk  $\tau \neq 0$  persamaan karakteristiknya adalah

$$\left( s + d_3 - \mu\bar{y}e^{-s\tau} \right) \left\{ s^2 + \left( \frac{-\beta\bar{x}}{(1+\alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}}{1+\alpha\bar{y}} + d_1 + d_2 \right) s + \left( \frac{-\beta\bar{x}d_1}{(1+\alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}d_2}{1+\alpha\bar{y}} + d_1d_2 \right) \right\} = 0 \tag{7}$$

Persamaan (7) ekuivalen dengan

$$s + d_3 - \mu\bar{y}e^{-s\tau} = 0 \tag{8}$$

atau

$$s^2 + \left( \frac{-\beta\bar{x}}{(1+\alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}}{1+\alpha\bar{y}} + d_1 + d_2 \right) s + \left( \frac{-\beta\bar{x}d_1}{(1+\alpha\bar{y})^2} + \frac{\beta\bar{y}d_2}{1+\alpha\bar{y}} + d_1d_2 \right) = 0 \tag{9}$$

Persamaan (9) telah diselesaikan dengan persamaan (6) yaitu jika  $R_0 > 1$  maka persamaan (9) memiliki akar-akar yang bertanda negatif pada bagian realnya. Sedangkan pada persamaan (8) memiliki banyak akar-akar karakteristik. Telah dibahas bahwa untuk  $\tau = 0$  jika  $R_1 < 1$  maka akar polinomial (8) adalah real negatif. Sedangkan untuk nilai  $\tau$  yang bervariasi ( $\tau > 0$ ) maka terjadi perubahan tanda bagian real pada akar karakteristik. Misalkan persamaan karakteristik (8) memiliki akar imajiner murni  $s = i\sigma$  ( $\sigma > 0$ ).

Untuk  $\tau > 0$ , jika  $i\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) adalah akar dari persamaan (8) maka

$$i\sigma + d_3 - \mu\bar{y}e^{-i\sigma\tau} = 0$$

$$i\sigma + d_3 - \mu\bar{y}(\cos(\sigma\tau) - i\sin(\sigma\tau)) = 0$$

Dengan memisahkan antara bagian real dan bagian imajiner maka diperoleh

$$d_3 = \mu\bar{y}\cos(\sigma\tau) \tag{10}$$

$$\sigma = -\mu\bar{y}\sin(\sigma\tau) \tag{11}$$

Persamaan (10) dan (11) masing-masing dikuadratkan, kemudian dijumlahkan dan diperoleh

$$\sigma^2 + d_3^2 - \mu^2\bar{y}^2 = 0 \tag{12}$$

$$\sigma = \sqrt{\mu^2\bar{y}^2 - d_3^2}$$

Jika  $\mu^2\bar{y}^2 - d_3^2 < 0$  atau ekuivalen dengan  $\mu\bar{y} < d_3$  maka persamaan (12) memiliki akar imajiner murni. Akibatnya, persamaan (8) memiliki akar real negatif untuk  $\tau > 0$  sehingga tidak terjadi perubahan tanda pada bagian realnya atau tidak terjadi bifurkasi. Dengan kata lain titik setimbang  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  stabil untuk  $\tau > 0$  jika  $R_1 < 1$  dan  $\mu\bar{y} < d_3$ . Hal ini menginterpretasikan bahwa adanya waktu tunda juga tidak mempengaruhi kestabilan dari  $P_1$ . Waktu tunda dibutuhkan untuk memproduksi sel CTL. Sedangkan pada titik setimbang  $P_1$ , sel CTL tidak diproduksi walaupun terdapat sel CD4<sup>+</sup>T yang terinfeksi sehingga titik setimbang akan tetap stabil untuk setiap  $\tau \geq 0$  jika  $R_1 \leq 1 < R_0$ .

**Kestabilan pada Titik Setimbang  $P_2(x^*, y^*, z^*)$**

**Teorema 1.4 (Forde, JE, 2005)**

Titik setimbang  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  stabil untuk  $\tau = 0$  dan menjadi tidak stabil untuk  $\tau > \tau_0$  jika dan hanya jika  $A, B$  dan  $C$  semuanya tak positif dan

$$(H_1): R_1 > 1$$

$$(H_2): C < 0 \text{ atau } C > 0, A^2 - 3B > 0 \text{ dan } 4(B^2 - 3AC)(A^2 - 3B) - (9C - AB)^2 > 0$$

dengan

$$A = A_1^2 - B_1^2 - 2A_2, \quad B = A_2^2 - B_2^2 - 2A_3A_1 + 2B_1B_3, \quad \text{dan} \quad C = A_3^2 - B_3^2$$

Bukti:

Diketahui titik setimbang endemik yaitu  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  dengan  $x^* = \frac{\lambda(\mu + d_3\alpha)}{d_3\beta + d_1\mu + d_1d_3\alpha}$ ,  $y^* = \frac{d_3}{\mu}$ ,

$z^* = \frac{d_2}{\gamma}(R_1 - 1)$  sehingga dari persamaan (2) dan persamaan (3) diperoleh matriks Jacobian

$$J_0 = \begin{bmatrix} -d_1 - \frac{\beta y^*}{1 + \alpha y^*} & -\frac{\beta x^*}{(1 + \alpha y^*)^2} & 0 \\ \frac{\beta y^*}{1 + \alpha y^*} & \frac{\beta x^*}{(1 + \alpha y^*)^2} - d_2 - \gamma z^* & -\gamma y^* \\ 0 & 0 & -d_3 \end{bmatrix} \text{ dan } J_\tau = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu z^* & \mu y^* \end{bmatrix}.$$

Persamaan karakteristiknya diberikan oleh

$$s^3 + A_1s^2 + A_2s + A_3 + (B_1s^2 + B_2s + B_3)e^{-s\tau} = 0 \quad (13)$$

dengan

$$A_1 = d_3 - \frac{\beta x^*}{(1 + \alpha y^*)^2} + d_2 + \gamma z^* + d_1 + \frac{\beta y^*}{1 + \alpha y^*}$$

$$A_2 = \frac{-\beta x^* d_3}{(1 + \alpha y^*)^2} + d_2 d_3 + \gamma d_3 z^* + d_1 d_3 - \frac{\beta x^* d_1}{(1 + \alpha y^*)^2} + d_1 d_2 + \gamma d_1 z^* + \frac{\beta y^* d_3}{1 + \alpha y^*} + \frac{\beta y^* d_2}{1 + \alpha y^*} + \frac{\beta y^* \gamma z^*}{1 + \alpha y^*}$$

$$A_3 = -\frac{\beta x^* d_1 d_3}{(1 + \alpha y^*)^2} + d_1 d_2 d_3 + \gamma d_1 d_3 z^* + \frac{\beta d_2 d_3 y^*}{1 + \alpha y^*} + \frac{\beta \gamma d_3 y^* z^*}{1 + \alpha y^*}$$

$$B_1 = -\mu y^*$$

$$B_2 = \frac{\beta \mu x^* y^*}{(1 + \alpha y^*)^2} - \mu y^* d_2 - \frac{\beta \mu y^{*2}}{1 + \alpha y^*} - \mu y^* d_1$$

$$B_3 = \frac{\beta \mu d_1 x^* y^*}{(1 + \alpha y^*)^2} - \mu y^* d_1 d_2 - \frac{\beta \mu d_2 y^{*2}}{1 + \alpha y^*}$$

Jika tidak ada waktu tunda ( $\tau = 0$ ) maka persamaan (13) menjadi

$$s^3 + (A_1 + B_1)s^2 + (A_2 + B_2)s + (A_3 + B_3) = 0 \quad (14)$$

Selanjutnya dengan menggunakan aturan Routh-Hurwitz maka diperoleh:

$$A_1 + B_1 = \frac{(\beta + d_1\alpha + d_2\alpha + \gamma z^*\alpha)y^* + d_1}{1 + \alpha y^*} > 0 \quad (15)$$

$$A_3 + B_3 = \frac{(\beta d_3 + \mu d_1 + d_1 d_3 \alpha)\gamma y^* z^*}{1 + \alpha y^*} > 0 \quad (16)$$

dengan  $z^* = \frac{d_2}{\gamma}(R_1 - 1)$  sehingga pertidaksamaan (16) terpenuhi jika dan hanya jika  $R_1 > 1$ .

Kemudian dapat dibuktikan bahwa  $(A_1 + B_1)(A_2 + B_2) - (A_3 + B_3) > 0$ .

$$\begin{aligned} (A_1 + B_1)(A_2 + B_2) - (A_3 + B_3) &= \frac{1}{(1 + \alpha y^*)^2} \{ (\beta + d_1 \alpha)(\beta y^* + d_1 \alpha y^* + d_1) \gamma^* z \\ &\quad + (d_2 \alpha + \gamma z \alpha)(\beta + \mu + d_1 \alpha + d_3 \alpha) \gamma y^{*2} z^* \\ &\quad + (\beta d_2 + d_1 d_2 \alpha)(\beta + d_1 \alpha + d_2 \alpha + \gamma z \alpha) y^{*2} + (\beta d_2 + d_1 d_2 \alpha) d_1 y^* \} > 0 \end{aligned} \tag{17}$$

Dari pertidaksamaan (15), (16) dan (17), maka persamaan karakteristik (14) memenuhi kriteria Routh-Hurwitz jika dan hanya jika  $R_1 > 1$ . Jadi jika  $R_1 > 1$  saat  $\tau = 0$ , maka titik setimbang  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  stabil. Hal ini terjadi karena saat  $\tau = 0$  semua akar-akar karakteristik (13) berada di sebelah kiri sumbu imajiner. Perubahan kestabilan  $P_2$  hanya dapat terjadi saat akar-akar karakteristik (13) melewati sumbu imajiner dan selanjutnya berada di sebelah kanan sumbu imajiner. Misalkan persamaan (13) memiliki akar imajiner murni yaitu  $s = i\sigma$ .

Untuk  $\tau > 0$ , jika  $i\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) adalah akar dari persamaan (13) maka

$$\begin{aligned} (i\sigma)^3 + A_1(i\sigma)^2 + A_2(i\sigma) + A_3 + (B_1(i\sigma)^2 + B_2(i\sigma) + B_3)e^{-i\sigma\tau} &= 0 \\ -i\sigma^3 - A_1\sigma^2 + iA_2\sigma + A_3 + (-B_1\sigma^2 + iB_2\sigma + B_3)(\cos(\sigma\tau) - i\sin(\sigma\tau)) &= 0 \end{aligned}$$

Dengan memisahkan antara bagian real dan bagian imajiner maka diperoleh

$$-A_1\sigma^2 + A_3 = (B_1\sigma^2 - B_3)\cos(\sigma\tau) - B_2\sigma\sin(\sigma\tau) = 0 \tag{18}$$

$$-\sigma^3 + A_2\sigma = -(B_1\sigma^2 - B_3)\sin(\sigma\tau) - B_2\sigma\cos(\sigma\tau) \tag{19}$$

Persamaan (18) dan (19) masing-masing dikuadratkan, kemudian dijumlahkan dan diperoleh

$$\sigma^6 + (A_1^2 - B_1^2 - 2A_2)\sigma^4 + (A_2^2 - B_2^2 - 2A_3A_1 + 2B_1B_3)\sigma^2 + (A_3^2 - B_3^2) = 0 \tag{20}$$

Misalkan

$$\omega = \sigma^2, \quad A = A_1^2 - B_1^2 - 2A_2, \quad B = A_2^2 - B_2^2 - 2A_3A_1 + 2B_1B_3 \quad \text{dan} \quad C = A_3^2 - B_3^2$$

Maka persamaan (20) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\omega^3 + A\omega^2 + B\omega + C = 0 \tag{21}$$

Jika  $i\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) adalah akar imajiner murni dari persamaan (13), maka persamaan (21) harus memiliki akar real positif  $\omega = \sigma^2$ .

Persamaan (21) adalah persamaan polinomial derajat tiga dan mempunyai akar-akar bilangan real positif jika  $C < 0$  atau  $C > 0$ ,  $A^2 - 3B > 0$  dan  $4(B^2 - 3AC)(A^2 - 3B) - (9C - AB)^2 > 0$ . Dengan demikian  $i\sigma$  adalah akar imajiner murni dari persamaan (13). Dengan kata lain, terdapat nilai  $\tau$  kritis ( $\tau_c$ ) sehingga persamaan (13) memiliki akar imajiner murni. Untuk  $\tau > \tau_c$  maka sebuah akar berada di sebelah kanan sumbu imajiner yang menyebabkan titik setimbang  $P_2$  tidak stabil. Selanjutnya akan ditentukan nilai  $\tau_c$  yang menyebabkan terjadinya perubahan kestabilan pada titik setimbang  $P_2$  yaitu

$$\tau = \frac{1}{\sigma} \arccos \left[ \frac{(B_1\sigma^2 - B_3)(-A_1\sigma^3 + A_3) + B_2(-\sigma^3 + A_2\sigma)}{(B_1\sigma^2 - B_3)^2 - B_2^2\sigma^2} \right] + \frac{2k\pi}{\sigma} \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Nilai  $\tau$  yang terkecil merupakan suatu nilai yang menyebabkan perubahan kestabilan titik setimbang  $P_2$  sehingga didapatkan

$$\tau_c = \tau_0 = \frac{1}{\sigma} \arccos \left[ \frac{(B_1\sigma^2 - B_3)(-A_1\sigma^3 + A_3) + B_2(-\sigma^3 + A_2\sigma)}{(B_1\sigma^2 - B_3)^2 - B_2^2\sigma^2} \right]$$

Jadi jika memenuhi  $(H_1) - (H_2)$  maka titik setimbang  $P_2$  stabil untuk  $\tau \in [0, \tau_0)$ , pada saat  $\tau = \tau_0$  terjadi bifurkasi dan untuk  $\tau > \tau_0$  titik setimbang  $P_2$  tidak stabil. Hal ini menginterpretasikan bahwa kestabilan sistem pada titik setimbang  $P_2$  dipengaruhi oleh keberadaan waktu tunda. Artinya bahwa jumlah sel CTL pada waktu sekarang yang dipengaruhi jumlah CTL dan sel yang terinfeksi sebelum waktu  $\tau$  satuan waktu dapat merubah sifat atau perilaku sistem.



## KESIMPULAN

Dari analisa yang dilakukan pada sistem model infeksi HTLV-I maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model infeksi HTLV-I pada sel CD4<sup>+</sup>T dengan laju infeksi non linier dan respon imun CTL yang tertunda memiliki tiga titik setimbang yaitu  $P_0\left(\frac{\lambda}{d_1}, 0, 0\right)$ ,  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  dan  $P_2(x^*, y^*, z^*)$ .
2.  $R_0 = \frac{\beta\lambda}{d_1 d_2}$  dan  $R_1 = \frac{\beta\lambda\mu}{d_2(d_3\beta + d_1\mu + d_1 d_3\alpha)}$  masing-masing adalah angka reproduksi dasar untuk infeksi virus HTLV-I dan respon CTL. Jika  $R_0 \leq 1$  maka virus tidak menyebar sehingga hanya terdapat sebuah titik setimbang bebas penyakit yaitu  $P_0\left(\frac{\lambda}{d_1}, 0, 0\right)$ . Jika  $R_0 > 1$  maka virus mulai menginfeksi sel CD4<sup>+</sup>T yang sehat sehingga terdapat dua titik setimbang endemik yaitu  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  dan  $P_2(x^*, y^*, z^*)$ . Jika  $R_1 \leq 1$  maka sel CTL tidak diproduksi sehingga hanya terdapat satu titik setimbang endemik yaitu  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$ . Jika  $R_1 > 1$  maka sel CTL mulai diproduksi dan dapat mengembangkan responnya untuk melawan virus HTLV-I sehingga terdapat satu titik setimbang endemik yaitu  $P_2(x^*, y^*, z^*)$ .
3. Kestabilan sistem pada titik setimbang  $P_0\left(\frac{\lambda}{d_1}, 0, 0\right)$  dan  $P_1(\bar{x}, \bar{y}, 0)$  tidak dipengaruhi oleh waktu tunda sehingga kedua titik setimbang ini stabil untuk setiap  $\tau \geq 0$ . Hal ini dikarenakan waktu tunda hanya diperlukan untuk memproduksi sel CTL, sedangkan kedua titik setimbang ini merepresentasikan suatu keadaan dimana tidak terdapat sel CTL.
4. Adanya waktu tunda mempengaruhi kestabilan sistem pada titik setimbang  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  yaitu titik setimbang  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  stabil untuk  $\tau \in [0, \tau_0)$  dan terjadi bifurkasi pada saat  $\tau = \tau_0$ . Sedangkan saat  $\tau > \tau_0$  titik setimbang  $P_2(x^*, y^*, z^*)$  menjadi tidak stabil dan terjadi osilasi periodik.

## DAFTAR PUSTAKA

- Cai L, Li X, Ghosh M. (2011), "Global Dynamics of A Mathematical Model for HTLV-I Infection of CD4<sup>+</sup> T-Cells", *Journal of Applied Mathematical Modelling*, 35. 3587-3595.
- Enatsu Y, dkk. (2011), "Global Stability of SIRS Epidemic Models With A Class of Nonlinear Incidence Rates And Distributed Delays", *J.Acta Mathematica Scientia*.
- Forde JE. (2005), *Delay Differential Equation Models in Mathematical Biology*, Dissertation Ph.D, University of Michigan.
- Kaddar A. (2009), "On The Dynamics of A Delayed SIR Epidemic Model With A Modified Saturated Incidence Rate", *Electronic Journal of Differential Equations*. Vol. 2009. No. 133, pp. 1-7.
- Katri P, Ruan S. (2004), "Dynamics of Human T-cell Lymphotropic Virus I (HTLV-I) Infection of CD4<sup>+</sup> T-cells", *Biological Modelling*, 327, 1009-1016.
- Kumala, W. (1999), "Epidemiologi dan Penanganan Infeksi Human T-cell Leukemia". *Jurnal Kedokteran Trisakti*, Mei-Agustus 1999, Vol.18, No.2.
- Lang J, Y.Li M. (2011), "Stable and Transient Periodic Oscillations in A Mathematical Model for CTL Response to HTLV-I Infection", *J.Mathematical Biology*.
- Mylonas I, dkk. (2010). "HTLV Infection and Its Implication in Gynaecology And Obstetrics", *Arch Gynecol Obstet* 282:493-501.
- Y.Li M, Shu H. (2012), "Global Dynamics of Mathematical Model for HTLV-I Infection of CD4<sup>+</sup>T cells With Delayed CTL Response", *Nonlinear Analysis*, 13. 1080-1092.
- Wang KF. (2007), "Complex Dynamic Behavior in A Viral Model With Delayed Immune Response", *Physica D*, 226. 197-208.
- Wang Z., Xu R. (2012), "Stability and Hopf Bifurcation in A Viral Infection Model With Nonlinear Incidence Rate and Delayed Immune Response", *Communications in Nonlinear Science Numerical Simulation*, 17. 964-978.



**PEMILIHAN ALGORITMA HEURISTIK TERBAIK  
UNTUK SUATU MASALAH GRAF  
BERDASARKAN SIFAT/KARAKTERISTIKNYA (INSTANCE FEATURES)**

**Nur Insani, M.Sc**

*Juridik Matematika FMIPA UNY*

**Abstrak**

Masalah pewarnaan simpul (*vertex coloring problem*) pada suatu graf merupakan suatu masalah mewarnai setiap simpul pada graf sehingga simpul-simpul yang bertetangga (berhubungan) tidak memiliki warna yang sama dan jumlah warna yang digunakan minimal. Telah banyak algoritma yang dikembangkan untuk menyelesaikan masalah ini, baik secara *exact* maupun secara heuristik (*heuristic*). Meskipun algoritma heuristik dapat memberikan solusi yang mendekati optimal (*near optimal solution*) lebih cepat, namun pemilihan algoritma heuristik yang terbaik untuk setiap masalah (*graf instance*) tertentu tetaplah penting karena tidak ada suatu algoritma yang dapat memberikan solusi optimal untuk semua masalah. Namun, akan sangat menyita waktu apabila kita mencoba satu per satu semua algoritma yang tersedia untuk memilih algoritma terbaik untuk suatu masalah (*instance*). Sifat-sifat atau karakteristik masalah (*instance features*) dapat membantu untuk menentukan algoritma heuristik yang terbaik untuk suatu kelas masalah tertentu. Penelitian ini mengeksplorasi sifat/karakteristik masalah (*instance*) untuk memilih algoritma heuristik: DSATUR dan Tabu, yang dapat memberikan solusi terbaik untuk suatu masalah tertentu.

**Kata kunci:** pewarnaan simpul, heuristik, *instance features*.

**PENDAHULUAN**

Pewarnaan simpul pada suatu graf  $G$  merupakan pemberian warna pada setiap simpul  $v \in V$  pada graf  $G$  dimana tidak ada dua simpul yang bertetangga mempunyai warna yang sama. Jumlah warna terkecil (optimal) yang dibutuhkan untuk mewarnai seluruh simpul tersebut dinamakan bilangan kromatik (*chromatics number*), dan dilambangkan dengan  $\chi(G)$ . Mencari jumlah warna yang optimal pada pewarnaan simpul merupakan suatu masalah yang menantang. Masalah ini termasuk suatu masalah *NP-hard*, dimana masalah ini tidak mempunyai solusi polinomial yang diketahui. Oleh sebab itu, telah banyak ilmuwan yang berusaha menyelesaikan masalah tersebut dengan beberapa algoritma, baik secara eksak maupun heuristik.

Meskipun heuristik mampu memberikan solusi yang mendekati optimal lebih cepat dibandingkan dengan algoritma eksak, namun masih ada variasi yang signifikan yang hanya dapat dijelaskan oleh fakta bahwa beberapa fitur atau struktur pada graf mungkin akan lebih cocok untuk beberapa heuristik dibanding dengan algoritma lainnya. Kebutuhan untuk memahami bagaimana algoritma heuristik yang terbaik untuk tipe/kelas graf yang bergantung pada fitur graf merupakan suatu masalah yang penting. Dengan demikian kita dapat meminimalkan waktu dan kompleksitas tanpa harus mencoba satu per satu algoritma yang ada (*trial and error*).

Penelitian ini mengeksplorasi beberapa fitur graf yang dapat membantu kita untuk memilih algoritma heuristik yang paling baik untuk suatu graf tertentu. Seluruh fitur yang digunakan pada penelitian ini mempunyai kompleksitas polinomial.

**Graf Bipartit**

Sebuah graf bipartit adalah sebuah graf yang simpul-simpulnya dapat dibagi ke dalam dua himpunan bagian yang saling asing,  $U$  dan  $V$ , dimana simpul-simpul di setiap himpunan tersebut tidak bertetangga. Setiap busur menghubungkan suatu simpul dari himpunan  $U$  ke himpunan  $V$ . Karena simpul-simpul pada  $U$  dan  $V$  saling bertetangga, maka pada setiap himpunan bagian  $U$  dan  $V$  dapat diwarnai secara berbeda. Dengan demikian, bilangan kromatik pada graf bipartit adalah 2.

### Penyeleksian Algoritma

Untuk memahami hubungan antara fitur/karakteristik graf dengan kinerja suatu algoritma, penelitian ini menggunakan *algorithm performance framework* yang diusulkan oleh Rice [11] dan diinterpretasikan oleh Kate Smith-Miles [12], yaitu:

- Ruang masalah P: terdiri dari berbagai tipe input graf.
- Ruang fitur F: memuat seluruh perhitungan fitur dari input graf.
- Ruang algoritma A: memuat seluruh algoritma yang akan digunakan: DSATUR dan TABU
- Ruang kinerja Y: memuat perhitungan dari kinerja algoritma.

Koleksi dari seluruh data diatas {P, F, A, Y} dikenal sebagai meta-data.

### Fitur/Karakteristik (*Instance Features*) Graf

Fitur-fitur graf merupakan properti dari suatu graf yang bergantung pada struktur abstraknya. Didalam penelitian ini, fitur graf memainkan peranan penting dimana fitur tersebut mempunyai hubungan dengan kinerja pada algoritma pewarnaan simpul. Adapun fitur-fitur tersebut yaitu:

- **Diameter** graf: jarak terbesar diantara sepasang simpul. Untuk mencari diameter suatu graf, kita harus mencari lintasan terpendek diantara setiap pasang simpul dan ambil jarak terjauh dari lintasan-lintasan tersebut.
- **Kepadatan** graf: Rasio jumlah busur terhadap jumlah busur yang mungkin.
- **Rata-rata panjang lintasan** (*average path length*): rata-rata jumlah step pada lintasan terpendek untuk seluruh pasangan simpul. Fitur ini digunakan untuk mengukur efisiensi perjalanan diantara simpul.
- **Girth**: pajang dari siklus (cycle) terpendek dari suatu graf. Jika suatu graf mempunyai *girth* sama dengan 3, maka graf tersebut tidak mungkin suatu graf bipartite.
- **Derajat** simpul: jumlah keterikatan suatu simpul dengan simpul yang lain. Fitur ini dapat menjelaskan bagaimana suatu graf terhubung.
- **Koefisien kluster** (*clustering coefficient*): merupakan ukuran sejauh mana node dalam grafik cenderung mengelompok bersama.
- **Sentralitas keantaraan** (*betweenness centrality*): ukuran seberapa pusat simpul-simpul di suatu graf. Graf yang mempunyai simpul-simpul yang terkumpul / mengelompok bersama, akan mempunyai sentralitas keantaraan yang tinggi, sementara graf yang mempunyai simpul-simpul yang berpecah akan mempunyai sentralitas keantaraan yang rendah.
- **Sentralitas vektor eigen** (*eigenvector centrality*): ukuran seberapa penting suatu simpul didalam suatu jaringan. Google menggunakan metode ini pada algoritma perankingan halaman mereka.
- **Konektivitas aljabar** (*algebraic connectivity*): nilai eigen yang terkecil kedua dari matrik Laplacian [9]. Fitur ini mencerminkan seberapa baik suatu graf terhubung.
- **Spektrum**: himpunan nilai-nilai eigen dari matrik ikatan. Nilai ini bersifat simetrik, yaitu untuk setiap  $\lambda$  terdapat  $-\lambda$ , untuk graf bipartit.

### Algoritma Heuristik

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan dua sampel algoritma heuristik yang telah dikenal secara umum, yaitu DSATUR dan Tabu.

#### 1. DSATUR

Algoritma heuristik “degree of saturation” (DSATUR) merupakan suatu algoritma pewarnaan sekuensial yang secara dinamik merubah urutan simpul-simpul berdasarkan derajat saturasi (*saturation*) saat itu. Derajat saturasi suatu simpul didefinisikan sebagai jumlah warna yang berbeda dimana simpul tersebut terhubung dengan simpul yang lain [2]. Algoritma DSATUR menjadi algoritma eksak untuk graf bipartit. Spektrum dari graf bersifat simetrik jika dan hanya jika graf tersebut merupakan graf bipartit. Graf tidak berarah mempunyai matrik ikatan (*adjacency matrix*) yang simetrik dan karena itu mempunyai nilai eigen yang riil.

#### 2. TABU

Algoritma TABU [7] membagi simpul-simpul graf menjadi beberapa partisi warna awal. Pewarnaan awal mungkin akan mempunyai konflik atau menjadi suatu solusi layak yang tidak

optimal. Algoritma ini kemudian mencoba untuk mengurangi jumlah warna yang ilegal dan mengoptimalkan solusi dengan cara memindahkan simpul-simpul dari satu partisi ke partisi yang lainnya. Setelah suatu simpul dipindahkan, maka akan ditambahkan pada daftar "tabu". Setiap simpul pada daftar ini tidak dapat dipindahkan ke warna sebelumnya untuk iterasi  $n$ .

### Input Graf

Untuk mempelajari fitur/karakteristik suatu graf, penelitian ini menggunakan graf-graf sampel acak yang dibangkitkan menggunakan perangkat lunak yang disediakan oleh Joseph Culberson [4]. Himpunan meta-data yang dihasilkan diambil dari Brandon Wreford [15]. Himpunan tersebut terdiri dari 2400 graf sampel yang terdiri atas 100, 500, dan 1000 simpul. Dengan cara ini, peneliti dapat mengambil jumlah simpul-simpul ini sebagai salah satu fitur graf, seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Hal sangatlah penting mengingat bahwa untuk jaringan yang besar (graf besar), algoritma Tabu lebih unggul (memberikan warna lebih sedikit) dibandingkan algoritma DSATUR. Adapun struktur dari graf-graf tersebut dijelaskan sebagai berikut [15]:

- **IID Graphs** - After choosing the number of vertices in the graph, each pair of vertices are assigned an edge with an independent identical probability  $p$ .
- **Girth and Degree Inhibited** - Each graph is assigned a probability  $p$ , girth limit  $g$ ; and a degree limit. The girth limit indicates that no cycle will be created with girth less than  $g$ . Hence if an edge  $(v;w)$  is being considered as a new edge, every pair of vertices  $(x; y)$  which will have a distance of less than  $g$  after the addition is blocked, and will never be selected as a possible new edge.  $p$  is the probability that a possible edge will be used. is a hard limit on the difference between the average node degree and the maximum degree of any vertex.
- **Geometric** [8] - These graphs are generated by choosing a radius  $r$  and uniformly distributing  $n$  pairs of numbers  $(x; y)$  in the range of  $0 < x; y < 1$ . Vertices in the graph  $U(n; r)$  correspond to the points  $(x; y)$  in the plane. The vertices are joined by an edge when the distance between a pair of vertices is less than the radius  $r$ .
- **Clique Driven Graphs** - This generator creates cliques of a given size. Each clique is generated by randomly creating  $h$  color partitions, then randomly selecting one of the vertices in each partition and joining every pair by an edge. Each clique is generated independently.
- **Cycle Driven Graphs** - Similar to the clique driven graphs, this generator creates cycles of a specified length.  $h$  color partitions are created, the algorithm then generates a cycle by randomly generating a path with each vertex from a different color partition than the last.

### PEMBAHASAN

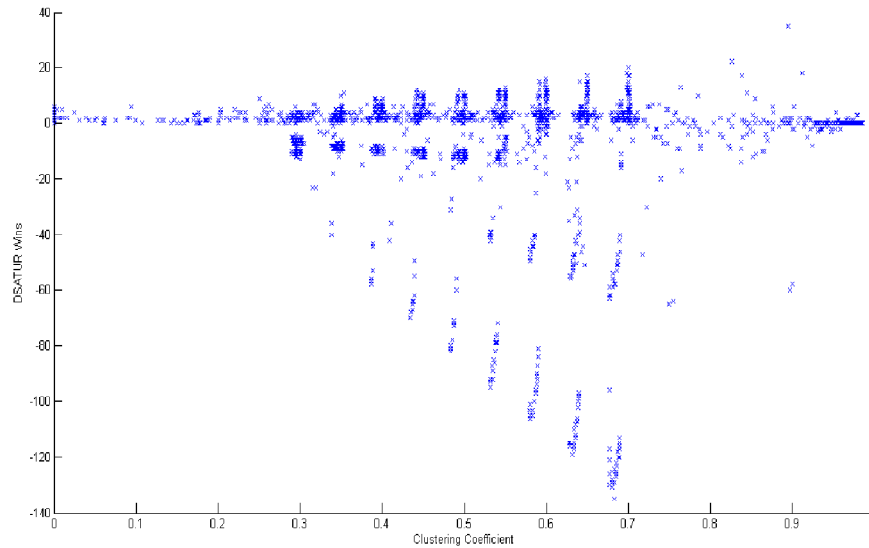
Untuk menghitung fitur-fitur yang telah dijelaskan sebelumnya, penelitian ini memanfaatkan data yang telah diambil pada penelitian terakhir [14], dimana perhitungan fitur diformulasi dengan menggunakan interface Python yang dikenal dengan *igraph* dan *scientific tools* yang dikenal dengan *SciPy* [6]. Perangkat lunak ini menyediakan metode yang fleksibel untuk mengevaluasi ribuan graf sampel dengan mudah dan cepat. Adapun output yang diberikan juga bersifat fleksibel dimana data tersebut dapat diimpor ke dalam bentuk excel.

Adapun pencarian solusi layak untuk pewarnaan input graf, penelitian ini menggunakan dua algoritma, DSATUR dan TABU, seperti yang telah dibahas sebelumnya. Adapun kedua algoritma tersebut juga dijalankan menggunakan interface Python dan output yang dihasilkan diimpor ke dalam bentuk excel.

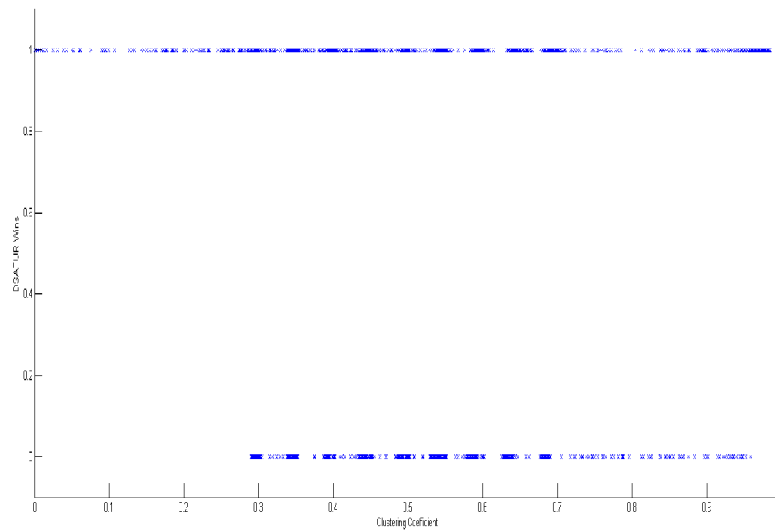
Seperti yang diketahui, disetiap kasus pewarnaan graf menggunakan kedua algoritma diatas, khususnya untuk graf dengan derajat besar, algoritma Tabu memberikan solusi yang lebih baik (warna lebih kecil) dibanding dengan algoritma DSATUR. Untuk tujuan penelitian, peneliti menformulasi  $DSATURWins = T - D$ , dimana  $T$  adalah jumlah warna yang digunakan oleh algoritma Tabu dan  $D$  adalah jumlah warna yang digunakan oleh algoritma DSATUR.

Setelah dilakukan seluruh perhitungan seluruh fitur pada seluruh graf pada meta-data, kemudian diperoleh beberapa hasil yang menarik. Salah satu fitur yang memberikan hasil yang menarik yaitu koefisien kluster (*clustering coefficient*). Apabila fitur ini diplot terhadap DSATUR Wins, maka diperoleh pola yang cukup menarik seperti yang terlihat pada Gambar 1 dibawah ini.

Untuk koefisien kluster yang bernilai kecil, maka algoritma DSATUR memberikan solusi yang lebih baik (warna yang lebih sedikit) dibandingkan dengan algoritma TABU. Seiring dengan naiknya nilai koefisien kluster, kedua algoritma memberikan performa yang seimbang. Akan tetapi jika kita perhatikan dengan lebih seksama, algoritma Tabu memberikan solusi yang lebih baik karena mempunyai margin yang lebih besar. Ketika nilai koefisien kluster membesar lagi, khususnya ketika nilai tersebut lebih dari 0,7, performa kedua algoritma masih tetap seimbang, walau dengan margin yang serupa. Dengan kata lain, peneliti tidak dapat menarik kesimpulan algoritma mana yang lebih menang atau kalah. Setelah fase ini, graf-graf yang tersisa terhubung (*clustered*) dengan baik, sehingga tidak ada dari kedua algoritma yang dapat memberikan performa luar biasa dibanding dengan yang lain.



Gambar 1. Plot antara Koefisien Kluster vs DSATURWins.

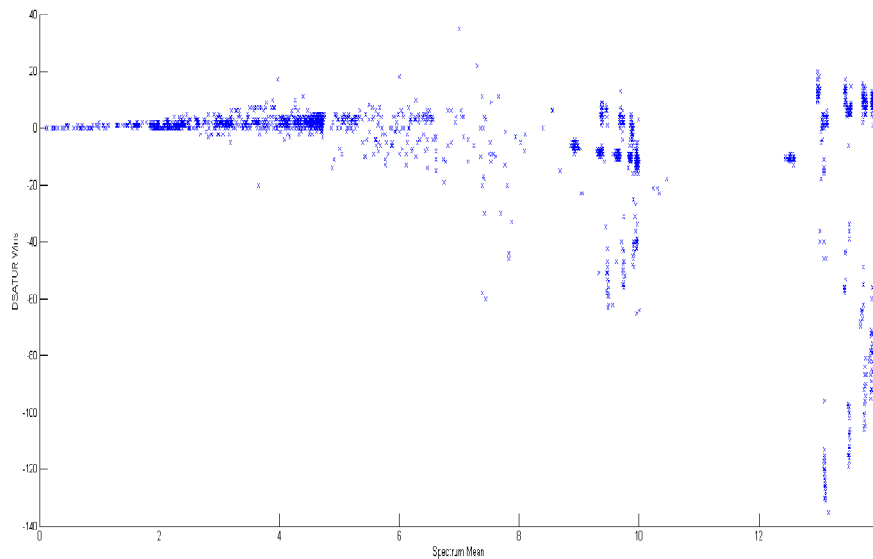


Gambar 2. Plot antara Koefisien Kluster vs DSATURWins (Kalah atau Menang).

Diketahui bahwa heuristik DSATUR menjadi algoritma eksak untuk graf bipartit. Dari definisi graf bipartit, graf tersebut tidak dapat mempunyai *triplets/triangles* yang tertutup. Sedemikian sehingga nilai koefisien kluster graf tersebut menjadi 0. Seiring dengan meningkatnya nilai koefisien kluster, algoritma heuristik DSATUR menjadi tidak eksak. Hal ini mengiring penelitian ini untuk mengambil kesimpulan bahwa untuk graf dengan nilai koefisien kluster yang kecil, maka graf tersebut dekat untuk menjadi graf bipartit dan algoritma DSATUR akan memberikan solusi yang terbaik.

Hasil lain yang menarik yaitu dari fitur spektrum dari graf. Jika fitur spektrum diplotkan dengan DSATURWins, maka akan dihasilkan pola yang menarik seperti yang terlihat pada Gambar

3. Spektrum dari setiap graf bipartit bersifat simetrik [5]. Dari pernyataan ini, peneliti dapat mengambil kesimpulan bahwa ada hubungan menarik antara nilai eigen dari graf dan DSATURWins.



Gambar 3. Plot antara Spektrum vs DSATURWins.

Dari Gambar 3 diatas terlihat bahwa algoritma DSATUR tampaknya memberikan solusi yang lebih baik untuk nilai spektrum yang kecil, akan tetapi ketika algoritma TABU menang (memberikan warna lebih sedikit), algoritma ini memberikan memberikan jumlah warna jauh lebih baik daripada DSATUR. Ketika algoritma DSATUR menang, algoritma ini hanya memberikan jumlah warna yang berbeda sedikit dengan algoritma Tabu. Semakin jauh suatu graf dari bipartit, menjadi suatu graf yang lebih besar, algoritma Tabu lebih mungkin untuk menang dari algoritma DSATUR. Karena diketahui algoritma DSATUR merupakan algoritma eksak untuk graf bipartit [2], hal ini membuat masuk akal untuk mengeksplorasi perilaku graf yang semakin menjauh dari bipartit.

Dari hasil diatas, dapat disimpulkan bahwa semakin besar nilai koefisien kluster dan nilai spektrum yang dimiliki oleh suatu graf, maka algoritma TABU akan lebih sering memberikan performa yang lebih baik dibandingkan dengan algoritma DSATUR.

## KESIMPULAN

Dari penelitian ini, peneliti telah mengeksplorasi beberapa macam fitur/karakteristik dari graf yang dapat membantu untuk menjelaskan tentang graf itu sendiri dan seberapa baik graf tersebut akan performa pada suatu algoritma heuristik, dalam hal ini DSATUR dan Tabu. Dari hasil penelitian juga menunjukkan bahwa koefisien kluster dan spektrum dapat merepresentasikan seberapa jauh graf menjadi graf bipartit, dan menentukan kapan algoritma DSATUR harus digunakan. Dari penelitian ini, peneliti juga telah mengeksplorasi bagaimana algoritma TABU dapat memberikan solusi yang lebih baik dengan beberapa kondisi tertentu.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] N. Biggs. *Algebraic graph theory*. Cambridge Univ Pr, 1993.
- [2] Daniel Brélaz. *New methods to color the vertices of a graph*. Communications of the ACM, 22(4):251–256, April 1979.
- [3] G Csárdi and T Nepusz. *The igraph software package for complex network research*. InterJournal Complex Systems, 1695:2006, 2006.
- [4] Joseph Culberson. *Graph Coloring Programs*.
- [5] D.M. Cvetkovic, M. Doob, and H. Sachs. *Spectra of graphs*. Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1980.

- [6] Jones Eric, Travis Oliphant, Pearu Peterson, and Others. SciPy: Open source scientific tools for Python.
- [7] A. Hertz and D. Werra. *Using tabu search techniques for graph coloring*. Computing, 39(4):345–351, 1987.
- [8] DS Johnson, CR Aragon, LA McGeoch, and C Schevon. *Optimization by simulated annealing: an experimental evaluation; part II, graph coloring and number partitioning*. Operations research, 1991.
- [9] B. Mohar. *The Laplacian spectrum of graphs*. Graph theory, combinatorics, and applications, 2:871–898, 1991.
- [10] R Development Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, 2010.
- [11] JR Rice. *The Algorithm Selection Problem*. Advances in computers, 1976.
- [12] K. Smith-Miles, R. James, J.W. Giffin, and Y. Tu. *Understanding the Relationship between Scheduling Problem Structure and Heuristic Performance using Knowledge Discovery*, LNCS. Learning and Intelligent OptimizatioN, LION, 3, 2009.
- [13]K. Smith-Miles, R. James, J. Gi-n, and Y. Tu, *Understanding the relationship between scheduling problem structure and heuristic performance using knowledge discovery*, Incs, Learning and Intelligent Optimization, LION, vol. 3, 2009.
- [14] W. B. L. L. Smith-Miles, K. and N. Insani, *Predicting metaheuristic performance on a graph coloring problems using data mining*, in *Hybrid Metaheuristics*, E.-G. Talbi, Ed. Springer, 2012, p. in press.
- [15]W. Brendan. *The Impact of Graph Features on the Performance of Graph Colouring Heuristics*. , unpublished project, 2010.



## SISTEM KENDALI RKK-200 LAPAN DENGAN PENGONTROL PID OPTIMAL

Putra S. B<sup>1)</sup>, Moh. Rifa'i<sup>2)</sup>, Nur Marisa Dewi<sup>3)</sup>, Ahmad Nur Shofa<sup>4)</sup>, Mohamad Mufti Setiawan<sup>5)</sup>

<sup>1)</sup> Jurusan Matematika ITS, Surabaya. e-mail: [sentosaputra@gmail.com](mailto:sentosaputra@gmail.com)

<sup>2)</sup> Jurusan Matematika ITS, Surabaya. e-mail: [rifai@matematika.its.ac.id](mailto:rifai@matematika.its.ac.id)

<sup>3)</sup> Jurusan Matematika ITS, Surabaya. e-mail: [nurmarisadewi@rocketmail.com](mailto:nurmarisadewi@rocketmail.com)

<sup>4)</sup> Jurusan Teknik Mesin ITS, Surabaya. e-mail: [shofa259@yahoo.com](mailto:shofa259@yahoo.com)

<sup>5)</sup> Jurusan Teknik Mesin ITS, Surabaya. e-mail: [mohamadmuftisetiawan@rocketmail.com](mailto:mohamadmuftisetiawan@rocketmail.com)

### Abstrak

Roket Kendali Eksperimen 200 (RKK-200) LAPAN merupakan wahana terbang tidak berawak yang dapat bergerak melintasi ruang dan mempunyai cara untuk mengendalikan jalur lintasannya sendiri. Roket ini mempunyai dua *stage*, yaitu *boosting stage* dan *sustaining stage*. *Boosting stage* terjadi ketika roket dilontarkan sampai mencapai ketinggian tertentu. Setelah itu akan terjadi proses separasi, setelah separasi ini motor roket akan dinyalakan. Pada saat motor roket dinyalakan setelah separasi ini, dinamakan *sustaining stage*. Pada *sustaining stage* ini dilakukan pengendalian roket untuk menuju sasaran tertentu. Secara umum gerak roket kendali terdiri dari matra longitudinal dan matra lateral, gerak ini dipengaruhi oleh sirip-sirip roket kendali yaitu sirip kendali *elevator*, sirip kendali *rudder* dan sirip kendali *aileron*. Pada penelitian ini, perancangan sistem kendali ditujukan pada sirip-sirip RKK-200 LAPAN. Sistem kendali ini disimulasikan dengan perangkat lunak Matlab. Model persamaan gerak dilinerisasikan menggunakan teori *small disturbance*. Pengendali yang digunakan pada penelitian ini adalah pengendali PID optimal, dengan parameter-parameternya diperoleh dengan menggunakan metode *Particle Swarm Optimization* (PSO). Hasil simulasi menunjukkan bahwa pengendali PID optimal memiliki kinerja yang baik.

**Kata kunci:** teori *small disturbance*, matra longitudinal, matra lateral-directional, PID optimal, *Particle Swarm Optimization* (PSO).

### PENDAHULUAN

Roket RKK-200 merupakan wahana terbang yang dibuat oleh para peneliti Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN). Roket ini dirancang untuk dijadikan roket kendali (*guided missile*) yang dapat digunakan pada berbagai misi untuk kepentingan ilmiah dan pertahanan wilayah, yang mempunyai gaya dorong, sistem pengendalian, dan sistem penargetan.

Gerak roket RKK-200 dapat dibedakan menjadi matra longitudinal dan matra *lateral-directional*. Kedua matra ini dipengaruhi oleh sirip-sirip roket kendali yaitu sirip kendali *elevator*, sirip kendali *rudder* dan sirip kendali *aileron*. Matra longitudinal mempunyai vektor gerak *pitch* dan matra *lateral-directional* mempunyai vektor gerak *yaw* dan *roll*. Hal ini menyebabkan roket RKK-200 memiliki enam derajat kebebasan dalam pergerakannya (6 DOF), sehingga mengakibatkan jalur terbang dari roket tidak stabil

Pada tugas akhir ini, penulis akan merancang sistem kendali gerak pada roket RKK-200 LAPAN menggunakan sistem kendali PID optimal dengan parameter-parameternya diperoleh menggunakan metode kontrol optimal *Particle Swarm Optimization* (PSO). Sehingga diharapkan roket kendali tersebut dapat stabil melintasi jalur terbangnya untuk menuju target dengan tepat sasaran.

## TINJAUAN PUSTAKA

Roket RKK-200 LAPAN merupakan sebuah roket kendali, dimana sistem pengendalinya menggunakan empat buah servo motor sebagai aktuator pada empat sirip (dua sirip horizontal dan dua sirip vertikal) yang teletak pada ekor roket. Pergerakan roket RKK-200 LAPAN ini ditentukan oleh sudut pergerakan sirip-sirip tersebut. Sirip-sirip ini dibagi kedalam 3 jenis yaitu sirip kendali *elevator*, sirip kendali *rudder* dan sirip kendali *aileron*. Pada matra longitudinal pengendalian dilakukan melalui sudut sirip kendali *elevator* (dua sirip horizontal). Sirip kendali *elevator* merupakan kendali yang mengatur gerak angguk naik turun roket dengan derajat tertentu (perubahan sudut *pitch*). Dimana ketika sirip *elevator* bergerak ke bawah maka gerak roket akan turun. Hal ini disebabkan oleh bertambahnya gaya angkat pada ekor roket ketika sirip *elevator* bergerak ke bawah. Sedangkan pada matra *lateral-directional*, pengendalian dilakukan sirip kendali *rudder* (dua sirip *vertical*) dan sirip kendali *aileron* (kombinasi dua sirip horizontal dan dua sirip vertikal). Kendali sirip *rudder* merupakan kendali yang dapat membelokkan hidung roket ke kiri dan ke kanan atau yang disebut dengan gerak *yaw*. Sedangkan kendali *aileron* merupakan kendali permukaan yang dapat mengontrol gerak *roll* roket. Pergerakan roket kendali selama masa terbang jelajahnya dipengaruhi oleh sirip-sirip roket. Untuk itulah sistem kendali pada sirip-sirip roket menjadi perhatian yang penting, agar didapatkan performansi yang optimal pada roket selama masa terbang jelajahnya.

### Linearisasi Persamaan Gerak Roket

Model persamaan gerak roket merupakan model persamaan nonlinear. Persamaan gerak roket terdiri dari persamaan gaya dan momentum. Seperti yang dijelaskan pada bab 2, model persamaan gerak roket merupakan persamaan nonlinear sebagai berikut :

$$\begin{aligned} X &= m(\dot{u} + qw - vr + g\sin\theta) \\ Y &= m(\dot{v} + ur - pw - g\cos\theta\sin\phi) \\ Z &= m(\dot{w} + vp - uq - g\cos\theta\cos\phi) \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} L &= I_{xx}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) + qr(I_{zz} - I_{yy}) \\ M &= I_{yy}\dot{q} + I_{xz}(p^2 - r^2) + pr(I_{xx} - I_{zz}) \\ N &= I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + pq(I_{yy} - I_{xx}) - I_{xz}qr \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\psi}\sin\theta \\ q &= \dot{\theta}\cos\phi + \dot{\psi}\cos\theta\sin\phi \\ r &= -\dot{\theta}\sin\phi + \dot{\psi}\cos\theta\cos\phi \end{aligned} \quad (4.3)$$

Persamaan nonlinear gerak roket ini termasuk persamaan yang rumit, sehingga perlu dilakukan penyederhanaan untuk kepentingan analisa. Dalam hal ini, persamaan nonlinear akan dilinearisasi menggunakan teori gangguan kecil dititik kesetimbangannya.

Teori gangguan kecil ini mengasumsikan bahwa gerak roket terdiri dari pergeseran kecil dari kondisi terbang stabil. Dengan kata lain, semua variabel dari persamaan gerak roket diganti dengan nilai kesetimbangan ditambah dengan gangguan, seperti berikut ini :

$$\begin{aligned} X &= X_0 + \Delta X & u &= u_0 + \Delta u \\ Y &= Y_0 + \Delta Y & v &= v_0 + \Delta v \\ Z &= Z_0 + \Delta Z & w &= w_0 + \Delta w \\ p &= p_0 + \Delta p & \theta &= \theta_0 + \Delta\theta \\ q &= q_0 + \Delta q & \phi &= \phi_0 + \Delta\phi \\ r &= r_0 + \Delta r & \psi &= \psi_0 + \Delta\psi \end{aligned}$$

Semua variabel yang berindeks nol merupakan nilai kesetimbangan, sedangkan  $\Delta_i$  merupakan nilai perubahan kecil (gangguan) terhadap titik kesetimbangannya.

Dengan mensubstitusikan variabel gerak diatas ke persamaan (4.1), (4.2), (4.3) maka persamaan gerak roket menjadi :

$$\begin{aligned}(X_0 + \Delta X) &= m[(\dot{u}_0 + \Delta \dot{u}) + (q_0 + \Delta q)(w_0 + \Delta w) - (r_0 + \Delta r)(v_0 + \Delta v) + g \sin(\theta_0 + \Delta \theta)] \\(Y_0 + \Delta Y) &= m[(\dot{v}_0 + \Delta \dot{v}) + (r_0 + \Delta r)(u_0 + \Delta u) - (p_0 + \Delta p) \\&\quad (w_0 + \Delta w) - g \cos(\theta_0 + \Delta \theta) \sin(\phi_0 + \Delta \phi)] \\(Z_0 + \Delta Z) &= m[(\dot{w}_0 + \Delta \dot{w}) + (p_0 + \Delta p)(v_0 + \Delta v) - (q_0 + \Delta q) \\&\quad (u_0 + \Delta u) - g \cos(\theta_0 + \Delta \theta) \cos(\phi_0 + \Delta \phi)]\end{aligned}\tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}(L_0 + \Delta L) &= I_{xx}(\dot{p}_0 + \Delta \dot{p}) - I_{xz}(\dot{r}_0 + \Delta \dot{r}) + (q_0 + \Delta q)(r_0 + \Delta r) \\&\quad (I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz}(p_0 + \Delta p)(q_0 + \Delta q) \\(M_0 + \Delta M) &= I_{yy}(\dot{q}_0 + \Delta \dot{q}) + (r_0 + \Delta r)(q_0 + \Delta q)(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz} \\&\quad [(p_0 + \Delta p)^2 - (r_0 + \Delta r)^2] \\(N_0 + \Delta N) &= I_{zz}(\dot{r}_0 + \Delta \dot{r}) - I_{xz}(\dot{p}_0 + \Delta \dot{p}) + (p_0 + \Delta p)(q_0 + \Delta q) \\&\quad (I_{yy} - I_{xx}) - I_{xz}(q_0 + \Delta q)(r_0 + \Delta r)\end{aligned}\tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}(p_0 + \Delta p) &= (\dot{\phi}_0 + \Delta \dot{\phi}) - (\dot{\psi}_0 + \Delta \dot{\psi}) \sin(\theta_0 + \theta) \\(q_0 + \Delta q) &= (\dot{\theta}_0 + \Delta \dot{\theta}) \cos(\phi_0 + \Delta \phi) + (\dot{\psi}_0 + \Delta \dot{\psi}) \\&\quad \cos(\theta_0 + \Delta \theta) \sin(\phi_0 + \Delta \phi) \\(r_0 + \Delta r) &= -(\dot{\theta}_0 + \Delta \dot{\theta}) \sin(\phi_0 + \Delta \phi) + (\dot{\psi}_0 + \Delta \dot{\psi}) \\&\quad \cos(\theta_0 + \Delta \theta) \cos(\phi_0 + \Delta \phi)\end{aligned}\tag{4.6}$$

Ketika gangguan dari kondisi rata-rata adalah dianggap sangat kecil, maka dipenuhi asumsi berikut [5]:

- perkalian (*product*) antar gangguan dapat dianggap nol.
- sinus dari sudut gangguan dapat dianggap sama dengan sudut gangguan, sedangkan cosinus dari sudut gangguan dianggap sama dengan satu.

Dengan melakukan operasi matematika sederhana serta menguraikan sinus dan cosinus, maka persamaan (4.4),(4.5),(4.6) berubah menjadi berikut :

$$\begin{aligned}(X_0 + \Delta X) &= m[(\dot{u}_0 + \Delta \dot{u}) + q_0 w_0 + w_0 \Delta q + q_0 \Delta w - r_0 v_0 - v_0 \Delta r \\&\quad - r_0 \Delta v + g(\sin \theta_0 + \cos \theta_0 \Delta \theta)] \\(Y_0 + \Delta Y) &= m[(\dot{v}_0 + \Delta \dot{v}) + r_0 u_0 + u_0 \Delta r + r_0 \Delta u - w_0 p_0 - w_0 \Delta p - \\&\quad p_0 \Delta w - g(\cos \theta_0 \sin \phi_0 + \cos \theta_0 \cos \phi_0 \Delta \phi - \sin \theta_0 \sin \phi_0 \Delta \theta)] \\(Z_0 + \Delta Z) &= m[(\dot{w}_0 + \Delta \dot{w}) + v_0 p_0 + v_0 \Delta p + p_0 \Delta v - u_0 q_0 - u_0 \Delta q \\&\quad - q_0 \Delta u - g(\cos \theta_0 \cos \phi_0 - \cos \theta_0 \sin \phi_0 \Delta \phi - \sin \theta_0 \cos \phi_0 \Delta \theta)]\end{aligned}\tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}(L_0 + \Delta L) &= I_{xx}(\dot{p}_0 + \Delta \dot{p}) - I_{xz}(\dot{r}_0 + \Delta \dot{r}) + (q_0 r_0 + q_0 \Delta r + r_0 \Delta q) \\&\quad (I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz}(p_0 q_0 + p_0 \Delta q + q_0 \Delta p) \\(M_0 + \Delta M) &= I_{yy}(\dot{q}_0 + \Delta \dot{q}) + (p_0 r_0 + p_0 \Delta r + r_0 \Delta p)(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz} \\&\quad (p_0^2 + 2p_0 \Delta p - r_0^2 - 2r_0 \Delta r) \\(N_0 + \Delta N) &= -I_{xz}(\dot{p}_0 + \Delta \dot{p}) + I_{zz}(\dot{r}_0 + \Delta \dot{r}) + (p_0 q_0 + p_0 \Delta q + q_0 \Delta p) \\&\quad (I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}(q_0 r_0 + q_0 \Delta r + r_0 \Delta q)\end{aligned}\tag{4.8}$$

$$(p_0 + \Delta p) = (\dot{\phi}_0 + \Delta \dot{\phi}) - \dot{\psi}_0(\sin \theta_0 + \cos \theta_0 \Delta \theta) - \Delta \dot{\psi} \sin \theta_0$$

$$\begin{aligned}
 (q_0 + \Delta q) &= \dot{\theta}_0(\cos\phi_0 - \sin\phi_0\Delta\phi) + \Delta\dot{\theta}\cos\phi_0 + \dot{\psi}_0\cos\theta_0 \\
 &\quad (\sin\phi_0 + \cos\phi_0\Delta\phi) - \dot{\psi}_0\sin\theta_0\sin\phi_0\Delta\theta + \Delta\dot{\psi}\cos\theta_0\sin\phi_0 \\
 (r_0 + \Delta r) &= -\dot{\theta}_0(\sin\phi_0 + \cos\phi_0\Delta\phi) - \Delta\dot{\theta}\sin\phi_0 + \dot{\psi}_0\cos\theta_0 \\
 &\quad (\cos\phi_0 - \sin\phi_0\Delta\phi) - \dot{\psi}_0\sin\theta_0\cos\phi_0\Delta\theta + \Delta\dot{\psi}\cos\theta_0\cos\phi_0
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Persamaan (4.7), (4.8), (4.9) merupakan persamaan gerak roket yang terdiri persamaan pada kondisi *trim* (setimbang) dan persamaan gangguan. Kemudian dengan mengelompokkan persamaan gerak roket menjadi suku-suku *trim* dan suku-suku gangguan, persamaan (4.7), (4.8), (4.9) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 X_0 - m[\dot{u}_0 + q_0w_0 - r_0v_0 + g\sin\theta_0] \\
 &= m[\Delta\dot{u} + w_0\Delta q + q_0\Delta w - v_0\Delta r - r_0\Delta v + g\cos\theta_0\Delta\theta] - \Delta X \\
 Y_0 - m[\dot{v}_0 + r_0u_0 - w_0p_0 - g\cos\theta_0\sin\phi_0] \\
 &= m[\Delta\dot{v} + u_0\Delta r + r_0\Delta u - w_0\Delta p - p_0\Delta w - g\cos\theta_0\cos\phi_0\Delta\phi \\
 &\quad + g\sin\theta_0\sin\phi_0\Delta\theta - \Delta Y] \\
 Z_0 - m[\dot{w}_0 + v_0p_0 - u_0q_0 - \cos\theta_0\cos\phi_0] \\
 &= m[\Delta\dot{w} + v_0\Delta p + p_0\Delta v - u_0\Delta q - q_0\Delta u + g\cos\theta_0\sin\phi_0\Delta\phi + g\sin\theta_0\cos\phi_0\Delta\theta - \Delta Z] \tag{4.10} \\
 L_0 - I_{xx}\dot{p}_0 + I_{xz}\dot{r}_0 - (I_{zz} - I_{yy})q_0r_0 + I_{xz}p_0q_0 \\
 &= I_{xx}\Delta\dot{p} - I_{xz}\Delta\dot{r} + (q_0\Delta r + r_0\Delta q)(I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz}(p_0\Delta q + q_0\Delta p) - \Delta L \\
 M_0 - I_{yy}\dot{q}_0 - (I_{xx} - I_{zz})p_0r_0 - I_{xz}(p_0^2 - r_0^2) \\
 &= I_{yy}\Delta\dot{q} + (p_0\Delta r + r_0\Delta p)(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(2p_0\Delta p - 2r_0\Delta r) - \Delta M \\
 N_0 + I_{xz}\dot{p}_0 - I_{zz}\dot{r}_0 - (I_{yy} - I_{xx})p_0q_0 - I_{xz}q_0r_0 \\
 &= -I_{xz}\Delta\dot{p} + I_{zz}\Delta\dot{r} + (p_0\Delta q + q_0\Delta p)(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}(q_0\Delta r + r_0\Delta q) - \Delta N \tag{4.11} \\
 p_0 - \dot{\phi}_0 + \dot{\psi}_0\sin\theta_0 &= \Delta\dot{\phi} - \dot{\psi}_0\cos\theta_0\Delta\theta - \Delta\dot{\psi}\sin\theta_0 - \Delta p \\
 q_0 - \dot{\theta}_0\cos\phi_0 - \dot{\psi}_0\cos\theta_0\sin\phi_0 \\
 &= -\dot{\theta}_0\sin\phi_0\Delta\phi + \Delta\dot{\theta}\cos\phi_0 + \Delta\dot{\psi}\cos\theta_0\sin\theta_0 \\
 &\quad + \dot{\psi}_0(\cos\theta_0\cos\phi_0\Delta\phi - \sin\theta_0\sin\phi_0\Delta\theta) - \Delta q \\
 r_0 + \dot{\theta}_0\sin\phi_0 - \dot{\psi}_0\cos\theta_0\cos\phi_0 \\
 &= -\dot{\theta}_0\cos\phi_0\Delta\phi - \Delta\dot{\theta}\sin\phi_0 + \Delta\dot{\psi}\cos\theta_0\cos\phi_0 \\
 &\quad - \dot{\psi}_0(\cos\theta_0\sin\phi_0\Delta\phi + \sin\theta_0\cos\phi_0\Delta\theta) - \Delta r
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Apabila komponen persamaan gerak dalam kondisi trim (setimbang) dihilangkan, hal ini berakibat berkurangnya komponen persamaan gaya dan momen yang bekerja pada roket, sehingga persamaan (4.10),(4.11),(4.12) menjadi :

$$\begin{aligned}
 \Delta X &= m[\Delta\dot{u} + w_0\Delta q + q_0\Delta w - v_0\Delta r - r_0\Delta v + g\cos\theta_0\Delta\theta] \\
 \Delta Y &= m[\Delta\dot{v} + u_0\Delta r + r_0\Delta u - w_0\Delta p - p_0\Delta w - g\cos\theta_0\cos\phi_0\Delta\phi + g\sin\theta_0\sin\phi_0\Delta\theta] \\
 \Delta Z &= m[\Delta\dot{w} + v_0\Delta p + p_0\Delta v - u_0\Delta q - q_0\Delta u + g\cos\theta_0\sin\phi_0\Delta\phi + g\sin\theta_0\cos\phi_0\Delta\theta] \tag{4.13} \\
 \Delta L &= I_{xx}\Delta\dot{p} - I_{xz}\Delta\dot{r} + (q_0\Delta r + r_0\Delta q)(I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz}(p_0\Delta q + q_0\Delta p) \\
 \Delta M &= I_{yy}\Delta\dot{q} + (p_0\Delta r + r_0\Delta p)(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(2p_0\Delta p - 2r_0\Delta r) \\
 \Delta N &= I_{zz}\Delta\dot{r} - I_{xz}\Delta\dot{p} + (p_0\Delta q + q_0\Delta p)(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}(q_0\Delta r + r_0\Delta q) \tag{4.14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta p &= \Delta \dot{\phi} - \dot{\psi}_0 \cos \theta_0 \Delta \theta - \Delta \dot{\psi} \sin \theta_0 \\ \Delta q &= -\dot{\theta}_0 \sin \phi_0 \Delta \phi + \Delta \dot{\theta} \cos \phi_0 + \Delta \dot{\psi} \cos \theta_0 \sin \phi_0 + \dot{\psi}_0 (\cos \theta_0 \cos \phi_0 \Delta \phi - \sin \theta_0 \sin \phi_0 \Delta \theta) \\ \Delta r &= -\dot{\theta} \cos \phi_0 \Delta \phi - \Delta \dot{\theta} \sin \phi_0 + \Delta \dot{\psi} \cos \theta_0 \cos \phi_0 - \dot{\psi}_0 (\cos \theta_0 \sin \phi_0 \Delta \phi + \sin \theta_0 \cos \phi_0 \Delta \theta)\end{aligned}\quad (4.15)$$

Persamaan (4.13),(4.14),(4.15) merupakan persamaan gerak roket terlinearisasi dengan menghilangkan komponen persamaan gerak pada kondisi *trim*.

Dalam analisa lebih lanjut perlu dipertimbangkan kasus-kasus penerbangan roket dengan kondisi sederhana. Misalnya, kondisi roket dalam terbang lurus, terbang simetris, serta terbang dengan sayap mendarat. Maka harus dipenuhi asumsi asumsi sebagai berikut [3] :

- kondisi terbang lurus (*staight*) menyebabkan  $\dot{\psi}_0 = 0$
- kondisi terbang *symetric* menyebabkan  $\psi_0 = v_0 = 0$
- kondisi terbang dengan sayap mendarat menyebabkan  $\phi_0 = 0$
- kondisi terbang setimbang (*trimmed*) diasumsikan

$$p_0 = q_0 = r_0 = 0$$

hal ini berakibat juga

$$\dot{p}_0 = \dot{q}_0 = \dot{r}_0 = 0$$

Asumsi diatas adalah asumsi pada analisa pesawat udara konvensional. Meskipun demikian, Blakelock dalam bukunya "*Automatic control of Aircraft and Missile* " juga memberikan asumsi yang sama pada analisa gerak roket.

Akibatnya, persamaan (4.12),(4.13),(4.14) menjadi :

$$\begin{aligned}\Delta X &= m[\Delta \dot{u} + w_0 \Delta q + g \cos \theta_0 \Delta \theta] \\ \Delta Y &= m[\Delta \dot{v} + u_0 \Delta r - w_0 \Delta p - g \cos \theta_0 \Delta \phi] \\ \Delta Z &= m[\Delta \dot{w} - u_0 \Delta q + g \sin \theta_0 \Delta \theta] \\ \Delta L &= I_{xx} \Delta \dot{p} - I_{xz} \Delta \dot{r}\end{aligned}\quad (4.16)$$

$$\Delta M = I_{yy} \Delta \dot{q}$$

$$\Delta N = I_{zz} \Delta \dot{r} - I_{xz} \Delta \dot{p}\quad (4.17)$$

$$\Delta p = \Delta \dot{\phi} - \Delta \dot{\psi} \sin \theta_0$$

$$\Delta q = \Delta \dot{\theta}$$

$$\Delta r = \Delta \dot{\psi} \cos \theta_0\quad (4.18)$$

Persamaan (4.16) dan (4.17) merupakan persamaan gerak untuk perubahan kecil disekitar nilai kesetimbangannya atau disebut persamaan gangguan dari gaya dan momen.

Gangguan dalam analisa gerak roket sangat berpengaruh pada gaya dan momen roket. Gangguan-gangguan ini secara tidak langsung ditransformasi ke dalam bentuk fungsi gangguan.

Fungsi gangguan dalam gerak roket terdiri dari fungsi perubahan kecepatan, percepatan dan sudut defleksi sirip atau sayap roket.

Adapun fungsi gangguan dalam analisa gerak roket adalah sebagai berikut [5] :

$$f \left( \begin{array}{l} \Delta u, \Delta v, \Delta w, \Delta p, \Delta q, \Delta r, \Delta \dot{u}, \Delta \dot{v}, \Delta \dot{w}, \Delta \dot{p}, \\ \Delta \dot{q}, \Delta \dot{r}, \Delta \delta_e, \Delta \delta_r, \Delta \delta_a, \Delta \delta_e \end{array} \right)$$

Dalam hal ini, fungsi gangguan terdapat pada gaya dan momen masing-masing sumbu koordinat tata acuan sumbu badan roket. Berikut ini adalah fungsi-fungsi gangguan yang paling dominan pada gaya dan momen roket [1] :

$$\Delta X = f(\Delta u, \Delta w, \Delta \delta_e)$$

$$\Delta Y = f(\Delta v, \Delta p, \Delta r, \Delta \delta_r)$$

$$\Delta Z = f(\Delta u, \Delta w, \Delta \dot{w}, \Delta q, \Delta \delta_e)$$

$$\Delta L = f(\Delta v, \Delta p, \Delta r, \Delta \delta_r, \Delta \delta_a)$$

$$\Delta M = f(\Delta u, \Delta w, \Delta \dot{w}, \Delta q, \Delta \delta_e)$$

$$\Delta N = f(\Delta v, \Delta p, \Delta r, \Delta \delta_r, \Delta \delta_a)$$

Kemudian, fungsi gangguan pada gaya dan momen tersebut dideretkan dengan menggunakan ekspansi deret Taylor sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \Delta X &= \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta Y &= \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial Y}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta Z &= \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \Delta L &= \frac{\partial L}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial L}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial L}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta M &= \frac{\partial M}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial M}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta N &= \frac{\partial N}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial N}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial N}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a \end{aligned} \quad (4.20)$$

Dengan menyamakan persamaan (4.16), (4.17) dengan persamaan (4.19) , (4.20) maka persamaan gerak roket menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e &= m[\Delta \dot{u} + w_0 \Delta q + g \cos \theta_0 \Delta \theta] \\ \frac{\partial Y}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Y}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial Y}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial Y}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r &= m[\Delta \dot{v} + u_0 \Delta r - w_0 \Delta p - g \cos \theta_0 \Delta \phi] \\ \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e &= m[\Delta \dot{w} - u_0 \Delta q + g \sin \theta_0 \Delta \theta] \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial L}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial L}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial L}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial L}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a &= I_{xx} \Delta \dot{p} - I_{xz} \Delta \dot{r} \\ \frac{\partial M}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial M}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} \Delta \dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e &= I_{yy} \Delta \dot{q} \\ \frac{\partial N}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial N}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial N}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial N}{\partial \delta_r} \Delta \delta_r + \frac{\partial N}{\partial \delta_a} \Delta \delta_a &= I_{zz} \Delta \dot{r} - I_{xz} \Delta \dot{p} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Jika masing-masing komponen persamaan (4.21) dibagi dengan massa ( $m$ ), sedangkan komponen pada persamaan (4.22) dibagi dengan inersia ( $I$ ), maka dengan mengikuti definisi dibawah ini [5]

$$\begin{aligned} X_i &= \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial i} & L_i &= \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L}{\partial i} \\ Y_i &= \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial i} & M_i &= \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M}{\partial i} \\ Z_i &= \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial i} & N_i &= \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N}{\partial i} \end{aligned}$$

menyebabkan persamaan gerak roket (4.21) dan (4.22) berubah menjadi seperti berikut :

$$\begin{aligned} X_u \Delta u + X_w \Delta w + X_{\delta_e} \Delta \delta_e &= \Delta \dot{u} + w_0 \Delta q + g \cos \theta_0 \Delta \theta \\ Y_v \Delta v + Y_p \Delta p + Y_r \Delta r + Y_{\delta_r} \Delta \delta_r &= \Delta \dot{v} + u_0 \Delta r - w_0 \Delta p - g \cos \theta_0 \Delta \phi \\ Z_u \Delta u + Z_w \Delta w + Z_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + Z_q \Delta q + Z_{\delta_e} \Delta \delta_e &= \Delta \dot{w} - u_0 \Delta q + g \sin \theta_0 \Delta \theta \\ L_v \Delta v + L_p \Delta p + L_r \Delta r + L_{\delta_r} \Delta \delta_r + L_{\delta_a} \Delta \delta_a &= \frac{I_{xx}}{I_{xx}} \Delta \dot{p} - \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \Delta \dot{r} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$M_u \Delta u + M_w \Delta w + M_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + M_q \Delta q + M_{\delta_e} \Delta \delta_e = \frac{I_{yy}}{I_{yy}} \Delta \dot{q}$$

$$N_v \Delta v + N_p \Delta p + N_r \Delta r + N_{\delta_r} \Delta \delta_r + N_{\delta_a} \Delta \delta_a = \frac{I_{zz}}{I_{zz}} \Delta \dot{r} - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \Delta \dot{p}$$
(4.24)

Jika persamaan (4.23) dan (4.24) ditulis dalam bentuk persamaan diferensial orde pertama, maka persamaan gerak roket menjadi :

$$\Delta \dot{u} = X_u \Delta u + X_w \Delta w - w_0 \Delta q - g \cos \theta_0 \Delta \theta + X_{\delta_e} \Delta \delta_e$$

$$\Delta \dot{v} = Y_v \Delta v + Y_p \Delta p + Y_r \Delta r - u_0 \Delta r + w_0 \Delta p + g \cos \theta_0 \Delta \phi + Y_{\delta_r} \Delta \delta_r$$

$$\Delta \dot{w} = Z_u \Delta u + Z_w \Delta w + Z_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + Z_q \Delta q + u_0 \Delta q - g \sin \theta_0 \Delta \theta + Z_{\delta_e} \Delta \delta_e$$
(4.25)

$$\Delta \dot{p} = L_v \Delta v + L_p \Delta p + L_r \Delta r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \Delta \dot{r} + L_{\delta_r} \Delta \delta_r + L_{\delta_a} \Delta \delta_a$$

$$\Delta \dot{q} = M_u \Delta u + M_w \Delta w + M_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + M_q \Delta q + M_{\delta_e} \Delta \delta_e$$

$$\Delta \dot{r} = N_v \Delta v + N_p \Delta p + N_r \Delta r + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \Delta \dot{p} + N_{\delta_r} \Delta \delta_r + N_{\delta_a} \Delta \delta_a$$
(4.26)

dengan  $X_i, Y_i, Z_i, L_i, M_i, N_i$  adalah parameter terbang roket atau dalam beberapa literatur dipakai istilah parameter turunan stabilitas (*stability derivatives*).

### Pembentukan Matriks State Space

Setelah proses linearisasi dilakukan, maka pada sub bab ini dibahas tentang pembentukan matriks *state space* sistem persamaan gerak roket tipe RKK-200 LAPAN. Pembentukan matriks state space ini dilakukan pada masing-masing gerak roket, yaitu gerak longitudinal dan gerak lateral directional.

#### 1. State Space Persamaan Gerak Longitudinal

Gerak longitudinal merupakan gerakan yang diakibatkan oleh gaya-gaya yang bekerja pada bidang simetris XZ . Gerak ini melibatkan kecepatan linear ke depan, ke atas, laju sudut angguk (*pitch rate q*) dan titik sudut angguk (*pitch attitude  $\theta$* ). Sehingga persamaan gerak longitudinalnya adalah sebagai berikut:

$$\Delta \dot{u} = X_u \Delta u + X_w \Delta w - w_0 \Delta q - g \cos \theta_0 \Delta \theta + X_{\delta_e} \Delta \delta_e$$

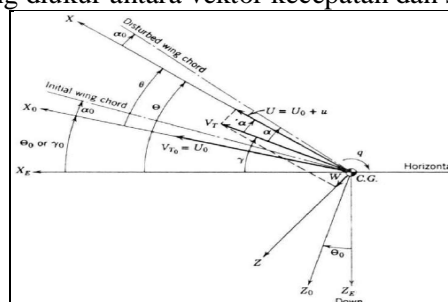
$$\Delta \dot{w} = Z_u \Delta u + Z_w \Delta w + Z_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + Z_q \Delta q + u_0 \Delta q - g \sin \theta_0 \Delta \theta + Z_{\delta_e} \Delta \delta_e$$

$$\Delta \dot{q} = M_u \Delta u + M_w \Delta w + M_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + M_q \Delta q + M_{\delta_e} \Delta \delta_e$$

$$\Delta \dot{\theta} = \Delta q$$
(4.27)

Dari sejumlah data terbang aerodinamika, tidak semua parameter terbang berpengaruh secara signifikan. Dalam analisa kestabilan ada beberapa parameter terbang yang perlu diabaikan, hal ini dikarenakan parameter tersebut tidak berpengaruh signifikan terhadap respon gerak roket. Pada gerak longitudinal ini parameter yang diabaikan adalah  $Z_q, Z_{\dot{w}}$  [5].

Dengan menggunakan sumbu kestabilan (keseimbangan) roket,  $w_0$  dapat dianggap nol. Sedangkan  $\theta_0$  sama dengan sudut jalur terbang  $\gamma_0$  jika sudut serang  $\alpha_0$  diasumsikan nol. Sudut serang disini adalah sudut yang diukur antara vektor kecepatan dan sayap roket [3].



Gambar 4.1 sumbu keseimbangan roket [5]

Pada gambar 4.1 dapat dilihat bahwa sumbu OX adalah sumbu longitudinal dari roket, sumbu ini segaris dengan arah vektor kecepatan dari roket, akibatnya  $w_0 = 0$ . Sedangkan  $X_0, Y_0, Z_0$  adalah sumbu keseimbangan roket. Pada gambar juga dijelaskan bahwa  $\theta_0$  adalah sudut angguk (*pitch angle*), sedangkan  $\gamma_0$  adalah sudut lintas terbang (*flight path angle*).

Sudut lintas terbang  $\gamma_0$  (*flight path angle*) didefinisikan sebagai sudut yang diukur diantara bidang vertikal dan horizontal serta vektor kecepatan roket.

Oleh karena itu, sistem persamaan gerak longitudinal pada persamaan (4.27) berubah menjadi :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{u} &= X_u \Delta u + X_w \Delta w - g \cos \gamma_0 \Delta \theta + X_{\delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta \dot{w} &= Z_u \Delta u + Z_w \Delta w + u_0 \Delta q - g \sin \gamma_0 \Delta \theta + Z_{\delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta \dot{q} &= M_u \Delta u + M_w \Delta w + M_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + M_q \Delta q + M_{\delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta \dot{\theta} &= \Delta q \end{aligned} \tag{4.28}$$

Dalam kasus ini sudut lintas terbang  $\gamma_0$  dianggap nol, dengan alasan agar roket bergerak pada lintasan (jalur terbang) yang lurus. Sehingga persamaan (4.28) menjadi :

$$\Delta \dot{u} = X_u \Delta u + X_w \Delta w - g \Delta \theta + X_{\delta_e} \Delta \delta_e \tag{4.29 a}$$

$$\Delta \dot{w} = Z_u \Delta u + Z_w \Delta w + u_0 \Delta q + Z_{\delta_e} \Delta \delta_e \tag{4.29 b}$$

$$\Delta \dot{q} = M_u \Delta u + M_w \Delta w + M_{\dot{w}} \Delta \dot{w} + M_q \Delta q + M_{\delta_e} \Delta \delta_e \tag{4.29 c}$$

$$\Delta \dot{\theta} = \Delta q \tag{4.29 d}$$

kemudian dengan mensubstitusikan persamaan (4.29 b) pada persamaan (4.29 c), maka persamaan gerak longitudinal roket menjadi :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{u} &= X_u \Delta u + X_w \Delta w - g \Delta \theta + X_{\delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta \dot{w} &= Z_u \Delta u + Z_w \Delta w + u_0 \Delta q + Z_{\delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta \dot{q} &= (M_u + M_{\dot{w}} Z_u) \Delta u + (M_w + M_{\dot{w}} Z_w) \Delta w + (M_q + M_{\dot{w}} u_0) \Delta q + (M_{\delta_e} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_e}) \Delta \delta_e \\ \Delta \dot{\theta} &= \Delta q \end{aligned} \tag{4.30}$$

Persamaan (4.30) merupakan persamaan roket untuk gerak longitudinal. Jika persamaan (4.30) dibentuk menjadi matriks ruang keadaan (*state space*)  $\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$ , maka :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, u = [\delta_e]$$

$$A = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & u_0 & 0 \\ \widetilde{M}_u & \widetilde{M}_w & \widetilde{M}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ Z_{\delta_e} \\ (M_{\delta_e} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_e}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{dengan : } \widetilde{M}_u = (M_u + M_{\dot{w}} Z_u)$$

$$\widetilde{M}_w = (M_w + M_{\dot{w}} Z_w)$$

$$\widetilde{M}_q = (M_q + M_{\dot{w}} u_0)$$

Dari matriks state space diatas, terlihat bahwa variabel keadaannya terdiri dari kecepatan linear  $u$ , kecepatan linear  $w$ , laju sudut angguk  $q$ , sudut angguk  $\theta$ . input dari sistem tersebut adalah defleksi sirip elevator  $\delta_e$ . Sedangkan matriks  $A$  dan  $B$  adalah parameter terbang dari roket.

Pada analisa kestabilan gerak longitudinal ini output yang diharapkan ada empat, yaitu kecepatan linear sumbu-x ( $u$ ), kecepatan linear sumbu-z ( $w$ ), laju sudut angguk ( $q$ ), dan sudut angguk ( $\theta$ ). Berikut ini adalah matriks output  $y = Cx(t)$  dari masing-masing output-an yang diharapkan.



**Tabel 4.1** Matriks output pada gerak Longitudinal

No.	Output	Matriks output
1.	$y \triangleq u$	[ 1 0 0 0]
2.	$y \triangleq w$	[ 0 1 0 0]
3.	$y \triangleq q$	[ 0 0 1 0]
4.	$y \triangleq \theta$	[ 0 0 0 1]

Nilai parameter matriks  $A$  dan  $B$  dari persamaan gerak longitudinal diatas, didapat melalui output dari *missile DATCOM* yang dianalisa dengan berbagai macam sudut serang dan kecepatan yang bervariasi.

## 2. State Space Persamaan Gerak Roket Lateral Directional

Gerak Lateral directional adalah gerakan roket yang melibatkan kecepatan linear ke samping  $v$ , laju sudut *roll*  $p$ , laju sudut *yaw*  $r$ , sudut *roll*  $\phi$ , sudut *yaw*  $\psi$ . Dalam kasus ini sudut *yaw* diabaikan untuk mereduksi bentuk matriks. Pengabaian ini tidak berpengaruh terhadap gerak roket lateral-directional [6].

Sehingga persamaan gerak yang terlibat dalam gerak lateral directional adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{v} &= Y_v \Delta v + Y_p \Delta p + Y_r \Delta r - u_o \Delta r + w_o \Delta p + g \cos \theta_0 \Delta \phi + Y_{\delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta \dot{p} &= L_v \Delta v + L_p \Delta p + L_r \Delta r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \Delta \dot{r} + L_{\delta_r} \Delta \delta_r + L_{\delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta \dot{r} &= N_v \Delta v + N_p \Delta p + N_r \Delta r + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \Delta \dot{p} + N_{\delta_r} \Delta \delta_r + N_{\delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta \dot{\phi} &= \Delta p + \Delta r \tan \theta_0\end{aligned}\quad (4.31)$$

Pada gerak *lateral directional*, parameter terbang yang sering diabaikan dalam analisa gerak roket adalah  $Y_p, Y_r$  [5]. Hal ini, dikarenakan parameter tersebut tidak berpengaruh besar terhadap respon gerak roket. Disamping itu  $w_o = 0$ , seperti yang dijelaskan pada sub bab 4.21.

Sehingga persamaan (4.31) menjadi :

$$\Delta \dot{v} = Y_v \Delta v - u_o \Delta r + g \cos \theta_0 \Delta \phi + Y_{\delta_r} \Delta \delta_r \quad (4.32 \text{ a})$$

$$\Delta \dot{p} = L_v \Delta v + L_p \Delta p + L_r \Delta r + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \Delta \dot{r} + L_{\delta_r} \Delta \delta_r + L_{\delta_a} \Delta \delta_a \quad (4.32 \text{ b})$$

$$\Delta \dot{r} = N_v \Delta v + N_p \Delta p + N_r \Delta r + \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \Delta \dot{p} + N_{\delta_r} \Delta \delta_r + N_{\delta_a} \Delta \delta_a \quad (4.32 \text{ c})$$

$$\Delta \dot{\phi} = \Delta p + \Delta r \tan \theta_0 \quad (4.32 \text{ d})$$

dengan memisalkan  $\frac{I_{xz}}{I_{xx}} = I_A$  dan  $\frac{I_{xz}}{I_{zz}} = I_B$ , kemudian mensubstitusikan persamaan (4.32 b) ke persamaan (4.32 c) dan sebaliknya, maka persamaan gerak roket lateral directional menjadi :

$$\begin{aligned}\Delta \dot{v} &= Y_v \Delta v - u_o \Delta r + g \cos \theta_0 \Delta \phi + Y_{\delta_r} \Delta \delta_r \\ \Delta \dot{p} &= \acute{L}_v \Delta v + \acute{L}_p \Delta p + \acute{L}_r \Delta r + \acute{L}_{\delta_r} \Delta \delta_r + \acute{L}_{\delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta \dot{r} &= \acute{N}_v \Delta v + \acute{N}_p \Delta p + \acute{N}_r \Delta r + \acute{N}_{\delta_r} \Delta \delta_r + \acute{N}_{\delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta \dot{\phi} &= \Delta p + \Delta r \tan \theta_0\end{aligned}\quad (4.33)$$

dengan :

$$\acute{L}_v = (I_A N_v + L_v) \quad \acute{N}_v = (I_B L_v + N_v)$$

$$\acute{L}_p = (I_A N_p + L_p) \quad \acute{N}_p = (I_B L_p + N_p)$$

$$\acute{L}_r = (I_A N_r + L_r) \quad \acute{N}_r = (I_B L_r + N_r)$$

$$\acute{L}_{\delta_a} = (I_A N_{\delta_a} + L_{\delta_a}) \quad \acute{N}_{\delta_a} = (I_B L_{\delta_a} + N_{\delta_a})$$

$$\acute{L}_{\delta_r} = (I_A N_{\delta_r} + L_{\delta_r}) \quad \acute{N}_{\delta_r} = (I_B L_{\delta_r} + N_{\delta_r})$$

Dalam analisa kestabilan *sideslip angles* ( $\beta$ ) sering digunakan sebagai state variabel dari pada *sideslip velocity* ( $v$ ), sehingga untuk sudut serang yang sangat kecil dipenuhi kondisi  $\Delta v = u_0 \Delta\beta$  atau  $\Delta\beta = \frac{\Delta v}{u_0}$  [5]. Akibatnya, persamaan gerak *lateral directional* (4.33) menjadi :

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\beta} &= Y_v\Delta\beta + \Delta r - \frac{g\cos\theta_0 \Delta\phi}{u_0} + \frac{Y_{\delta_r} \Delta\delta_r}{u_0} \\ \Delta\dot{p} &= \acute{L}_\beta\Delta\beta + \acute{L}_p\Delta p + \acute{L}_r\Delta r + \acute{L}_{\delta_r} \Delta\delta_r + \acute{L}_{\delta_a} \Delta\delta_a \\ \Delta\dot{r} &= \acute{N}_\beta\Delta\beta + \acute{N}_p\Delta p + \acute{N}_r\Delta r + \acute{N}_{\delta_r}\Delta\delta_r + \acute{N}_{\delta_a} \Delta\delta_a \\ \Delta\dot{\phi} &= \Delta p + \Delta r \tan \theta_0 \end{aligned} \tag{4.34}$$

dengan :  $\acute{L}_\beta = \acute{L}_v u_0$

$$\acute{N}_\beta = \acute{N}_v u_0$$

seperti pada sub bab 4.21 dijelaskan bahwa sudut angguk  $\theta_0$  sama dengan untuk jalur sudut lintas (*path flight angle*)  $\gamma_0$ . Dalam kasus ini  $\gamma_0 = 0$ , agar gerak roket melintas pada jalur lurus. Maka persamaan (4.34) menjadi :

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\beta} &= Y_v\Delta\beta + \Delta r - \frac{g \Delta\phi}{u_0} + \frac{Y_{\delta_r} \Delta\delta_r}{u_0} \\ \Delta\dot{p} &= \acute{L}_\beta\Delta\beta + \acute{L}_p\Delta p + \acute{L}_r\Delta r + \acute{L}_{\delta_r} \Delta\delta_r + \acute{L}_{\delta_a} \Delta\delta_a \\ \Delta\dot{r} &= \acute{N}_\beta\Delta\beta + \acute{N}_p\Delta p + \acute{N}_r\Delta r + \acute{N}_{\delta_r}\Delta\delta_r + \acute{N}_{\delta_a} \Delta\delta_a \\ \Delta\dot{\phi} &= \Delta p \end{aligned} \tag{4.35}$$

kemudian persamaan (4.35) dibentuk menjadi matriks *state space*  $\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$

dengan  $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$ ,  $u = \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & 1 & -\frac{g}{u_0} \\ \acute{L}_\beta & \acute{L}_p & \acute{L}_r & 0 \\ \acute{N}_\beta & \acute{N}_p & \acute{N}_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\delta_r}}{u_0} & 0 \\ \acute{L}_{\delta_r} & \acute{L}_{\delta_a} \\ \acute{N}_{\delta_r} & \acute{N}_{\delta_a} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pada matriks *state space* di atas, terlihat bahwa yang menjadi variabel state adalah *sideslip angles*  $\beta$ , laju sudut yaw  $p$ , laju sudut roll  $r$ , serta sudut yaw  $\phi$ . Input dari sistem tersebut adalah defleksi sirip *rudder* dan *aileron*. Sedangkan matriks  $A$  dan  $B$  merupakan parameter terbang roket.

Pada analisa kestabilan gerak *lateral directional* ini output yang diharapkan ada empat, yaitu *sideslip angles* ( $\beta$ ), laju sudut roll ( $p$ ), laju sudut yaw ( $r$ ), dan sudut roll ( $\phi$ ). Berikut ini adalah matriks output  $y = Cx(t)$  dari masing-masing outputan yang diharapkan.

**Tabel 4.2** Matriks output pada gerak lateral-directional

No.	Output	Matriks output
1.	$y \triangleq u$	[ 1 0 0 0 ]
2.	$y \triangleq w$	[ 0 1 0 0 ]
3.	$y \triangleq q$	[ 0 0 1 0 ]
4.	$y \triangleq \theta$	[ 0 0 0 1 ]

Nilai parameter terbang dari persamaan gerak *Lateral directional* diatas, didapat dari hasil output *missile DATCOM* yang dianalisa dengan berbagai macam sudut serang dan kecepatan yang bervariasi.

### Perhitungan Parameter Aerodinamika Roket RXX-200 LAPAN dengan Missile Datcom

Pada bab ini dijelaskan penerapan perangkat lunak *Missile Datcom* dalam perhitungan parameter aerodinamika roket, meliputi sistematika input dan output *Missile Datcom*.

Dalam tugas akhir ini, sudut serang roket divariasikan mulai 0.0 derajat sampai 19.0 derajat. Kecepatan bervariasi mulai 0.1 Mach sampai 2.0 Mach dan untuk inputan geometri roket terdapat pada LAMPIRAN. Pada tugas akhir ini hanya dilakukan identifikasi sistem pada *sustaining stage* saja, sehingga roket sudah tidak memiliki tabung motor bagian belakang. Pada *sustaining stage* ini roket hanya memiliki sayap penyeimbang bagian depan sebanyak empat buah dan sirip kendali belakang empat buah.

Pada tahap ini juga dilakukan pemodelan aktuator roket berupa motor servo sebagai penggerak sirip kendali yang terdapat pada bagian belakang roket.

### Pembentukan State Space Pada Matra Longitudinal

Sistem kendali gerak anggukan (matra longitudinal) pada roket berguna untuk mempertahankan sudut anggukan pada nilai tertentu. Dalam aplikasinya, sistem ini merupakan bagian dari sistem pengendali ketinggian terbang roket, dimana untuk menambah ketinggian terbang, roket harus mengubah sudut anggukannya. Selain itu, untuk mempertahankan ketinggian terbang, sebuah roket harus mempertahankan sudut anggukannya pada nilai tertentu.

Matra longitudinal merupakan gerakan yang diakibatkan oleh gaya-gaya yang bekerja pada arah bidang XZ. Persamaan pada matra longitudinal ini mempunyai *input* defleksi sirip-sirip *elevator* ( $\delta_e$ ) yang merupakan bidang kontrolnya dan sebagai *output* adalah laju sudut angguk (*pitch rate*) serta posisi sudut angguk (*pitch attitude*).

Nilai parameter-parameter persamaan matra longitudinal diperoleh dari karakteristik Roket RXX-200 LAPAN pada mach 0.5, dengan menggunakan metoda *first principle* yang berupa pendekatan semi-empiris berbasis piranti lunak *Missile DATCOM*. Adapun *state space* dengan nilai parameter tersebut adalah sebagai berikut (LAMPIRAN) :

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.536726 & -0.038337 & 0 & -9.81 \\ -0.383376 & -0.15335 & 34 & 0 \\ -0.00143 & -0.019833 & -6.150027 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.303479 \\ 1.303479 \\ 0.659673 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e$$

### Pembentukan State Space Pada Matra Lateral-Directional

Sistem kendali pada matra *lateral-directional* pada roket berguna untuk mempertahankan posisi terbang roket sehingga roket tidak berbelok tanpa dapat diprediksi. Dalam aplikasinya, sistem ini merupakan bagian dari sistem pengendali arah terbang roket, dimana untuk merubah arah terbang, roket harus mengubah sudut rollnya.

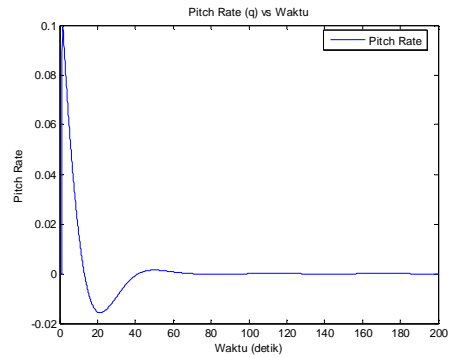
Persamaan pada matra *lateral-directional* ini mempunyai *input* defleksi sirip-sirip *rudder* ( $\delta_r$ ) dan *aileron* ( $\delta_a$ ) yang merupakan bidang kontrolnya dan sebagai *output* adalah laju sudut putar (*roll rate*( $p$ )), laju sudut belok (*yaw rate*( $r$ )) serta sudut putar (*roll attitude*( $\phi$ )).

Nilai parameter-parameter persamaan matra *lateral-directional* diperoleh dari karakteristik Roket RXX-200 LAPAN pada mach 0.5, dengan menggunakan metoda *first principle* yang berupa pendekatan semi-empiris berbasis piranti lunak *Missile DATCOM*. Adapun *state space* dengan nilai parameter tersebut adalah sebagai berikut :

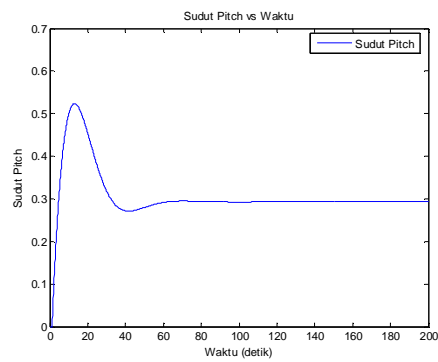
$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.638241 & 0 & -0.994756 & 0.288235 \\ -8.073933 & -4.927474 & 0.059367 & 0 \\ 15.536204 & -0.000333375 & -3.157402 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0.038337 \\ -26.913111 & 0 \\ 0 & -0.15113 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_R \end{bmatrix}$$

## SIMULASI DAN PEMBAHASAN

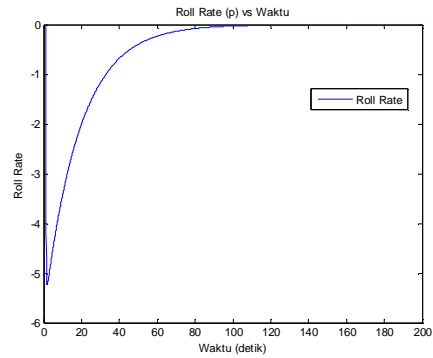
### a. Sistem Kendali Pitch Rate



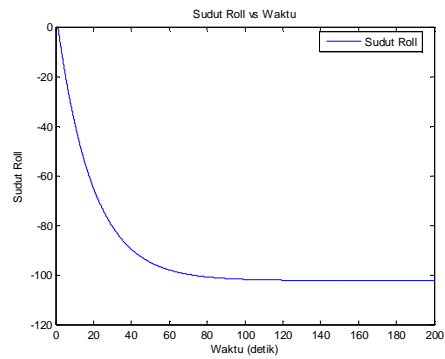
### b. Sistem Kendali Sudut Pitch



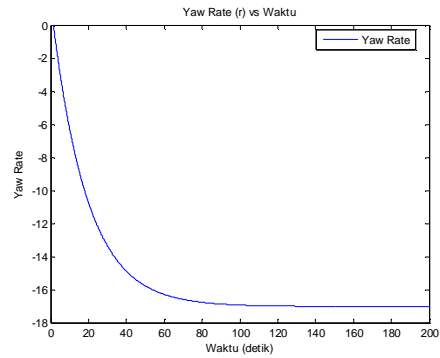
### c. Sistem Kendali Roll Rate karena pengaruh Defleksi Aileron



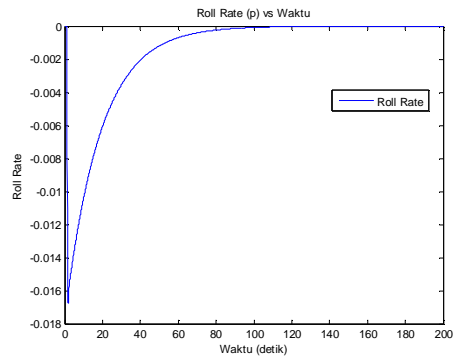
### d. Sistem Kendali Sudut Roll karena pengaruh Defleksi Aileron



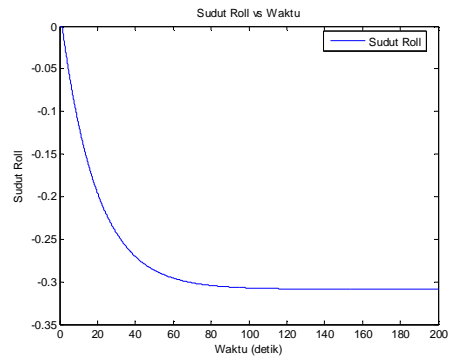
**e. Sistem Kendali Yaw Rate karena pengaruh Defleksi Aileron**



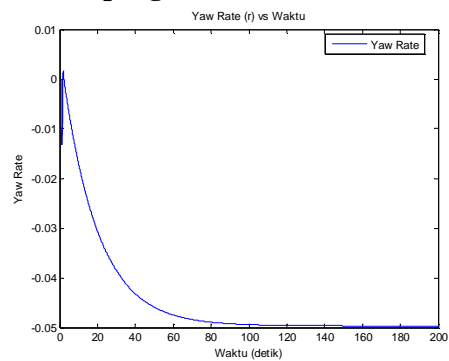
**f. Sistem Kendali Roll Rate karena pengaruh Defleksi Rudder**



**g. Sistem Kendali Sudut Roll karena pengaruh Defleksi Rudder**



**h. Sistem Kendali Yaw Rate karena pengaruh Defleksi Rudder**



**KESIMPULAN**

*PID* optimal mampu mengurangi overshoot dan mampu memperbaiki error steady state.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aditya G, Fari. 2010. *Perancangan dan Simulasi kendali Midcourse dengan Metode Waypoint dan Pengontrol PI untuk Roket RKK-200 LAPAN*. Tugas Akhir S1. Departemen Teknik Fisika ITB. Bandung.
- [2] A. Johnson, Michael dan H. Moradi, M. 2005. *PID Control : New Identification And Design Method*. Springer.
- [3] Fitria S, Dhona. 2010. *Desain dan Implementasi Pengontrol PI Optimal pada Gerak Longitudinal Roket RKK-200 LAPAN*. Tugas Akhir S1. Departemen Teknik Fisika ITB. Bandung.
- [4] H. Zak, Stanislaw. 2003. *Systems and Control*. Oxford University Press : New York.
- [5] McLean, Donald. 1990. *Automatic Flight Control Systems*. Prentice Hall International : UK.
- [6] Mukherji, Tye. 2004. *Aircraft Autopilot Design*. Bombay.
- [7] Nelson, Robert C. 1990. *Flight Stability and Automatic Control*. McGraHill Book Co. Singapore.
- [8] Reveles D, Nic. 2000. *Longitudinal Autopilot Design*. Georgia.
- [9] Siouris, G M. 2004. *Missile Guidance and Control Systems*. Springer – Verlag : New York.
- [10] *Tahun Anggaran ke-1 : 2007, Pengujian Model Roket Kendali LAPAN di dalam Terowongan Angin (Wind Tunnel) : LAPORAN AKHIR, Riset Unggulan Kedirgantaraan (RUK) LAPAN*. Deputi Teknologi Dirgantara. L A P A N.
- [11] Andiarti, Rika. *Kontroler Gain Scheduling untuk Rudal Udara ke Udara*. Peneliti Bidang Kendali Pustekwagan. LAPAN
- [12] Andiarti, Rika. *Teknik Kontrol Sliding Mode untuk Autopilot Roket*. Peneliti Bidang Kendali, Pustekwagan. LAPAN.
- [13] Artha, Zulfikar. 2010. *Desain dan Pengembangan dari Sistem Kecerdasan Robotika Muatan Roket dengan 5 Derajat Kebebasan dengan Kontrol Sistem Pendaratan Navigasi x-y Kartesian*. Proyek Akhir. Program Studi Teknik Mekatronika, Politeknik Elektronika Negeri Surabaya.
- [14] McLean, Donald. 1990. *Automatic Flight Control systems*. Prentice-Hall International (UK) Ltd.

## PREDIKSI PRODUKSI IKAN LELE DI KABUPATEN SLEMAN DENGAN MODEL *NEURO FUZZY*

Putri Kartika Sari<sup>1)</sup>, Agus Maman Abadi<sup>2)</sup>

- 1) Mahasiswa Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta  
2) Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta  
Email: putri.kartikasari25@gmail.com, agusmaman@uny.ac.id

### Abstrak

Produksi perikanan merupakan salah satu sektor produksi yang berpengaruh besar dalam memajukan perekonomian Indonesia. Dalam lingkup lokal, terdapat juga kegiatan produksi perikanan di beberapa provinsi atau kabupaten di Indonesia. Penulisan skripsi ini bertujuan untuk memprediksi produksi ikan lele di Kabupaten Sleman dengan menggunakan model *neuro fuzzy* Sugeno dengan *fuzzy modeling networks* (FMN) tipe II. Pada penelitian ini, prediksi produksi ikan lele hanya didasarkan pada data produksi ikan lele sebelumnya.

Prosedur pemodelan *neuro fuzzy* Sugeno melalui pembelajaran jaringan syaraf *backpropagation fuzzy modelling networks* (FMN) tipe II, yaitu; pemilihan variabel *input-output* dan data pelatihan. Setelah variabel ditetapkan, variabel diseleksi dengan cara mengeliminasi variabel-variabel yang tidak diperlukan dan mempertahankan variabel-variabel yang memberikan korelasi yang cukup signifikan terhadap variabel *output*. Selanjutnya, data *training* dan *testing* dikelompokkan (*cluster*) dengan metode *Fuzzy C-Means* (FCM). Kemudian dilakukan pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian anteseden (bagian IF) dan bagian konsekuen (bagian THEN) pada aturan-aturan inferensi *fuzzy*. Bagian konsekuen (bagian THEN) disederhanakan dengan menggunakan metode eliminasi *backward* dengan dihasilkan  $f$ . Langkah terakhir, menentukan *output* akhir jaringan berupa nilai konstan. Setelah itu, untuk mengetahui tingkat keakuratan pemodelan NFS dapat dilihat dari nilai MAPE jaringan.

Model NFS diterapkan untuk data produksi ikan lele pada periode tahun 2004 sampai tahun 2011. Hasil penelitian diperoleh bahwa model terbaik untuk prediksi produksi ikan lele di Kabupaten Sleman dengan model NFS menghasilkan nilai MAPE sebesar 124,07% untuk data training dan 45,24% untuk data testing.

**Kata kunci:** produksi lele, *neuro fuzzy*, prediksi, *neural fuzzy systems*, *fuzzy c-means*

### PENDAHULUAN

Di Indonesia, produksi perikanan merupakan salah satu sektor produksi yang berpengaruh besar dalam memajukan perekonomian Indonesia. Dalam lingkup lokal, terdapat juga kegiatan produksi perikanan di beberapa provinsi atau kabupaten di Indonesia. Salah satu kabupaten yang menjadi sentra produksi ikan lele adalah Kabupaten Sleman. Salah satu produksi ikan yang dominan dan berkembang pesat selama 5 tahun terakhir adalah ikan lele. Tetapi akhir-akhir ini, produksi ikan lele di Sleman masih jauh di bawah kebutuhan pasar lele di DIY. Hal ini disebabkan karena mahalnya harga pakan lele, sehingga biaya produksi pun meningkat tajam. Biaya produksi yang harus dihabiskan untuk pakan lele besarnya mencapai 70 persen, sedangkan untuk pembelian benih bisa mencapai 12 persen. Jika harga pakan akan selalu mahal, maka itu dapat mengakibatkan produksi lele tidak akan berkembang.

Produksi lele yang tidak dikendalikan dengan baik akan berdampak pada merosotnya perekonomian Indonesia. Oleh karena itu, prediksi produksi lele pada masa yang akan datang sangat diperlukan untuk menyusun kebijakan ekonomi di masa mendatang. Penelitian Sri Mulyana (2007) untuk mengetahui prediksi jumlah produksi benih ikan dengan logika *fuzzy* yang dipengaruhi oleh faktor ukuran (panjang dan bobot), fekunditas (tipe, produktifitas, makanan) dan

daya tetas (kadar oksigen, pH, suhu). Selanjutnya, penelitian Tajerin (2007) menyatakan bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi kuantitas produk yang dihasilkan adalah luas kolam, benih ikan, pakan lele, dan tenaga kerja manusia. Kemudian dengan perkiraan koefisien elastisitas menggunakan persamaan fungsi produksi Cobb-Douglas oleh Suharso, dkk (2006), menyatakan bahwa pengembangan produksi ikan sangat ditentukan oleh sumberdaya perikanan laut dan peluang pasar. Sedangkan penelitian Novie Fajar Ismanto (2009) menyatakan bahwa terdapat faktor-faktor internal (potensi sumber daya alam) dan eksternal (permintaan pasar) yang sangat kuat mempengaruhi perkembangan budidaya lele di Kabupaten Bogor yang disusun dalam bentuk matriks TOWS yang kemudian di analisis menggunakan QSPM. Analisis faktor-faktor yang mempengaruhi produksi lele di Kabupaten Bandung menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) untuk menunjukkan variabel independen yang mempengaruhi jumlah produksi lele secara signifikan adalah tenaga kerja, kebutuhan pakan dan penggunaan vitamin oleh Rega Yanuar Caprisa (2009).

Salah satu cara untuk memodelkan produksi ikan lele di Kabupaten Sleman adalah dengan model *neuro fuzzy*. *Neuro fuzzy* merupakan penggabungan dari jaringan syaraf tiruan (*Artificial Neural Network*) dan logika *fuzzy*. Jaringan syaraf tiruan adalah suatu struktur yang meniru keberadaan sel-sel syaraf (*neuron*) sebagaimana dalam otak manusia. Logika *fuzzy* adalah pemakaian fungsi keanggotaan untuk menentukan seberapa besar suatu predikat memenuhi suatu fungsi. Pada *neuro fuzzy*, jaringan dilatih menggunakan algoritma pembelajaran jaringan syaraf dan kemudian struktur jaringan dinyatakan dalam beberapa aturan *fuzzy*. Model *neuro fuzzy* memiliki kemampuan aproksimasi fungsi oleh logika *fuzzy* dan kemampuan proses belajar oleh jaringan *neural*.

Pokok permasalahan dari penelitian ini adalah bagaimana memprediksi produksi ikan lele di Kabupaten Sleman dengan model *neuro fuzzy*. Penelitian ini bertujuan untuk membuat model *neuro fuzzy* yang dapat memprediksi produksi ikan lele di Kabupaten Sleman.

Bagi Dinas yang berwenang mengatur produksi lele di Kabupaten Sleman, penelitian ini dapat menjadi bahan pertimbangan dalam menyusun dan menetapkan kebijakan dari hasil prediksi produksi ikan lele. Bagi kalangan akademik, hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan yang bermanfaat, sehingga dapat menambah wawasan mengenai perkembangan produksi ikan lele di Kabupaten Sleman dan dapat menjadi referensi untuk penelitian selanjutnya.

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini menggunakan pendekatan *research and development* pada model *Neural Fuzzy System (NFS)*. Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini antara lain:

- 1) Pengambilan data sekunder produksi ikan lele di Kabupaten Sleman periode tahun 2004 sampai tahun 2011. Data disajikan dalam bentuk produksi tiap triwulan.
- 2) Studi pustaka mengenai sistem *fuzzy* dan jaringan syaraf tiruan yang digunakan untuk merancang model *Neural Fuzzy System (NFS)*.
- 3) Studi pustaka mengenai system *neuro fuzzy* untuk memprediksi produksi ikan lele di Kabupaten Sleman.
- 4) Perancangan model *neuro fuzzy*, meliputi: penetapan variabel *input* yang signifikan, penetapan target *output*, dan penetapan parameter yang digunakan untuk membangun jaringan.
- 5) Pembuatan program *NFS* dengan menggunakan bahasa pemrograman MATLAB 7.
- 6) Membangun jaringan berdasarkan data training, kemudian jaringannya diujikan dengan data testing.
- 7) Menghitung tingkat keakuratan dari masing-masing hasil *output* jaringan yang diperoleh.
- 8) Seleksi model terbaik dari prediksi produksi ikan lele berdasarkan besarnya galat dari masing-masing model.
- 9) Membuat kesimpulan dan saran dari keseluruhan proses yang dilakukan.



## PEMBAHASAN

### Sistem Fuzzy

*Fuzzy* didefinisikan sebagai sesuatu yang kabur atau samar, tidak jelas, membingungkan tetapi istilah sistem *fuzzy* tidak dimaksudkan untuk mengacu pada sebuah sistem yang tidak jelas (kabur/samar – samar) definisi, cara kerjanya, atau deskripsinya. Sistem *fuzzy* didasarkan pada teori logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* digunakan untuk merepresentasikan suatu nilai ke dalam suatu bahasa linguistik. Tiga hal yang diperlukan untuk memahami dasar-dasar logika *fuzzy*, yaitu: himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan, dan operasi logika.

Teori himpunan *fuzzy* diperkenalkan oleh Lotfi A. Zadeh pada tahun 1965. Himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  pada semesta pembicaraan  $X$  dapat didefinisikan sebagai sebuah himpunan pasangan terurut,

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (1)$$

dengan  $\mu_A(x)$  adalah derajat keanggotaan  $x$  di  $\tilde{A}$  yang memetakan  $X$  ke ruang keanggotaan  $M$  yang terletak pada rentang  $[0, 1]$ .

Bila himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  dari himpunan universal  $X$ , maka derajat keanggotaan dari suatu elemen  $x$  dapat dinyatakan oleh suatu fungsi keanggotaan. Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* data ke dalam nilai keanggotaannya yang diperoleh melalui pendekatan fungsi. Fungsi keanggotaan memetakan suatu elemen  $x$  ke derajat keanggotaannya dalam interval tertutup antara nol sampai satu. Secara matematis pernyataan tersebut dapat dituliskan (Klir dkk, 1997:75):

$$\tilde{A} : X \rightarrow [0,1] \quad (2)$$

Beberapa fungsi keanggotaan yang sering digunakan adalah: representasi linear naik, representasi linear turun, kurva segitiga, kurva trapesium, kurva bentuk bahu, kurva-S pertumbuhan, kurva-S penyusutan, dan kurva bentuk lonceng (kurva PI, kurva beta, kurva Gauss).

Model operator *fuzzy* terdiri atas 2 operator, yaitu operator-operator dasar yang dikemukakan oleh Zadeh (AND, OR, NOT) dan operator-operator alternatif yang dikembangkan dengan menggunakan konsep transformasi tertentu (transformasi aritmetika dan transformasi fungsi yang lebih kompleks). Operasi AND berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan berikut:

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (3)$$

Operasi OR berhubungan dengan operasi union pada himpunan berikut:

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (4)$$

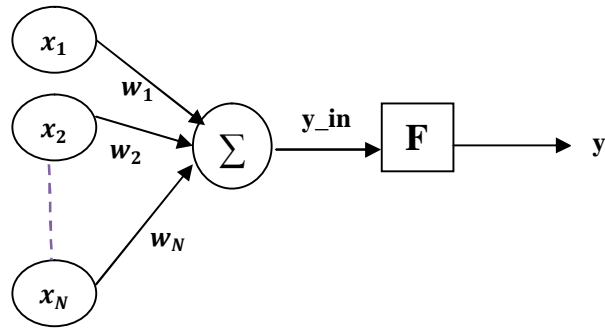
Operasi NOT berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan berikut:

$$\mu'_A = 1 - \mu_A(x) \quad (5)$$

### Jaringan Syaraf Tiruan

Jaringan syaraf tiruan atau jaringan *neural artificial* merupakan salah satu representasi buatan (tiruan) dari otak manusia yang mencoba untuk mensimulasikan proses pembelajaran pada otak manusia tersebut (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:69). Seperti halnya otak manusia, jaringan syaraf juga terdiri dari beberapa *neuron*. Informasi (*input*) akan dikirim ke *neuron* dengan bobot kedatangan tertentu. Kemudian *input* akan diproses oleh suatu fungsi perambatan yang akan menjumlahkan nilai-nilai semua bobot yang datang. Hasil penjumlahan ini akan dibandingkan dengan suatu nilai ambang (*threshold*) tertentu melalui fungsi aktivasi. Fungsi aktivasi yang sering digunakan dalam jaringan syaraf tiruan, antara lain; fungsi undak biner, bipolar, linear, saturating linear, symetric saturating linear, sigmoid biner, dan sigmoid bipolar. Terdapat tiga macam arsitektur jaringan syaraf, yaitu jaringan dengan lapisan tunggal, jaringan dengan banyak lapisan dan jaringan dengan lapisan kompetitif Jaringan syaraf sederhana dengan fungsi aktivasi ditunjukkan dalam Gambar 1.

Penelitian ini menggunakan jaringan syaraf dengan lapisan tunggal, dimana ciri-ciri dari arsitektur ini adalah hanya terdiri dari satu lapisan *input* dan satu lapisan *output*, tanpa lapisan tersembunyi. Proses belajar jaringan dengan lapisan tunggal menggunakan metode pembelajaran terawasi (*supervised learning*), yaitu algoritma *backpropagation* yang didasari atas aturan koreksi kesalahan.



Gambar 1. Jaringan Syaraf Sederhana

### Neural Fuzzy Systems (NFS)

Neural *fuzzy* system (NFS) dirancang untuk merealisasikan proses penalaran *fuzzy*, dimana bobot-bobot yang terhubung pada jaringan syaraf berhubungan dengan parameter-parameter penalaran *fuzzy*. Dengan menggunakan algoritma *backpropagation*, NFS dapat mengidentifikasi aturan *fuzzy* dan melatih fungsi keanggotaan dari penalaran *fuzzy* (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:297).

Sistem NFS menggunakan jaringan syaraf sebagai pengendali penalaan *fuzzy*. Konsep dasar dari pemakaian jaringan syaraf sebagai pengendali penalaran *fuzzy* adalah menggunakan jaringan syaraf untuk merealisasikan membangkitkan sistem inferensi *fuzzy* model Sugeno baik pada bagian anteseden maupun bagian konsekuen (melakukan inferensi) (Lin,1996). Metode pemodelan *fuzzy* yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Fuzzy Modelling Networks (FMN)* tipe II dimana konsekuen pada aturan *fuzzy* berupa suatu konstanta ( $f$ ). Menurut Horikawa (1992), FMN mengidentifikasi aturan-aturan *fuzzy* dan fungsi keanggotaan secara otomatis dengan cara memodifikasi bobot-bobot jaringan syaraf melalui algoritma pembelajaran *backpropagation* (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:334). Format aturan untuk FMN Tipe II adalah (Lin, 1996):

$$R^i: \text{IF } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ AND } x_2 \text{ is } A_{i2}, \text{ THEN } y \text{ is } f_i, \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, r;$$

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i f_i}{\sum_{i=1}^r \mu_i} = \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i f_i \quad (7)$$

Langkah-langkah pemodelan dengan NFS adalah sebagai berikut (Lin,1996):

- a) Pemilihan variabel *input - output*  
Langkah pertama pemodelan NFS adalah membagi data menjadi dua, yaitu data training dan testing berdasarkan komposisi pembagian yang dipilih. Misalkan terdapat  $N$  pasangan data *input* dan *output*, data tersebut dibagi menjadi  $N_t$  data pelatihan dan  $N_c$  data pengujian dengan  $N_t + N_c = N$ . Calon variabel *input*,  $x_j, j=1, 2, \dots, n$ , akan ditetapkan variabel-variabel *input* yang relevan,  $x_j, j=1, 2, \dots, m$ , yang berhubungan *output*  $y_i, i=1, 2, \dots, N$ , dengan menggunakan jaringan *backpropagation*. Untuk menentukan variabel *input* yang relevan, digunakan metode eliminasi *backward* dengan fungsi biaya *Sum Square Error (SSE)*.
- b) Pengelompokan (*clustering*) data pelatihan dan pengujian  
Data training dan testing dibagi menjadi  $r$  kelas dengan menggunakan metode pengelompokan *FCM. Fuzzy c-means (FCM)* adalah suatu teknik pengelompokan data yang mana keberadaan tiap-tiap data dalam suatu *cluster* ditentukan oleh nilai keanggotaan (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:300). Hasil pengelompokan akan menghasilkan  $r$  buah aturan  $R^s, s=1, 2, \dots, r$ . Tujuan pengelompokan data adalah mengelompokkan data berdasarkan kemiripan sifat atau karakteristik.
- c) Pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian anteseden (bagian IF) pada aturan-aturan inferensi *fuzzy*  
Pada bagian ini, untuk setiap data pelatihan dan pengujian ditentukan nilai  $m_i = (m_i^1, m_i^2, \dots, m_i^r)$ ,  $i=1, 2, \dots, N_t$  untuk data pelatihan dan  $i=1, 2, \dots, N_c$  untuk data pengujian, dengan ketentuan sebagai berikut (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:313):

$$m_i^k = \begin{cases} 1; & k = s \\ 0; & k \neq s \end{cases} \quad (8)$$

dengan  $m_i^k$  adalah derajat keanggotaan data ke- $i$  pada himpunan tegas kelas  $k$ .

Kemudian derajat keanggotaan setiap data pelatihan dan pengujian diperoleh sebagai *output* jaringan yang telah dilatih sebagai berikut (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:313):

$$\mu_{A_s}(x_i) = \hat{m}_i^s; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad s = 1, 2, \dots, r \quad (9)$$

- d) Pembelajaran jaringan syaraf yang berhubungan dengan bagian konsekuen (bagian THEN) pada aturan-aturan inferensi *fuzzy*.

Pembelajaran jaringan syaraf dilakukan pada bagian THEN dari  $R^s$  dengan *input*  $x = (x_{i1}^s, x_{i2}^s, \dots, x_{im}^s)$  dan target *output*  $y_i^s$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_s$ . Selanjutnya, hasil pelatihan akan diujikan pada data pengujian dengan *input*  $x = (x_{i1}^s, x_{i2}^s, \dots, x_{im}^s)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_c$  untuk mendapatkan nilai SSE sebagai berikut (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:313):

$$E_m^s = \sum_{i=1}^{N_c} [y_i - \mu_s(x_i) \mu_{AS}(x_i)]^2 \quad (10)$$

- e) Penyederhanaan bagian konsekuen (bagian THEN) menggunakan metode eliminasi *backward* Penyederhanaan bagian konsekuen dilakukan dengan mengeleminasi variabel yang tidak terlalu berpengaruh dan kemudian melatih jaringan kembali untuk mendapatkan nilai SSE ( $E_{m-1}^{SP}$ ) sebagai berikut (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:314):

$$E_{m-1}^{SP} = \sum_{i=1}^{N_c} [y_i - \mu_s(\hat{x}_i) \mu_{AS}(\hat{x}_i)]^2; \quad p = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

dengan  $x_i = (x_{i,1}; \dots; x_{i,p-1}; x_{i,p+1}; \dots; x_{im})$ .

- f) Penentuan *output* akhir

*Output* akhir jaringan,  $y^*_i$  dapat diperoleh sebagai berikut (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010:314):

$$y^*_i = \frac{\sum_{s=1}^r \mu_{AS}(x_i) \mu_S(x_i)}{\sum_{s=1}^r \mu_{AS}(x_i)}; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

## HASIL PENELITIAN

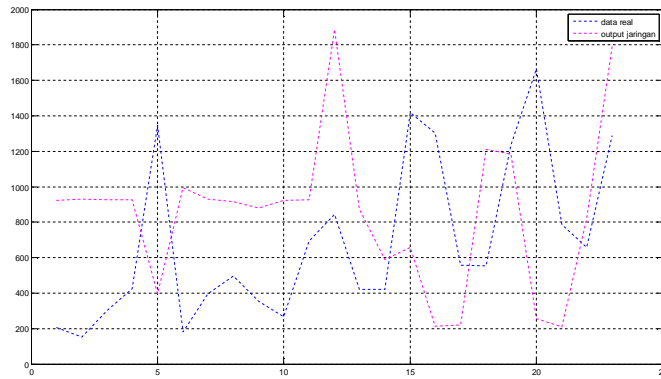
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data produksi ikan lele di Kabupaten Sleman periode tahun 2004 sampai tahun 2011. Banyaknya data adalah 32 data yang akan dibagi menjadi dua, yaitu data training dan data testing yang masing-masing memiliki komposisi pembagian yakni 75% untuk data training dan 25% untuk data testing. Peneliti menggunakan dua model, yaitu model 1 menggunakan data produksi ikan lele satu triwulan sebelumnya ( $x_{(t-1)}$ ) dan model 2 menggunakan data produksi empat triwulan sebelumnya ( $x_{(t-4)}$ ) sebagai *input* untuk memprediksi produksi ikan lele ( $y(t)$ ).

Proses pembelajaran pada penelitian ini menggunakan algoritma *backpropagation levenberg marquardt* dengan parameter maksimum epoch 1000, laju pembelajaran 1 dan toleransi *error*  $10^{-6}$ . Data training dan data testing dikelompokkan menjadi dua kelas. Keakuratan model *NFS* untuk prediksi produksi ikan dapat dilihat dari nilai *MAPE* yang dihasilkan oleh *output* jaringannya.

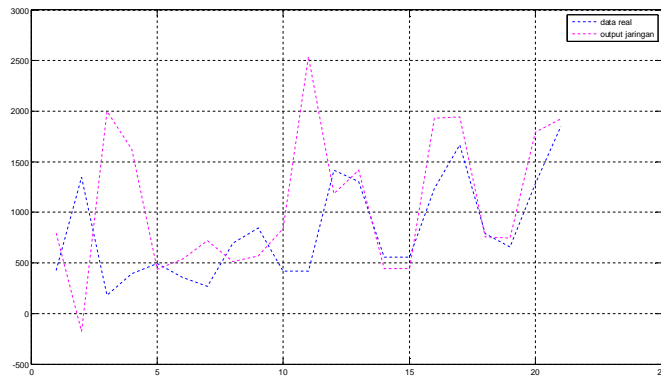
**Tabel 1. MAPE untuk Data Training dan Data Testing Menggunakan Model Neural Fuzzy Systems**

No	Model	Banyak Input	MAPE (%)	
			Data Training	Data Testing
1	1	1	137,14	93,94
2	2	1	124,07	45,24

Grafik antara nilai target dengan *output* jaringan untuk model 1 dan model 2 dapat dilihat pada Gambar 2 dan Gambar 3.



Gambar 2. Grafik Nilai Target dengan *Output* Jaringan Model 1



Gambar 3. Grafik Nilai Target dengan *Output* Jaringan Model 2

## KESIMPULAN

### Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai model *neuro fuzzy*, yaitu model NFS (*neural uzzy systems*) yang diterapkan pada data produksi ikan lele periode tahun 2004 sampai tahun 2011, maka dapat diambil kesimpulan bahwa model terbaik untuk data prediksi produksi ikan lele menurut *MAPE* terkecil pada data training dan data testing adalah model kedua dengan *input* model berdasarkan data produksi ikan lele empat bulan sebelumnya ( $x_{(t-4)}$ ). Model kedua menghasilkan nilai *MAPE* sebesar 124,07% untuk data training dan 45,24% untuk data testing.

### Saran

Dalam penelitian ini, penulis melakukan prediksi data dengan menggunakan model NFS *FMN* tipe II. Bagi pembaca yang berminat menggunakan *neuro fuzzy* untuk diterapkan pada data *time series* disarankan untuk menggunakan model *neuro fuzzy* yang lain, seperti *fuzzy neural network (FNN)* dan *adaptive neuro fuzzy inference system (ANFIS)* atau menggunakan NFS dengan *FMN* tipe lain. Dalam penelitian ini, prediksi produksi ikan lele hanya dipengaruhi oleh produksi sebelumnya, untuk penelitian selanjutnya dapat menambah faktor-faktor lain yang dapat mempengaruhi hasil produksi ikan lele.

## DAFTAR PUSTAKA

- Kusumadewi, Sri.(2003). *Artificial Intelegence (Teknik dan Aplikasinya)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Kusumadewi, Sri dan Sri Hartati.(2010). *NEURO – FUZZY Integrasi sistem Fuzzy & Jaringan Syaraf* (Edisi Kedua). Yogyakarta: Graha Ilmu.

- J. Klir, George, Ute St. Clair dan Bo Yuan.(1997). *FUZZY SET THEORY Foundations and Application*. Printice Hall
- Suharso, dkk. (2006). “Elastisitas Produksi Perikanan Tangkap Kota Tegal.”*Jurnal Pasir Laut Volume 2, No 1 Juli 2006*. Hal. 26-36.
- Caprisa, Rega Yanuar. 2009. “Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Produksi Lele di Kabupaten Bandung”. Skripsi.
- Mulyana, Sri. (2007). “Prediksi Produksi Benih Ikan dengan Logika Fuzzy”. Seminar Nasional Tahunan IV. Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.
- Fajar Ismanto, Novie. (2009). “Strategi Pengembangan Usaha Budidaya Lele di Daerah Parung Kabupaten Bogor”. Institut Pertanian Bogor.
- Setiadji. (2009). *Himpunan Samar & Logika Samar serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Mulyana, Sri & Soeparno. (2007). “Sistem Pendukung Keputusan Untuk Memprediksi Produksi Benih Lele Dumbo”. Universitas Gadjah Mada Yogyakarta.



## PERILAKU *STEADY-STATE* KALMAN FILTER PADA DIGITAL PHASE LOCK LOOP UNTUK PELACAKAN SINYAL

Rini Satiti dan Erna Apriliani

Pascasarjana Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Kampus ITS Keputih Sukolilo Surabaya, Indonesia  
email : [rini@eepis-its.edu](mailto:rini@eepis-its.edu)

### Abstrak

Model sistem digital phase-lock loop (DPLL) pada penelitian *Steady-State Kalman Filter* adalah model sistem yang struktur Kalman filternya ekuivalen dengan struktur DPLL orde dua. Sehingga dari hasil penelitian *Steady-State Kalman gain* ekuivalen dengan gain DPLL orde dua. *Steady-State Kalman gain* digunakan untuk menurunkan ekspresi *loop bandwidth* yang ekuivalen dengan *Kalman filter* sebagai fungsi proses dan variansi noise observasi, selanjutnya menentukan pelacakan sinyal.

**Kata kunci:** *Steady state Kalman filter; digital phase-lock loop; pelacakan sinyal*

### PENDAHULUAN

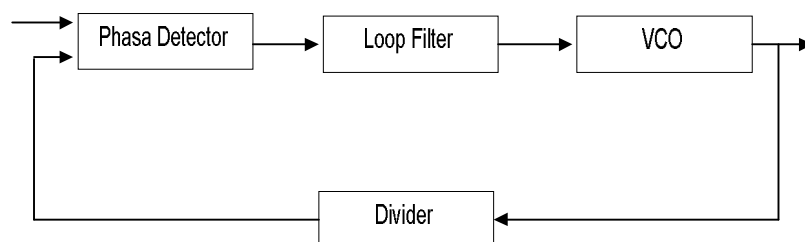
*Digital Phase Lock Loop* (DPLL) secara luas digunakan untuk operator atau penyebar kode pelacakan, simbol *synchroni*, atau waktu pemulihan di berbagai sistem komunikasi. Pada dasarnya masalah fase adalah estimasi, teori *Kalman Filter* digunakan dalam aplikasi ini. Pada model sistem DPLL, struktur *Kalman Filter* ekuivalen dengan struktur DPLL orde kedua. Penggunaan *Kalman Filter* pada DPLL memungkinkan untuk simulasi mencapai akuisisi waktu cepat, akuisisi jangkauan lebar, dan *jitter* pelacakan rendah, (Patapoatian,2002). DPLL digunakan pada *loop bandwidth* yang sesuai skema *Kalman Filter*. Karena struktur *Kalman Filter* dan DPLL orde kedua adalah sama, maka *steady-state Kalman gain* ekuivalen dengan gain DPLL orde kedua. Solusi untuk kondisi *steady-state Kalman gain* sehubungan dengan *noise* variansi dan parameter awal adalah aproksimasi penyelesaian sederhana.

Pada makalah ini akan ditunjukkan bahwa kondisi *steady-state Kalman gain* memiliki bentuk yang sama seperti gain DPLL. Makalah ini juga akan disajikan aproksimasi penyelesaian sederhana kondisi *steady-state Kalman gain* ekuivalen dengan ekspresi *Loop bandwidth* dari *Kalman Filter* dari fungsi proses dan *noise* variansi observasi. Hasil ini akan dapat digunakan untuk menganalisis kondisi *steady-state Kalman Filter* dengan teori DPLL. Selain itu, hasil tersebut dapat digunakan untuk menentukan *noise* variansi dalam model *Kalman Filter* dengan *loop bandwidth* untuk mencapai akuisisi cepat tanpa kehilangan kehandalan pelacakan.

### PEMBAHASAN

#### Digital Phase Lock Loop (DPLL)

Digital Phase Lock Loop (DPLL) adalah suatu sistem umpan balik dimana sinyal umpan balik digunakan untuk mengunci frekuensi dan phase output pada suatu frekuensi dan phase sinyal input.. Gambar 1 merupakan diagram blok DPLL yang terdiri dari *Phase Detector* (PD), *Loop Filter* (LF), *Voltage Controlled Oscilator* (VCO) dan *Devider N* (Saleh R,2006),



Gambar 1. Diagram blok Digital Phase Lock Loop (DPLL)

Detektor phase membangkitkan sinyal output yang berupa suatu fungsi beda phase antara kedua sinyal input. Output detektor di-filter dan komponen DC dari perbedaan sinyal diinputkan pada suatu Voltage Controlled Oscillator (VCO). Sinyal umpan balik yang menuju detektor phase adalah frkuensi ouput VCO dibagi dengan N. Tegangan kontrol VCO  $V_c(t)$  memaksa VCO untuk mengubah frekuensi untuk mengurangi perbedaan antara frekuensi input dan frekuensi output pembagi frekuensi. Jika kedua frekuensi tersebut cukup dekat, mekanisme umpan balik PLL memaksa kedua frekuensi input detektor phase menjadi sama, dan VCO dikunci, yaitu :

$$f_i = f_d$$

dan frekuensi output pembagi frekuensi adalah

$$f_d = f_o / N$$

Frekuensi output  $f_o = N f_i$  adalah kelipatan N kali dari frekuensi input. Ketika loop sudah terkunci, maka akan ada sedikit perbedaan phase antara kedua input detektor phase. Perbedaan ini akan menghasilkan tegangan DC pada output detektor yang diperlukan oleh VCO untuk mempertahankan loop tetap terkunci

*Digital Phase Lock Loop (DPLL)* secara luas digunakan untuk operator atau penyebar kode pelacakan, simbol synchroni, atau waktu pemulihan di berbagai sistem komunikasi

### Model Kalman Filter untuk DPLL

Dinotasikan  $\phi_n$  dan  $f_n$  sebagai fase dan pergeseran sinyal Doppler untuk melacak pada sampel n, dan T sebagai periode sampel.

Ditentukan state vektor adalah  $x_n = (\phi_n \quad Tf_n)^T$  dan  $x_n$  sebagai fase sinyal yang diamati. Sistem dinamis dapat dimodelkan sebagai

$$x_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x_{n-1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} w_{n-1} = Ax_{n-1} + Gw_{n-1} \quad (1)$$

$$z_n = (1 \quad 0)x_n + v_n = hx_n + v_n \quad (2)$$

dimana  $w_n \sim (0, \sigma_Q)$  dan  $v_n \sim (0, \sigma_R)$ ,  $w_n = noise$  sistem dengan mean sama dengan nol dan variansi  $\sigma_Q^2$  dan  $v_n = noise$  observasi dengan mean sama dengan nol dan variansi  $\sigma_R^2$ ,

ditentukan  $K_n = (K_{0,n} \quad K_{1,n})^T$  sebagai *Kalman gain*, P sebagai matriks error variansi,

$\hat{x}_n = (\hat{\phi}_n \quad \hat{Tf}_n)^T$  sebagai estimasi-n, dan  $\hat{x}_{n|n-1}$  sebagai prediksi ke-n dari sampel n-1. Perhatikan bahwa  $\varepsilon_n = z_n - h\hat{x}_{n|n-1}$ . Persamaan Kalman dengan kondisi awal (inisialisasi) adalah  $\hat{x}_{-1}$  dan  $P_{-1|1}$  adalah:

Tahap Prediksi:

$$\text{Estimasi} \quad : \quad \hat{x}_{n|n-1} = A\hat{x}_{n-1} \quad (3)$$

$$\text{Kovarian error} \quad : \quad P_{n|n-1} = AP_{n-1|n-1}A^T + Q \quad (4)$$

$$\text{Dimana: } Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_Q^2 \end{pmatrix}$$

Tahap Koreksi:

$$\text{Kalman gain} \quad : \quad K_n = P_{n|n-1}h^T (hP_{n|n-1}h^T + \sigma_R^2)^{-1} \\ K_n = \frac{P_{n|n-1}h^T}{hP_{n|n-1}h^T + \sigma_R^2} \quad (5)$$

$$\text{Kovarian error} \quad : \quad P_{n|n} = P_{n|n-1} - K_n h P_{n|n-1} \quad (6)$$

$$\text{Estimasi} \quad : \quad \hat{x}_n = \hat{x}_{n|n-1} + K_n \varepsilon_n$$

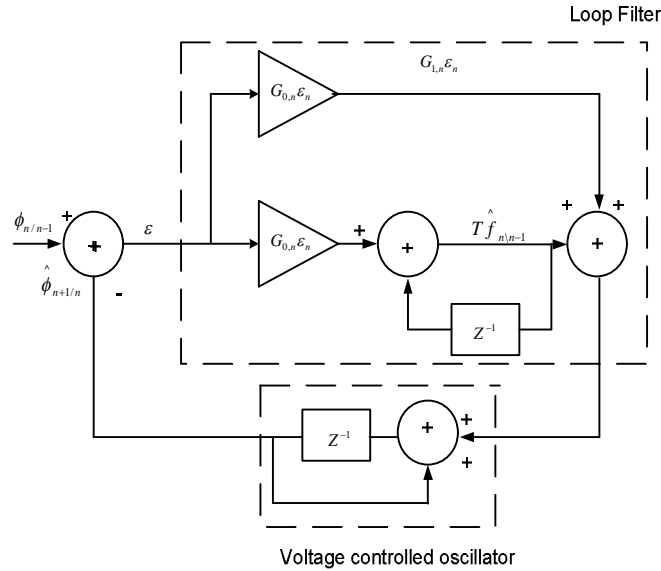


$$\hat{x}_n = \hat{x}_{n|n-1} + K_n (z_n - h\hat{x}_{n|n-1}) \quad (7)$$

Persamaan (7) kemudian dapat memberikan ekspresi berikut untuk prediksi fase sinyal:

$$\hat{\phi}_{n+1|n} = \hat{\phi}_{n|n-1} + Tf_{n|n-1} + K_{0,n}\varepsilon_n + K_{1,n}\varepsilon_n \quad (8)$$

Diagram blok representasi dari persamaan (8) ditampilkan pada Gambar. 2 adalah ekuivalen dengan DPLL orde kedua untuk waktu yang bervariasi, *Kalman gain* bukan *fixed gain* dalam DPLL



**Gambar 2. Diagram Blok Kalman Filter**

#### **Steady-State Kalman Filter ekuivalen dengan loop bandwidth**

Bagian ini akan dibuktikan ekuivalensi antara *Kalman gain* dan gain DPLL, kemudian dikembangkan hubungan antara *noise* variansi *Kalman Filter* dengan *loop bandwidth* DPLL. Ketika  $n \rightarrow \infty$ , kondisi *steady-state Kalman Filter* konvergen, berarti bahwa

$$P_{n+1|n} = P_{n|n-1} = P = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{pmatrix}; \quad K_{n+1} = K_n = K \quad (9)$$

Persamaan (9) disubstitusikan ke persamaan. (4), diperoleh sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{00} + K_{01} + K_{10} + K_{11} & K_{01} + K_{11} \\ K_{10} + K_{11} & K_{11} + \sigma_Q^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Persamaan (9) disubstitusikan ke persamaan. (5), diperoleh sebagai berikut :

$$K = \begin{pmatrix} \frac{P_{00}}{P_{00} + \sigma_R^2} & \frac{P_{10}}{P_{00} + \sigma_R^2} \end{pmatrix}^T \quad (11)$$

Persamaan (9) disubstitusikan ke persamaan. (6), diperoleh sebagai berikut :

$$K = \begin{pmatrix} (1 - K_0)P_{00} & (1 - K_0)P_{01} \\ P_{10} - K_1P_{00} & P_{11} - K_1P_{01} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (12) ke dalam persamaan (10) dan memperluas hasil matriks diperoleh:

$$P_{00} = P_{00} + P_{01} + P_{10} + P_{11} - (K_0 + K_1)(P_{00} + P_{01}) \quad (13)$$

$$P_{01} = P_{01} + P_{11} - (K_0 + K_1)P_{01} \quad (14)$$

$$P_{10} = P_{10} + P_{11} - K_1(P_{00} + P_{01}) \quad (15)$$

$$P_{11} = P_{11} - K_1P_{01} + \sigma_Q^2 \quad (16)$$

Dari persamaan (14) dan (15)

$$\begin{cases} P_{11} - K_0 P_{01} - K_1 P_{01} = 0 \\ P_{11} - K_1 P_{00} - K_1 P_{01} = 0 \end{cases} \text{ diperoleh } K_0 P_{10} = K_1 P_{00} \text{ sehingga } P_{01} = P_{10}$$

Pers. (14) - (16) dapat disederhanakan menjadi

$$P_{01} = P_{10} = \sigma_Q \sqrt{P_{00} + \sigma_R^2} \tag{17}$$

$$P_{11} = \sigma_Q^2 + \frac{\sigma_Q P_{00}}{\sqrt{P_{00} + \sigma_R^2}} \tag{18}$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (17) ke dalam Persamaan (11) diperoleh:

$$K = \begin{pmatrix} \frac{P_{00}}{P_{00} + \sigma_R^2} & \frac{\sigma_Q}{\sqrt{P_{00} + \sigma_R^2}} \end{pmatrix}^T \tag{19}$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan.(17), (18) dan (19) ke dalam Persamaan (13) diperoleh:

$$P_{00}^4 = \sigma_Q^2 (P_{00} + 2\sigma_R^2)^2 (P_{00} + \sigma_R^2) \tag{20}$$

$$K = \begin{pmatrix} \frac{P_{00}}{P_{00} + \sigma_R^2} & \frac{\sigma_Q}{\sqrt{P_{00} + \sigma_R^2}} \end{pmatrix}^T \tag{21}$$

Didefinisikan  $\omega = \frac{\sqrt{2}P_{00}}{T(P_{00} + 2\sigma_R^2)}$ , ekuivalen dengan frekuensi natural,

Sehingga *steady-state Kalman gain* memiliki bentuk,

$$K = \begin{pmatrix} \frac{8 \frac{1}{\sqrt{2}} \omega T}{4 + 4 \frac{1}{\sqrt{2}} \omega T} & \frac{4\omega^2 T^2}{4 + 4 \frac{1}{\sqrt{2}} \omega T} \end{pmatrix}^T \tag{22}$$

Sedangkan gain DPLL orde kedua (Tsui J B Y, 2000) adalah

$$(C_1 \ C_2)^T = \frac{1}{k_0 k_1} \begin{pmatrix} \frac{8\zeta\omega T}{4 + 4\zeta\omega T + (\omega T)^2} & \frac{4(\omega T)^2}{4 + 4\zeta\omega T + (\omega T)^2} \end{pmatrix}^T \tag{23}$$

Dimana  $\zeta$  menunjukkan rasio redaman, dan  $k_0$  dan  $k_1$  menunjukkan gain dari diskriminator. Perbandingan persamaan ( 11) dan (12) menunjukkan bahwa *steady-state Kalman gain* adalah

ekuivaken dengan *gain* DPLL dengan  $\zeta = 1 / \sqrt{2}$  dan  $k_0 k_1 = 1$  , waktu sampling dan frekuensi natural harus memenuhi  $\omega T \ll 1$  , maka  $(\omega T)^2$  adalah jumlah yang sangat kecil sehingga dapat diabaikan.

Untuk mendapatkan solusi aproksimasi sederhana  $P_{00}$ . Ruas kanan dari Persamaan. (20) dapat diperluas menjadi

$$\left( \frac{P_{00}}{\sigma_R^2} \right)^4 = \left( \frac{\sigma_Q}{\sigma_R} \right)^2 \left[ \left( \frac{P_{00}}{\sigma_R^2} \right)^3 + 5 \left( \frac{P_{00}}{\sigma_R^2} \right)^2 + 8 \frac{P_{00}}{\sigma_R^2} + 4 \right] \tag{24}$$

Dengan asumsi bahwa  $P_{00} \ll \sigma_n^2$  , maka urutan pertama sampai dengan ketiga untuk  $P_{00}$  pada ruas kanan Persamaan (24) dapat diabaikan. Kemudian, solusi aproksimasi untuk  $P_{00}$  adalah

$$P_{00} \approx \sigma_R^2 \sqrt{2\sigma_Q / \sigma_R} \tag{25}$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan(25). ke persamaan. (21) memberikan solusi aproksimasi untuk *steady-state Kalman gain* dan frekuensi natural yang ekuivalen dengan ,

$$K \approx \left( \frac{\sqrt{2\sigma_Q / \sigma_R}}{1 + \sqrt{2\sigma_Q / \sigma_R}} \quad \frac{\sigma_Q / \sigma_R}{\sqrt{1 + \sqrt{2\sigma_Q / \sigma_R}}} \right)^T \quad (26)$$

$$\omega \approx \frac{2\sqrt{\sigma_Q / \sigma_R}}{T(2 + \sqrt{2\sigma_Q / \sigma_R})} \quad (27)$$

Penyebut dari fungsi transfer  $H(s)$  adalah fungsi orde dua dari  $s$ , merupakan filter untuk *phase lock loop* orde dua yaitu:

$$H(s) = \frac{2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (28)$$

*Noise loop bandwidth* ditentukan sebagai

$$\begin{aligned} B_L &= \int_0^\infty |H(\omega)|^2 df = \frac{\omega_n}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} d\omega \\ &= \frac{\omega_n}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^4 + 2(2\zeta^2 - 1)\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + 1} d\omega = \frac{\omega_n}{2} \left(\zeta + \frac{1}{4\zeta}\right) \end{aligned} \quad (29)$$

Untuk DPLL orde kedua dengan  $\zeta = 1/\sqrt{2}$  sehingga *loop bandwidth*  $B_L = \frac{3\sqrt{2}}{8}\omega$ , dengan demikian hubungan antara  $\sigma_Q$ ,  $\sigma_n$  dan *loop bandwidth* dapat diperoleh dari persamaan. (27) sebagai

$$B_L = \frac{3\sqrt{2\sigma_Q / \sigma_n}}{4T(2 + \sqrt{2\sigma_Q / \sigma_n})} \quad (30)$$

atau

$$\frac{\sigma_Q}{\sigma_n} = \left( \frac{4\sqrt{2} T B_L}{3 - 4 T B_L} \right)^2 \quad (31)$$

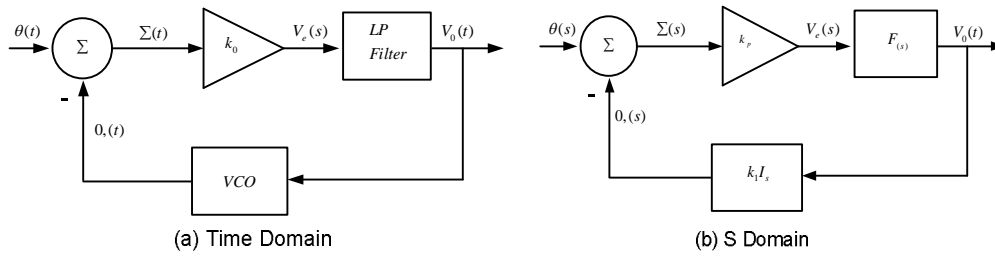
Akurasi solusi aproksimasi ketika *loop bandwidth* kecil. Persamaan (26) juga menunjukkan bahwa *steady-state Kalman Filter* hanya terkait dengan rasio  $\sigma_Q$  dan  $\sigma_R$

### Pelacakan Sinyal

Metode dasar pelacakan sinyal untuk membangun sebuah filter narrowband di sekitar sinyal input. Frekuensi dari sinyal input bervariasi dari waktu ke waktu, frekuensi pusat dari filter harus mengikuti sinyal input. Dalam proses pelacakan yang sebenarnya, frekuensi pusat dari filter narrowband adalah tetap, tetapi sinyal yang dihasilkan secara lokal mengikuti frekuensi sinyal input. Tahapan input dan sinyal lokal yang dihasilkan dibandingkan melalui komparator fase. Output dari komparator fase melewati filter narrowband, rangkaian pelacakan memiliki bandwidth yang sangat sempit, sensitivitas relatif tinggi dibandingkan dengan metode akuisisi. (Tsui J B Y, 2000)

Konsep dasar phase-lock loop yang meliputi fungsi transfer, error fungsi transfer, *noise bandwidth*, dan dua jenis sinyal input. Tujuan utama dari phase-lock loop adalah untuk menyesuaikan frekuensi osilator lokal untuk mencocokkan frekuensi sinyal input yang sesuai dengan sinyal referensi. Dasar phase-lock loop ditunjukkan dalam Gambar 3. Gambar 3a

menunjukkan konfigurasi domain waktu dan Gambar 3b menunjukkan konfigurasi domain-s, yang diperoleh dari Transformasi Laplace.



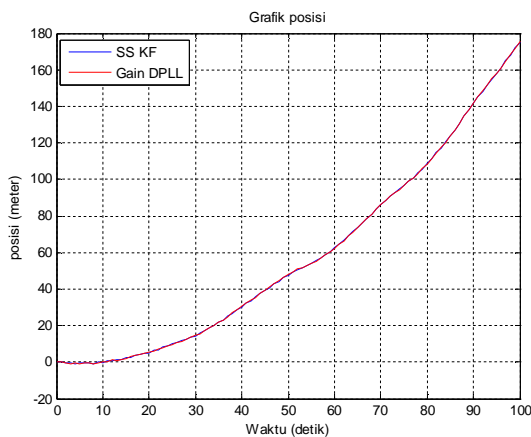
**Gambar 3. Dasar Phase lock loop**

Sinyal input adalah  $\theta_i(t)$  dan output dari osilator tegangan yang dikendalikan (VCO) adalah  $\theta_o(t)$ . Komparator fase  $\Sigma$  mengukur beda fasa dari dua sinyal. Penguat  $k_0$  merupakan gain dari komparator fasa dan low-pass filter membatasi *noise* di loop. Tegangan input  $V_o$  untuk VCO mengontrol frekuensi output.

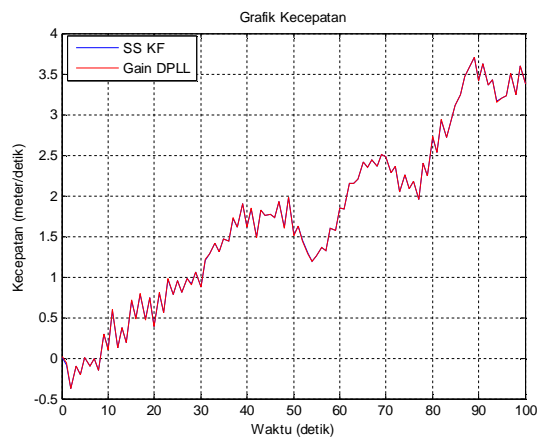
Pelacakan sinyal menggunakan phase lock loop yaitu input data ke loop pelacakan dikumpulkan dari satelit yang sebenarnya, kemudian dengan phase lock loop orde kedua, beberapa konstanta harus ditentukan seperti *noise bandwidth*, gain faktor dari phase detektor dan VCO (atau synthesizer frekuensi digital). Konstanta ini ditentukan melalui trial and error dan sama sekali tidak dioptimalkan.

**Hasil Simulasi**

Dari algoritma steady state Kalman filter dan gain DPLL didapatkan penyelesaian secara sederhana dengan bantuan software MATLAB sehingga dihasilkan grafik seperti pada gambar 3 dan 4 serta grafik error hasil estimasi steady state Kalman filter dan gain DPLL pada gambar 5(a) dan gambar 5(b).



**Gambar 3. Grafik Posisi**



**Gambar 4. Grafik Kecepatan**

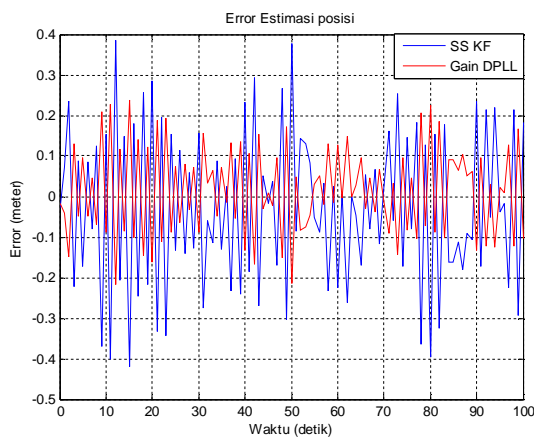
Pada gambar 3 tampak bahwa garis biru adalah estimasi dengan steady state Kalman filter sedangkan garis hijau adalah estimasi dengan gain DPLL. Terlihat bahwa antara nilai real, steady state Kalmana filter dan gain DPLL tidak jauh sehingga menghasilkan nilai RMSE yang juga cukup kecil yaitu 0.0129 dan 0.0227 sedangkan pada gambar 4, grafik kecepatan sama halnya dengan posisi yaitu nilai real, steady state Kalman filter dan gain DPLL juga mempunyai nilai RMSE cukup kecil yaitu 0.00735 dan 0.0227 yang merupakan nilai rata-rata dari 20 kali percobaan dengan nilai inisialisasi

$$x_{00} = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0,001 \end{bmatrix} \text{ dan } P_{00} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & \frac{100}{3} \end{bmatrix}.$$

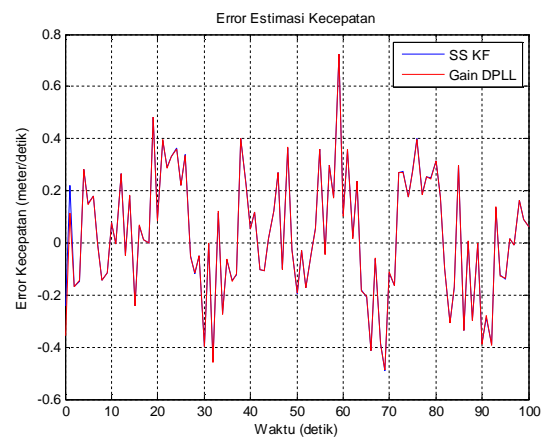
Dengan menggunakan matriks pengukuran  $H = [1 \ 0]$  didapatkan grafik error steady state Kalman filter dan gain DPLL serta nilai RMSE yang tertera pada Tabel 1.

**Tabel 1. Perbandingan Nilai Rata-Rata RMSE antara Steady State Kalman Filter dan gain DPLL**

Simulasi ke-	Steady State Kalman Filter		Gain DPLL	
	RMSE Posisi	RMSE Kecepatan	RMSE Posisi	RMSE Kecepatan
1	0.0094576	0.0090463	0.0053654	0.008876
2	0.009431	0.0064152	0.0053504	0.0062453
3	0.0035695	0.041354	0.002025	0.041289
4	0.034387	0.058809	0.019508	0.059428
5	0.00076958	0.010341	0.0004366	0.010355
6	0.031979	0.0077412	0.018142	0.0071652
7	0.0181	0.030484	0.010268	0.030158
8	0.016932	0.031454	0.0096056	0.031759
9	0.0026052	0.011532	0.001478	0.011579
10	0.022047	0.018719	0.012507	0.018322
11	0.0012285	0.042696	0.00069692	0.042673
12	0.0050311	0.015309	0.0028542	0.015218
13	0.022873	0.027024	0.012976	0.026612
14	0.0078416	0.0041321	0.0044487	0.0042733
15	0.0041152	0.048455	0.0023346	0.048381
16	0.045577	0.033381	0.025857	0.034202
17	0.0068738	0.0077424	0.0038996	0.0078662
18	0.010037	0.0028621	0.0056943	0.0026813
19	0.00017633	0.027287	0.00010003	0.02729
20	0.0062079	0.020377	0.0035218	0.020265
rata-rata	0.012961966	0.022758065	0.007353458	0.022731915



(a)



(b)

**Gambar 5 : (a) error estimasi posisi (b) error estimasi kecepatan**

Pada gambar 5(a) tampak bahwa Error dari steady Kalman filter lebih besar daripada gain DPLL hal ini karena jarak errornya juga cukup jauh daripada gain DPLL. Namun pada grafik error kecepatan, nilai error antara steady state Kalman filter hampir sama dengan gain DPLL.

## KESIMPULAN

Dari analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada perilaku steady state Kalman filter pada digital phase lock loop pada pelacakan sinyal diperoleh kesimpulan bahwa:

1. *Steady-state Kalman gain* adalah ekuivaken dengan *gain* DPLL dengan  $\zeta = 1/\sqrt{2}$  dan  $k_0 k_1 = 1$ , waktu sampling dan frekuensi natural harus memenuhi  $\omega T \ll 1$
2. Untuk estimasi posisi, RMSE steady state Kalman Filter sedikit lebih baik dari pada gain DPLL dimana RMSE steady state Kalman filter adalah 0.01296 dan MSE gain DPLL 0.02275.
3. Untuk estimasi kecepatan, RMSE steady state Kalman Filter sedikit lebih baik dari pada gain DPLL dimana RMSE steady state Kalman filter adalah 0.00735 dan MSE gain DPLL 0.02273.

## DAFTAR PUSTAKA

- Patapoutian A.(2002),”Application of *Kalman Filters* with a loop delay in synchronization”. *IEEE Transaction on Communication*, Volume 50: hal. 703-706.
- Qian Yi, dkk.,(2009).”Steady-State Performance of *Kalman Filter* for DPLL”, *Tsinghua Science and Technology*, Volume 14, hal 470-473
- Saleh R. Al-Araji,dkk(2006). *Digital Phase Lock Loops Architectures and Applications*. Netherlands. Published by Springer
- Tsui J B Y.(2000) *Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach*. New York, USA: Wiley Interscience Publication.
- Xie Jin, Sun Lingyan, Vijaya K B. , (2005),”Analysis of *Kalman Filter* in timing acquisition in data storage read channels”. In: *GLOBECOM’05, IEEE Global Telecommunications Conference*. St. Louis, USA, Volume 2: hal 2364-236

## KENDALI OPTIMAL TEMPERATUR PADA PROSES PRODUKSI BIODIESEL

Rosalia Dewi Lestarini,\* M. Isa Irawan, dan Subchan

Pascasarjana Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya  
Kampus ITS Keputih Sukolilo Surabaya, Indonesia  
Email \*: [arien\\_bee@yahoo.com](mailto:arien_bee@yahoo.com)

### Abstrak

Krisis energi bahan bakar fosil telah menjadi masalah global di dunia. Semakin meningkatnya konsumsi masyarakat terhadap bahan bakar fosil dan semakin berkurangnya cadangan energi tersebut, serta semakin tingginya tingkat polusi udara yang diakibatkan menjadi alasan utama untuk mencari sumber energi alternatif yang dapat diperbarui dan ramah lingkungan. Salah satunya adalah biodiesel yang dapat digunakan sebagai energi alternatif pengganti solar. Untuk memproduksi biodiesel diperlukan suatu reaksi transesterifikasi yang mengkonversi trigliserida menjadi ester metil asam lemak (biodiesel). Pada reaksi ini, temperatur menjadi salah satu faktor yang mempengaruhi hasil reaksi. Upaya pengendalian temperatur dalam proses produksi biodiesel ini diformulasikan menjadi suatu masalah kendali optimal dengan fungsi tujuan yaitu memaksimalkan biodiesel yang dihasilkan. Solusi optimal diperoleh dengan menggunakan metode tak langsung yang menerapkan *Pontryagin Maximum Principle* dan metode langsung yang mentransformasikan masalah kendali optimal ke dalam bentuk NLP (*Non Linear Programming*). Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa upaya pengendalian temperatur tersebut dapat meningkatkan konsentrasi biodiesel yang dihasilkan.

**Kata kunci** : Biodiesel, Kendali Optimal, *Pontryagin Maximum Principle*, Transesterifikasi

### PENDAHULUAN

Selama ini, masyarakat di dunia, termasuk Indonesia, hanya menggantungkan kebutuhan energi BBM pada sumber energi minyak yang terbuat dari fosil. Padahal, cadangan bahan pembuatan minyak ini semakin menipis dan akan segera habis dalam beberapa tahun mendatang. Selain itu, dampak negatif penggunaan BBM terhadap lingkungan semakin terlihat jelas dengan tingkat polusi udara yang semakin tinggi. Untuk mengatasi masalah global ini, diperlukan suatu upaya untuk mencari bahan bakar alternatif yang dapat diperbarui dan ramah lingkungan. Salah satu energi alternatifnya adalah biodiesel sebagai bahan bakar pengganti solar.

Biodiesel merupakan sumber energi alternatif solar yang diproduksi dari sumber daya alam hayati yang bisa diperbarui, seperti minyak nabati atau lemak hewani (Susilo, 2006). Minyak nabati dari tanaman mengandung komponen trigliserida yang selanjutnya dikonversi secara kimia dalam reaksi transesterifikasi menjadi ester metil asam-asam lemak (biodiesel). Beberapa studi menunjukkan bahwa dalam reaksi transesterifikasi tersebut, terdapat empat faktor utama yang mempengaruhi hasil reaksi, yaitu rasio molar, waktu reaksi, katalis, dan temperatur reaksi (Leung, dkk, 2010).

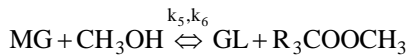
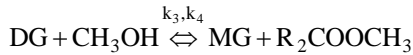
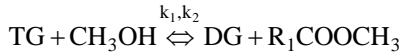
Dalam makalah ini disajikan mengenai suatu upaya untuk mengendalikan temperatur agar optimal selama reaksi transesterifikasi berlangsung sehingga didapatkan hasil biodiesel yang maksimal. Permasalahan yang dibahas adalah bagaimana bentuk kendali optimal temperatur dalam proses produksi biodiesel serta menentukan konsentrasi maksimal biodiesel yang dihasilkan. Bahan baku dalam proses produksi biodiesel ini adalah minyak nabati dari tanaman kedelai. Senyawa trigliserida yang terkandung di dalamnya akan dikonversi menjadi ester metil/biodiesel melalui reaksi transesterifikasi yang berlangsung di dalam *batch reactor*. Reaksi transesterifikasi ini

menggunakan metanol sebagai alkohol dan NaOH sebagai katalis alkali. Sedangkan rasio molar antara metanol dan trigliserida yang digunakan dalam reaksi ini adalah 6:1.

## PEMBAHASAN

### Model Matematika Kinetika Reaksi Transesterifikasi

Tahapan utama dalam proses produksi biodiesel adalah reaksi transesterifikasi yang mengkonversi senyawa trigliserida menjadi ester metil/biodiesel dan gliserol sebagai produk sampingan. Reaksi ini dapat berlangsung dengan bantuan alkohol dan katalis alkali secara *reversible* melalui 3 tahapan, yaitu (Noureddini, dkk, 1997), (Benavides, dkk, 2011) :



Reaksi keseluruhan :



Berdasarkan prinsip konservasi massa, kinetika dari reaksi transesterifikasi pada persamaan (1) yang berlangsung di dalam *batch reactor* dapat diturunkan menjadi suatu model matematika berupa persamaan diferensial biasa yang non-linear sebagai berikut (Noureddini, dkk, 1997), (Benavides, dkk, 2011) :

$$f_1 = \frac{dC_{TG}}{dt} = -a_1 e^{-\frac{b_1}{T(t)}} C_{TG}(t) C_A(t) + a_2 e^{-\frac{b_2}{T(t)}} C_{DG}(t) C_E(t) \quad (2)$$

$$f_2 = \frac{dC_{DG}}{dt} = a_1 e^{-\frac{b_1}{T(t)}} C_{TG}(t) C_A(t) - a_2 e^{-\frac{b_2}{T(t)}} C_{DG}(t) C_E(t) - a_3 e^{-\frac{b_3}{T(t)}} C_{DG}(t) C_A(t) + a_4 e^{-\frac{b_4}{T(t)}} C_{MG}(t) C_E(t) \quad (3)$$

$$f_3 = \frac{dC_{MG}}{dt} = a_3 e^{-\frac{b_3}{T(t)}} C_{DG}(t) C_A(t) - a_4 e^{-\frac{b_4}{T(t)}} C_{MG}(t) C_E(t) - a_5 e^{-\frac{b_5}{T(t)}} C_{MG}(t) C_A(t) + a_6 e^{-\frac{b_6}{T(t)}} C_{GL}(t) C_E(t) \quad (4)$$

$$f_4 = \frac{dC_E}{dt} = a_1 e^{-\frac{b_1}{T(t)}} C_{TG}(t) C_A(t) - a_2 e^{-\frac{b_2}{T(t)}} C_{DG}(t) C_E(t) + a_3 e^{-\frac{b_3}{T(t)}} C_{DG}(t) C_A(t) - a_4 e^{-\frac{b_4}{T(t)}} C_{MG}(t) C_E(t) \quad (5)$$

$$f_5 = \frac{dC_A}{dt} = -\frac{dC_E}{dt} = -a_1 e^{-\frac{b_1}{T(t)}} C_{TG}(t) C_A(t) + a_2 e^{-\frac{b_2}{T(t)}} C_{DG}(t) C_E(t) - a_3 e^{-\frac{b_3}{T(t)}} C_{DG}(t) C_A(t) + a_4 e^{-\frac{b_4}{T(t)}} C_{MG}(t) C_E(t) - a_5 e^{-\frac{b_5}{T(t)}} C_{MG}(t) C_A(t) + a_6 e^{-\frac{b_6}{T(t)}} C_{GL}(t) C_E(t) \quad (6)$$

$$f_6 = \frac{dC_{GL}}{dt} = a_5 e^{-\frac{b_5}{T(t)}} C_{MG}(t) C_A(t) - a_6 e^{-\frac{b_6}{T(t)}} C_{GL}(t) C_E(t) \quad (7)$$

dengan

$C_{TG}$  : konsentrasi trigliserida (mol/L)

$C_A$  : konsentrasi metanol (mol/L)

$C_{DG}$  : konsentrasi digliserida (mol/L)

$C_{GL}$  : konsentrasi gliserida (mol/L)

$C_{MG}$  : konsentrasi monogliserida (mol/L)

$T$  : temperatur reaksi (K)

$C_E$  : konsentrasi ester metil/biodiesel (mol/L)

$a_i$  : faktor frekuensi untuk tiap-tiap komponen ( $i=1,2,\dots,6$ )

$b_i$  :  $Ea_i / R$ , dengan  $Ea_i$  adalah energi aktivasi untuk tiap-tiap komponen ( $\text{kJmol}^{-1}$ ), ( $i=1,2,\dots,6$ ) dan  $R$  adalah konstanta gas ( $8.314 \times 10^{-3} \text{kJmol}^{-1} \text{K}^{-1}$ )



Persamaan (2) - (7) merupakan sistem dinamik dari masalah kendali optimal temperatur dalam proses produksi biodiesel. Adapun fungsi tujuannya adalah memaksimalkan konsentrasi ester metil/biodiesel yang dihasilkan, yang dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$J = C_E(t_f) \quad (8)$$

dengan kondisi awal dan kondisi batas sebagai berikut :

$$0 < t < t_f, \quad T_{\min} < T < T_{\max}, \quad C_{TG}(0) = C_{TG0}, \quad C_{DG}(0) = C_{DG0}, \\ C_{MG}(0) = C_{MG0}, \quad C_E(0) = C_{E0}, \quad C_A(0) = C_{A0}, \quad C_{GL}(0) = C_{GL0}$$

### Penyelesaian Masalah Kendali Optimal Temperatur

Pada umumnya, masalah kendali optimal sulit diselesaikan secara analitik sehingga diperlukan pendekatan numerik untuk mencari solusinya. Terdapat dua pendekatan numerik yang dapat digunakan, antara lain ( Subchan, dkk, 2009) :

#### 1. Metode Tidak Langsung ( *Indirect Method* )

Dalam metode tidak langsung, masalah kendali optimal diselesaikan dengan menurunkan kondisi perlu berdasarkan *Pontryagin Maximum Principle*. Metode ini memiliki beberapa kesulitan karena diperlukan turunan dari persamaan adjoin (*co-state*), persamaan *state*, kondisi optimal, dan kondisi transversality yang tidak mudah diselesaikan.

Langkah pertama untuk menyelesaikan masalah kendali optimal temperatur pada proses produksi biodiesel adalah membentuk fungsi Hamiltonian, yaitu :

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = V(x(t), u(t), t) + \lambda(t) f(x(t), u(t), t)$$

$$H = \sum_{i=1}^6 \lambda_i f_i \\ = \lambda_1 \left( -a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A + a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E \right) \\ + \lambda_2 \left( a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A - a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E - a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A + a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E \right) \\ + \lambda_3 \left( a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A - a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E - a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A + a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \right) \\ + \lambda_4 \left( a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A - a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E + a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A - a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E + a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A - a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \right) \\ + \lambda_5 \left( -a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A + a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E - a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A + a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E - a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A + a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \right) \\ + \lambda_6 \left( a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A - a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \right) \quad (9)$$

Berdasarkan *Pontryagin Maximum Principle*, kondisi perlu yang harus dipenuhi untuk mendapatkan solusi optimal adalah:

#### Kondisi Stasioner

Kondisi stasioner yang harus dipenuhi adalah turunan fungsi Hamiltonian terhadap variabel kendali, yaitu temperatur ( $T$ ) harus sama dengan nol.

$$\frac{\partial H}{\partial T} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial T} = & -\frac{b_1}{T^2} \lambda_1 a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A + \frac{b_2}{T^2} \lambda_1 a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E + \frac{b_1}{T^2} \lambda_2 a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A - \frac{b_2}{T^2} \lambda_2 a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E \\
 & - \frac{b_3}{T^2} \lambda_2 a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A + \frac{b_4}{T^2} \lambda_2 a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E + \frac{b_3}{T^2} \lambda_3 a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A - \frac{b_4}{T^2} \lambda_3 a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E \\
 & - \frac{b_5}{T^2} \lambda_3 a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A + \frac{b_6}{T^2} \lambda_3 a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E + \frac{b_1}{T^2} \lambda_4 a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A - \frac{b_2}{T^2} \lambda_4 a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E \\
 & + \frac{b_3}{T^2} \lambda_4 a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A - \frac{b_4}{T^2} \lambda_4 a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E + \frac{b_5}{T^2} \lambda_4 a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A - \frac{b_6}{T^2} \lambda_4 a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \\
 & - \frac{b_1}{T^2} \lambda_5 a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A + \frac{b_2}{T^2} \lambda_5 a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E - \frac{b_3}{T^2} \lambda_5 a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A + \frac{b_4}{T^2} \lambda_5 a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E \\
 & - \frac{b_5}{T^2} \lambda_5 a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A + \frac{b_6}{T^2} \lambda_5 a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E + \frac{b_5}{T^2} \lambda_6 a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A - \frac{b_6}{T^2} \lambda_6 a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \\
 = & 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

Misalkan

$$\begin{array}{lll}
 A = -\lambda_1 a_1 b_1 C_{TG} C_A & I = -\lambda_3 a_3 b_5 C_{MG} C_A & Q = -\lambda_5 a_1 b_1 C_{TG} C_A \\
 B = \lambda_1 a_2 b_2 C_{DG} C_E & J = \lambda_3 a_6 b_6 C_{GL} C_E & R = \lambda_5 a_2 b_2 C_{DG} C_E \\
 C = \lambda_2 a_1 b_1 C_{TG} C_A & K = \lambda_4 a_1 b_1 C_{TG} C_A & S = -\lambda_5 a_3 b_3 C_{DG} C_A \\
 D = -\lambda_2 a_2 b_2 C_{DG} C_E & L = -\lambda_4 a_2 b_2 C_{DG} C_E & T = \lambda_5 a_4 b_4 C_{MG} C_E \\
 E = -\lambda_2 a_3 b_3 C_{DG} C_A & M = \lambda_4 a_3 b_3 C_{DG} C_A & U = -\lambda_5 a_5 b_5 C_{MG} C_A \\
 F = \lambda_2 a_4 b_4 C_{MG} C_E & N = -\lambda_4 a_4 b_4 C_{MG} C_E & V = \lambda_5 a_6 b_6 C_{GL} C_E \\
 G = \lambda_3 a_3 b_3 C_{DG} C_A & O = \lambda_4 a_5 b_5 C_{MG} C_A & W = \lambda_6 a_5 b_5 C_{MG} C_A \\
 H = -\lambda_3 a_4 b_4 C_{MG} C_E & P = -\lambda_4 a_6 b_6 C_{GL} C_E & X = -\lambda_6 a_6 b_6 C_{GL} C_E
 \end{array} \tag{11}$$

maka didapatkan

$$T = \frac{4(b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6)}{\ln(ABCDEFGHIJKLMNOQRSTUVWXYZ)} \tag{12}$$

### Persamaan State

Berdasarkan fungsi Hamiltonian pada persamaan (9), didapatkan persamaan *state* yang harus diselesaikan, yaitu :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i(t) &= \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} \right) \\
 \dot{C}_{TG}(t) &= \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} \right) = -a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A + a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E \\
 \dot{C}_{DG}(t) &= \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} \right) = a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A - a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E - a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A + a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E \\
 \dot{C}_{MG}(t) &= \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} \right) = a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A - a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E - a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A + a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \\
 \dot{C}_E(t) &= \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} \right) = a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A - a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E + a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A - a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E + a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A - a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \\
 \dot{C}_A(t) &= \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda_5} \right) = -a_1 e^{-\frac{b_1}{T}} C_{TG} C_A + a_2 e^{-\frac{b_2}{T}} C_{DG} C_E - a_3 e^{-\frac{b_3}{T}} C_{DG} C_A + a_4 e^{-\frac{b_4}{T}} C_{MG} C_E - a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A + a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E \\
 \dot{C}_{GL}(t) &= \left( \frac{\partial H}{\partial \lambda_6} \right) = a_5 e^{-\frac{b_5}{T}} C_{MG} C_A - a_6 e^{-\frac{b_6}{T}} C_{GL} C_E
 \end{aligned}$$

dengan kondisi awal sebagai berikut

$$C_{TG}(0) = C_{TG0}, C_{DG}(0) = C_{DG0}, C_{MG}(0) = C_{MG0}, C_E(0) = C_{E0}, C_A(0) = C_{A0}, C_{GL}(0) = C_{GL0}$$

**Persamaan Co-state**

Sedangkan untuk persamaan *Co-state* dinyatakan oleh  $\dot{\lambda}_i(t) = -\left(\frac{\partial H}{\partial x_i}\right)$ , sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial C_{TG}}\right) = \lambda_1 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_A} - \lambda_2 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_A} - \lambda_4 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_A} + \lambda_5 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_A} \\ \dot{\lambda}_2(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial C_{DG}}\right) = -\lambda_1 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_E} + \lambda_2 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_E} + \lambda_2 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_A} - \lambda_3 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_A} + \lambda_4 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_E} - \lambda_4 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_A} \\ &\quad - \lambda_5 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_E} + \lambda_5 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_A} \\ \dot{\lambda}_3(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial C_{MG}}\right) = -\lambda_2 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_E} + \lambda_3 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_E} + \lambda_3 a_5 e^{-\frac{b_4}{T} C_A} + \lambda_4 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_E} - \lambda_4 a_5 e^{-\frac{b_4}{T} C_A} - \lambda_5 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_E} \\ &\quad + \lambda_5 a_5 e^{-\frac{b_4}{T} C_A} - \lambda_6 a_5 e^{-\frac{b_4}{T} C_A} \\ \dot{\lambda}_4(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial C_E}\right) = -\lambda_1 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} + \lambda_2 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} - \lambda_2 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_{MG}} + \lambda_3 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_{MG}} - \lambda_3 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_{GL}} + \lambda_4 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} \\ &\quad + \lambda_4 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_{MG}} + \lambda_4 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_{GL}} - \lambda_5 a_2 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} - \lambda_5 a_4 e^{-\frac{b_4}{T} C_{MG}} - \lambda_5 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_{GL}} + \lambda_6 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_{GL}} \\ \dot{\lambda}_5(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial C_A}\right) = \lambda_1 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_{TG}} - \lambda_2 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_{TG}} + \lambda_2 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} - \lambda_3 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} + \lambda_3 a_5 e^{-\frac{b_2}{T} C_{MG}} - \lambda_4 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_{TG}} - \lambda_4 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} \\ &\quad - \lambda_4 a_5 e^{-\frac{b_2}{T} C_{MG}} + \lambda_5 a_1 e^{-\frac{b_1}{T} C_{TG}} + \lambda_5 a_3 e^{-\frac{b_2}{T} C_{DG}} + \lambda_5 a_5 e^{-\frac{b_2}{T} C_{MG}} - \lambda_6 a_5 e^{-\frac{b_2}{T} C_{MG}} \\ \dot{\lambda}_6(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial C_{GL}}\right) = -\lambda_3 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_E} + \lambda_4 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_E} - \lambda_5 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_E} + \lambda_6 a_6 e^{-\frac{b_6}{T} C_E} \end{aligned}$$

dengan kondisi batas yang diturunkan dari kondisi *transversality* adalah sebagai berikut :

$$\lambda_1(t_f) = 0, \lambda_2(t_f) = 0, \lambda_3(t_f) = 0, \lambda_4(t_f) = 1, \lambda_5(t_f) = 0, \lambda_6(t_f) = 0$$

Kendala lain dalam metode ini adalah sulit untuk menebak nilai awal dari variabel adjoin karena tidak memiliki deskripsi secara fisis. Oleh karena itu, solusi optimal dari masalah kendali optimal temperatur pada proses produksi biodiesel tidak dapat ditentukan dengan metode ini sehingga perlu dilakukan pendekatan lain, yaitu metode langsung.

**2. Metode Langsung (direct method)**

Metode langsung didasarkan pada transformasi masalah kendali optimal ke dalam permasalahan *Non Linear Programming* (NLP) dengan mendiskritisasi persamaan *state* dan/ atau persamaan kendali. Penyelesaian masalah kendali optimal temperatur pada proses produksi biodiesel dilakukan dengan menggunakan *toolbox* DOTcvp yang dijalankan pada *software* MATLAB 7.10.0. DOTcvp (*Dynamic Optimization Toolbox with control vector parameterization approach*) merupakan *toolbox* yang menerapkan metode pendekatan parameterisasi variabel kendali yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah NLP (Harmijer, dkk, 2008).

Untuk dapat melakukan simulasi dari masalah kendali optimal temperatur dengan menggunakan DOTcvp, diperlukan nilai-nilai parameter dari model sistem dinamik yang dinyatakan pada Tabel 1.

**Tabel 1. Nilai Parameter (Benavides, dkk, 2011)**

a1	a2	a3	a4	a5	a6
3.92x10 <sup>7</sup>	5.77 x10 <sup>5</sup>	5.88 x10 <sup>12</sup>	0.98 x10 <sup>10</sup>	5.35 x10 <sup>3</sup>	2.15 x10 <sup>4</sup>
b1	b2	b3	b4	b5	b6
6614.83	4997.98	9993.96	7366.64	3231.18	4824.87

**Simulasi Numerik dan Analisa Hasil**

Simulasi untuk masalah kendali optimal temperatur dilakukan dengan waktu awal  $t_0 = 0$  dan waktu akhir  $t_f = 100$ . Variabel kendali adalah temperatur yang memiliki batas bawah 303K dan batas atas 338K (titik didih metanol). Adapun kondisi awal untuk setiap variabel *state* dinyatakan dalam Tabel 2.

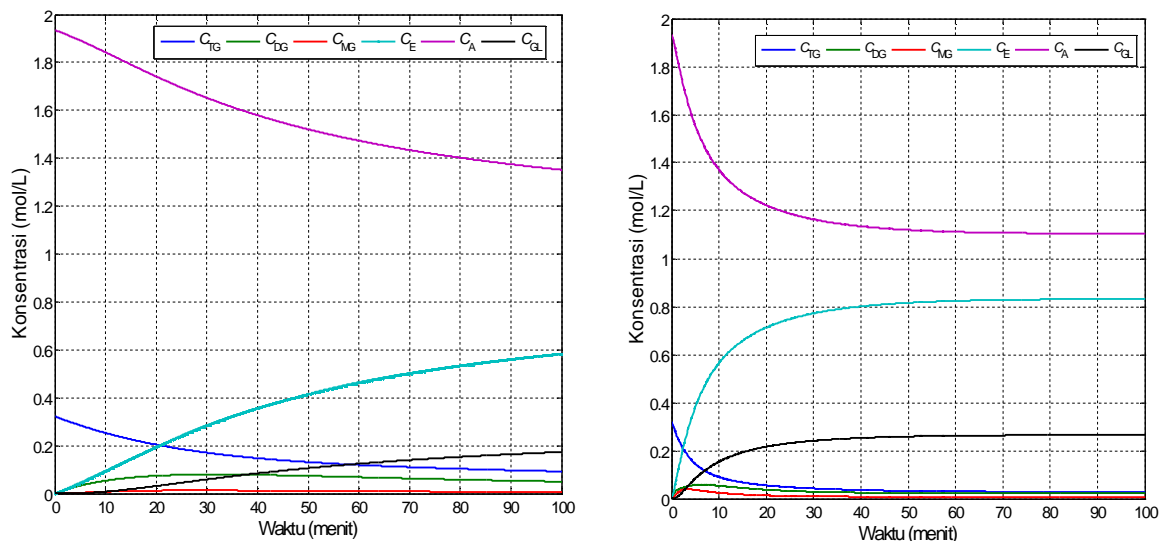
**Tabel 2. Kondisi Awal Variabel State (Benavides, dkk, 2011)**

$C_{TG}(0)$	$C_{DG}(0)$	$C_{MG}(0)$	$C_E(0)$	$C_A(0)$	$C_{GL}(0)$
0.3226	0	0	0	1.9356	0

Simulasi dilakukan dalam 3 kasus dengan kondisi awal dari variabel kendali (temperatur) yang berbeda-beda, yaitu 303K, 313K, dan 323K dengan menggunakan nilai parameter pada Tabel 1 dan kondisi awal pada Tabel 2.

**Kasus dengan temperatur awal  $T_0 = 303K$**

Tahap pertama adalah melakukan simulasi untuk sistem dinamik dengan mengasumsikan temperatur adalah konstan, yaitu  $T = 303 K$  sehingga diperoleh profil konsentrasi untuk masing-masing komponen seperti pada Gambar 1(a). Konsentrasi untuk komponen ester metil/biodiesel ( $C_E$ ) yang dihasilkan adalah 0.5839 mol/L. Tahap selanjutnya adalah melakukan kendali optimal temperatur dengan  $T_0 = 303K$  sehingga diperoleh profil konsentrasi pada Gambar 1(b).

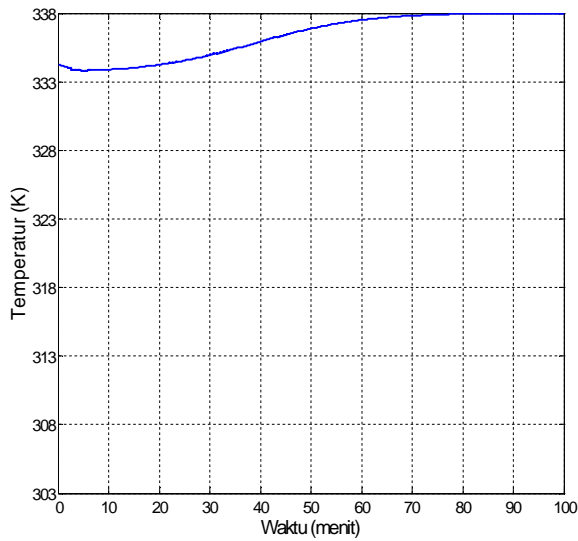


**Gambar 1. Profil konsentrasi (a) T konstan 303K**

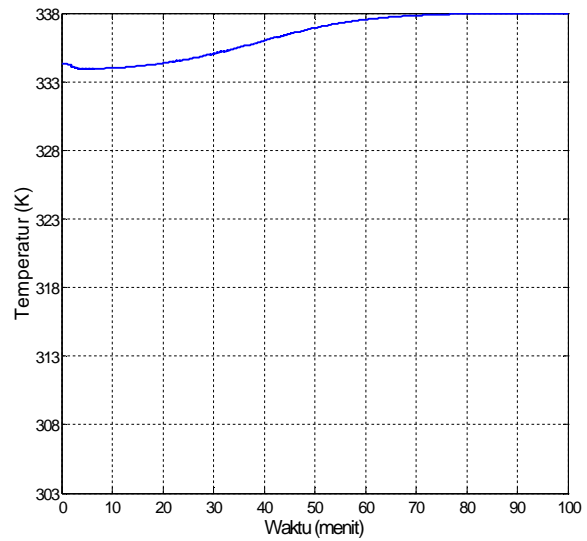
**(b) T optimal dengan  $T_0=303K$**

Tampak pada kedua grafik di atas bahwa konsentrasi komponen trigliserida ( $C_{TG}$ ) dan metanol ( $C_A$ ) menurun karena saling bereaksi untuk menghasilkan ester metil/biodiesel ( $C_E$ ) dan gliserol ( $C_{GL}$ ), akibatnya grafik konsentrasi kedua komponen tersebut tampak mengalami kenaikan. Apabila kedua grafik tersebut dibandingkan, tampak bahwa konsentrasi ester metil/biodiesel yang dihasilkan pada saat temperatur optimal mengalami kenaikan yang signifikan. Konsentrasi maksimal untuk komponen ester metil/biodiesel ( $C_E$ ) yang dihasilkan pada saat temperatur optimal mencapai 0.83158 mol/L sehingga terjadi kenaikan yang signifikan sebesar 42.42%.

Sedangkan profil kendali optimal temperatur pada proses produksi biodiesel dalam kasus ini tampak pada Gambar 2. Grafik tersebut menunjukkan nilai temperatur pada saat  $t = 0$  adalah 334.2 K, sedangkan selama 18 menit pertama temperatur akan menurun dengan skala kecil. Selanjutnya, temperatur akan terus naik dan setelah reaksi berjalan selama 70 menit temperatur akan stabil pada 338K.



**Gambar 2. Profil temperatur optimal dengan  $T_0 = 303K$**

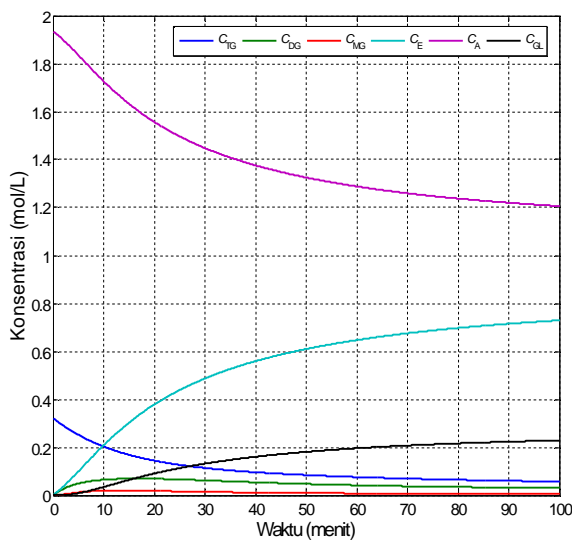


**Gambar 3. Profil temperatur optimal dengan  $T_0 = 313K$**

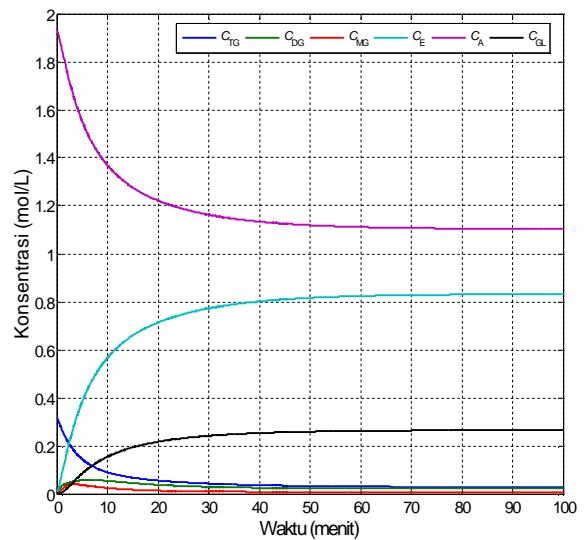
**Kasus dengan temperatur awal  $T_0 = 313K$**

Pada kasus ini, dilakukan tahapan simulasi yang sama dengan kasus sebelumnya. Dengan menggunakan temperatur awal sebesar 313 K, profil dari temperatur optimal tampak pada Gambar 3. Jika dilakukan perbandingan antara grafik temperatur optimal pada Gambar 2 dan Gambar 3, maka tampak tidak ada perbedaan. Ini menunjukkan bahwa meskipun menggunakan temperatur awal yang berbeda, profil temperatur optimal yang dihasilkan ternyata sama.

Perbandingan hasil konsentrasi masing-masing komponen yang diperoleh pada saat menggunakan temperatur konstan dan temperatur optimal tampak pada Gambar 4. Konsentrasi ester metil/biodiesel yang dihasilkan pada saat temperatur konstan 313 K adalah 0.7294 mol/L. Sedangkan pada saat temperatur optimal, konsentrasi maksimal ester metil/biodiesel yang dihasilkan mencapai 0.83159 mol/L. Kenaikan yang terjadi pada konsentrasi ester metil/biodiesel pada dua kondisi tersebut sebesar 14.01% .



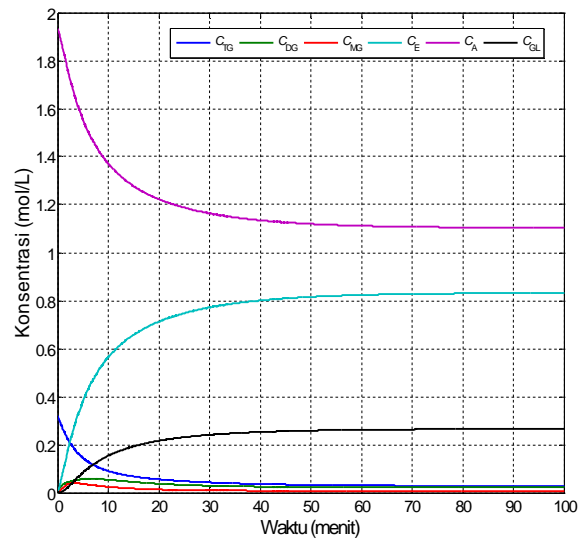
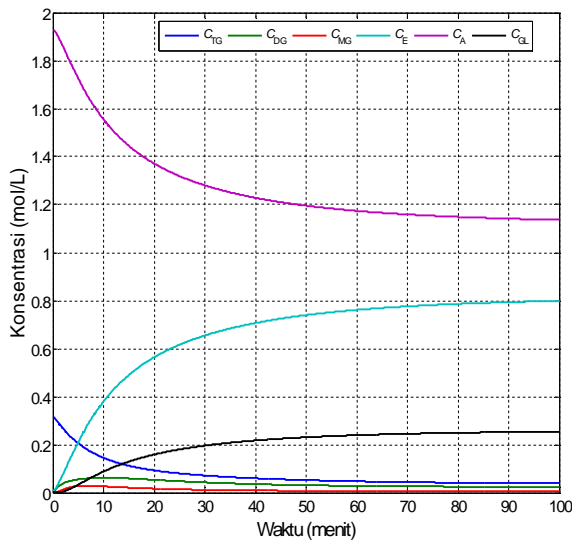
**Gambar 4. Profil konsentrasi (a) T konstan 313K Kasus dengan temperatur awal  $T_0 = 323K$**



**(b) T optimal dengan  $T_0=313K$**

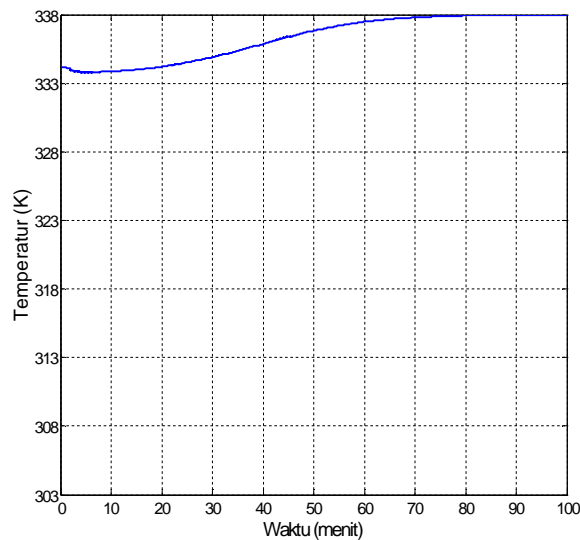
Temperatur awal yang digunakan pada kasus simulasi ini adalah 323K. Dengan melakukan tahapan simulasi yang sama, hasil profil konsentrasi yang diperoleh terdapat pada Gambar 5. Tampak terdapat kenaikan hasil biodiesel yang diperoleh pada saat menggunakan temperatur optimal, yaitu sebesar 4.09 %. Kenaikan ini tidak terlalu signifikan dibandingkan dua kasus sebelumnya. Hal ini dikarenakan konsentrasi ester metil/biodiesel pada saat temperatur konstan adalah 0.7989 mol/L sedangkan pada saat temperatur optimal konsentrasi maksimal ester metil/biodiesel mencapai 0.83157 mol/L.

Sedangkan profil dari temperatur optimal pada kasus ini tampak pada Gambar 6. Grafik yang dihasilkan menunjukkan profil temperatur optimal yang sama dengan dua kasus sebelumnya. Pada saat waktu  $t = 0$ , nilai temperatur adalah 334.2 K, sedangkan pada 18 menit pertama temperatur akan menurun. Selanjutnya, temperatur akan terus naik hingga setelah reaksi berjalan selama 70 menit temperatur akan mencapai maksimal dan stabil pada 338K.



Gambar 5. Profil konsentrasi (a) T konstan 323K

(b) T optimal dengan  $T_0=323K$



Gambar 6. Profil temperatur optimal dengan  $T_0 = 323K$

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya, kesimpulan yang dapat diambil adalah :

1. Solusi temperatur optimal dari masalah kendali temperatur optimal pada proses produksi biodiesel diperoleh dengan menggunakan pendekatan metode tidak langsung.
2. Terdapat tiga kasus simulasi untuk mendapatkan solusi dari masalah kendali optimal temperatur, yaitu penggunaan temperatur awal 303K, 313K, dan 323K.
3. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penggunaan temperatur optimal selama reaksi berlangsung dapat memaksimalkan konsentrasi ester metil/biodiesel yang dihasilkan daripada penggunaan temperatur konstan.
4. Kenaikan konsentrasi ester metil/biodiesel yang paling signifikan sebesar 42.42% terjadi ketika menggunakan temperatur awal 303K. Untuk kasus dengan temperatur awal 313K, kenaikan konsentrasi ester metil/biodiesel yang terjadi sebesar 14.01%. Sebaliknya, kenaikan yang tidak signifikan yaitu 4.09% dihasilkan apabila menggunakan temperatur awal 323K.
5. Temperatur optimal yang dihasilkan adalah sama meskipun menggunakan temperatur awal yang berbeda-beda.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Tomas Hirmajer, Miroslav Fikar, Eva Balsa Canto, dan Julio Rodriguez Banga atas kontribusi beliau dalam pembuatan DOTcyp yang telah digunakan dalam pembahasan pada penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Benavides, P. T dan Diwekar, U. (2011), "Optimal Control of Biodiesel Production in a Batch Reactor (Part I: Deterministic Control)", *Fuel*.
- Leung, D.Y.C., Xuan, W., dan Leung, M. (2010), "A Review on Biodiesel Production Using Catalyzed Transesterification", *Applied Energy*, Vol. 87, hal. 1083.
- Noureddini, H. dan Zhu, D. (1997), "Kinetic of Transesterification of Soybean Oils", *JAACS*, Vol. 74, hal. 1457.
- Subchan, S. dan Zbikowski, R. (2009), *Computational Optimal Control Tools and Practice*, John Willey and Sons Ltd. Publication, United Kingdom.
- Susilo, B. (2006), *Biodiesel*, Trubus Agrisarana, Surabaya.
- Hirmajer, T., Fikar, M., Balsa-Canto, E., dan Banga, J.R. (2008), *DOTcyp: Dynamic Optimization Toolbox with Control Vector Parameterization approach*, Technical Report, FCHPT STU Bratislava, Slovak Republic.





**ANALISIS PENDEKATAN HAMILTONIAN  
PADA MODEL *MULTIDIMENSIONAL SCREENING*  
UNTUK PENENTUAN TARIF OPTIMAL PADA PERUSAHAAN MONOPOLI**

**F.X. Satrijo Widyatmoko, Mahmud Yunus**

*Pascasarjana Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya*

**Abstrak**

Suatu perusahaan monopoli yang menyediakan multi-produk dalam bentuk barang atau jasa perlu memerhatikan karakteristik konsumennya agar tarif yang ditentukannya optimal. Proses penyaringan multidimensi (*multidimensional screening*) menyediakan model yang memerhatikan karakteristik konsumen. Model penyaringan multidimensi mengambil persamaan differensial parsial sebagai model matematis untuk tarif optimal berdasarkan biaya. Pendekatan Hamiltonian menunjukkan bahwa bila jumlah tipe konsumen yang diperhatikan kurang dari banyaknya barang atau jasa yang disediakan oleh perusahaan monopoli, sifat-sifat kualitatif dari penyelesaiannya serupa dengan bila jumlah tipe konsumen yang diperhatikan sama banyak dengan jumlah barang atau jasa yang disediakan.

**Kata kunci:** *Multidimensional Screening*, Tarif Optimal berdasarkan Biaya, Persamaan Differensial Parsial, Pendekatan Hamiltonian.

**PENDAHULUAN**

Monopoli adalah bentuk organisasi pasar di mana satu perusahaan menjual produk yang tidak ada penggantinya. Dengan demikian, perusahaan monopoli menentukan sendiri pasarnya dan menghadapi kurva permintaan atas produknya yang menurun tajam [Salvatore, 2004]. Perusahaan monopoli dapat menjual produknya dengan harga sangat tinggi, namun harga yang lebih tinggi dengan sendirinya menurunkan permintaan, ia dapat menjual lebih banyak produknya hanya dengan menurunkan harganya. Permasalahan yang dihadapi perusahaan monopoli adalah bagaimana ia menentukan harga dan jumlah produksinya [McAfee, 2012].

Tulisan ini bermaksud menelaah permasalahan penentuan harga yang dihadapi perusahaan monopoli. Model yang ditawarkan disebut *multidimensional screening*, atau penyaringan multidimensi. Disebut demikian untuk diperlawankan dengan model yang dikembangkan sebelumnya, yaitu *unidimensional screening*. Pada model unidimensi, produk perusahaan monopoli hanya memiliki satu karakteristik kualitas dan konsumen tinggal menentukan tingkat preferensinya terhadap produk yang ditawarkan tersebut. Model matematis untuk penyaringan unidimensi berbentuk persamaan diferensial derajat kedua, yang dapat diselesaikan secara numerik. Penyaringan multidimensi memerlukan model matematis yang lebih rumit.

Para ilmuwan yang mengembangkan model penyaringan multidimensi ini adalah Wilson [1993], Armstrong [1996], Rochet dan Schoné [1998], dan Basov [2001, 2002, 2005]. Menitikberatkan pada pemikiran Basov [2001], tulisan ini akan disusun sebagai berikut. Pertama, akan dibahas model *multidimensional screening*, bagaimana model ini dibangun untuk menjawab permasalahan yang dihadapi perusahaan monopoli. Terdapat tiga pendekatan yang tersedia untuk menyelesaikan model ini, namun perhatian hanya diberikan pada pendekatan Hamiltonian. Tulisan ini ditutup dengan kesimpulan pendek mengenai relevansinya di Tanah Air.

**MODEL *MULTIDIMENSIONAL SCREENING***

Misalkan suatu perusahaan monopoli menyediakan produk sebanyak  $n$ . Konsumen perusahaan ini memiliki preferensi terhadap produk-produk tersebut yang dinyatakan dalam vektor berdimensi- $m$   $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ . Fungsi kegunaan konsumen bertipe- $\alpha$  jika dia mengonsumsi sejumlah produk  $x = (x_1, \dots, x_n)$  dan membayar sejumlah  $t$  dinyatakan dengan

$$U = u(\alpha, x) - t \tag{1}$$

dengan  $u(0, x) = u(\alpha, 0) = 0$ ,  $u$  fungsi naik untuk semua argumen, dan  $u$  adalah fungsi kontinu, konveks, dan homogen derajat satu dalam  $\alpha$ . Penjelasan untuk syarat-syarat yang ketat ini diberikan oleh Amstrong [1996]. Alasan ringkas untuk memilih bentuk fungsi kegunaan seperti ini adalah bahwa fungsi kegunaan ini adalah fungsi yang paling sederhana yang melibatkan tipe multidimensi nontrivial.

Berikutnya, suatu kelas fungsi kegunaan yang memenuhi semua syarat yang diberikan adalah yang mengambil bentuk

$$u(\alpha, x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i(x). \tag{2}$$

Dengan demikian, dimensi dari ruang tipe sama dengan jumlah produk yang ditawarkan, fungsi kegunaan bersifat linear dalam  $\alpha$ , tidak terjadi efek tumpang-tindih harga, dan terdapat satu parameter  $\alpha_i$  yang diasosiasikan secara alami dengan setiap produk ke- $i$ .

Andaikan bahwa perusahaan monopoli tersebut mengeluarkan biaya  $c(x)$  untuk melayani setiap konsumen yang membeli sepaket produk  $x$ , dengan  $c(0) = 0$ , dan  $c$  merupakan kurva mulus. Dengan demikian, fungsi biaya perusahaan tersebut dapat dipisah-pisahkan menurut konsumennya. Kasus khusus fungsi biaya seperti ini adalah ketika perusahaan tersebut memiliki biaya marjinal konstan  $c_i$  untuk memproduksi satu satuan produk  $i$ , yang dalam keadaan ini dinyatakan dengan  $c(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i$ . Untuk menjamin bahwa pilihan konsumsi setiap konsumen didefinisikan dengan baik, diandaikan bahwa alokasi efisien untuk konsumen bertipe- $\alpha$  berhingga, artinya penyelesaian untuk masalah maksimalisasi  $u(\alpha, x) - c(x)$  untuk  $x \geq 0$  ada untuk semua  $\alpha$ .

Perusahaan bersangkutan semestinya tidak mampu menentukan tipe konsumen tertentu, namun ia memiliki pegangan awal berupa distribusi tipe-tipe, yang digambarkan oleh fungsi kepadatan  $f(\alpha)$  yang memiliki pendukung  $A \subset R_+^m$ . Atas alasan teknis  $A$  diberikan bersifat tertutup, konveks, dan memiliki dimensi lengkap dalam  $R^m$ , dan  $f$  terdiferensiasi secara kontinu pada  $A$ . Perusahaan tersebut bertujuan memaksimalkan keuntungannya dengan menawarkan tarif  $t(\cdot)$ , dengan  $t(x)$  adalah harga yang ditetapkan untuk paket sejumlah  $x$ . Diandaikan bahwa tidak ada kemungkinan pertikaian di antara konsumen dan bahwa perusahaan bersangkutan mampu memantau penjualan terhadap setiap konsumen. Oleh karena itu, perusahaan tersebut dapat menawarkan tarif dalam berbagai bentuk. Jika konsumen tidak dapat dipaksa untuk membeli produk yang ditawarkan, perusahaan harus mengatur agar  $t(0) \leq 0$ .

Berhadapan dengan tarif  $t$  tertentu yang diberikan, seorang konsumen dengan tipe  $\alpha$  mendapatkan surplus  $s$  yang dinyatakan dengan

$$s(\alpha) = \max_{x \geq 0} : u(\alpha, x) - t(x). \tag{3}$$

karena  $t(0) \leq 0$ , fungsi  $s(\cdot)$  non-negatif. Fungsi surplus ini juga bersifat kontinu, naik, dan konveks dalam  $\alpha$ . Jika  $s(\cdot)$  terdiferensiasi pada  $\alpha$ , maka ia memenuhi syarat *envelope*

$$\nabla s(\alpha) = u_\alpha(\alpha, x(\alpha)), \tag{4}$$

dengan  $\nabla s(\alpha) = \left( \frac{\partial s(\alpha)}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial s(\alpha)}{\partial \alpha_m} \right)$  adalah vektor turunan dari  $s$  terhadap  $\alpha$ ,  $x(\alpha)$  adalah pilihan banyaknya produk yang diambil untuk memaksimalkan fungsi kegunaan dari konsumen bertipe- $\alpha$  bila diberikan tarif  $t$ , dan  $u_\alpha$  menyatakan vektor turunan parsial dari  $u$  terhadap  $\alpha$ . Karena disyaratkan bahwa  $s$  bersifat konveks, ini berarti bahwa  $s$  terdiferensiasi hampir di mana-mana pada  $A$ . Karena konsumen terdistribusi secara kontinu pada  $A$ , terdapat satu pilihan kuantitas yang optimal dan unik untuk hampir semua konsumen, sebagai konsekuensinya. Oleh karena itu, digunakan notasi  $x(\alpha)$  untuk fungsi permintaan konsumen kendati fungsi ini tidak terdefinisi dengan baik di mana-mana.

Oleh karena tidak semua fungsi  $x(\alpha)$  dapat menjadi hasil dari mengoptimalkan perilaku konsumen saat berhadapan dengan tarif yang nonlinear, didefinisikan fungsi permintaan yang dapat diterapkan.

**Definisi 1.** Fungsi surplus  $s(\cdot)$  dan fungsi permintaan  $x(\cdot)$  dikatakan dapat diterapkan (*implementable*) oleh perusahaan monopoli jika keduanya dapat diperoleh dari (3) dan (4) saat

diberikan tarif  $t(\cdot)$  sedemikian sehingga  $t(0) \leq 0$ .

Karena  $t(x(\alpha)) = u(\alpha, x(\alpha)) - s(\alpha)$ , keuntungan yang didapatkan oleh perusahaan dari seorang konsumen bertipe- $\alpha$  adalah  $u(\alpha, x(\alpha)) - s(\alpha) - c(x(\alpha))$ , dengan  $x(\alpha)$  dan  $s(\alpha)$  saling berkaitan menurut (4). Dengan demikian, keuntungan total perusahaan adalah jumlahan dari semua keuntungan individual ini, yang dinyatakan dengan

$$P = \int_A [u(\alpha, x(\alpha)) - s(\alpha) - c(x(\alpha))]f(\alpha) d\alpha. \quad (5)$$

Dengan demikian, perhatian ditujukan untuk memaksimalkan (5) yang tunduk pada syarat (4) dengan  $s$  dan  $x$  dapat diterapkan. Jadi, pengerjaan lebih pada fungsi surplus yang terjadi daripada terhadap tarif  $t$ , meskipun sifat dapat diterapkan dari  $s$  (dan  $x$ ) tergantung pada  $t$ .

### PENDEKATAN HAMILTONIAN

Keuntungan total yang dinyatakan dalam (5) dapat diperlakukan sebagai masalah kendali optimal, yang dirumuskan dalam interval  $A[0,1]$  menjadi

$$P = \max \int_0^1 [u(\alpha, x(\alpha)) - s(\alpha) - c(x(\alpha))]f(\alpha) d\alpha \quad (6)$$

dengan  $s(0) = 0$  dan (4) berlaku. Di sini  $s$  adalah peubah status (*state variable*),  $x$  adalah peubah kendali, ujung kiri terikat ( $s(0) = 0$ ) dan ujung kanan bebas. Dibentuk suatu fungsi Hamiltonian

$$H = (u(\alpha, x(\alpha)) - s(\alpha) - c(x(\alpha)))f(\alpha) + \lambda u_\alpha(\alpha, x(\alpha)). \quad (7)$$

Maka, syarat derajat pertama mengambil bentuk

$$\lambda'(\alpha) = -\frac{\partial H}{\partial s} = f(\alpha) \quad (8)$$

$$\lambda(1) = 0 \quad (9)$$

$$H_x = (u_x(\alpha, x(\alpha)) - c'(x(\alpha)))f(\alpha) + \lambda u_x(\alpha, x(\alpha)) = 0. \quad (10)$$

Di sini  $\lambda$  berlaku sebagai peubah kostatus (*costate variable*) yang perubahannya diarahkan oleh persamaan (8). Dalam bahasan matematika ekonomis,  $\lambda(\alpha)$  adalah nilai marjinal bagi perusahaan monopoli untuk melonggarkan kendala yang dihadapi konsumen dengan tipe- $\alpha$ . Persamaan (9) syarat transversalitas yang harus berlaku pada ujung yang bebas. Sedangkan persamaan (10) adalah prinsip maksimum Pontryagin [Basov, 2005].

Pendekatan Hamiltonian ini memungkinkan untuk dengan mudah menyelesaikan kendala partisipasi yang tergantung pada tipe. Yang perlu dilakukan adalah menempatkan suatu pengali Lagrange pada kendalanya dan menambahkan suku ini pada fungsi Hamiltoniannya. Syarat perlu untuk kasus ketika penyelesaiannya naik lemah adalah

$$u_{\alpha\alpha x} \leq 0, \quad (11)$$

dan

$$LR'(\alpha) \leq 0, \quad (12)$$

dengan rasio kemungkinan terbesar, *likelihood ratio*,  $LR(\alpha)$ , didefinisikan dengan

$$LR(\alpha) = \frac{1-F(\alpha)}{f(\alpha)}. \quad (13)$$

Syarat terakhir ini dikenal sebagai sifat rasio kemungkinan terbesar monoton (*monotone likelihood ratio property*, *MLRP*). Terlihat bahwa (11) dan (13) mengimplikasikan bahwa tujuan perusahaan monopoli

$$\left( u(\alpha, x(\alpha)) - c(x(\alpha)) \right) - \frac{1-F(\alpha)}{f(\alpha)} u_\alpha(\alpha, x(\alpha)) \quad (14)$$

bersifat supermodular dalam  $(\alpha, x(\alpha))$ . Jika fungsi kegunaannya memiliki bentuk

$$u(\alpha, x) = \alpha x, \quad (15)$$

penyelesaian untuk permasalahan ini akan memenuhi

$$c'(x) = v(\alpha), \quad (16)$$

dengan tipe virtualnya,  $v(\alpha)$  didefinisikan sebagai

$$v(\alpha) = \alpha - \frac{1-F(\alpha)}{f(\alpha)}. \quad (17)$$

Penyelesaiannya dapat diterapkan jika dan hanya jika tipe virtualnya naik dalam  $\alpha$ . Jika penyelesaiannya tidak naik dalam  $\alpha$ , tipe virtual ini perlu dimodifikasi.

## PENUTUP

Kendati perusahaan monopoli jarang ditemui dewasa ini – di Amerika Serikat sudah dilarang dengan Undang-undang *Antitrust* –, bukan berarti tidak ada. Perusahaan kereta api, perusahaan listrik, atau perusahaan penyedia air minum, adalah contoh perusahaan monopoli yang ada, juga di Indonesia ini.

Jika memikirkan sifat perusahaan monopoli yang tidak memberi tempat bagi pelaku ekonomi lain untuk masuk ke bidang usahanya, sukar dibayangkan bahwa perusahaan monopoli akan merugi, khususnya dalam jangka panjang. Salah satu faktor penting yang dapat menyebabkan suatu perusahaan monopoli merugi adalah tidak diperhatikannya karakteristik konsumen dalam menentukan tarif, yang membuat tarif nonlinear perusahaan yang bersangkutan tidak optimal.

Model *multidimensional screening* dikembangkan untuk mengakomodasi karakteristik konsumen dalam menentukan tarif optimal. Model ini sebenarnya memperhatikan karakteristik setiap konsumen satu per satu, namun dalam penerapannya kemudian dikenal istilah *bunching*, yaitu pengelompokan konsumen yang memiliki karakteristik mirip, dan *sweeping*, yaitu operator yang menolong fungsi surplus agar menjadi dapat diterapkan (*implementable*).

## DAFTAR PUSTAKA

- Armstrong, Mark. 1996. "Multiproduct Nonlinear Pricing" dalam *Econometrica*, Vol. 64, No. 1, halaman 51-75.
- Armstrong, Mark. dan Rochet, Jean-Charles. 1999. "Multi-dimensional screening: A user's guide" dalam *European Economic Review*, Vol. 43, halaman 959-979.
- Basov, Suren. 2001. "Hamiltonian approach to multi-dimensional screening" dalam *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 36, halaman 77-94.
- Basov, Suren, 2005. *Multi-dimensional Screening*. Berlin: Springer-Verlag.
- Figalli, Alessio., Kim, Young-Heon., McCann, Robert J., 2011, "When is multidimensional screening a convex program?" dalam *Journal of Economic Theory*, Vol. 146, halaman 454-478.
- Leppänen, Samuli. 2007. "Multidimensional Screening: Three Approaches". Independent research project in applied mathematics. Helsinki University of Technology.
- McAfee, R. Preston. 2012. *Introduction to Economic Analysis*. California Institute of Technology.
- Salvatore, Dominick. 2004. *Managerial Economics in a Global Economy*. Mason: South-Western, a division of Thomson Learning.

## STUDI SIMULASI GRAFIK PENGENDALI BERDASARKAN ESTIMASI FUNGSI DENSITAS KERNEL BIVARIAT

Selfie Pattihahuan, Adi Setiawan, Leopoldus Ricky Sasongko

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika  
Universitas Kristen Satya Wacana

Jl. Diponegoro 52-62 Salatiga 50711, email: selypatthy@rocketmail.com

### Abstrak

Pengendalian kualitas secara statistik dapat dilakukan dengan menggunakan grafik pengendali, Salah satunya adalah penggunaan grafik pengendali berdasarkan Estimasi Fungsi Densitas Kernel. Data yang digunakan adalah dua titik sampel bivariat yaitu  $x_1 = (1,2)$  ,  $x_2 = (3,4)$  dan data simulasi bivariat yang dibangkitkan dari kombinasi dua distribusi normal bivariat dengan ukuran sampel (*sample size*) tertentu. Berdasarkan data tersebut dapat ditentukan estimasi densitas kernelnya (*kernel density estimation*) selanjutnya digunakan untuk membuat grafik pengendali dalam menentukan titik sampel yang *out of control*. Dari studi simulasi dapat dibangkitkan sampel dengan ukuran  $n$  berbeda- beda dan diperoleh hasil proporsi titik sampel *out of control* cenderung mendekati nilai batas kesalahan (*level of significance*)  $\alpha = 0,0027$ .

**Kata kunci** : estimasi densitas kernel (*kernel density estimation*), grafik pengendali.

## PENDAHULUAN

### Latar Belakang

Pengendalian kualitas sangat dibutuhkan dalam proses produksi guna menjaga kestabilan suatu produk. Dalam pengendalian kualitas sering digunakan pengendalian proses statistik. Salah satu teknik pengendalian proses statistik adalah grafik pengendali (*control chart*). Mengingat karakteristik kualitas proses produksi tidak selalu berdistribusi normal, maka dikembangkan alternatif grafik pengendali dengan metode non-parametrik . Salah satunya adalah menggunakan estimasi fungsi densitas kernel (*kernel density estimation*).

Dalam makalah sebelumnya telah dijelaskan tentang penerapan grafik pengendali berdasarkan estimasi fungsi densitas kernel bivariat pada data bivariat karakteristik pH dan berat jenis sabun siri (Pattihahuan et al., 2012). Selanjutnya, makalah ini akan membahas tentang bagaimana menerapkan grafik pengendali non-parametrik berdasarkan pendekatan fungsi densitas kernel bivariat untuk dua titik dan untuk data simulasi bivariat. Tujuan dari penelitian ini adalah menerapkan grafik pengendali non-parametrik berdasarkan pendekatan kernel untuk data simulasi bivariat dan mengidentifikasi titik sampel yang berada di luar grafik pengendali.

## DASAR TEORI

Dasar teori yang dituliskan dalam makalah ini diambil dari makalah Pattihahuan et al. (2012) dan beberapa sumber seperti pada daftar pustaka.

### Grafik Pengendali

Grafik pengendali adalah teknik pengendali proses pada jalur yang digunakan secara luas yang biasanya digunakan untuk menaksir parameter suatu proses produksi menentukan kemampuan dan memberikan informasi yang berguna dalam meningkatkan proses itu (Montgomery, 1990).

Berdasarkan banyaknya karakteristik kualitas yang diukur, grafik pengendali dibedakan menjadi 2 jenis yaitu grafik pengendali univariat dan grafik pengendali bivariat atau multivariat. Grafik pengendali univariat digunakan jika hanya ada satu karakteristik kualitas yang diukur, sedangkan grafik pengendali bivariat atau multivariat digunakan jika diperlukan pengendalian dua atau lebih karakteristik kualitas yang berhubungan secara bersama-sama.

### Estimasi Fungsi Densitas Bivariat

Estimasi fungsi densitas merupakan salah satu bagian dalam analisis data statistik, dimana estimasi fungsi densitas adalah suatu gambaran tentang sebuah sebaran data. Dalam statistik, estimasi fungsi densitas kernel merupakan salah satu metode non-parametrik untuk menduga fungsi kepadatan probabilitas dari suatu variabel acak (WEB1). Misalkan suatu sampel bivariat  $X_1, X_2, \dots, X_n$  yang diambil dari suatu populasi dengan fungsi densitas  $f$ , maka estimasi fungsi densitas kernelnya adalah

$$\hat{f}(x; H) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K_H(x - X_i)$$

dengan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  adalah sampel dari  $n$  data  $H$  adalah matrix *bandwidth*,  $x = (x_1, x_2)^T$  dan  $X_i = (X_{i1}, X_{i2})^T$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ . Dalam hal ini  $K_H(x) = |H|^{-1/2} K(H^{-1/2}x)$  dan

$H = \begin{bmatrix} h_1^2 & h_{12} \\ h_{12} & h_2^2 \end{bmatrix}$  adalah matriks *bandwidth* yang simetris positif definit (*definite positive*) dengan

$h_1^2 = \text{var}(X_{i1})$ ,  $h_2^2 = \text{var}(X_{i2})$  dan  $h_{12} = \text{cov}(X_{i1}, X_{i2})$ . Dalam hal ini

$K(x) = (2\pi)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2} x^T x\right)$  adalah *kernel normal standard* bivariat.

Hal yang menjadi faktor penting dalam estimasi fungsi densitas kernel adalah memilih nilai  $H$  optimal untuk matriks bandwidth. Pemilihan nilai  $H$  optimal untuk matriks *bandwidth* dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Mean Integrated Squared Error (MISE)* yang dijelaskan pada Tarn Duong dan Martin L. Hazelton (2003).

### METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini digunakan langkah-langkah yang dijelaskan sebagai berikut:

- Membuat grafik pengendali berdasarkan estimasi densitas kernel untuk dua titik sampel
- Membangkitkan data simulasi bivariat dari distribusi normal bivariat  $N$  dengan rumus

$$p N\left(\begin{bmatrix} 4 \\ 25 \end{bmatrix}, \Sigma\right) + (1-p) N\left(\begin{bmatrix} 8 \\ 20 \end{bmatrix}, \Sigma\right)$$

dengan bobot  $0 < p < 1$  dan matrik kovarians  $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$ . Jika digunakan ukuran sampel

(*sample size*)  $n=500$  dengan  $p=0.5$ . Mencari nilai  $H$  *bandwidth* optimal dari data simulasi dengan menggunakan packages *ks* pada *software R-2.15.2*. Menghitung estimasi fungsi densitas kernel dari data simulasi berdasarkan nilai  $H$  *bandwidth* optimal. Membuat grafik pengendali untuk data simulasi bivariat berdasarkan estimasi fungsi densitas kernel. Menentukan banyaknya titik sampel yang *out of control*.

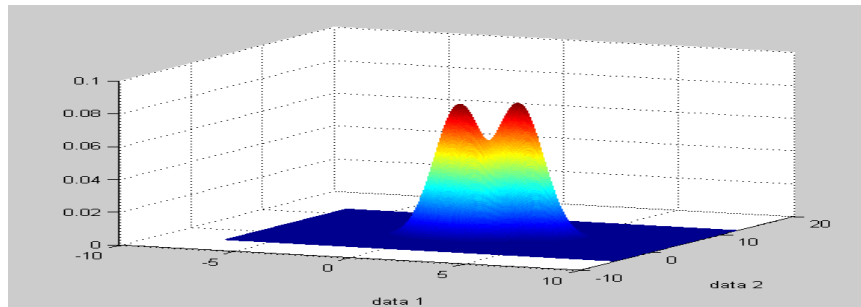
- Menentukan banyaknya titik yang *out of control* untuk  $n=500$ ,  $n=1000$ ,  $n=1500$  dan  $p=0.5$ .
- Melakukan pengulangan dengan  $p$  yang berbeda-beda yaitu  $p=0.1$ ,  $p=0.8$ .

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

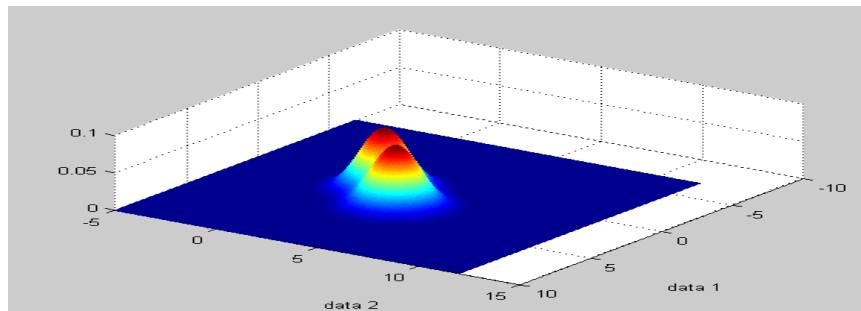
#### Estimasi Kernel Densitas Bivariat dari Dua Titik

Jika dipunyai dua titik sembarang  $x_1 = (1,2)$  dan  $x_2 = (3,4)$  dan dengan menggunakan matriks *bandwidth* identitas  $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  maka estimasi densitas kernel dapat digambarkan dengan

grafik 3 dimensi pada Gambar 1 dan 2. Gambar 1 adalah estimasi densitas kernel bila dilihat dari sudut rotasi horizontal (AZ) 20 derajat dan sudut elevasi vertikal (EL) 25 derajat, sedangkan Gambar 2 adalah estimasi densitas kernel bila dilihat dari sudut rotasi horizontal (AZ) 60 derajat dan sudut elevasi vertikal (EL) 125 derajat.

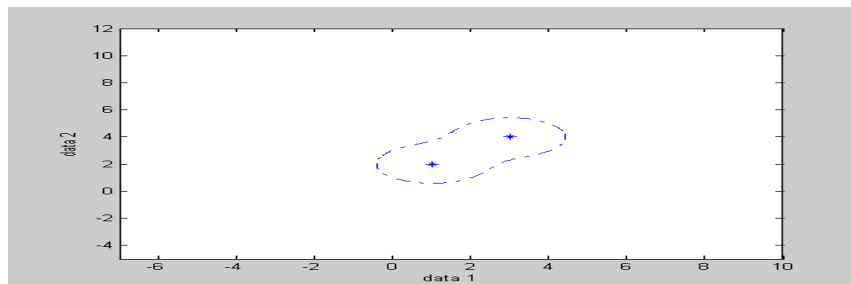


**Gambar 1. Grafik Estimasi Densitas Bivariat 2 titik AZ 20 EL 25**



**Gambar 2. Grafik Estimasi Densitas Bivariat 2 titik AZ 60 EL 125**

Berdasarkan estimasi densitas kernel dapat dibuat grafik pengendali bivariat untuk 2 titik yang ditunjukkan pada Gambar 3. Kurva garis putus-putus menunjukkan batas grafik pengendali bivariat berdasarkan estimasi densitas kernel.



**Gambar 3. Grafik Pengendali Berdasarkan Estimasi Densitas Bivariat 2 Titik**

### Estimasi Fungsi Densitas Bivariat Untuk Data Simulasi

Untuk memberikan gambaran, pada simulasi ini, dibangkitkan data acak bivariat dari distribusi normal

$$p N\left(\begin{bmatrix} 4 \\ 25 \end{bmatrix}, \Sigma\right) + (1-p) N\left(\begin{bmatrix} 8 \\ 20 \end{bmatrix}, \Sigma\right)$$

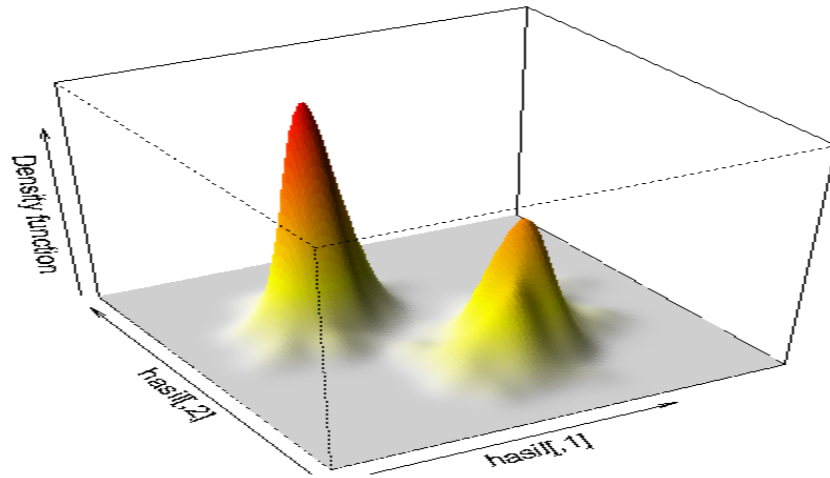
dengan bobot  $0 < p < 1$  dan matriks kovarians  $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}$ . Pemilihan rata-rata distribusi bivariat

normal yaitu  $(4, 25)^T$  dan  $(8, 20)^T$  dan matriks kovariansi  $\Sigma$  hanya untuk memberikan gambaran simulasi. Jika digunakan ukuran sampel (*sample size*)  $n=500$  dengan  $p=0.5$  dan dengan bantuan *packages ks* pada *software R-2.15.2* diperoleh matriks *bandwidth* optimal adalah

$$H = \begin{bmatrix} 0.2452 & -0.0124 \\ -0.0124 & 0.3214 \end{bmatrix}$$

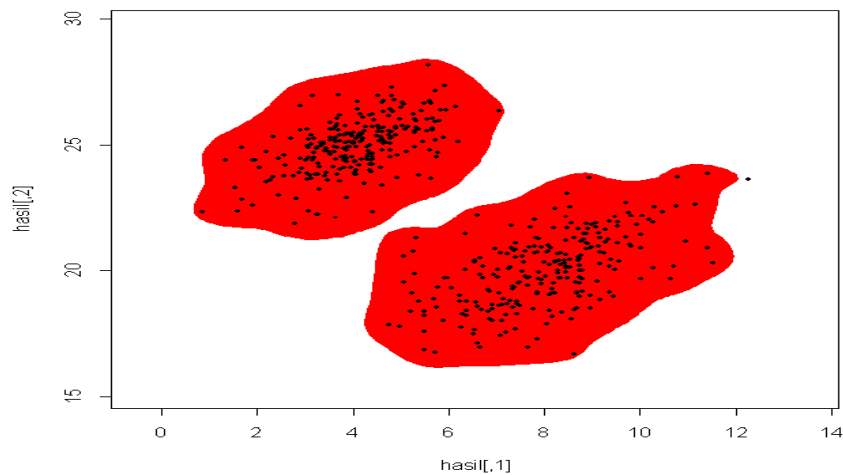
dengan eigen value  $\lambda_1 = 0.3233, \lambda_2 = 0.2433$ .

Selanjutnya, berdasarkan data hasil simulasi tersebut dapat ditentukan estimasi densitas kernel dengan menggunakan persamaan (1). Nilai estimasi fungsi densitas kernel untuk data simulasi yang dibangkitkan dapat ditunjukkan pada Gambar 4. Terlihat kurang lebih separuh titik membentuk bukit pertama sedangkan separuh titik yang lain membentuk bukit kedua. Hal ini sesuai dengan yang diharapkan karena menggunakan bobot  $p=0.5$ .



**Gambar 4. Grafik estimasi densitas kernel bivariat untuk data simulasi Dengan  $p=0.5$  untuk  $n= 500$**

Berdasarkan estimasi densitas kernel bivariat pada Gambar 4, dapat dibuat grafik pengendali yang ditunjukkan pada Gambar 5. Kontur merah menunjukkan batas spesifikasi dengan tingkat signifikansi  $\alpha=0.0027$  yang bersesuaian dengan level (nilai estimasi densitas kernel) adalah 0.0017. Dengan menggunakan batas spesifikasi tersebut diperoleh 2 titik sampel yang berada di luar kontur yaitu titik sampel ke-159 yang berada pada koordinat (12.2509, 23.6602) dengan level (nilai estimasi densitas kernel) adalah 0.0014 dan titik sampel ke-224 yang berada pada koordinat (7.0671, 26.3783) dengan level adalah 0.0017.



**Gambar 5. Grafik pengendali bivariat berdasarkan estimasi densitas kernel untuk data simulasi dengan  $p=0.5$  untuk  $n= 500$**

Untuk perbandingan lebih jelas dari studi simulasi dengan sampel yang berbeda-beda ditunjukkan dalam Tabel 1. Grafik pengendali bivariat yang dibuat berdasarkan data acak berdistribusi normal dengan banyaknya sampel yang berbeda-beda yaitu  $n=500$ ,  $n=1000$ ,  $n=1500$  dan  $n=2000$  diperoleh proporsi banyaknya titik sampel *out of control* cenderung mendekati nilai  $\alpha = 0,0027$ . Untuk grafik pengendali bivariat dengan banyak sampel (*sample size*)  $n=1000$  dan  $n=1500$  ditunjukkan pada Lampiran 1. Titik sampel yang berada di luar batas pengendali (*out of control*) memberikan arti bahwa terjadi suatu kesalahan (cacat) yang mungkin diakibatkan



kesalahan dalam proses produksi. Hasil yang analog bisa diperoleh untuk pengambilan bobot  $p$  yang lain sebagai contoh  $p=0.1$ ,  $p=0.8$ .

**Tabel 1. Tabel hasil simulasi untuk berbagai macam  $n$**

$n$	Level	Banyaknya titik sampel yang <i>out of control</i>	Proporsi <i>out of control</i>
500	0.0017	2	$\frac{2}{500} = 0.004$
1000	0.0010	3	$\frac{3}{1000} = 0.003$
1500	0.0007	5	$\frac{5}{1500} = 0.0033$

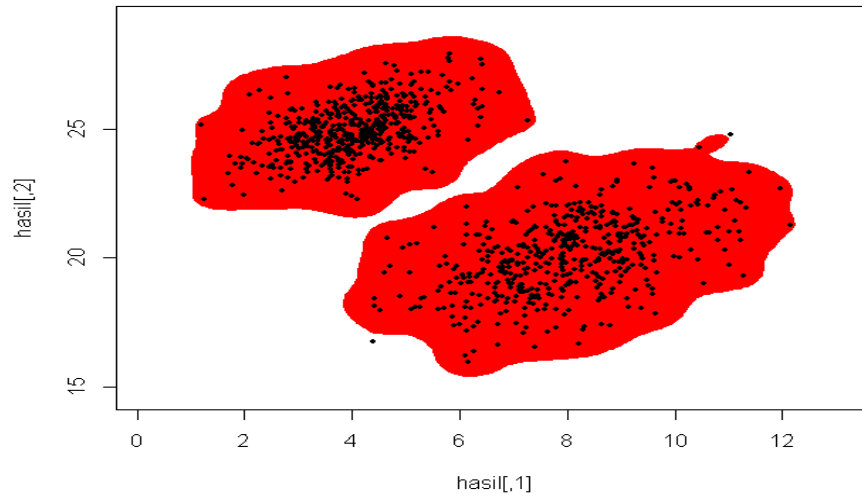
### KESIMPULAN

Dalam makalah ini dijelaskan proses pembentukan grafik pengendali bivariat berdasarkan estimasi densitas kernel untuk dua titik sampel dan untuk banyaknya sampel dengan  $n$  yang berbeda-beda sehingga dapat digunakan untuk mengidentifikasi titik-titik sampel yang *out of control*.

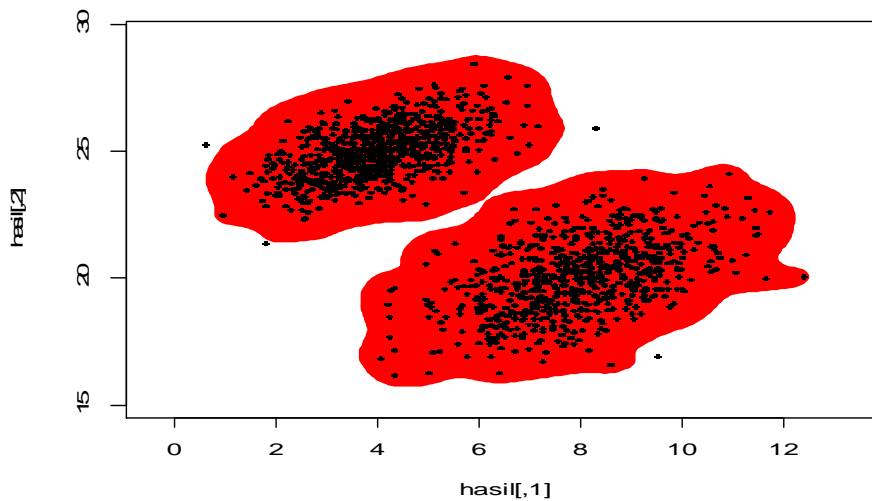
### DAFTAR PUSTAKA

- Chacón, J.E. and Duong, T. 2009. Multivariate plug-in bandwidth selection with unconstrained pilot bandwidth matrices. Diunduh pada Minggu, 2 Januari 2012. [www.mvstat.net/tduong/research/.../chacon-duong-2010-test.pdf](http://www.mvstat.net/tduong/research/.../chacon-duong-2010-test.pdf)
- Montgomery, Douglas C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Najib, Mohammad. 2007. Diagram Kontrol Statistik Non Parametrik Sum Of Ranks Untuk Target Pada Data Non-Normal. Diunduh pada Minggu, 1 Januari 2012. <http://digilib.its.ac.id/public/ITS-Undergraduate-8035-1303100018-Bab1.pdf>
- Pattihahuan, Selfie., Setiawan, A., & Sasongko, L, Ricky. Sasongko. 2012. *Penerapan Grafik Pengendali Berdasarkan Estimasi Fungsi Densitas Kernel Bivariat*. Seminar Nasional Pendidikan Matematika (LSM) XX UNY tanggal 24 Maret 2012.
- Tarn Duong and Martin L. Hazelton. 2003. Plug-In Bandwith Matrices For Bivariate Kernel Density Estomation, hal. 17 - 20. Diunduh pada Minggu, 3 Januari 2012. <http://www.mvstat.net/tduong/research/>
- [WEB 1] Kernel Density Estimation. Diunduh pada Sabtu, 20 Agustus 2011. [http://en.wikipedia.org/wiki/Kernel\\_density\\_estimation](http://en.wikipedia.org/wiki/Kernel_density_estimation)
- [WEB 2] Multivariate Kernel Density Estimation. Diunduh pada sabtu, 20 Agustus 2011. [http://en.wikipedia.org/wiki/Multivariate\\_kernel\\_density\\_estimation](http://en.wikipedia.org/wiki/Multivariate_kernel_density_estimation)

**Lampiran 1 : Grafik Pengendali Bivariat Untuk  $n=1000$ ,  $n=1500$  dengan  $p=0.5$**



**Gambar 6. Grafik pengendali bivariat berdasarkan estimasi densitas kernel untuk data simulasi dengan  $p=0.5$  untuk  $n= 1000$**



**Gambar 7. Grafik pengendali bivariat berdasarkan estimasi densitas kernel untuk data simulasi dengan  $p=0.5$  untuk  $n= 1500$**

## PREDIKSI PENJUALAN SEPEDA MOTOR DI DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA (DIY) DENGAN MENGGUNAKAN MODEL *NEURO FUZZY*

Septiana Nur Rohmah<sup>1</sup>, Agus Maman Abadi<sup>2</sup>

1) Mahasiswa Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

2) Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Email: septiananurrohmah@gmail.com

### Abstrak

Penjualan merupakan sumber hidup suatu perusahaan. Melakukan prediksi penjualan menjadi penting karena menjadi salah satu landasan kebijakan masalah produksi. Dalam penelitian ini, proses prediksi penjualan dilakukan dengan menggunakan model *neuro fuzzy* yaitu *neural fuzzy systems* (NFS). Tujuan dari penelitian ini adalah memprediksi penjualan sepeda motor di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) dengan menggunakan *neural fuzzy systems* (NFS).

Prediksi penjualan didasarkan pada data penjualan sepeda motor sebelumnya. Prosedur pemodelan diawali dengan pembagian data yang akan digunakan menjadi 2, yaitu data pelatihan dan pengujian. Selanjutnya, dilakukan pemilihan variabel-variabel yang signifikan melalui proses pembelajaran jaringan untuk mendapatkan nilai *sum square error* (SSE). Perancangan struktur jaringan yang optimal adalah penentuan jumlah simpul masukan yang didasarkan pada perhitungan nilai *mean square error* (MSE). Model dengan nilai SSE dan MSE terkecil yang akan dipilih sebagai model yang akan digunakan untuk memprediksi. Setelah itu, dilakukan pengelompokan data pelatihan dan pengujian menjadi 3 kelas dengan menggunakan *fuzzy c-means* (FCM) untuk kemudian dilakukan pembelajaran jaringan di setiap kelas dengan menggunakan aturan inferensi *fuzzy* model Sugeno orde nol. Langkah berikutnya adalah penyederhanaan bagian konsekuen dengan menggunakan eliminasi *backward* kemudian dilakukan perhitungan untuk *output* akhir. Tingkat keakuratan pemodelan NFS dapat dilihat dari nilai MAPE jaringan.

Model NFS diterapkan pada data jumlah penjualan sepeda motor periode Januari 2005 sampai Desember 2011. Hasil penelitian ini diperoleh bahwa prediksi penjualan sepeda motor di DIY dengan model NFS terbaik menghasilkan nilai MAPE sebesar 12,76% untuk data training dan 24,56% untuk data testing.

**Kata kunci:** prediksi penjualan, *fuzzy c-means*, *neuro fuzzy*, *neural fuzzy systems*

### PENDAHULUAN

Jumlah penduduk yang padat serta sifat penduduk yang cenderung konsumtif menjadikan Indonesia sebagai negara dengan potensi pasar yang besar khususnya bagi industri sepeda motor. Harga sepeda motor yang terjangkau serta kemudahan-kemudahan yang ditawarkan oleh pihak perusahaan dalam pembelian sepeda motor, seperti pemberian kredit, membuat sepeda motor menjadi alat transportasi pilihan bagi sebagian besar masyarakat Indonesia. Menurut data statistik AISI (2011), dalam tiga tahun terakhir produksi motor nasional terus meningkat dari 5,8 juta unit pada tahun 2009 menjadi 8 juta unit pada 2011 atau tumbuh sekitar 33,3% setiap tahunnya.

Menurut data statistik AISI yang dihimpun oleh PT Media Data Riset, pasar motor terbesar adalah Jawa dengan penjualan sebesar 3,7 juta unit atau 50,5 % dari total penjualan sepeda motor di Indonesia. Salah satu kota di Jawa yang berkontribusi besar dalam penjualan sepeda motor adalah Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). Kesuksesan industri sepeda motor di DIY dapat dilihat langsung dari semakin tingginya volume kendaraan sepeda motor sehingga sering menimbulkan kemacetan lalu lintas. Kesuksesan industri sepeda motor menuntut perusahaan untuk dapat merencanakan dan menyiapkan persediaan produk sepeda motor mereka di tahun berikutnya. Oleh karena itu, perusahaan motor membutuhkan suatu sistem yang dapat memprediksi tingkat

penjualan sepeda motor di bulan berikutnya dengan melihat dan menganalisa data jumlah penjualan di bulan-bulan sebelumnya.

Salah satu cara untuk memodelkan tingkat penjualan sepeda motor di DIY adalah dengan model *neuro fuzzy*. *Neuro fuzzy* menggabungkan antara sistem jaringan syaraf tiruan (*Artificial Neural Network*) dan sistem logika *fuzzy*. Dalam sistem *neuro fuzzy*, jaringan dilatih menggunakan algoritma pembelajaran jaringan syaraf kemudian struktur jaringannya dinyatakan dalam beberapa aturan *fuzzy*. Kemampuan jaringan syaraf dalam mengenali pola dan beradaptasi dengan lingkungan yang berubah-ubah dipadukan dengan sistem logika *fuzzy* yang menggabungkan pengetahuan manusia dalam pengambilan keputusan memungkinkan *neuro fuzzy* memiliki kemampuan untuk menggabungkan pengetahuan manusia secara efektif dalam menghadapi ketidakpastian dan dapat belajar beradaptasi dengan lingkungan yang tidak diketahui atau berubah-ubah untuk hasil yang lebih baik.

Pokok permasalahan dari penelitian ini adalah bagaimana memodelkan *neuro fuzzy* untuk memprediksi penjualan sepeda motor di DIY. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan *neuro fuzzy* untuk memprediksi penjualan sepeda motor di DIY.

Bagi investor, penelitian ini dapat menjadi dasar pertimbangan pengambilan keputusan investasi di pasar modal. Bagi kepolisian, penelitian ini dapat menjadi dasar pertimbangan pengambilan kebijakan lalu lintas dan bagi kalangan akademik, hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan yang bermanfaat, sehingga dapat menjadi referensi penelitian selanjutnya.

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini menggunakan pendekatan *research and development* pada model *Neural Fuzzy System (NFS)*. Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini antara lain:

1. Studi pustaka mengenai sistem *neuro fuzzy* untuk memprediksi tingkat penjualan sepeda motor di DIY.
2. Perancangan model prediksi penjualan sepeda motor menggunakan model *neuro fuzzy*.
3. Pembuatan program *neuro fuzzy* untuk prediksi penjualan sepeda motor dengan menggunakan MATLAB 7.
4. Pengujian model yang telah dibangun.
5. Validasi hasil prediksi penjualan sepeda motor berdasarkan program *neuro fuzzy* yang telah dibangun.
6. Seleksi model prediksi terbaik.
7. Menarik kesimpulan dari proses yang dilakukan.

## **PEMBAHASAN**

### **Penjualan Sepeda Motor**

Kebutuhan masyarakat dalam melakukan pergerakan ke suatu tempat yang berbeda menuntut adanya sarana penunjang pergerakan seperti sepeda motor. Sepeda motor merupakan alat transportasi utama dan efektif di Indonesia. Harga sepeda motor yang relatif murah, penggunaan bahan bakar yang hemat serta biaya operasional yang rendah menjadikan sepeda motor sebagai alat transportasi pilihan bagi kebanyakan orang. Penjualan adalah suatu usaha terpadu untuk mengembangkan rencana-rencana strategis yang diarahkan pada usaha pemuasan kebutuhan dan keinginan pembeli, guna mendapatkan penjualan yang menghasilkan laba (Marwan, 1991). Penjualan sepeda motor di Indonesia terus meningkat hampir di setiap tahunnya, kecuali tahun 1998, 2006 dan 2009. Penurunan jumlah sepeda motor dikarenakan adanya krisis ekonomi pada tahun 1997 dan kenaikan harga bahan bakar minyak pada tahun 2005 dan 2008.

Menyadari pentingnya prediksi penjualan, berbagai macam pemodelan prediksi penjualan telah dilakukan. Dalam penelitian ini prediksi penjualan sepeda motor hanya didasarkan pada jumlah penjualan sebelumnya.

### **Sistem Fuzzy**

Sistem *fuzzy* didasarkan pada teori logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* digunakan untuk menerjemahkan suatu besaran yang diekspresikan menggunakan bahasa (*linguistic*). Empat hal

yang diperlukan untuk memahami dasar-dasar logika *fuzzy*, yaitu: himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan, operasi logika dan sistem inferensi *fuzzy*.

Teori himpunan *fuzzy* diperkenalkan oleh Lotfi A. Zadeh pada tahun 1965. Himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$  pada semesta pembicaraan  $X$  dapat didefinisikan sebagai sebuah himpunan pasangan terurut,

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \quad (1)$$

dengan  $\mu_A(x)$  adalah derajat keanggotaan  $x$  di  $\tilde{A}$  yang memetakan  $X$  ke ruang keanggotaan  $M$  yang terletak pada rentang  $[0, 1]$ .

Bila  $\tilde{A}$  adalah himpunan *fuzzy* dari semesta  $X$  maka derajat keanggotaan dari suatu elemen ( $x$ ) dinyatakan oleh suatu fungsi keanggotaan. Fungsi keanggotaan akan memetakan suatu elemen ( $x$ ) ke derajat keanggotaannya di dalam interval antara nol dan satu. Secara matematis hal ini dapat dituliskan (Klir dkk, 1997:75):

$$\hat{A}: X \rightarrow [0,1] \quad (2)$$

Beberapa fungsi keanggotaan yang sering digunakan adalah: representasi linear naik, representasi linear turun, kurva segitiga, kurva trapesium, kurva-S pertumbuhan, kurva-S penyusutan, kurva PI, kurva beta, kurva gauss. Fungsi keanggotaan dalam penelitian ini dibangkitkan oleh fungsi aktivasi sigmoid biner pada jaringan syaraf.

Model operator *fuzzy* terdiri atas 2 operator, yaitu operator-operator dasar yang dikemukakan oleh Zadeh (AND, OR, NOT) dan operator-operator alternatif yang dikembangkan dengan menggunakan konsep transformasi tertentu. Operasi AND berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan berikut:

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (3)$$

Operasi OR berhubungan dengan operasi union pada himpunan berikut:

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (4)$$

Operasi NOT berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan berikut:

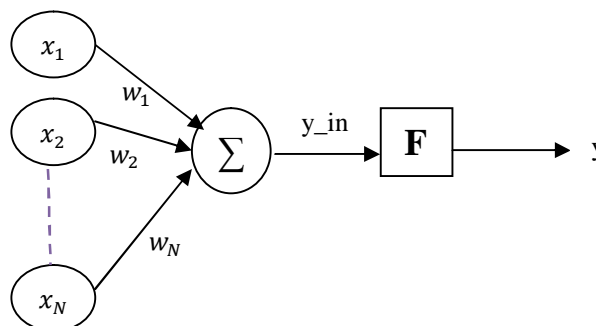
$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A(x) \quad (5)$$

Sistem Inferensi *Fuzzy* (*Fuzzy Inference System* atau FIS) merupakan suatu kerangka komputasi yang didasarkan pada teori himpunan *fuzzy*, aturan *fuzzy* berbentuk IF-THEN, dan penalaran *fuzzy* (Kusumadewi dan Hartati, 2010:40). Terdapat tiga metode dalam FIS, yaitu metode Mamdani, Tsukamoto dan Sugeno. Metode Sugeno dibagi menjadi Metode Sugeno orde nol dan orde satu. Secara umum bentuk model *fuzzy* Sugeno Orde-0 adalah :

$$IF (x_1 \text{ is } A_1) * (x_2 \text{ is } A_2) * \dots * (x_N \text{ is } A_N) THEN y = k \quad (6)$$

### Jaringan Syaraf Tiruan (*Artificial Neural Network*)

Jaringan syaraf tiruan merupakan salah satu representasi buatan dari otak manusia yang selalu mencoba untuk mensimulasikan proses pembelajaran pada otak manusia tersebut (Kusumadewi dan Hartati, 2010:69). Informasi (*input*) yang datang diterima oleh dendrit kemudian diproses oleh inti sel dan hasil olahannya dibawa oleh axon sebagai masukan bagi *neuron* lain. *Input* tersebut dikirim ke *neuron* lain dengan bobot kedatangan tertentu untuk kemudian diproses oleh suatu fungsi perambatan yang akan menjumlahkan nilai-nilai semua bobot yang diterima. Hasil penjumlahan tersebut kemudian dibandingkan dengan suatu nilai ambang (*threshold*) tertentu melalui fungsi aktivasi. Fungsi aktivasi yang sering digunakan dalam jaringan syaraf tiruan adalah: fungsi undak biner, bipolar, linier, saturating linear, symmetric saturating linear, sigmoid biner, dan sigmoid bipolar.



Gambar 1. Jaringan Syaraf Sederhana

Terdapat tiga macam arsitektur jaringan syaraf, yaitu jaringan dengan lapisan tunggal, jaringan dengan lapisan jamak dan jaringan dengan lapisan kompetitif. Terdapat dua macam proses pembelajaran, yaitu pembelajaran terawasi dan pembelajaran tak terawasi.

Dalam penelitian ini, jaringan syaraf yang dipakai adalah jaringan dengan lapisan tunggal. Ciri arsitektur jaringan syaraf dengan lapisan tunggal adalah hanya terdiri dari satu lapisan *input* dan satu lapisan *output* tanpa lapisan tersembunyi. Proses belajar jaringan dengan lapisan tunggal menggunakan metode pembelajaran terawasi (*supervised learning*), yaitu algoritma *backpropagation* yang didasari atas aturan koreksi kesalahan.

### Neural Fuzzy Systems (NFS)

Neural *fuzzy* system (NFS) dirancang untuk merealisasikan proses penalaran *fuzzy*, dimana bobot-bobot yang terhubung pada jaringan syaraf berhubungan dengan parameter-parameter penalaran *fuzzy*. Aturan *fuzzy* diidentifikasi dan fungsi keanggotaan dari penalaran *fuzzy* tersebut dilatih berdasarkan pasangan *input-output* sistem nyata dengan menggunakan algoritma *backpropagation* (Kusumadewi dan Hartati, 2010:297-298).

Sistem NFS menggunakan jaringan syaraf sebagai pengendali penalaan *fuzzy*. Konsep dasar dari pemakaian jaringan syaraf sebagai pengendali penalaran *fuzzy* adalah menggunakan jaringan syaraf untuk merealisasikan atau membangkitkan sistem inferensi *fuzzy* model Sugeno baik pada bagian anteseden maupun bagian konsekuen (melakukan inferensi) (Lin,1996 dalam Kusumadewi dan Hartati, 2010:311).

Terdapat tiga metode pemodelan *fuzzy* melalui pembelajaran jaringan syaraf *backpropagation*, yaitu: *Fuzzy Modelling Networks* (FMN) Tipe I, FMN Tipe II dan FMN Tipe III. Metode pemodelan *fuzzy* yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Fuzzy Modelling Networks* (FMN) Tipe II dimana konsekuen pada aturan *fuzzy* berupa suatu konstanta ( $f$ ). Menurut Horikawa (1992) dalam Kusumadewi dan Hartati (2010:334), FMN mengidentifikasikan aturan-aturan *fuzzy* dan fungsi keanggotaan secara otomatis dengan cara memodifikasi bobot-bobot jaringan syaraf melalui algoritma pembelajaran *backpropagation*. Format aturan untuk FMN Tipe II adalah (Kusumadewi dan Hartati, 2010:334-344):

$$R^i: IF x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ AND } x_2 \text{ is } A_{i2}, \text{ THEN } y \text{ is } f_i, \quad i = 1, 2, \dots, r; \quad (7)$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^r \mu_i f_i}{\sum_{i=1}^r \mu_i} = \sum_{i=1}^r \hat{\mu}_i f_i \quad (8)$$

Menurut Lin (1996), Langkah-langkah pemodelan dengan NFS adalah sebagai berikut (Kusumadewi dan Hartati, 2010:312-333):

a. Pemilihan Variabel *Input*

Langkah pertama pemodelan NFS adalah membagi data menjadi dua, yaitu data pelatihan dan pengujian berdasarkan komposisi pembagian yang dipilih. Misalkan terdapat  $N$  pasangan data *input* dan *output*, data tersebut dibagi menjadi  $N_t$  data pelatihan dan  $N_c$  data pengujian dengan  $N_t + N_c = N$ . Calon variabel *input*,  $x_j$ ,  $j=1,2,3,\dots,n$ , akan dipilih variabel-variabel *input* yang relevan,  $x_j$ ,  $j=1,2,3,\dots,m$ , yang berhubungan *output*  $y_i$ ,  $i=1,2,\dots,N$ , dengan menggunakan jaringan *backpropagation*. Metode yang digunakan adalah eliminasi backward dengan fungsi biaya sum square error (SSE)

b. Pengelompokan (clustering) Data Pelatihan dan Pengujian

*Fuzzy c-means* adalah suatu teknik pengelompokan data yang mana keberadaan tiap-tiap data dalam suatu cluster ditentukan oleh nilai keanggotaan (Kusumadewi dan Hartati, 2010:300). Metode *fuzzy c-means* akan melakukan pengelompokan sebanyak  $c$ -cluster (kelas) yang jumlahnya sudah ditentukan sebelumnya. Tujuan pengelompokan data adalah mengelompokkan data berdasarkan kemiripan sifat atau karakteristik.

c. Pembelajaran Jaringan Syaraf yang Berhubungan dengan Bagian Anteseden (bagian IF) pada Aturan-aturan Inferensi *Fuzzy*

Pada bagian ini, untuk setiap data pelatihan dan pengujian ditentukan sebuah nilai  $m_i = (m_i^1, m_i^2, \dots, m_i^r)$ ,  $i=1,2,3,\dots,n_t$  untuk data pelatihan dan  $i=1,2,3,\dots,n_c$  untuk data pengujian, dengan ketentuan sebagai berikut (Kusumadewi dan Hartati, 2010:313):

$$m_i^k = \begin{cases} 1; & k = s \\ 0; & k \neq s \end{cases} \quad (9)$$

dengan  $m_i^k$  adalah derajat keanggotaan data ke- $i$  pada himpunan tegas kelas  $k$ . Output jaringan yang dilatih berupa suatu derajat keanggotaan sebuah data di setiap kelas yang dirumuskan sebagai berikut (Kusumadewi dan Hartati, 2010:313):

$$\mu_{A_s}(x_i) = \hat{m}_i^s; i = 1, 2, \dots, N; s = 1, 2, \dots, r \quad (10)$$

- d. Pembelajaran Jaringan Syaraf yang Berhubungan dengan Bagian Konsekuen (Bagian THEN) pada Aturan-aturan Inferensi *Fuzzy*.

Pembelajaran jaringan syaraf dilakukan pada bagian THEN dari  $R^s$  dengan *input*  $x = (x_{i1}^s, x_{i2}^s, \dots, x_{im}^s)$  dan target *output*  $y_i^s$ ,  $i=1, 2, \dots, N_s$ . Selanjutnya, hasil pelatihan akan diujikan pada data pengujian dengan *input*  $x = (x_{i1}^s, x_{i2}^s, \dots, x_{im}^s)$ ,  $i=1, 2, \dots, n_c$  untuk mendapatkan nilai SSE sebagai berikut (Kusumadewi dan Hartati, 2010:313):

$$E_m^s = \sum_{i=1}^{n_c} [y_i - \mu_s(x_i) \mu_{AS}(x_i)]^2 \quad (11)$$

- e. Penyederhanaan Bagian Konsekuen (Bagian THEN) Menggunakan Metode Eliminasi Backward

Penyederhanaan bagian konsekuen dilakukan dengan mengeleminasi variabel yang tidak terlalu berpengaruh dan kemudian melatih jaringan kembali untuk mendapatkan nilai SSE ( $E_{m-1}^{SP}$ ) sebagai berikut (Kusumadewi dan Hartati, 2010:314):

$$E_{m-1}^{SP} = \sum_{i=1}^{n_c} [y_i - f_s(\hat{x}_i) \mu_{AS}(\hat{x}_i)]^2; p = 1, 2, \dots, m. \quad (12)$$

dengan  $x_i = (x_{i,1}; \dots; x_{i,p-1}; x_{i,p+1}; \dots; x_{im})$ .

- f. Penentuan *Output* Akhir

*Output* akhir jaringan,  $\hat{y}_i$  dapat diperoleh sebagai berikut (Kusumadewi dan Hartati, 2010:314):

$$\hat{y}_i = \frac{\sum_{s=1}^r \mu_{AS}(x_i) f_s(x_i)}{\sum_{s=1}^r \mu_{AS}(x_i)}; i = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

### Prediksi Penjualan Sepeda Motor dengan *Neural Fuzzy Systems*

Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah data penjualan sepeda motor sebelumnya. Data yang dikumpulkan mulai dari bulan Januari 2005 sampai Desember 2011. Data tersebut dibagi menjadi dua, yaitu data sampel untuk membuat model (*training*) dan data testing. Komposisi pembagian yang digunakan adalah 75% untuk data training dan 25% untuk data testing.

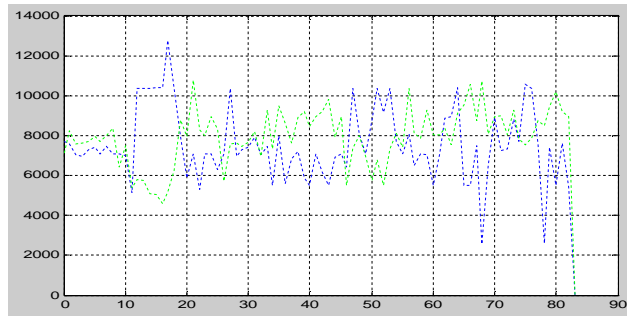
Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan dua model. Model 1 hanya menggunakan satu variabel *input*, yaitu data penjualan satu bulan sebelumnya ( $x_{(t-1)}$ ) sedangkan pada model 2 variabel *input* yang digunakan adalah penjualan satu, dua dan tiga bulan sebelumnya ( $x_{(t-1)}, x_{(t-2)}, x_{(t-3)}$ ). Pembangunan arsitektur jaringan menggunakan data training untuk kemudian diujikan pada data testing. Tujuan pengujian dengan data testing untuk mengetahui seberapa akurat *output* jaringan dalam memprediksi data *output* jika diberikan data *input*.

Proses pembelajaran pada penelitian ini menggunakan *backpropagation levenberg marquardt* dengan parameter maksimum epoch 1000, laju pembelajaran 1 dan toleransi error  $10^{-6}$ . Data training dan testing dikelompokkan menjadi tiga kelas. Keakuratan model NFS untuk prediksi penjualan dilihat dari nilai MAPE *output* jaringannya. Kinerja proses data pelatihan dan data pengujian dengan *neural fuzzy systems* untuk prediksi penjualan terlihat pada Tabel 1.

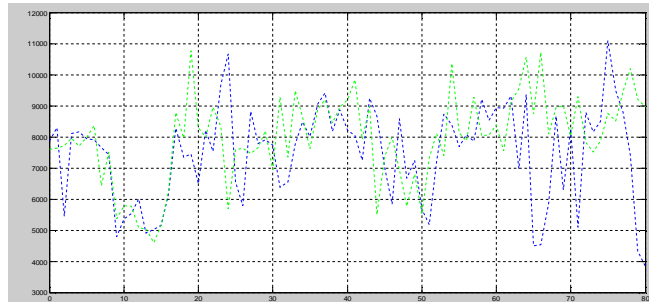
**Tabel 1. MAPE untuk Data Pelatihan dan Data Pengujian Menggunakan Model *Neural Fuzzy Systems***

No	Model	Banyak <i>Input</i>	MAPE(%)	
			Data Pelatihan	Data Pengujian
1	1	1	16,10	24,06
2	2	3	12,76	24,56

Perbandingan antara nilai target *output* dan *output* jaringan dapat dilihat pada Gambar 2 dan Gambar 3.



Gambar 2. Perbandingan Target Output dan Output Jaringan Model 1



Gambar 3. Perbandingan Target Output dan Output Jaringan Model 2

## KESIMPULAN

### Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai model *neuro fuzzy*, yaitu model NFS (*neural uzzy system*) yang diterapkan pada data penjualan sepeda motor di DIY periode Januari 2005 sampai Desember 2011, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut: model terbaik untuk data prediksi penjualan sepeda motor menurut MAPE terkecil pada data pelatihan dan data pengujian adalah model kedua dengan *input* model berdasarkan tingkat penjualan satu bulan, dua bulan, tiga bulan sebelumnya ( $X_{(t-1)}, X_{(t-2)}, X_{(t-3)}$ ). Model kedua menghasilkan nilai MAPE sebesar 12,76% untuk data pelatihan dan 24,56% untuk data pengujian.

### Saran

Penelitian ini, penulis melakukan prediksi data *time series* dengan menggunakan model NFS (*neural uzzy system*). Bagi pembaca yang berminat dengan menggunakan *neuro fuzzy* untuk diterapkan pada data *time series*, penulis menyarankan : menggunakan model *neuro fuzzy* yang lain untuk prediksi, seperti *fuzzy neural network* (FNN) dan *adaptive Neuro fuzzy inference system* (ANFIS). Pembaca yang berminat dapat melakukan prediksi penjualan untuk produk lainnya dengan menggunakan FMN selain FMN Tipe II. Didalam penelitian ini, prediksi penjualan hanya dipengaruhi oleh penjualan sebelumnya, untuk penelitian selanjutnya dapat menambah faktor-faktor lain yang dapat mempengaruhi jumlah penjualan.

## DAFTAR PUSTAKA

- <http://www.aisi.or.id>. Diakses pada 25 Februari 2012.  
Asri,M.(1991). *Marketing*. Yogyakarta: UUP-AMP YKPN.  
Kusumadewi,S.(2003). *Artificial Intelegence (Teknik dan Aplikasinya)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.  
Kusumadewi,S & Hartati,S.(2010). *NEURO – FUZZY Integrasi sistem Fuzzy & Jaringan Syaraf* (Edisi Kedua). Yogyakarta: Graha Ilmu.  
Klir,G.J, Clair,U.St & Yuan, B.(1997). *FUZZY SET THEORY Foundations and Application*. Printice Hall.  
PT.Media Data Riset.(2011).*Prospek dan Persaingan Bisnis Sepeda Motor di Indonesia*.Jakarta.



**APLIKASI PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS (PCA)  
DALAM MENGATASI MULTIKOLINIERITAS UNTUK MENENTUKAN  
INVESTASI DI INDONESIA PERIODE 2001.1-2010.4**

**Soemartini**

*tine\_soemartini@yahoo.com*

*Jurusan Statistika FMIPA UNPAD Bandung*

**Abstrak**

Dalam model regresi yang melibatkan variabel-variabel makro ada kecenderungan terdapat multikolinieritas dalam variabel-variabel bebasnya. Dalam penelitian ini beberapa variabel makro yang digunakan yakni: Jumlah uang beredar, PDB, Nilai tukar rupiah, Tingkat suku bunga dan Inflasi yang memberikan pengaruh terhadap Investasi. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh  $R^2$  sebesar 0,79 dengan dua variabel yang tidak signifikan, yang menunjukkan adanya multikolinieritas. Untuk menghilangkan unsur multikolinier tersebut, melalui Analisis komponen utama dapat digunakan sebagai pengganti variabel-variabel bebas dalam model regresi tersebut, yang secara prinsip merupakan pembentukan kombinasi linier dari variabel-variabel yang diamati. Melalui screeplot dan menggunakan proporsi kumulatif varians terhadap total varians dan juga berdasarkan nilai-nilai loading yakni nilai vector eigen dari matriks kovarians diperoleh hasil penelitian,

$KU_1 = -0,396 \text{ Ln PDB} - 0,818 \text{ Inflasi} - 0,413 \text{ tk suku bunga}$ , dengan proporsi kumulatif varians terhadap total varians sebesar 77,69 %.

$KU_2 = -0,225 \text{ Ln PDB} - 0,351 \text{ Inflasi} + 0,908 \text{ tk suku bunga}$ , yang merupakan kombinasi linier dari seluruh variabel yang diamati bersifat orthogonal terhadap  $KU_1$ , dengan proporsi kumulatif varians terhadap total varians sebesar 92,46%.

**Kata Kunci:** Principal Component Analysis (PCA), Matriks korelasi, Matriks Var-Cov, EViews dan R

**PENDAHULUAN**

Perkembangan perekonomian global yang cepat dan dinamis sangat mempengaruhi kondisi perekonomian nasional. Fluktuasi harga komoditi utama dan krisis keuangan yang memicu krisis ekonomi global telah memberikan tekanan pada perekonomian nasional sehingga mengganggu pencapaian tingkat pertumbuhan ekonomi sebagaimana yang direncanakan. Meskipun pertumbuhan ekonomi secara rata-rata selama periode 2005-2008 mencapai 5,9 persen, pencapaian tersebut dilalui dalam kondisi yang cukup berat. Lonjakan harga minyak mentah di pasar internasional telah memaksa pemerintah untuk menaikkan harga bahan bakar minyak (BBM) bersubsidi beberapa kali sehingga meningkatkan laju inflasi. Dengan tingginya inflasi, fundamental ekonomi tereduksi karena tidak saja membuat biaya produksi menjadi lebih mahal tetapi juga melemahkan daya beli masyarakat. Padahal, daya beli masyarakat merupakan faktor dominan dalam menopang perekonomian nasional.

Untuk menangani permasalahan di atas, maka pemerintah menetapkan *Visi Pembangunan Nasional*, yaitu: Mewujudkan kehidupan masyarakat, bangsa, dan negara yang aman, bersatu, rukun dan damai; menjunjung tinggi hak asasi manusia serta terwujudnya perekonomian yang mampu menyediakan kesempatan kerja dan penghidupan yang layak serta memberikan fondasi yang kokoh bagi pembangunan yang berkelanjutan.

Seperti kita ketahui pemerintah telah menetapkan rancangan awal rencana kerja Pemerintah (RKP) yakni program pembangunan tahun 2010 yang diarahkan pada "Pemulihan Perekonomian Nasional dan Pemeliharaan Kesejahteraan Rakyat". Untuk itu pemerintah harus

melakukan perhitungan besaran-besaran APBN 2010 berdasarkan asumsi dasar ekonomi makro yang diperkirakan akan terjadi pada tahun 2010.

Dalam teori ekonomi makro disebutkan bahwa investasi dipengaruhi oleh tingkat bunga. Ketika suku bunga naik, maka investasi akan turun, *ceteris paribus*. Investasi adalah arus pengeluaran yang menambah stok modal fisik atau dengan kata lain investasi adalah jumlah yang dibelanjakan sektor usaha untuk menambah stok modal dalam periode tertentu. Investasi biasanya menempati proporsi yang relative sedikit dari permintaan agregat, akan tetapi menempati sebagian besar pergerakan siklus bisnis dalam PDB. Salah satu alasan mengapa suatu negara yang mempunyai pertumbuhan tinggi mereka mencurahkan bagian substansial dari output mereka kedalam investasi (Dornbush, 2004). Bank Indonesia dan Badan Pusat Statistik mengartikan investasi sebagai suatu kegiatan penanaman modal pada berbagai kegiatan ekonomi dengan harapan keuntungan (benefit) pada masa-masa yang akan datang. Investasi merupakan unsur PDB yang paling sering berubah.

Jika tabungan meningkat akan mempengaruhi konsumsi masyarakat. Demikian pula jika tingkat pendapatan dari investasi yang lebih menarik akan mendorong pemasukan modal ke Negara tersebut. Penawaran valuta asing yang bertambah akan meningkatkan nilai uang Negara yang menerima modal tersebut.

Berdasarkan ulasan singkat di atas cukup menjelaskan bagaimana investasi tidak saja dipengaruhi oleh tabungan, nilai tukar riil, tetapi juga oleh tingkat bunga, PDB, konsumsi dan jumlah uang beredar dan juga perubahan tingkat harga yang merupakan proksi untuk tingkat inflasi.

Salah satu dari permasalahan data disamping outlier adalah terdapat multikolinearitas di antara variabel yang menjelaskan yang termasuk dalam model. Ketika menentukan model regresi populasi ada kemungkinan bahwa dalam sampel tertentu, beberapa atau semua variabel X sangat kolinear (mempunyai hubungan linear sempurna atau hampir sempurna). Kondisi ini mendorong untuk dikembangkannya suatu cara atau tehnik yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah multikolinieritas pada analisis regresi berganda. Salah satu solusi yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan analisis komponen utama (PCA). Melalui penggunaan analisis komponen utama ini akan dihasilkan variabel-variabel baru yang merupakan kombinasi linier dari variabel-variabel bebas asal dan antarvariabel baru ini bersifat saling bebas. Variabel-variabel yang baru ini disebut komponen utama, dan selanjutnya diregresikan dengan variabel tidak bebas.

Ada beberapa prosedur yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah multikolinearitas, seperti : penggunaan informasi apriori dari hubungan beberapa variabel yang berkolinear, menghubungkan data cross-sectional dan data time series, mengeluarkan suatu variabel atau beberapa variabel bebas yang terlibat hubungan kolinear, melakukan transformasi variabel dengan prosedur first difference. Berdasarkan ulasan singkat mengenai latar belakang permasalahan yang telah dijelaskan pada bagian pendahuluan, dimana beberapa variabel makro memiliki kolinieritas, sehingga dapat dipastikan taksiran standar error dari taksiran parameter regresi Investasi akan bernilai besar sehingga akan mempengaruhi kualitas inferensinya.

Tujuan penelitian ini adalah Untuk memperoleh model regresi dari Investasi yang terbebas dari pengaruh multikolinieritas.

Hasil penelitian ini sangat bermanfaat sebagai bahan informasi, masukan bagi pemerintah dalam menentukan model yang cocok untuk makroekonomi Indonesia periode 2001.1-2010.4

## TINJAUAN PUSTAKA

### Pengertian Multikolinearitas

Istilah Multikolinearitas pertama kali ditemukan oleh Frisch (1934) yang berarti adanya hubungan linear yang "sempurna" atau pasti diantara beberapa atau semua variabel bebas dari model regresi berganda.

Menurut Sumodiningrat (1994:282-283), masalah multikolinieritas bisa timbul karena:

1. Adanya sifat-sifat yang terkandung dalam kebanyakan variabel-variabel ekonomi yang berubah ber-sama-sama sepanjang waktu dan variabel-variabel tersebut dipengaruhi oleh vaktor-faktor yang sama.

## 2. Penggunaan Lag , sehingga terbentuk model terdistribusi lag ( distributed lag)

Misal :  $C_t = f(Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_1)$  , kemungkinan terdapat korelasi yang kuat antara  $Y_t$  dan  $Y_{t-1}$

- Multikolinearitas diperkirakan akan muncul dalam kebanyakan hubungan – hubungan ekonomi
- Lebih sering muncul dalam data deret waktu dan bisa pula muncul dalam data cross sectional.

Selanjutnya menurut Montgomery dan Peck tahun 1982( Lihat Gujarati, 2003,323),munculnya multikolinieritas yakni disebabkan oleh metode pengumpulan data yang dipakai ( *the data collection method employed*), model spesifikasi (*specification model*) dan model yang berlebihan (*overdetermined model*) , yaitu situasi di mana dalam suatu model estimasi tertentu , jumlah variabel penjelas lebih banyak dibandingkan dengan jumlah data (observasi).

### Pendeteksian Multikolinearitas

Menurut Gujarati (2003) gejala Multikolinearitas ini dapat didiagnosis dengan beberapa cara antara lain :

1. Menghitung koefisien korelasi sederhana (simple correlation) antara sesama variabel bebas, jika terdapat koefisien korelasi sederhana yang mencapai atau melebihi 0,8 maka hal tersebut menunjukkan terjadinya masalah multikolinearitas dalam regresi.
2. Menghitung nilai Toleransi atau VIF (Variance Inflation Factor), jika nilai Toleransi kurang dari 0,1 atau nilai VIF melebihi 10 maka hal tersebut menunjukkan bahwa multikolinearitas adalah masalah yang pasti terjadi antar variabel bebas.
3. TOL yakni Ukuran toleransi untuk mendeteksi Multikolinieritas

$$TOL_i = \frac{1}{VIF_i} = 1 - R^2_i \quad (1)$$

4. Dengan Nilai Eigen dan Indeks Kondisi (IK)

Nilai Eigen dan Indeks Kondisi untuk mengdiagnosis Multikolinearitas *Bilangan Kondisi* :

$$K = \frac{\lambda_{Max}}{\lambda_{Min}} \quad (2)$$

dengan  $\lambda$  : nilai eigen dan *Indeks Kondisi* :  $ID = \sqrt{K}$

### Penanggulangan Multikolinieritas

Montgomery dan Hines (1990) menjelaskan bahwa dampak multikolinearitas dapat mengakibatkan koefisien regresi yang dihasilkan oleh analisis regresi berganda menjadi sangat lemah atau tidak dapat memberikan hasil analisis yang mewakili sifat atau pengaruh dari variabel bebas yang bersangkutan. Dalam banyak hal masalah Multikolinearitas dapat menyebabkan uji T menjadi tidak signifikan padahal jika masing-masing variabel bebas diregresikan secara terpisah dengan variabel tak bebas (simple regression) uji T menunjukkan hasil yang signifikan. Hal tersebut yang sering kali membuat para peneliti mendapatkan hasil analisis yang dilakukan pada regresi berganda dan regresi sederhana tidaklah sejalan atau bahkan sangat bertentangan.

Akan tetapi, pada prakteknya prosedur penanggulangan efek multikolinier yang sering terjadi sangat tergantung sekali pada kondisi penelitian, misalnya prosedur penggunaan informasi apriori sangat tergantung dari ada atau tidaknya dasar teori (literatur) yang sangat kuat untuk mendukung hubungan matematis antara variabel bebas yang saling berkolinear, prosedur mengeluarkan variabel bebas yang berkolinear seringkali membuat banyak peneliti keberatan karena prosedur ini akan mengurangi obyek penelitian yang diangkat, sedangkan prosedur lainnya seperti menghubungkan data cross sectional dan time series, prosedur first difference dan penambahan data baru seringkali hanya memberikan efek penanggulangan yang kecil pada masalah multikolinearitas .

Oleh karena itu, kita dapat menggunakan teknik lain yang dapat digunakan untuk meminimumkan masalah multikolinearitas tanpa harus mengeluarkan variabel bebas yang terlibat hubungan kolinear, yaitu dengan metoda **Ridge Regression** atau metode **Principal Component Analysis (PCA)** yang ada dalam analisis faktor.

Pada penelitian ini, yang akan digunakan yakni analisis komponen utama (PCA).

**METODE PENELITIAN**

**Metode Principle Component Analysis (PCA)**

Prosedur PCA pada dasarnya adalah bertujuan untuk menyederhanakan variabel yang diamati dengan cara menyusutkan (mereduksi) dimensinya. Hal ini dilakukan dengan cara menghilangkan korelasi diantara variabel bebas melalui transformasi variabel bebas asal ke variabel baru yang tidak berkorelasi sama sekali atau yang biasa disebut dengan principal component. Setelah beberapa komponen hasil PCA yang bebas multikolinearitas diperoleh, maka komponen-komponen tersebut menjadi variabel bebas baru yang akan diregresikan atau dianalisa pengaruhnya terhadap variabel tak bebas (Y) dengan menggunakan analisis regresi , dengan sedikit faktor , sebesar mungkin varians  $X_1$ .

Dengan analisis komponen utama kita akan mereduksi data pengamatan ke dalam beberapa set data sedemikian sehingga informasi dari semua data dapat kita serap seoptimal mungkin . Dengan demikian analisis komponen utama dapat dipandang sebagai transformasi dari  $X_1, X_2, \dots, X_p$  . Misal  $X_1, X_2, \dots, X_p$  mempunyai matriks varians-kovarians  $\Sigma = (\sigma_{ij}^2)$ ,  $i= 1,2,\dots,p : j= 1,2,\dots,p$  dan  $\Sigma$  tersebut mempunyai nilai eigen  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$

Principal Component yang pertama dinyatakan dengan  $PC_1$  mengandung jumlah terbesar dari total variasi data.

$PC_1$  sebagai kombinasi linier dalam variabel  $X_i$  ;  $i = 1,2,\dots,p$

$$PC_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1p}X_p \quad \dots\dots\dots (3)$$

Dimana  $a_{ij}$  dipilih , sehingga memaksimalkan rasio dari variance  $PC_1$  terhadap total variance, dengan pembatas bahwa  $\sum a_{ij}^2 = 1$

Adapun pembentukan regresi komponen utama melalui analisis komponen utama ada dua cara. **Pertama**, pembentukan komponen utama berdasarkan *matriks kovariansi*. **Kedua**, pembentukan komponen utama berdasarkan *matriks korelasi* .

**1. Komponen Utama yang Dibentuk Berdasarkan Matriks Kovarians**

Proses mereduksi data dalam analisis komponen utama akan diuraikan seperti di bawah ini: Melalui data asal  $X_{n \times p}$  akan dicari matriks varian kovarian  $\Sigma$  dimana unsur-unsurnya adalah

$$S_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^p (X_{ij} - X_j)(X_{ik} - X_k),$$

Kemudian dari matriks varians kovarians tersebut dicari nilai eigen  $\lambda_i$  dengan

$i = 1,2,\dots,p$  , yang diperoleh dari bentuk persamaan determinan :

$|S - \lambda_i I| = 0$  dari nilai eigen tersebut , dihitung vector-vektor eigen melalui persamaan  $Se_i = \lambda_i e_i$   
 $i=1,2,\dots,p$

Dengan  $PC_1$ , mengandung varians  $X_i$ . sebesar  $= \frac{\lambda_1}{p} \times 100\%$  hanya tidak perlu bahwa  $PC_i$ ,

mempunyai eigen value terbesar  $\lambda_i$  , yang menjelaskan komponen terbesar. Bila 80% - 90% dari total varians X hasil reduksi bisa dijelaskan oleh komponen utama tersebut sudah bisa menggantikan p buah variabel data asal tanpa kehilangan banyak informasi ( Johnson,R.A and Wichern,D.W(1992))

Loading dari variabel  $X_i$  terhadap PC ke j adalah

$$\text{Loading} = \frac{a_{ij} \sqrt{\lambda_j}}{\sqrt{S_{ii}}} = \text{korelasi}$$

Setelah mendapatkan faktor yang terbentuk melalui proses reduksi , maka perlu dicari persamaannya, dalam bentuk  $Y = F(X_1^*, X_2^*)$  yang merupakan model baru dengan

$X_1^*$  = variabel komponen 1

$X_2^*$  = variabel komponen 2

$X_k^*$  = variabel komponen k

Model di atas lebih sederhana dibandingkan model regresi multipel awal yang berbentuk :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i \quad \text{atau} \quad Y = F(X_1, X_2, \dots, X_k)$$

Proporsi total varians populasi yang dijelaskan oleh komponen utamake-k

$$= \frac{\lambda_k}{tr(\Sigma)} = \frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p} \quad (3)$$

dengan  $k = 1, 2, \dots, p$ .

## 2. Regresi komponen utama yang dibentuk berdasarkan matriks kovariansi

Misal matriks  $P$  adalah matriks orthogonal dengan memenuhi persamaan  $P^1 P = P P^1 = I$ , karena  $W = X_C P$ . Maka proses persamaan regresi linier berganda menjadi regresi komponen utama yaitu:

$$\begin{aligned} Y &= X_C \beta + \varepsilon \\ Y &= X_C P^1 P \beta + \varepsilon \\ Y &= W \alpha + \varepsilon \end{aligned} \quad (4)$$

Dengan  $X_C$  merupakan matriks yang elemen-elemennya dikurang dengan rata-rata (centered) dengan asumsi rata-rata nol dan variansi  $\sigma^2$ ,  $Y$  adalah variabel acak bebas,  $W_k$  adalah suatu matriks berukuran  $n \times k$  yang kolom-kolomnya terdapat komponen utama ke-k,  $\alpha_k$  adalah vektor koefisien komponen utama berukuran  $k \times 1$ , dan  $\varepsilon$  adalah vektor berukuran  $n \times k$

## 3 Komponen Utama Yang Dibentuk Berdasarkan Matriks Korelasi

Komponen utama ke-i;  $W_i$  yang dibentuk berdasarkan variabel-variabel yang telah dibakukan  $Z' = (Z_1, Z_2, \dots, Z_p)$  dengan  $cov(Z) = \rho$  didefinisikan sebagai berikut :

$$W_i = e_{i1} Z_1 + e_{i2} Z_2 + \dots + e_{ip} Z_p \quad i=1, 2, \dots, p \quad (6)$$

Sementara itu, proporsi total variansi yang dapat dijelaskan oleh komponen ke-k berdasarkan variabel bebas yang telah dibakukan didefinisikan sebagai berikut:

Proporsi total varians populasi yang dijelaskan oleh komponen utama ke-k

$$\frac{\lambda_k}{tr(p)} = \frac{\lambda_k}{p} \quad (7)$$

Dengan  $\lambda_k$  adalah eigen dari  $\rho$ , dan  $k = 1, 2, \dots, p$

Adapun cara pembentukan regresi komponen utama melalui analisis komponen utama ada dua cara. **Pertama**, pembentukan komponen utama berdasarkan matriks kovariansi. **Kedua**, pembentukan komponen utama berdasarkan matriks korelasi.

## PEMBAHASAN

Berdasarkan data (lampiran1) menggunakan software R dan SPSS diperoleh persamaan regresi linier berganda seperti di bawah ini :

$$\ln \text{ Inves} = 45,485 + 0,181 \ln \text{ JUB}^* + 0,057 \text{ Tk bunga}^* - 0,093 \text{ Inflasi} - 0,236 \ln \text{ PDB}$$

$$R^2 = 0,788 ; R = 0,89 ; * \text{ non signifikan} ;$$

$$F = 25,299$$

### Mendeteksi ada/ Tidaknya Multikolinieritas

Matriks korelasi

Matriks Var- Cov

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,671 & -0,346 & -0,786 & -0,467 & 0,786 \\ 0,671 & 1 & -,087 & -0,610 & -0,647 & -0,818 \\ -0,346 & -,087 & 1 & 0,257 & 0,401 & -0,023 \\ -0,786 & -0,610 & 0,257 & 1 & 0,570 & 0,725 \\ -0,467 & -0,647 & 0,401 & 0,725 & 1 & 0,456 \\ 0,786 & -0,818 & -0,023 & 0,25 & 0,456 & 1 \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 0,18054928 & -0,00385771 & -1,01523764 & 0,35249218 & -1,25684258 & -0,90350810 \\ -0,00385771 & 0,0108326118 & -0,0005357913 & -0,0445685677 & 0,1299417289 & 0,1372422329 \\ -1,01523764 & -0,0005357913 & 7,9410184821 & -2,7413745054 & 9,9105463173 & 4,2187914926 \\ 0,35249218 & -0,0445685677 & -2,7413745054 & 1,53050385 & -4,71769403 & -1,89701509 \\ -1,25684258 & 0,1299417289 & 9,9105463173 & -4,71769403 & 23,5111825 & 9,0859003 \\ -0,90350810 & 0,1372422329 & 4,2187914926 & -1,89701509 & 9,0859003 & 10,8004246 \end{bmatrix}$$

Dengan melihat matriks korelasi nampak ada beberapa korelasi parsial yang cukup tinggi (- 0,818, 0,786~0,80), hal tersebut sudah menunjukkan adanya multikolinier.

### **Penanggulangan Multikolinearitas**

Pada pendektasian sebelumnya telah menunjukkan bahwa terdapat permasalahan kolinearitas dalam data tersebut, maka dilakukan penanggulangan untuk mengatasi masalah tersebut dengan menggunakan prosedur Principal Component Analysis (PCA) , yang bertujuan untuk menyederhanakan variabel yang diamati dengan cara mereduksi dimensinya.

Untuk mengetahui layak atau tidaknya analisis faktor dilakukan , lakukan uji Kaise-Meyer-Olkin (KMO) .

Setelah itu dicari nilai nilai loading:

Sehingga dapat diperoleh Fungsi Komponen utamanya dan melalui program R dapat dilihat melalui Scree Plot

Fungsi Komponen utamanya adalah

KU1 = -0.396 ln PDB -0.818 Inflasi -0.413 suku bunga

KU2 = -0.225 ln PDB -0.351 Inflasi + 0.908 suku bunga

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

Berdasarkan hasil analisis diperoleh bahwa nilai proporsi varians kumulatif Komponen utama dapat menjelaskan 77,69% yang artinya dengan mengambil satu komponen saja yaitu komponen utama satu sudah mencukupi tetapi seandainya sampai pd Komponen utama dua maka nilai proporsi varians kumulatif dapat menjelaskan 92,46 %. Akan lebih baik lagi jika sampai dengan komponen utama tiga yang dapat menjelaskan nilai proporsi varians kumulatif 96,6 % .

Untuk mendapatkan model yang lebih baik, penulis menyarankan untuk menggunakan variabel PDB sebagai variabel terikat.

### **DAFTAR PUSTAKA**

Dornbusch Rudiger, 2004 , *Macroeconomics* , eighth Edition, Mc Graw-Hill, Inc, New York

Gujarati, Damodar., 2003, *Basic Econometrics*, Fourth Edition, Mc Graw-Hill, Inc, New York.

Johnson,R.A.&Wichren,D.W. 2002. *Applied Multivariate Statistical Analysis* ,5<sup>th</sup> edition.Pearson Education Internasional.

Kutner , Nachtsheim and Neter , *Applied Linear Regression Models*, Fourth Edition 2004, New York.

Myers ,R.A.& Milton,J.S 1991. *A First Course In The Theory Of Linier Statistical Models* .PWS-KENT Publishing Company,Boston.

Simamora, Bilson. 2005. *Analisis Multivariat Pemasaran*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

### **Artikel :**

<http://dickyrahardi.blogspot.com/2006/12/principal-component-analysis-pca.html>.

Berita Resmi Statistik No 12/03/Thn XIV, 7 Feb 2011

### **Lampiran : Data lengkap ada pada Penulis**

Sumber : [www.bi.go.id](http://www.bi.go.id) Juni 2007 dan BPS 2011

Kurs Rupiah. Bank Indonesia 2000-2010

**PENERAPAN FUZZY SERVICE QUALITY  
DALAM ANALISIS KEPUASAN PELANGGAN LAYANAN INTERNET  
MAHASISWA UNY (LIMUNY)**

**<sup>1</sup>Soffia Anisa H., <sup>2</sup>Agus Maman Abadi**

- 1) Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
- 2) Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta  
Jl. Colombo 1, Karangmalang, Sleman, Yogyakarta  
Email : <sup>1</sup>[soffia.anisa.h@gmail.com](mailto:soffia.anisa.h@gmail.com), <sup>2</sup>[agusmaman@uny.ac.id](mailto:agusmaman@uny.ac.id)

**Abstrak**

Seiring perkembangan teknologi terutama informasi dan komunikasi yang sangat cepat, kebutuhan informasi dan komunikasi menjadi sangat penting. Internet adalah salah satu media yang paling sering diakses masyarakat luas yang haus akan informasi, terlebih pelajar dan mahasiswa. Oleh karena itu, banyak yang memanfaatkan peluang tersebut untuk membuka layanan internet. Hal ini menyebabkan para penyedia layanan internet berlomba-lomba dalam meningkatkan kualitas pelayanan. Penelitian ini menganalisis kepuasan pelanggan dengan metode *Fuzzy Service Quality*. Tujuan dari penelitian adalah untuk mengetahui kepuasan pelanggan LIMUNY dalam upaya peningkatan kualitas pelayanan.

Metode *Fuzzy Service Quality* adalah cara untuk mengevaluasi kualitas pelayanan dengan menggunakan bilangan *fuzzy* yang didasarkan pada lima dimensi kualitas pelayanan (*Reliability, Responsivity, Assurance, Emphaty, Tangible*) dalam model *service quality*. Metode ini terdiri dari enam tahap, yaitu Menentukan bilangan *fuzzy* untuk setiap variabel linguistik, Mengubah atau mengkonversikan pendapat masing-masing responden dengan bilangan *fuzzy*, Memperoleh bilangan *fuzzy* setiap dimensi kualitas pelayanan dengan menggunakan *fuzzy average* atau rata-rata *fuzzy*, Sistem Inferensi *fuzzy*, Defuzzifikasi, dan Mengukur kualitas pelayanan berdasarkan model *service quality*. Metode ini diterapkan untuk dua variabel, persepsi dan harapan pelanggan LIMUNY.

Hasil dari penelitian ini adalah nilai *gap* dari dua kriteria (kesesuaian *input* identitas dan jam buka LIMUNY) pada dimensi *reliability* positif. Hal ini menunjukkan bahwa pelanggan LIMUNY puas dengan pelayanan pada kriteria tersebut. Selain dua kriteria tersebut, kriteria lainnya mempunyai nilai *gap* negatif yang menunjukkan bahwa pelanggan LIMUNY tidak puas dengan pelayanan pada kriteria-kriteria tersebut. Secara garis besar, pelanggan LIMUNY masih tidak puas dengan pelayanan yang telah diberikan.

**Kata kunci:** *kepuasan pelanggan, fuzzy service quality, kualitas pelayanan*

**PENDAHULUAN**

Pada era ini perkembangan teknologi terutama informasi dan komunikasi sangat pesat. Media informasi dan komunikasi melalui internet adalah salah satu media yang paling sering diakses masyarakat luas yang haus akan informasi, terlebih pelajar dan mahasiswa. Dengan perkembangan yang sangat cepat, kebutuhan informasi dan komunikasi menjadi sangat penting. Oleh karena itu, banyak yang memanfaatkan peluang tersebut untuk membuka layanan internet.

Saat ini, banyak layanan jasa internet yang mulai memperhatikan kualitas layanan. Zeithaml, dkk. (1990) memberikan lima dimensi utama dalam kualitas layanan (*service quality*) yaitu *tangible, responsiveness, reliability, emphaty, dan assurance*. *Fuzzy Service Quality* adalah cara untuk mengevaluasi kualitas pelayanan yang didasarkan pada lima dimensi kualitas pelayanan

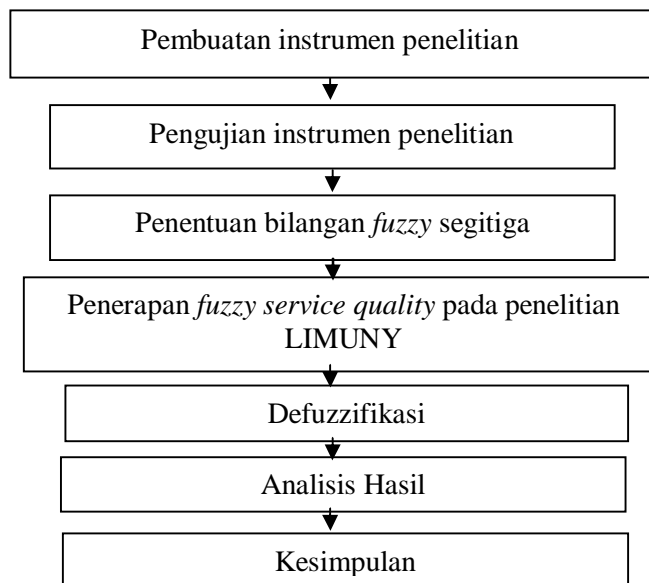
dalam model *service quality* dengan mengintegrasikan teori *fuzzy*. Layanan Internet Mahasiswa Universitas Negeri Yogyakarta (LIMUNY) merupakan salah satu layanan internet diantara sekian banyak layanan internet yang ada disekitar kampus Universitas Negeri Yogyakarta. Sejak awal berdirinya layanan internet 24 jam pada tahun 2006 hingga sekarang, layanan yang dikelola oleh UPT.PUSKOM UNY ini terus meningkatkan kualitas pelayanan bagi pelanggannya. Untuk dapat meningkatkan kualitas pelayanan, terlebih dahulu harus diketahui apakah pelayanan yang telah diberikan kepada pelanggan selama ini telah sesuai dengan harapan pelanggan atau belum.

Model *service quality* merupakan model kualitas jasa yang paling populer dan banyak dijadikan acuan dalam riset manajemen dan pemasaran jasa (Fandy Tjiptono, 2005). Model ini dikembangkan dengan maksud untuk membantu dalam menganalisis sumber masalah kualitas dan memahami cara-cara memperbaiki kualitas jasa berdasarkan dimensi kualitas layanan jasa. Metode *fuzzy service quality* merupakan suatu instrumen untuk mengukur kualitas pelayanan sebagai kesenjangan antara harapan dan persepsi pelanggan serta mengintegrasikan teori *fuzzy* untuk mengakomodir subjektivitas dan ambiguitas dalam penilaian kualitas jasa.

Dalam penelitian ini rumusan masalah yang diteliti adalah tentang kepuasan pelanggan terhadap pelayanan yang telah diberikan oleh LIMUNY. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui kepuasan pelanggan LIMUNY. Dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan memberikan informasi mengenai kepuasan pelanggan terhadap pelayanan yang telah diberikan.

## METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini menggunakan metodologi sebagai berikut :



Gambar. 1. Skema metodologi penelitian

Pembuatan instrumen penelitian didasarkan pada dimensi kualitas jasa dengan total kriteria 44 butir. Instrumen terdiri dari dua bagian, yaitu kuesioner persepsi dan harapan pelanggan. Persepsi dimaksudkan untuk mengetahui seberapa baik pelayanan yang dirasakan oleh pelanggan. Harapan dimaksudkan untuk mengetahui harapan pelanggan sebelum menggunakan fasilitas yang diberikan. Instrumen tersebut menggunakan penilaian skala Likert, yang terdiri dari:

1. Tidak Baik, dengan skor 1-2
2. Kurang Baik, dengan skor 3-4
3. Cukup Baik, dengan skor 5-6
4. Baik, dengan skor 7-8
5. Sangat Baik, dengan skor 9-10.

Pengujian dilakukan dengan dua tahap, yaitu dengan *judgement* ahli dan pengujian menggunakan SPSS 17.0. Sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah pelanggan LIMUNY



yang mengakses internet dengan menggunakan kartu identitas. Total sampel yang digunakan adalah 300 orang, dimana kuesioner disebarikan kepada pelanggan secara *online*.

Pengujian instrumen terdiri dari dua bagian, validitas dan reliabilitas. Uji validitas digunakan untuk mengetahui apakah butir-butir instrumen valid atau tidak. Uji validitas dilakukan dengan menggunakan rumus korelasi *product moment*. (Sugiyono: 2011).

Uji reliabilitas instrumen digunakan untuk mengetahui keterandalan suatu instrumen. Instrumen yang reliabel akan memberikan hasil yang juga reliabel. Uji reliabilitas dilakukan dengan rumus *Cronbach Alpha*. (Sugiyono: 2011).

Hasil dari pengujian instrumen menyatakan bahwa instrumen sudah valid dan reliabel. Hal ini ditunjukkan dari nilai pada butir-butir instrumen sudah melebihi nilai pada tabel r untuk sampel 50 orang yaitu 0,273 serta nilai reliabilitas yang diperoleh lebih dari 0,6. Hasil yang telah diperoleh dari kuesioner, dikonversi dalam bentuk bilangan *fuzzy* segitiga. Setelah proses konversi untuk semua pelanggan, kriteria dan dimensi kualitas jasa sudah diperoleh, selanjutnya dilakukan inferensi *fuzzy* dengan metode Mamdani, yang kemudian dilakukan defuzzifikasi dengan metode *Center Average Defuzzifier*.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum dilakukan analisis dengan metode *fuzzy service quality*, terdapat beberapa teori yang digunakan, antara lain dimensi kualitas jasa, teori himpunan *fuzzy*, bilangan *fuzzy* segitiga dan metode *fuzzy service quality*.

### Dimensi Kualitas Jasa

Parasuraman, Zeithaml dan Berry (1985) melakukan penelitian pada sektor jasa yang menghasilkan lima dimensi kualitas jasa, yaitu:

1. Reliabilitas (*Reliability*)  
Reliabilitas pada penelitian ini meliputi kemampuan memberikan pelayanan kepada pelanggan secara akurat dan terpercaya.
2. Responsivitas (*Responsiveness*)  
Responsivitas berkaitan dengan kesediaan dan kesiapan operator dalam memberikan respon untuk membantu pelanggan dan menyampaikan layanan secara cepat.
3. Jaminan (*Assurance*)  
Jaminan meliputi pengetahuan dan sikap operator serta keamanan yang diberikan kepada pelanggan sesuai dengan kebutuhan.
4. Empati (*Emphaty*)  
Empati merupakan kemampuan dalam memahami pelanggan, seperti kemudahan untuk mengakses fasilitas dan penyampaian informasi dalam bahasa yang sudah dimengerti serta selalu mendengarkan keluhan dan saran pelanggan.
5. Bukti fisik (*Tangible*)  
Bukti fisik terdiri dari fasilitas, baik bangunan maupun lokasi atau ruangan yang nyaman serta fasilitas-fasilitas yang dapat dimanfaatkan oleh pelanggan.

### Teori Himpunan *Fuzzy* (Ross : 2000)

Dalam kehidupan sehari-hari banyak terdapat hal-hal yang berkaitan dengan ketidakpastian. Ketidakpastian tersebut dapat diberikan dalam bentuk informasi linguistik. Zadeh (1965) memperkenalkan teori himpunan *fuzzy* untuk pertama kali. Alasan digunakannya logika *fuzzy* adalah logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami atau linguistik serta konsep yang mudah dimengerti.

### Bilangan *Fuzzy* Segitiga (Klir, dkk. : 2007)

Bilangan *fuzzy* segitiga merupakan himpunan *fuzzy* pada  $\mathbb{R}$  dengan fungsi keanggotaan:

$$\mu_A(x) = \mu_A(x; a, b, c) = \begin{cases} 0; & x < a \text{ atau } x > c \\ (x - a)/(b - a); & a \leq x < b \\ (c - x)/(c - b); & b \leq x \leq c \end{cases}$$

**Metode Fuzzy Service Quality**

*Fuzzy Service Quality* adalah cara untuk mengevaluasi kualitas pelayanan dengan menggunakan bilangan *fuzzy* yang didasarkan pada lima dimensi kualitas pelayanan dalam model *service quality*. *Fuzzy service quality* mempunyai enam tahap yang terdiri dari: (Mohammad Ali: 2011)

- a. Menentukan bilangan *fuzzy* untuk setiap variabel linguistik,  
 Bilangan *fuzzy* yang dibentuk adalah bilangan *fuzzy* segitiga untuk tiap-tiap responden dan tiap-tiap kriteria. Persamaan yang digunakan untuk menentukan bilangan *fuzzy* segitiga tiap-tiap responden adalah

$$b_{ij} = \frac{\sum_{m=1}^k T_{mj}}{k} \tag{1}$$

dengan

$b_{ij}$  = nilai tengah bilangan *fuzzy* segitiga untuk responden ke-i variabel linguistik ke-j  
 (j = 1,2,3,4,5)

$T_{mj}$  = nilai yang muncul untuk variabel linguistik ke-j kriteria ke-m

k = banyaknya kriteria yang masuk pada responden ke-i dan variabel linguistik ke-j. (Sri Kusumadewi : 2007)

Setelah diperoleh nilai  $b_{ij}$  masing-masing variabel linguistik ke-j responden ke-i, kemudian menentukan nilai bawah ( $a_{ij}$ ) dan nilai atas ( $c_{ij}$ ) untuk masing-masing variabel linguistik ke-j responden ke-i dengan rumus 2 dan 3 berikut.

$$a_{ij} = b_{i(j-1)} \tag{2}$$

$$c_{ij} = b_{i(j+1)} \tag{3}$$

dengan

$a_{ij}$  = nilai bawah variabel linguistik ke-j responden ke-i

$b_{i(j-1)}$  = nilai tengah variabel linguistik ke-(j-1) responden ke-i

$c_{ij}$  = nilai atas variabel linguistik ke-j responden ke-i

$b_{i(j+1)}$  = nilai tengah variabel linguistik ke-(j+1) responden ke-i

Persamaan yang digunakan untuk menentukan bilangan *fuzzy* segitiga tiap-tiap kriteria adalah

$$b_{mj} = \frac{\sum_{i=1}^l T_{ij}}{l} \tag{4}$$

dengan

$b_{mj}$  = nilai tengah bilangan *fuzzy* segitiga untuk kriteria ke-m variabel linguistik ke-j

(j = 1,2,3,4,5)

$T_{ij}$  = nilai yang muncul untuk variabel linguistik ke-j responden ke-i

l = banyaknya responden yang masuk pada kriteria ke-m dan variabel linguistik ke-j.

Setelah diperoleh nilai  $b_{mj}$  masing-masing variabel linguistik ke-j kriteria ke-m, kemudian menentukan nilai bawah ( $a_{mj}$ ) dan nilai atas ( $c_{mj}$ ) untuk masing-masing variabel linguistik ke-j kriteria ke-m dengan rumus 5 dan 6 berikut.

$$a_{mj} = b_{m(j-1)} \tag{5}$$

$$c_{mj} = b_{m(j+1)} \tag{6}$$

dengan

$a_{mj}$  = nilai bawah variabel linguistik ke-j kriteria ke-m

$b_{m(j-1)}$  = nilai tengah variabel linguistik ke-(j-1) kriteria ke-m

$c_{mj}$  = nilai atas variabel linguistik ke-j kriteria ke-m

$b_{m(j+1)}$  = nilai tengah variabel linguistik ke-(j+1) kriteria ke-m

- b. Mengubah atau mengkonversikan pendapat dari masing-masing responden sesuai dengan bilangan *fuzzy*,

Bilangan *fuzzy* segitiga untuk tiap-tiap kriteria terdiri dari tiga nilai, yaitu  $a_m$ ,  $b_m$  dan  $c_m$ . Untuk nilai tengah bilangan *fuzzy* ( $b_m$ ) diperoleh dengan menjumlahkan nilai tengah bilangan *fuzzy* segitiga yang muncul untuk responden ke-i dan kemudian membagi hasil jumlahan tersebut dengan banyaknya responden. Secara matematis dinotasikan dengan

$$b_m = \frac{\sum_{i=1}^l b_{ij}}{i} \quad (7)$$

dengan

$b_m$  = nilai tengah bilangan *fuzzy* segitiga untuk kriteria ke-m

$b_{ij}$  = nilai tengah bilangan *fuzzy* yang muncul pada variabel linguistik responden ke-i

i = banyaknya responden.

Setelah diperoleh nilai  $b_m$  untuk kriteria ke-m, kemudian menentukan nilai bawah ( $a_m$ ) dan nilai atas ( $c_m$ ) dengan rumus 8 dan 9 berikut.

$$a_m = \frac{\sum_{i=1}^k a_{ij}}{i} \quad (8)$$

$$c_m = \frac{\sum_{i=1}^k c_{ij}}{i} \quad (9)$$

dengan

$a_m$  = nilai bawah bilangan *fuzzy* segitiga untuk kriteria ke-m

$c_m$  = nilai atas bilangan *fuzzy* segitiga untuk kriteria ke-m

$a_{ij}$  = nilai bawah bilangan *fuzzy* yang muncul untuk responden ke-i

$c_{ij}$  = nilai atas bilangan *fuzzy* yang muncul untuk responden ke-i

i = banyaknya responden.

- c. Memperoleh bilangan *fuzzy* untuk setiap dimensi *service quality* dengan menggunakan *fuzzy average* atau rata-rata *fuzzy*,

Secara aljabar, bentuk *fuzzy average* adalah

$$E_d = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k b_m \quad (10)$$

$$D_d = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k a_m \quad (11)$$

$$F_d = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k c_m \quad (12)$$

dengan

$D_d$  = nilai tengah bilangan *fuzzy* segitiga dimensi *service quality* ke-d

$E_d$  = nilai bawah bilangan *fuzzy* segitiga dimensi *service quality* ke-d

- $F_d$  = nilai atas bilangan *fuzzy* segitiga dimensi *service quality* ke- $d$
- $b_m$  = nilai tengah bilangan *fuzzy* segitiga pada kriteria yang masuk ke kategori dimensi *service quality* ke- $d$
- $a_m$  = jumlahan dari nilai bawah bilangan *fuzzy* segitiga pada kriteria yang masuk ke kategori dimensi *service quality* ke- $d$
- $c_m$  = jumlahan dari nilai atas bilangan *fuzzy* segitiga pada kriteria yang masuk ke kategori dimensi *service quality* ke- $d$
- $k$  = banyaknya kriteria yang masuk ke kategori dimensi *service quality* ke- $d$  untuk  
 $d = 1, 2, 3, 4, 5; m = 1, 2, 3, 4, 5$

- d. Sistem Inferensi *fuzzy*,  
 Metode inferensi yang digunakan dalam penelitian ini adalah Mamdani.
- e. Defuzzifikasi,  
 Defuzzifikasi dengan metode *center average defuzzifier* dengan persamaan

$$z^* = \frac{\sum \mu_A(\bar{z}) \cdot \bar{z}}{\sum \mu_A(\bar{z})} \tag{13}$$

- f. Mengukur kualitas pelayanan.  
 Kriteria *service quality* yang digunakan untuk mengukur kualitas pelayanan dengan adalah sebagai berikut.  
 Skor *Service Quality* < 0, pelanggan tidak puas  
 Skor *Service Quality* > 0, pelanggan puas  
 Skor *Service Quality* = 0, pelanggan senang.

Hasil analisis dari metode *fuzzy service quality* pada penelitian LIMUNY menunjukkan bahwa dari total 44 kriteria yang digunakan, hanya dua kriteria yang memperlihatkan bahwa pelanggan puas terhadap pelayanan yang telah diberikan oleh LIMUNY. Hal ini dapat dilihat pada Tabel C.1. Kriteria tersebut yaitu kesesuaian input nama dengan identitas serta jam buka LIMUNY.

Tabel C. 1 Nilai Defuzzifikasi 44 Kriteria pada Pelanggan LIMUNY

Kriteria	Defuzzifikasi	Kriteria	Defuzzifikasi
A1	0.411	C9	-0.44
A2	0.35	C10	-0.5
A3	-0.06	C11	-0.37
A4	-0.08	C12	-0.76
A5	-0.55	C13	-0.69
A6	-0.25	D1	-0.34
B1	-1.54	D2	-0.61
B2	-0.28	D3	-0.72
B3	-0.4	E1	-0.32
B4	-1	E2	-0.52
B5	-0.68	E3	-0.78
B6	-0.27	E4	-0.54
B7	-0.46	E5	-0.54
C1	-0.28	E6	-0.36
C2	-0.28	E7	-0.46
C3	-0.42	E8	-0.83

Kriteria	Defuzzifikasi	Kriteria	Defuzzifikasi
C4	-0.48	E9	-0.47
C5	-0.68	E10	-0.78
C6	-0.78	E11	-0.02
C7	-0.76	E12	-0.67
C8	-0.59	E13	-0.69
C9	-0.44	E14	-0.54
C10	-0.5	E15	-0.87

Selain kriteria tersebut, nilai yang diperoleh dari perhitungan dengan menggunakan *fuzzy service quality* menunjukkan bahwa pelanggan tidak puas dengan pelayanan yang telah diberikan. Kriteria-kriteria yang dimaksud diantaranya kesiapan operator, kecepatan dan ketepatan dalam bertransaksi, keramahan, ketertiban dan kesopanan operator dan petugas keamanan dalam pelayanan, respon dalam menangani saran dan keluhan, keamanan data, kejelasan informasi dan tata cara mengakses internet, kecepatan koneksi, kemampuan dan pengetahuan operator, serta fasilitas yang ada di LIMUNY.

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa LIMUNY dirasa belum memberikan pelayanan secara maksimal. Hal ini diperjelas dengan nilai-nilai pada kriteria-kriteria yang sebagian besar memiliki nilai negatif. Dapat dikatakan bahwa LIMUNY masih harus meningkatkan kualitas pelayanan yang selama ini telah diberikan sehingga pelanggan yang mengakses dapat merasa puas atas pelayanan yang diberikan oleh LIMUNY.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdolvand, Mohammad Ali, dkk. 2011. Evaluation of Customs Service Quality by Using Fuzzy SERVQUAL and Fuzzy MCDM. *American Journal of Scientific Research*. Issue 35 pp.89-103.
- Bojadziew, George, dkk. 2007. *Fuzzy Logic for Business, Finance and Management*. Singapore : World Scientific Publishing.
- Kusumadewi, Sri, dkk. 2006. *Fuzzy Multi-Attribute Decision Making (Fuzzy MADM)*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Klir, George.J., Clair, Ute St., Yuan, Bo. 1997. *Fuzzy Set Theory Foundations and Applications*. USA : Prentice-Hall.
- Parasuraman, A. dkk. A Conceptual Model of Service Quality and Its Implications for Future Research. *The Journal of Marketing* Vol. 49 No. 4 (Autumn, 1985), pp. 41-50.
- Sugiyono. 2011. *Metode Penelitian Kualitatif, Kuantitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Timothy J. Ross. 2000. *Fuzzy Logic With Engineering Applications*. Singapore: McGraw-Hill.



**APLIKASI METODE *TWO STEP CLUSTER* UNTUK PENGELOMPOKKAN  
MAHASISWA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SRIWIJAYA (STUDI KASUS : MAHASISWA ANGKATAN 2010)**

**Sri Indra Maiyanti, Endro Setyo Cahyono, Weni Winata**

*Universitas Sriwijaya*

**Abstrak**

*Two Step Cluster* adalah salah satu metode dalam analisis gerombol/analisis kelompok (*Cluster Analysis*) yang dirancang untuk mengelompokkan objek, dimana peubah yang digunakan sebagai dasar pengelompokkan mempunyai skala pengukuran yang tidak sama atau merupakan campuran peubah kontinu dan kategorik. Dalam penelitian ini, *Two Step Cluster* diaplikasikan untuk mengelompokkan mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Sriwijaya (Unsri) angkatan 2010, untuk mengetahui karakteristik mahasiswa FMIPA Unsri dalam masing-masing kelompok. Peubah yang digunakan sebagai dasar pengelompokkan merupakan peubah kontinu dan kategorik. Peubah kategorik yaitu jenis kelamin, status sekolah (Negeri, Swasta), asal sekolah (Palembang, Kabupaten di Sumatera selatan (Sumsel), luar Sumsel), pendidikan orang tua (SD, SMP, SMA, D1/D3, S1/S2), pekerjaan ayah (PNS/BUMN, Tani/dagang/swasta), pekerjaan ibu (PNS, Tani/dagang/swasta/ibu rumah tangga), sedangkan peubah kontinu adalah rata-rata nilai ujian nasional (nilai UN), rata-rata nilai ujian sekolah (nilai US), dan rata-rata nilai ijazah (nilai ijazah). Hasil penelitian menunjukkan bahwa dari 262 mahasiswa FMIPA Unsri angkatan 2010, 62% berjenis kelamin perempuan, dari sekolah negeri (75%), asal sekolah dari kabupaten di Sumsel dan luar Sumsel (69,5%), pendidikan orangtua mayoritas SMA dan umumnya bekerja sebagai petani/pedagang/swasta/ibu rumah tangga (72,5%), sisanya PNS dan BUMN. Kelompok optimal yang dihasilkan dengan metode *Two Step Cluster* adalah enam kelompok. Kelompok pertama terdiri dari 50 mahasiswa, semuanya perempuan, dari sekolah negeri di kota Palembang dan kabupaten di Sumsel, pendidikan orang tua SMA. Kelompok kedua terdiri dari 42 mahasiswa, semuanya juga perempuan, mayoritas berasal dari sekolah di Palembang, pendidikan orang tua SMP, rata-rata ijazah tinggi, pekerjaan orang tua tani/dagang/swasta/ibu rumah tangga. Kelompok ketiga sebanyak 42 mahasiswa, dengan pendidikan orang tua yaitu S1 atau S2, pekerjaan orang tua sebagai PNS atau BUMN dan rata-rata ujian nasional tinggi. Mayoritas berasal dari Palembang dan luar Sumsel. Kelompok keempat sebanyak 40 mahasiswa, berasal dari sekolah di luar Sumsel, nilai UN dan US tinggi, pekerjaan ayah semuanya swasta, tani atau dagang dan tidak ada yang PNS atau BUMN, pekerjaan ibu ada yang PNS atau BUMN. Kelompok kelima terdiri dari 30 mahasiswa, semuanya laki-laki, sebagian besar dari sekolah negeri, semuanya berasal dari daerah kabupaten di Palembang. Kelompok keenam terdiri dari 58 mahasiswa dengan ciri-ciri status sekolah negeri, berasal dari kabupaten di Sumatera Selatan dengan pendidikan orang tua SD. Pekerjaan ayah/ibu adalah tani/ibu rumah tangga/dagang/ swasta.

**Kata kunci:** *Two Step Cluster*, Mahasiswa FMIPA Unsri

**PENDAHULUAN**

Penggerombolan merupakan proses mengelompokkan objek ke dalam kelompok-kelompok berdasarkan kemiripan atau ketakmiripan. Hasil dari penggerombolan akan menunjukkan bahwa objek-objek yang berada dalam satu gerombol/kelompok lebih homogen dibandingkan antar gerombol/kelompok. Metode penggerombolan yang biasa digunakan adalah metode penggerombolan berhirarki dan metode penggerombolan non-hirarki (Bacher, 2004 : Supranto, 2004). Peubah yang dijadikan sebagai dasar penggerombolan metode berhirarki dan non-hirarki merupakan peubah dengan skala pengukuran yang sama yaitu kontinu atau kategorik saja. Untuk

mengatasi permasalahan yang mempunyai tipe peubah campuran kontinu dan kategorik, telah dikembangkan algoritma *Two Step Cluster* yang memungkinkan untuk mengolah data tersebut (SPSS technical report, 2001 : Bacher,2004 : Shih, 2010).

Misalkan ingin mengelompokkan mahasiswa FMIPA Unsri berdasarkan peubah status sekolah, jenis kelamin, asal sekolah, pendidikan orang tua, dan pekerjaan orang tua yang merupakan peubah kategorik serta peubah rata-rata ujian nasional (UN), rata-rata ijazah, dan rata-rata ujian sekolah (US) yang merupakan peubah kontinu. Jadi, peubah yang akan dijadikan dasar pengelompokkan merupakan campuran peubah kontinu dan kategorik. Bila semua peubah tersebut dijadikan sebagai dasar pengelompokkan secara simultan maka metode berhirarki atau non hirarki tidak cocok digunakan.

Metode yang sesuai digunakan untuk mengelompokkan objek dengan peubah merupakan campuran peubah kategorik dan kontinu adalah metode *Two Step Cluster* (SPSS technical report, 2001 : Bacher,2004 : Shih, 2010).

Pada penelitian ini dilakukan pengelompokkan mahasiswa FMIPA Unsri angkatan 2010 berdasarkan peubah dengan skala pengukuran yang berbeda atau campuran peubah kontinu dan kategorik menggunakan metode *Two Step Cluster* untuk mengetahui karakteristik masing-masing kelompok mahasiswa yang terbentuk.

## PEMBAHASAN

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data mahasiswa FMIPA Unsri angkatan 2010. Data diperoleh dari Biro Administrasi Akademik dan Kemahasiswaan Universitas Sriwijaya. Pengambilan data dilakukan pada tanggal 15 Agustus - 14 September 2011 dengan jumlah data mahasiswa sebanyak 262 orang. Adapun peubah-peubah yang diambil, jenis peubah dan kategori untuk peubah kategorik dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Jenis Peubah dan Kategori untuk Peubah Kategorik

No	Peubah	Kategori
1	Jenis kelamin	1. Laki-laki
		2. Perempuan
2	Status sekolah	1. Negeri
		2. Swasta
3	Asal sekolah	1. P (Palembang)
		2. KS (Kabupaten di SUMSEL)
		3. LS (Luar Sumsel)
4	Pendidikan ayah	1. SD
		2. SMP
		3. SMA
		4. D1,D2,D3
		5. S1,S2
5	Pendidikan ibu	1. SD
		2. SMP
		3. SMA
		4. D1,D2,D3
		5. S1,S2
6	Pekerjaan ayah	1. PNS, BUMN
		2. Tani/ Dagang/ Swasta
7	Pekerjaan ibu	1. PNS, BUMN
		2. Tani/IRT/ Dagang/ Swasta

Pada Tabel 1, dapat dilihat ada tujuh peubah kategorik yaitu status sekolah, asal sekolah, pendidikan ayah, pendidikan ibu, pekerjaan ayah & pekerjaan ibu. Sedangkan peubah kontinu yaitu rata-rata UN, rata-rata ujian sekolah, dan rata-rata ijazah. Asal sekolah dikategorikan menjadi tiga yaitu, Palembang (P), kabupaten yang ada di provinsi Sumatera Selatan (KS), dan luar Sumatera Selatan (LS).

Kabupaten yang ada di Sumatera Selatan meliputi : Musi Banyuasin, Empat Lawang, Lahat, Muara Enim, Musi Rawas, Ogan Ilir, Banyuasin, Oki, Oku, Oku Timur dan Oku Selatan.. Untuk luar Sumatera Selatan meliputi : Sumatera utara, Bangka, Bekasi, Jambi, Lampung,



Bengkulu, Tangerang, Bogor, dan Jakarta.

Peubah-peubah kontinu yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Jenis Peubah untuk Peubah Kontinu

No	Peubah	Jenis peubah
1	Rata-rata nilai Ujian Sekolah	Kontinu
2	Rata-rata nilai Ijazah	Kontinu
3	Rata-rata nilai Ujian Nasional	Kontinu

Pada Tabel 2 terdapat tiga peubah untuk peubah kontinu yaitu rata-rata nilai Ujian Sekolah, rata-rata nilai Ijazah, dan rata-rata nilai Ujian Nasional. Jumlah mahasiswa FMIPA Unsri angkatan 2010 untuk masing-masing jurusan berdasarkan peubah kategorik serta persentasenya dapat dilihat pada Tabel 3.

Table 3. Jumlah Mahasiswa Berdasarkan Jurusan untuk Peubah Kategorik

Peubah		Jurusan					Total	Persentase (%)
		Mate mati ka	Kimia	Fisi ka	Biolo gi	Kelautan		
Jenis Kelamin	L	18	16	20	15	31	100	38
	P	32	38	30	45	17	162	62
Status Sekolah	Negeri	35	47	38	47	30	197	75,2
	Swasta	15	7	12	13	18	65	24,8
Asal Sekolah	P	17	14	12	20	17	80	30,5
	KS	17	26	32	31	14	120	45,8
	LS	16	14	6	9	17	62	23,7
Pendi kan Ayah	SD	8	9	15	9	6	47	17,9
	SMP	5	4	7	13	4	33	12,6
	SMA	27	28	22	24	21	122	46,6
	D1,D2,D3	3	3	2	2	4	14	5,3
	S1,S2	7	10	4	12	13	46	17,6
Pendi kan Ibu	SD	16	13	18	15	8	70	26,7
	SMP	3	5	7	10	4	29	11,1
	SMA	23	22	18	23	17	103	39,3
	D1,D2,D3	2	7	4	8	6	27	10,3
	S1,S2	6	7	3	4	13	33	12,6
Peker jaan Ayah	PNS,BUMN	17	15	13	14	20	79	30,2
	Tani/Dagang/ Swasta	33	39	37	46	28	183	69,8
Peker jaan Ibu	PNS	11	17	9	8	20	65	24,8
	Tani/IRT/Dag ang/Swasta	39	37	41	52	28	197	75,2

Dari Tabel 3 terlihat bahwa jumlah mahasiswa perempuan 162 orang (62%) lebih banyak dari mahasiswa laki-laki 100 orang (38%). Mahasiswa dengan status sekolah negeri (75,2%) lebih banyak dari sekolah swasta (24,8%). Mahasiswa yang berasal dari sekolah di kota Palembang ada 30,5%, dari kabupaten di Sumsel 45,8%, dan luar Sumsel ada 23,7%. Pendidikan orang tua mahasiswa tersebut kebanyakan SMA, baik pendidikan ayah maupun pendidikan ibu. Sedangkan pekerjaan orang tua yang dominan adalah IRT/tani/dagang/swasta.

Deskripsi data berdasarkan peubah kontinu dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Deskripsi Statistik Berdasarkan Peubah Kontinu

Peubah kontinu	Rata-rata
Nilai UN	7,74
Nilai Ijazah	7,73
Nilai US	7,04

Dari Tabel 4, dapat dilihat rata-rata nilai Ujian Nasional mahasiswa FMIPA Unsri angkatan 2010 adalah 7,04, lebih kecil daripada rata-rata nilai ijazah dan nilai US.

Analisis *Two Step Cluster* terhadap mahasiswa FMIPA Unsri angkatan 2010 ini dilakukan dengan bantuan Software statistik yaitu SPSS 16.0 for windows. Hasil output SPSS berupa nilai BIC (*Schwarz's Bayesian Criterion*) untuk masing-masing jumlah kelompok yang akan terbentuk (*Number of Clusters*), nilai perubahan BIC (*BIC Change*), rasio perubahan BIC (*Ratio of BIC Changes*), dan rasio ukuran jarak (*Ratio of Distance Measures*) dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. BIC (*Schwarz's Bayesian Criterion*)

Number of Clusters	Schwarz's Bayesian Criterion (BIC)	BIC Change <sup>a</sup>	Ratio of BIC Changes <sup>b</sup>	Ratio of Distance Measures <sup>c</sup>
1	3974,704			
2	3691,038	-283,667	1,000	1,650
3	3563,016	-128,022	,451	1,207
4	3476,084	-86,932	,306	1,198
5	3421,987	-54,097	,191	1,130
6	3386,979	-35,009	,123	1,443
7	3396,930	9,951	-,035	1,014
8	3408,267	11,338	-,040	1,183
9	3435,090	26,823	-,095	1,002
10	3462,117	27,027	-,095	1,135
11	3499,180	37,063	-,131	1,012
12	3537,101	37,921	-,134	1,022
13	3576,594	39,494	-,139	1,069
14	3620,729	44,134	-,156	1,141
15	3673,153	52,424	-,185	1,159

Dari Tabel 5 dapat dilihat bahwa jika jumlah gerombol/kelompok yang dibentuk adalah 1 maka nilai BICnya adalah 3974,704. Kemudian jika dibentuk 2 kelompok maka nilai BICnya adalah 3691,038. Perubahan BIC dari 1 kelompok ke 2 kelompok adalah  $3691,038 - 3974,704 = -283,667$ . Sedangkan perubahan BIC dari 2 kelompok ke 3 kelompok adalah  $3563,016 - 3691,038 = -128,022$ . Jika dibentuk 2 kelompok, maka rasio perubahan BIC adalah  $-283,667 / -283,667 = 1$ . Sedangkan jika dibentuk 3 kelompok, maka rasio perubahan BIC adalah  $-128,022 / -283,667 = 0,451$ . Rasio perubahan BIC digunakan untuk menentukan dugaan jumlah kelompok maksimal yang akan terbentuk pada tahap awal. Berdasarkan nilai rasio perubahan BIC pada tabel 5, maka dugaan jumlah gerombol/kelompok maksimum yang akan terbentuk adalah 7 kelompok, karena nilai perubahan BIC (-0,035) yang pertama kali lebih kecil dari 0,04 adalah pada jumlah kelompok 7. Sedangkan jumlah kelompok optimal yang terbentuk adalah 6 kelompok. Hal ini berdasarkan rasio 2 perubahan ukuran jarak terbesar, dimana rasio perubahan ukuran jarak terbesar pertama adalah pada kelompok 2 = 1,650 dan kelompok 6 = 1,443, dengan rasionya adalah  $1,650 / 1,443 = 1,143$ . Karena nilai rasionya 1,143, lebih kecil dari 1,15 maka diambil jumlah kelompok terbesar sebagai kelompok optimal, yaitu 6 kelompok. Sehingga jumlah kelompok optimal yang dihasilkan yaitu 6 kelompok. Distribusi anggota dari masing-masing kelompok yang terbentuk dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Distribusi Hasil Penggerombolan/pengelompokkan

	N	Total (%)
Cluster 1	50	19,1
2	42	16,0
3	42	16,0
4	40	15,3
5	30	11,5
6	58	22,1
Total	262	100

Dari Tabel 6, dapat dilihat jumlah anggota dari masing-masing kelompok. Pada kelompok 1 beranggotakan 50 orang mahasiswa (19,1%), kelompok 2 dan kelompok 3 ada 42 (16%), kelompok 4 ada 40 mahasiswa (15,3%), kelompok 5 dengan 30 mahasiswa (11,55) dan pada kelompok 6 ada 58 orang mahasiswa (22,1%). Jumlah mahasiswa yang paling banyak terdapat pada kelompok 6 dan yang paling sedikit terdapat pada kelompok 5.

Karakteristik dari masing-masing kelompok yang dihasilkan dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Karakteristik Masing-masing Kelompok mahasiswa FMIPA Unsri Angkatan 2010.

<b>Cluster 1: (19,1%)</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pendidikan orang tua yaitu SMA</li> <li>2. Jenis kelamin perempuan</li> <li>3. Status sekolah Negeri</li> <li>4. Sebagian besar berasal dari kabupaten di Sumsel</li> </ol>
<b>Cluster 2 : (16%)</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Jenis kelamin perempuan</li> <li>2. Pendidikan orang tua yaitu SMP</li> <li>3. Pekerjaan orang tua adalah tani/IRT/ dagang /swasta</li> <li>4. Sebagian besar berasal dari Palembang</li> <li>5. Status sekolah Negeri dan swasta</li> <li>6. Rata-rata ijazah tinggi</li> </ol>
<b>Cluster 3 : (16%)</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pendidikan orang tua S1/S2</li> <li>2. Pekerjaan orang tua yaitu PNS/BUMN</li> <li>3. Berasal dari luar Sumsel dan Palembang</li> <li>4. Rata-rata UN tinggi</li> </ol>
<b>Cluster 4 : (15,3%)</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Berasal dari Luar Sumatera Selatan (67,5%) dan Palembang (32,5%)</li> <li>2. Pekerjaan ayah tani/ dagang /swasta</li> <li>3. Jenis kelamin sebagian besar laki-laki</li> <li>4. Sebagian besar dari sekolah negeri</li> <li>5. Rata-rata UN dan US tinggi</li> </ol>
<b>Cluster 5 : (11,5%)</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Jenis kelamin laki-laki</li> <li>2. Berasal dari kabupaten di Sumsel</li> <li>3. Sebagian besar dari sekolah negeri</li> </ol>
<b>Cluster 6 : (22,1%)</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pendidikan orang tua SD</li> <li>2. Pekerjaan orang tua yaitu tani/IRT/ dagang /swasta</li> <li>3. Berasal dari Kabupaten di Sumatera Selatan</li> <li>4. Dari sekolah negeri</li> <li>5. Rata-rata UN dan ijazah rendah</li> </ol>

Karakteristik dari masing-masing cluster dapat dijelaskan sebagai berikut :

1. Kelompok satu dengan jumlah mahasiswa 50 orang (19,1%) dengan karakteristik pendidikan orang tua SMA, jenis kelamin mahasiswa perempuan, dari sekolah negeri di Kabupaten di Sumsel.
2. Kelompok kedua terdiri dari 42 (16%) orang mahasiswa, semua berjenis kelamin perempuan, pendidikan orang tua SMP dengan pekerjaan tani/IRT/ dagang /swasta, asal sekolah dari Palembang dan rata-rata ijazah tinggi.
3. Kelompok ketiga terdiri dari 42 (16%) ,berasal dari sekolah di kota Palembang dan luar sumsel, dengan pendidikan orang tua yaitu S1/ S2, pekerjaan orang tua sebagai PNS BUMN dan rata-rata UN tinggi.
4. Kelompok keempat dengan jumlah mahasiswa 40 orang (15,3%), umumnya dari sekolah di luar Sumsel, pekerjaan ayah tani/dagang /swasta, sebagian besar dari sekolah negeri dan rata-rata UN dan US tinggi.
5. Kelompok kelima merupakan kelompok dengan jumlah mahasiswa paling sedikit yaitu 30 orang (11,5%), semuanya laki-laki, dari sekolah di kabupaten di Sumsel.
6. Kelompok keenam merupakan kelompok dengan jumlah mahasiswa paling banyak yaitu 58 orang (22,1%), dengan pendidikan orang tua SD, pekerjaan orang tua tani/IRT/ dagang /swasta, dari sekolah negeri, berasal dari kabupaten di Sumatera Selatan, rata-rata UN dan ijazah rendah.

## KESIMPULAN

1. Jumlah mahasiswa FMIPA Unsri angkatan 2010 adalah 262 orang. Umumnya berasal dari sekolah di Kabupaten di Sumatera Selatan, dengan status sekolah negeri, pendidikan orang tua SMA (42,9%), dan pekerjaan orang tua tani/IRT/ dagang /swasta (72,5%).
2. Pengelompokan mahasiswa FMIPA Unsri tersebut dengan metode *Two Step Cluster* menghasilkan 6 kelompok, dengan masing-masing persentase kelompok masing-masing berturut-turut adalah 19,1 %, 16 %, 16%, 15,3 %, 11,5% dan 22,1%.
3. Karakteristik masing-masing kelompok adalah sebagai berikut :
  - a. Kelompok 1 merupakan kelompok dengan pendidikan orang tua SMA, jenis kelamin mahasiswa perempuan, dari sekolah negeri di Kabupaten di Sumsel.
  - b. Kelompok kedua dicirikan oleh semua berjenis kelamin perempuan, pendidikan orang tua SMP dengan pekerjaan tani/IRT/ dagang /swasta, asal sekolah dari Palembang dan rata-rata ijazah tinggi.
  - c. Kelompok ketiga berasal dari sekolah di kota Palembang dan luar sumsel, dengan pendidikan orang tua yaitu S1/ S2, pekerjaan orang tua sebagai PNS BUMN dan rata-rata UN tinggi.
  - d. Kelompok keempat dicirikan oleh umumnya dari sekolah di luar Sumsel, pekerjaan ayah tani/dagang /swasta, sebagian besar dari sekolah negeri dan rata-rata UN dan US tinggi.
  - e. Kelompok kelima merupakan kelompok dengan jumlah mahasiswa paling sedikit yaitu 30 orang (11,5%), semuanya laki-laki, dari sekolah di kabupaten di Sumsel
  - f. Kelompok keenam merupakan kelompok dengan jumlah mahasiswa paling banyak yaitu 58 orang (22,1%), dengan pendidikan orang tua SD, pekerjaan orang tua tani/IRT/ dagang /swasta, dari sekolah negeri, berasal dari kabupaten di Sumatera Selatan, rata-rata UN dan ijazah rendah.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bacher J, dkk. 2004. *SPSS Two Step Cluster – A First Evaluation*. <http://www.statisticalinnovations.com/products/TwoStep.pdf>, diakses pada tanggal 15 Juni 2011.
- Dwipurwani.O., & S.I. Maiyanti. 2007. *Buku Ajar Analisis Multivariat*. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sriwijaya.
- Hair JF Jr, dkk. 2006. *Multivariate Data Analysis*. Ed ke-6. New Jersey. Prentice Hall.
- Karlina, R. 2007. *Pereduksian Peubah Pada Metode Two Step Cluster*. Institut Pertanian Bogor.

- Preatin, dkk. 2007. *Analisis Survival Dengan Pendekatan Bayesian Untuk Memodelkan Ketahanan Program KB Pada Individu Ibu di Indonesia Tahun 2007* (<http://digilib.its.ac.id/public/ITS-Master-8861-1308201035-Paper.pdf>, diakses pada tanggal 14 april 2011).
- Santoso, S. 2010. *Analisis Multivariat Konsep dan Aplikasi dengan SPSS*. PT Elex Media Komputindo. Jakarta.
- Suharjo B & Siswadi. 1999. *Analisis Eksplorasi Data Peubah Ganda & SPSS 7.5*. Bogor.
- Supranto J. 2004. *Analisis Multivariat Arti & Interpretasi*. Jakarta. Rineka Cipta.
- SPSS technical report. 2001. *The SPSS TwoStep Cluster Component. A scalable component enabling more customer segmentation*. SPSS Inc, U.S.A. ([www.spss.ch/.../1122644952\\_The%20SPSS%20TwoStep%20Cluster%20Component.pdf](http://www.spss.ch/.../1122644952_The%20SPSS%20TwoStep%20Cluster%20Component.pdf) , diakses, pada tanggal 12 Mei 2011).
- Shih M.,J. Jheng & F. Lai. 2010. A Two-Step Method for Clustering Mixed Categorical and Numeric Data. *Tamkang Journal of Science and Engineering*. Vol. 13, No. 1, pp 11-19. <http://www.statisticalinnovations.com/products/TwoStep.pdf>, diakses pada tanggal 30 Oktober 2011.



**PENERAPAN *STATISTICAL PROCESS CONTROL*  
UNTUK MENGANALISIS MUTU PROSES TUGAS AKHIR  
(STUDI KASUS DI JURUSAN STATISTIKA FMIPA  
UNIVERSITAS PADJADJARAN)**

**Titi Purwandari**

Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Padjadjaran  
Jalan Raya Bandung-Sumedang Km .21 Jatinangor  
E-mail : [titipurwandari@yahoo.com](mailto:titipurwandari@yahoo.com)

**Abstrak**

Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam telah membuat SOP (Standard Operational Procedure ) Tugas Akhir dengan tujuan untuk meningkatkan kemampuan jurusan dalam menyelesaikan masalah riil . Adapun sasaran akhir yang diharapkan adalah meningkatnya produktifitas jurusan statistika dan menghasilkan lulusan berkualitas yang mempunyai tingkat kompetensi tinggi di bidangnya. Masalah yang dikaji dalam penelitian ini adalah kinerja system manajemen tugas akhir belum terukur secara statistis . Menggunakan *Statistical Process Control* , diperoleh kesimpulan bahwa aktifitas proses manajemen tugas akhir belum terkendali secara statistis .

**Kata kunci:** *Statistical Process Control*, Diagram Kendali, Multivariat, SOP Tugas Akhir, Capability Process .

**PENDAHULUAN**

**Latar Belakang**

Sejak tahun 2002 jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam telah mengembangkan manajemen Tugas Akhir berbasis real problem . Manajemen Tugas Akhir di jurusan Statistika dikembangkan untuk percepatan penyelesaian tugas akhir dengan outcome percepatan masa studi mahasiswa , hal ini dicapai dengan dikembangkan Standard Operating Procedure ( SOP ) Tugas Akhir yang mengatur secara rinci dan baku mengenai aktivitas pelaksanaan tugas akhir , meningkatkan kemampuan jurusan statistika dalam mengakselerasi waktu studi dan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah riil . Bagaimana kinerja sistem manajemen tugas akhir setelah lebih dari 5 tahun diimplementasikan di jurusan statistika FMIPA Universitas Padjadjaran ?

**Perumusan Masalah**

Perumusan masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah kinerja sistem manajemen tugas akhir di jurusan statistika FMIPA Universitas Padjadjaran belum terukur secara statistis.

**Tujuan Penelitian**

Penelitian ini bertujuan untuk mengukur kinerja sistem manajemen tugas akhir jurusan statistika dan mengevaluasi waktu proses penyelesaian tugas akhir mahasiswa jurusan statistika FMIPA Universitas Padjadjaran periode semester Genap tahun 2010 sampai semester ganjil tahun 2011 menggunakan *Statistical Process Control* .

**Manfaat Penelitian**

Manfaat penelitian bagi jurusan statistika FMIPA Universitas Padjadjaran adalah

1. Dapat menentukan langkah langkah perbaikan manajemen tugas akhir dan menentukan tindakan pencegahan munculnya kesalahan yang sama.
2. Memberi informasi ilmiah berbasis statistika dalam memonitor proses tugas akhir .

## METODE PENELITIAN

### Data Penelitian

#### 1. Populasi

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh peserta tugas akhir jurusan statistika FMIPA Universitas Padjadjaran periode semester genap tahun 2010 sampai semester ganjil tahun 2011 dengan variabel penelitian adalah waktu yang diperlukan mahasiswa mulai terdaftar sebagai peserta tugas akhir sampai melaksanakan seminar dan waktu yang diperlukan mahasiswa selesai melaksanakan seminar sampai menempuh sidang tugas akhir sebanyak 189 peserta tugas akhir .

#### 2. Sampel

Unit sampel dalam analisis ini diambil menggunakan metoda Simple Random Sampling Langkah langkah Simple Random Sampling adalah :

- Tentukan secara tegas populasi sasaran.  
Populasi dalam penelitian ini adalah peserta tugas akhir jurusan statistika semester genap tahun 2010 sampai semester ganjil tahun 2011.
- Membuat kerangka sampling.
- Menentukan banyak grup/kelompok, dalam hal ini banyak grup ditentukan oleh banyaknya semester pada periode tahun 2010 sampai tahun 2011 . Ukuran grup adalah 4 , setiap grup terdiri dari 25 peserta tugas akhir.
- Melakukan proses pengambilan sampel. Ukuran sampel 100 peserta tugas akhir.  
Data hasil pengamatan sebagai berikut :

No.	X1	X2	No.	X1	X2	No.	X1	X2	No.	X1	X2
1	92	80	26	66	79	51	63	38	76	72	44
2	87	55	27	80	65	52	74	40	77	65	51
3	118	37	28	109	48	53	86	42	78	107	14
4	56	58	29	82	84	54	63	65	79	79	42
5	44	71	30	53	49	55	86	42	80	65	56
6	51	61	31	63	81	56	36	41	81	72	51
7	46	51	32	53	96	57	30	34	82	79	44
8	60	50	33	71	86	58	35	37	83	91	37
9	38	58	34	32	131	59	30	42	84	65	63
10	33	75	35	94	71	60	35	42	85	65	65
11	44	63	36	73	161	61	49	47	86	81	49
12	58	51	37	51	79	62	26	30	87	79	54
13	42	63	38	63	91	63	26	35	88	65	68
14	62	38	39	31	107	64	33	28	89	72	61
15	42	56	40	54	91	65	24	38	90	77	58
16	47	53	41	62	83	66	33	35	91	77	58
17	73	30	42	123	24	67	25	48	92	86	51
18	26	70	43	61	86	68	27	46	93	67	70
19	45	51	44	56	86	69	28	46	94	74	67
20	31	65	45	31	44	70	31	43	95	81	60
21	31	64	46	30	97	71	27	55	96	100	42
22	31	67	47	30	83	72	49	54	97	67	75
23	29	264	48	30	84	73	16	54	98	67	77
24	30	50	49	30	86	74	16	40	99	79	65
25	30	49	50	30	51	75	11	61	100	26	28

Keterangan :

- X1 : waktu yang diperlukan mahasiswa mulai terdaftar sebagai peserta tugas akhir sampai melaksanakan seminar  
X2 : waktu yang diperlukan mahasiswa selesai melaksanakan seminar sampai menempuh sidang tugas akhir



### **Tahapan Penelitian**

1. Menganalisis masalah , menentukan teknik sampling , menentukan ukuran sampel .
2. Melakukan pengujian asumsi normalitas multivariat untuk variabel waktu yang diperlukan mahasiswa mulai terdaftar sebagai peserta tugas akhir sampai melaksanakan seminar dan waktu yang diperlukan mahasiswa selesai melaksanakan seminar sampai menempuh sidang tugas akhir. Pemeriksaan asumsi normalitas multivariat untuk kedua variabel penelitian dilakukan dengan menggunakan Q-Q Plot . Jika Scatter Plot cenderung membentuk garis lurus maka asumsi normalitas multivariat untuk variabel pengamatan dipenuhi .
3. Membuat diagram kendali multivariat menggunakan statistik T2 Hotelling. Jika dari diagram kendali multivariat yang dibuat menunjukkan proses out of control maka untuk mendiagnosa variabel mana yang memberi kontribusi terhadap terjadinya Out of control , digunakan metoda dekomposisi statistik T2 Hotelling.
4. Melakukan analisis kapabilitas proses

### **Statistical Process Control**

Statistical Process Control ( SPC ) merupakan sekelompok alat penyelesaian masalah yang digunakan untuk memperoleh proses produksi yang stabil dan melaksanakan peningkatan kapabilitas melalui pengurangan variasi . Tujuh alat utama dalam statistical process control disebut sebagai seven tools of quality control ( Montgomery , 2009 ). Fungsi Seven tools of quality control antara lain :

- Menemukan masalah utama
- Menilai faktor faktor penyebab timbulnya masalah
- Menetapkan benar atau tidaknya faktor faktor penyebab tersebut.

Tujuh alat dalam Statistical Process Control adalah

1. Check Sheet , digunakan saat proses berlangsung , sebagai pengumpul data .
2. Histogram dan Diagram Batang –daun (stem-and-leaf-plot) , Histogram digunakan untuk menganalisis mutu dari sekelompok data dengan menampilkan nilai tengah sebagai standar mutu atau penyebaran data. Diagram batang-daun fungsinya sama dengan histogram , tampilan visual menggunakan angka angka .
3. Diagram Pareto , merupakan distribusi frekuensi dari data atribut , disusun berdasarkan kategori .
4. Diagram Sebab-akibat (Cause and Effect Diagram) / Diagram Ishikawa / Fishbone Diagram , menunjukkan secara sistematis hubungan antara sebab dan akibatnya, memunculkan gagasan mengenai sumber penyebab terjadinya kerusakan produk/jasa sehingga masalah dalam proses dapat diketahui secara jelas .
5. Defect Concentration Diagram , menunjukkan letak kesalahan yang terjadi dalam proses.
6. Scatter Plot (Diagram Pencar) , untuk melihat hubungan antara dua factor .
7. Control Chart (Diagram Kendali ) / Shewhart Control Chart , digunakan untuk memonitor dan mengendalikan proses serta memberi arahan dalam melakukan peningkatan mutu , (Montgomery , 2009 ).

Tujuan dibuat diagram kendali adalah :

- Melakukan pemeriksaan apakah proses berada dalam kondisi terkendali atau tidak.
- Membedakan assignable variability atau random variability
- Menunjukkan waktu dimana terlihat adanya proses diluar batas kendali
- Menentukan penyebab proses berada diluar batas kendali .

Terdapat dua jenis diagram kendali , yaitu diagram kendali variabel dan diagram kendali atribut , Diagram kendali variabel digunakan untuk data bersifat kontinu, data tersebut diperoleh dari hasil pengukuran ,yaitu diagram kendali Rata Rata , diagram kendali rentang ( R ) , Diagram kendali Variasi (S) , sedangkan diagram kendali atribut digunakan untuk data bersifat diskrit , yaitu diagram P , C , dan U . ( Montgomery , 2009 ) .

Diagram kendali Multivariat digunakan pada satu set data multivariat.

Diagram kendali multivariat membutuhkan asumsi bahwa variabel penelitian berdistribusi normal multivariat . Langkah langkah pengujian asumsi normalitas multivariate adalah (Johnson, Wichern, 1992)

1. Hitung nilai vektor rata rata :  $\bar{X}$

2. Hitung nilai matriks varians kovarians :  $S$
3. Hitung nilai jarak Mahalanobis setiap titik pengamatan dengan vector rata rata  
 $d_{(i)}^2 = (X_i - \bar{X})' S^{-1} (X_i - \bar{X}), i = 1, 2, \dots, n$
4. Urutkan nilai  $d_{(i)}^2$  dari terkecil sampai terbesar :  $d_{(1)}^2 \leq d_{(2)}^2 \leq \dots \leq d_{(n)}^2$
5. Cari nilai  $\chi_p^2(\frac{j-0,5}{n})$  dengan  $j=1,2,\dots,n$  ; p: banyak variabel
6. Buat Scatter plot  $d_{(i)}^2$  dengan  $\chi_p^2$
7. Jika scatter plot ( Q-Q Plot ) cenderung membentuk garis lurus , maka data pengamatan berdistribusi normal multivariat.

Harold Hotelling (Montgomery,2009), mengembangkan grafik pengendali multivariate yang dinamakan Grafik pengendali T2 Hotelling dengan rumus :

$$T^2 = n(\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})' S^{-1} (\bar{X}_i - \bar{\bar{X}}), i = 1, 2, \dots, n \tag{1}$$

Batas kendali atas dan batas kendali bawah untuk T2 Hotelling adalah

$$UCL = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha, p, mn-m-p+1}$$

$$LCL = 0 \tag{2}$$

Dengan  $\alpha'$  : nilai signifikansi untuk p variabel

p : banyak variabel

n : banyaknya sampel

m : jumlah produk yang diperiksa dalam setiap sampel

Analisis kapabilitas proses merupakan ukuran yang menunjukkan kemampuan suatu proses untuk menghasilkan barang/ jasa sesuai dengan spesifikasi yang telah ditentukan. Jika proses terkendali , analisis kapabilitas proses dilakukan , indeks kapabilitas dapat dihitung , Kapabilitas proses menggambarkan tingkat uniform proses tersebut .

Multivariate Capability Process menunjukkan nilai rasio antara variabilitas / penyebaran spesifikasi produk yang diijinkan terhadap spesifikasi produk yang diperbolehkan pada variabel yang diukur secara simultan, Nilai indeks kapabilitas proses untuk data multivariat adalah

$$\widehat{MC}_{pm} = \frac{\widehat{C}_p}{\widehat{D}}$$

$$\widehat{C}_p = \frac{Vol(R_i)}{Vol(skala, proses99,73\%)} \tag{3}$$

$\widehat{MC}_{pm}$  : nilai taksiran kapabilitas proses multivariate

$\widehat{C}_p$  : nilai taksiran kapabilitas proses yang sebanding dengan nilai Cp univariat

$\widehat{D}$  : nilai taksiran jarak antara rata rata proses dengan target .

$R_i$  merupakan daerah toleransi modifikasi, sedangkan skala proses merupakan daerah proses 99,73 % .

Untuk kasus multivariat ( p variat ), volume  $R_i$  adalah

$$Vol(R_i) = \frac{2 \prod_{i=1}^p a_i \cdot \pi^{p/2}}{p \cdot \Gamma(p/2)} \tag{4}$$

$a_i$  : nilai toleransi spesifikasi ke I , I = 1,2,...p

$\Gamma(p/2)$  : nilai dari distribusi Gamma untuk p variabel

$$\text{Vol ( skala proses 99,73% )} = |S|^{1/2} (\pi K)^{p/2} \left[ \Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right]^{-1} \quad (5)$$

|S| : determinan matriks S

K : kuartil 99,73 % dari distribusi  $\chi^2$  diinverskan  $(\chi^2_{0,9973;p})^{-1}$

$$\hat{D} = \left[ 1 + \frac{n}{n+1} (\bar{X} - \mu_0)' S^{-1} (\bar{X} - \mu_0) \right]^{1/2} \quad (6)$$

Menurut Wang(2000) , criteria untuk kapabilitas proses adalah jika  $MC_{pm} > 1,33$  maka proses kapabilitas dianggap mampu memenuhi proses sesuai spesifikasi.

Pendekatan yang digunakan untuk mendiagnosa terjadinya out of control adalah dengan menggunakan dekomposisi nilai nilai statistik T2 menjadi komponen komponen yang merefleksikan kontribusi masing masing variabel . ( Montgomery,1996 ). Jika T2 adalah nilai statistik utama dan  $T_{(i)}^2$  adalah nilai statistic seluruh variabel kecuali variabel ke I , menurut Rungger,Alt,Montgomery (1996) ,merumuskan bahwa

$$d_i = T^2 - T_{(i)}^2 \quad (7)$$

merupakan indikator dari kontribusi variabel ke i ,  $i=1,2,\dots,p$  .

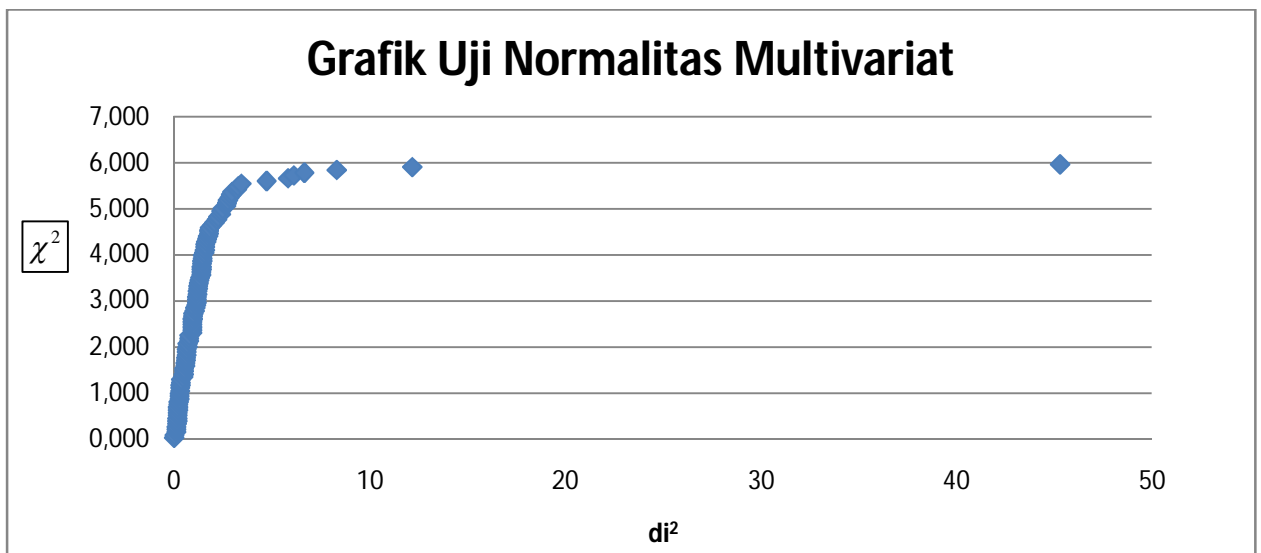
$T^2$  : nilai statistik T2 Hotelling

$T_{(i)}^2$  : nilai statistik untuk variabel ke i .

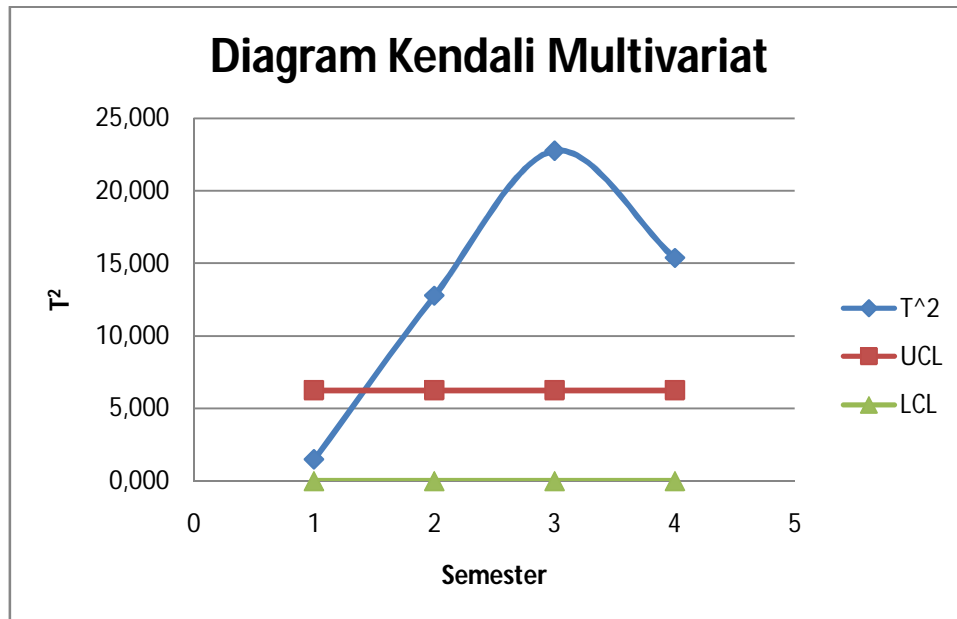
Variabel yang memberi kontribusi terhadap terjadinya out of control adalah variabel yang menghasilkan nilai terbesar dari p variabel .

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Dari hasil analisis diperoleh informasi bahwa waktu yang diperlukan mahasiswa mulai terdaftar sebagai peserta tugas akhir sampai melaksanakan seminar dan waktu yang diperlukan mahasiswa selesai melaksanakan seminar sampai menempuh sidang tugas akhir berdistribusi normal multivariat. Hal ini dapat dilihat dari grafik berikut yang menunjukkan garis lurus.



Aktivitas manajemen proses tugas akhir di jurusan statistika FMIPA UNPAD pada periode tahun 2010 sampai periode tahun 2012 dalam keadaan tidak terkendali.



## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

Dari hasil analisis dapat disimpulkan bahwa , aktivitas manajemen proses tugas akhir di jurusan statistika FMIPA UNPAD pada periode tahun 2010 sampai periode tahun 2012 dalam keadaan tidak terkendali .

### Saran

Manajemen jurusan statistika FMIPA UNPAD harus melakukan tindak lanjut untuk mentransformasi proses tugas akhir dari kondisi tidak terkendali ( out of Control ) menjadi kondisi terkendali .

## DAFTAR PUSTAKA

1. Hair J.R., Anderson R.E.,Tatham R.L.,BlackW.C,(1998 ), *Multivariate Data Analysis* ,fifth Edition, Prentice Hall Inc, New Jersey.
2. Johnson, R.A., and Wichern.D.W.,(1992), *Applied Multivariate Statistical Analysis*,Third Edition, Prentice Hall Eaglewood, New Jersey.
3. Montgomery, Douglas C. (1991), *Introduction to Statistical Quality Control* , John Wiley and Sons, Inc.New York .
4. Jurusan Statistika FMIPA UNPAD ,(2009), *Standard Operating Procedure ( SOP )* , *Tugas Akhir Jurusan Statistika Fakultas MIPA Universitas Padjadjaran*.
5. Rencher., A.C., (1995) , *Methods of Multivariate Analysis*, John Wiley .

**PENGLASIFIKASIAN FUNGSI DISKRIMINAN  
PILIHAN PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
DI FMIPA DAN FKIP UNIVERSITAS SRIWIJAYA**

**Yuli Andriani, Dian Cahyawati, & Vivin Gusmaryanita**

*Jurusan Matematika FMIPA UNSRI*  
yulinabila@yahoo.com

**Abstrak**

Pada penelitian sebelumnya ada perbedaan dari prodi Matematika FMIPA dan FKIP Unsri misalnya dari daya tampung, jumlah peminat dan lapangan pekerjaan. Hal ini yang menjadi pertimbangan dari calon Mahasiswa dalam memilih prodi. Dari hasil Analisis diskriminan diketahui bahwa faktor-faktor yang menjadi pertimbangan mahasiswa dalam memilih Prodi Matematika FMIPA dan FKIP yaitu faktor kapasitas prodi dan motivasi dunia kerja yang signifikan dapat membedakan pemilihan Prodi Matematika. Dari fungsi Diskriminan ini, selanjutnya dilakukan pengklasifikasian dengan mengacu pada konsep jarak bahwa pengklasifikasian suatu objek dipilih dari jarak objek pengamatan terhadap vektor rata-ratanya yang terdekat atau terkecil pada masing-masing Prodi Matematika atau dengan mencari nilai pemisah. Dan Hasil pengklasifikasian tersebut, data yang telah terklasifikasikan dengan benar sebesar 64,15% dari 85 data yang diolah telah dimasukkan pada kelompok yang sesuai dengan data semula.

**Kata Kunci:** Prodi Matematika, Analisis Diskriminan, Pengklasifikasian.

**PENDAHULUAN**

Universitas Sriwijaya (UNSRI) merupakan salah satu perguruan tinggi negeri di Indonesia yang diharapkan dapat menghasilkan lulusan yang dapat bersaing di tingkat lokal, nasional maupun internasional. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) dan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) adalah dua dari sembilan fakultas yang berada di UNSRI, FMIPA yaitu program akademik non kependidikan yang menyiapkan tenaga ilmuwan dalam berbagai bidang ilmu dan FKIP yaitu program akademik kependidikan yang menyiapkan tenaga pendidik dalam berbagai ilmu keguruan. Salah satu program studi (prodi) yang terdapat di kedua fakultas itu adalah Prodi Matematika (Andriani, 2011).

Perbedaan jumlah peminat antara Prodi Matematika di FMIPA dan FKIP dapat terjadi karena berbagai pertimbangan, baik pertimbangan dari calon mahasiswa ataupun berdasarkan keadaan atau ketentuan masing-masing fakultas. Menurut Cardina [1], faktor-faktor yang mempengaruhi mahasiswa memilih prodi antara lain faktor minat dan bakat, dunia kerja, sarana dan prasarana, lingkungan sosial, kapasitas prodi, motivasi belajar, mata kuliah. Apakah faktor-faktor tersebut juga berpengaruh terhadap pemilihan Prodi Matematika di FMIPA dan FKIP UNSRI, dan akan dilihat perbedaan faktor yang signifikan dari model untuk kedua prodi.

Pada Andriani (2011), diketahui bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi mahasiswa dalam memilih Program Studi Matematika FMIPA dan FKIP UNSRI adalah faktor Kapasitas Prodi dan Motivasi Dunia Kerja dari Prodi Matematika FMIPA dan FKIP. Faktor-faktor ini diperoleh dengan melakukan analisis Diskriminan.

Pengklasifikasian suatu objek pengamatan baru pada fungsi diskriminan linier, dilakukan dengan mengacu pada konsep jarak bahwa pengklasifikasian suatu objek  $x$  dipilih dari jarak objek pengamatan  $x$  terhadap vektor rata-ratanya yang terdekat/terkecil pada masing-masing Prodi Matematika atau dengan mencari nilai pemisah (*cutting point*). Dengan menggunakan aturan pengklasifikasian akan ditentukan nilai penentu dan dihitung nilai ketepatan klasifikasi fungsi diskriminan.

**PEMBAHASAN**

**Fungsi Diskriminan Linier**

Berdasarkan data dibuat satu fungsi diskriminan linier yang dapat digunakan sebagai aturan pengklasifikasian. Koefisien  $b$  dihitung dengan memuat invers matriks kovarian gabungan Prodi Matematika FMIPA dan FKIP :

$$b = S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$$

Hasil perhitungannya, dalam Andriani (2011) diperoleh nilai koefisien  $b$  pada Tabel 1. berikut ini:

**Tabel 1. Koefisien Baku Fungsi Diskriminan**

Variabel	Koefisien Fungsi 1
$x_1$	.262
$x_2$	-.165
$x_3$	-.626
$x_4$	.241
$x_5$	.627

Sumber : Hasil olahan primer 2010

dan Fungsi diskriminan yang standar, sebagai berikut:

$$D = 0.262 x_1 - 0.165 x_2 - 0.626 x_3 + 0.241 x_4 + 0.627 x_5$$

Koefisien fungsi diskriminan yang standar pada variabel  $x_1$ ,  $x_4$  dan  $x_5$  bertanda positif, artinya variabel  $x_1$ ,  $x_4$  dan  $x_5$  mempunyai pengaruh positif, yaitu setiap kenaikan satu satuan nilai variabel  $x_1$  maka menaikkan skor diskriminan sebesar 0,262, untuk setiap kenaikan satu satuan nilai variabel  $x_4$  maka menaikkan skor diskriminan sebesar 0,241 dan untuk setiap kenaikan satu satuan nilai variabel  $x_5$  maka menaikkan skor diskriminan sebesar 0,627. Sedangkan pada variabel  $x_2$  dan  $x_3$  bertanda negatif, artinya variabel  $x_2$  dan  $x_3$  mempunyai pengaruh negatif, yaitu setiap kenaikan satu satuan nilai variabel  $x_2$  dan  $x_3$  maka menurunkan skor diskriminan masing-masing sebesar 0,165 dan 0,626.

Dalam Andriani(2011), setelah terbentuk fungsi diskriminan standar, dilakukan evaluasi fungsi diskriminan dan analisis diskriminan bertahap dengan tujuan memilih variabel tahap demi tahap yang dimasukkan ke dalam analisis diskriminan, sehingga fungsi diskriminan yang terbentuk, sebagai berikut:

$$D = -0.683x_3 + 0.747 x_5$$

**Aturan Pengklasifikasian**

Dari fungsi diskriminan yang terbentuk melalui analisis diskriminan bertahap, lalu dilakukan pengklasifikasian. Pengklasifikasian suatu objek pengamatan baru pada fungsi diskriminan linier, dilakukan dengan mengacu pada konsep jarak bahwa pengklasifikasian suatu objek  $x$  dipilih dari jarak objek pengamatan  $x$  terhadap vektor rata-ranya yang terdekat/terkecil pada masing-masing Prodi Matematika atau dengan mencari nilai pemisah (*cutting point*). Rata-rata kelompok (*group centroids*) dari Prodi Matematika FMIPA dan FKIP UNSRI mempunyai nilai yang besarnya berbeda, yaitu dapat dilihat pada Tabel 2. berikut ini:

**Tabel. 2. Nilai Rata-rata Kelompok (*group centroids*)**

Prodi Matematika	Fungsi 1
FMIPA	- 0.294
FKIP	0.382

Jumlah responden Prodi Matematika FMIPA dan Prodi Matematika FKIP berbeda, yaitu  $n_A \neq n_B$  maka dihitung nilai pemisah (*cutting point*). Diperoleh nilai pemisah :

$$D_0 = 0,088$$

artinya jika seorang calon mahasiswa (responden) mempunyai skor atau nilai diskriminan, katakan

$D_i$  untuk responden ke- $i$ ,  $< 0,008$  maka masuk ke kelompok A yaitu Prodi Matematika FMIPA dan jika  $D_i > 0,008$  maka masuk ke Prodi Matematika FKIP.

### Analisis Ketepatan Klasifikasi Fungsi Diskriminan

Hasil pengelompokan menurut fungsi diskriminan tidak selalu sama dengan pengelompokan awal. Besarnya kesalahan pengelompokan, dengan menganggap pengelompokan awal adalah benar merupakan indikator tingkat akurasi fungsi diskriminan yang dihasilkan. Hasil pengklasifikasian mahasiswa Prodi Matematika FMIPA dan FKIP dapat dilihat pada Tabel 3., berikut ini:

**Tabel 3. Hasil Pengklasifikasian Mahasiswa**

Prodi Matematika Asli	Anggota Prodi Matematika yang Diprediksi		Benar Klasifikasi (%)	Salah Klasifikasi (%)
	FMIPA	FKIP		
FMIPA	33	15	68.8	31.2
FKIP	15	22	59.5	40.5
Rata-rata			64.15	35.85

Sumber : Data Olahan Primer 2010

Dari Tabel 3. dapat dilihat bahwa mahasiswa Prodi Matematika FMIPA yang diprediksikan masuk ke dalam Prodi Matematika FMIPA sebanyak 33 orang dan diprediksikan masuk ke dalam Prodi Matematika FKIP sebanyak 15 orang. Untuk mahasiswa Prodi Matematika FKIP diprediksikan masuk ke dalam Prodi Matematika FMIPA sebanyak 15 orang dan diprediksikan masuk ke dalam Prodi Matematika FKIP sebanyak 22 orang.

Jadi, dari hasil pengklasifikasian tersebut, data yang telah terklasifikasikan dengan benar sebesar 64,15%. Hal ini berarti sebanyak 64,15% dari 85 data yang diolah telah dimasukkan pada kelompok yang sesuai dengan data semula. Dengan demikian, terjadi kesalahan klasifikasi mahasiswa Prodi Matematika FMIPA dan FKIP angkatan 2009 Universitas Sriwijaya sebesar 35,85%.

### KESIMPULAN

Berdasarkan Fungsi Diskriminan antara Prodi Matematika FMIPA dan FKIP yang terbentuk dari analisis diskriminan bertahap dan dilakukan aturan pengklasifikasian diperoleh sebagai berikut :

1. Nilai pemisah untuk kedua Prodi Matematika sebesar 0,088, artinya apabila seorang calon mahasiswa memiliki skor diskriminan  $< 0,088$  maka cenderung masuk ke Prodi Matematika FMIPA UNSRI dan skor diskriminan calon mahasiswa  $> 0,088$  masuk ke Prodi Matematika FKIP UNSRI.
2. Fungsi diskriminan menghasilkan ketepatan klasifikasi mahasiswa Prodi Matematika FMIPA dan FKIP angkatan 2009 Universitas Sriwijaya sebesar 64,15%.

### DAFTAR PUSTAKA

- Andriani, Y. D. Cahyawati & V. Gusmaryanita. 2011. Analisis diskriminan untuk mengetahui faktor yang mempengaruhi pilihan program studi matematika di fmipa dan fkip universitas sriwijaya. *Jurnal Penelitian Sains*. UP2M FMIPA Unsri
- Cardina, M. 2005. *Faktor-faktor yang Mempengaruhi Mahasiswa Jurusan Ekonomi Memilih Program Studi Pendidikan Ekonomi Administrasi Perkantoran di Universitas Negeri Semarang*. Skripsi Jurusan Pendidikan Ekonomi Administrasi Perkantoran. Fakultas Ilmu Sosial, UNS, Semarang.
- Dillon, W. R., & M. Goldstein. 1984. *Multivariate Analysis Method and Application*. John Wiley & Sons, New York.

Johnson, R. A., & D. W. Winchern. 2002. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 5th edition.

*Yuli A, Dian P, Vivin G/ Pengklasifikasian Fngsi Diskriminan*

Prentice Hall Inc, New Jersey.

Morrison, D. F., 1990. *Multivariate Statistical Methods*, Second Edition, Mc Graw-Hill Book Company., New York.

Santoso,S & F.Tjiptono. 2001.*Riset Pemasaran Konsep dan Aplikasi dengan SPSS*. P.T. Elex Media Komputindo, Jakarta.

Sharma, S. 1996. *Applied Multivariate Technique*. Jhon Wiley & Sons, New York.

Slameto,. 2003. *Belajar dan Faktor-faktor yang Mempengaruhinya*. Rineka Cipta, Jakarta.



## **SOLUSI TEORITIS KEKAKUAN DINAMIK UNTUK PREDIKSI KOEFISIEN ABSORPSI BUNYI DARI BUSA POLIURETAN**

**Zeth Arthur Leleury, S.Si<sup>1</sup>, Prof. Dr. B. Widodo, M.Sc<sup>2</sup>,  
Dr. Yono Hadi Pramono, M.Eng<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Mahasiswa Pascasarjana Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya*

<sup>2</sup>*Dosen Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya*

<sup>3</sup>*Dosen Jurusan Fisika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya*

### **Abstrak**

Kebisingan merupakan salah satu masalah yang mengganggu aktivitas maupun kesehatan pada manusia. Untuk mengatasi hal tersebut dikembangkan berbagai jenis bahan peredam suara. Busa poliuretan sel terbuka memiliki potensi yang besar untuk diaplikasikan sebagai material akustik karena memiliki banyak keunggulan.

Dalam penelitian ini telah diprediksi koefisien absorpsi bunyi dari busa poliuretan didasarkan pada persamaan poroelastisitas dinamik Biot yang digunakan untuk menurunkan solusi teoritis dari kekakuan dinamik. Teori Biot yang mengatur deformasi material berpori diutarakan terlebih dahulu terkait dengan perpindahan solid skeleton dan fluida yang kemudian ditransformasikan ke dalam domain Laplace. Setelah mendapatkan fungsi transfer kekakuan dinamik untuk busa yang dikenakan suatu tekanan bunyi impulsif pada permukaan atasnya yang permeabel, fungsi transfer kekakuan yang ditransformasi Laplace kemudian diubah menjadi domain frekuensi yang disebut fungsi kekakuan dinamik, yang selanjutnya dapat digunakan menghitung koefisien absorpsi bunyi dari busa poliuretan. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa hasil prediksi koefisien absorpsi bunyi dari busa poliuretan mendekati hasil eksperimen.

**Kata kunci:** Biot, busa poliuretan, kekakuan dinamik, koefisien absorpsi bunyi, transformasi Laplace

### **PENDAHULUAN**

Dengan semakin majunya teknologi, perkembangan peralatan yang digunakan manusia semakin meningkat. Baik peralatan tersebut berupa sarana informasi, komunikasi, produksi, transportasi maupun hiburan. Sebagian besar peralatan tersebut menghasilkan suara-suara yang tidak diinginkan sehingga menimbulkan kebisingan. Salah satu cara untuk mencegah perambatan atau radiasi kebisingan adalah dengan penggunaan material akustik yaitu material yang bersifat menyerap atau meredam suara sehingga bising yang terjadi dapat direduksi. Di samping itu, peredam suara juga dibutuhkan untuk menciptakan bangunan atau gedung dengan karakteristik akustik tertentu sehingga tercipta kenyamanan bagi penggunanya.

Jenis bahan peredam suara dapat diklasifikasikan menjadi bahan berpori, resonator dan panel (Lee, 2003). Pada umumnya bahan berpori akan menyerap energi suara atau bunyi yang lebih besar dibandingkan dengan jenis bahan lainnya, karena dengan adanya pori-pori maka gelombang suara dapat masuk ke dalam material tersebut.

Karena poliuretan merupakan suatu jenis polimer yang murah, mudah dibentuk, dapat dibuat oleh manusia dan berlimpah maka busa poliuretan sel terbuka telah banyak digunakan sebagai material absorpsi bunyi dalam teknik rekayasa kontrol kebisingan (*noise*). Keunggulan busa poliuretan dibandingkan dengan bahan-bahan lainnya (rubber, metal, wood, dan plastik) antara lain adalah bahwa material ini bersifat ulet dan tidak mudah putus, ringan, fleksibel terhadap temperatur rendah, tidak mudah sobek, bahkan kekuatannya lebih baik dari bahan rubber (Harahap, 2011). Oleh karena itu busa poliuretan memiliki potensi besar untuk dapat diaplikasikan sebagai material akustik, khususnya untuk mengurangi kebisingan pada ruang-ruang yang sempit seperti perumahan dan perkantoran.

Dalam penelitian dilakukan prediksi koefisien absorpsi bunyi dari busa poliuretan didasarkan pada persamaan poroelastisitas dinamik Biot yang digunakan untuk menurunkan solusi teoritis dari kekakuan dinamik. Selanjutnya hasil prediksi koefisien absorpsi bunyi dari busa poliuretan tersebut dibandingkan dengan data eksperimen untuk menguji tingkat kecocokan hasil prediksi. Sistem pengukuran koefisien absorpsi secara eksperimen laboratorium menggunakan tabung impedansi yang didasarkan pada metode uji *American Standart for Testing Materials* (ASTM) E1050-98.

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk menganalisa koefisien absorpsi dari busa poliuretan berdasarkan hasil prediksi dan eksperimen. Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah dapat memberikan informasi tentang sifat akustik (koefisien absorpsi) dari busa poliuretan sebagai bahan peredam suara atau bising dan juga sebagai referensi untuk penelitian selanjutnya.

## PEMBAHASAN

### Persamaan Pembangun dan Solusi Teoritis

Teori Biot yang mengatur deformasi material berpori dapat ditulis sebagai (Biot, 1956) :

$$N\nabla^2\mathbf{u} + \nabla[(A + N)e + Q\varepsilon] = \rho_{11}\dot{\mathbf{u}} + \rho_{12}\dot{\mathbf{U}} + b(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}), \quad (1)$$

$$\nabla(Qe + R\varepsilon) = \rho_{12}\dot{\mathbf{u}} + \rho_{22}\dot{\mathbf{U}} - b(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{U}}), \quad (2)$$

dengan  $N$ ,  $A$ ,  $Q$ ,  $R$  adalah konstanta elastis,  $b$  adalah koefisien disipasi,  $\mathbf{u}$  adalah rata-rata vektor perpindahan solid skeleton, dan  $\mathbf{U}$  adalah rata-rata vektor perpindahan fluida. Demikian pula, dilatasi solid  $e$  dan dilatasi fluida  $\varepsilon$  untuk deformasi yang kecil didefinisikan sebagai  $e = \mathbf{u}_{i,i}$  ( $i = x, y, z$ ) dan  $\varepsilon = \mathbf{U}_{i,i}$  ( $i = x, y, z$ ). Di sini,  $\mathbf{u}_i$  ( $i = x, y, z$ ) adalah komponen dari  $\mathbf{u}$  dan  $\mathbf{U}_i$  ( $i = x, y, z$ ) adalah komponen dari  $\mathbf{U}$ . Laplacian adalah  $\nabla^2$  dan  $\nabla$  merupakan gradien. Kuantitas  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{12}$  dan  $\rho_{22}$  adalah densitas massa semu yang memperhitungkan kenyataan bahwa aliran fluida melalui pori-pori relatif tidak seragam. Massa  $\rho_{11}$  mewakili massa efektif total dari solid yang bergerak di dalam fluida,  $\rho_{22}$  mewakili massa efektif total dari fluida, dan  $\rho_{12}$  merupakan parameter kopling massa antara fluida dan solid. Ketika tidak ada gerak relatif antara fluida dan solid skeleton maka  $\rho = \rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12}$ . Di sini  $\rho$  menunjukkan densitas massa total dari busa elastis fluida jenuh. Densitas  $\rho$  dapat dinyatakan dalam densitas massa solid ( $\rho_s$ ) dan densitas massa fluida ( $\rho_f$ ), serta porositas ( $\phi$ ) yang mana dapat ditulis sebagai  $\rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$ .

Modifikasi solusi teoritis dari kekakuan dinamik untuk masalah satu dimensi diturunkan dari persamaan poroelastik Biot di atas terkait tegangan dilatasi solid skeleton dan fluida. Dengan memisalkan  $\nabla^2 = \nabla$  dan setelah memisahkan komponen dilatasi solid skeleton dan dilatasi fluida maka dari persamaan (1) dan (2) diperoleh persamaan dinamik berikut (Tsay dan Yeh, 2005) :

$$\left(P\nabla^2 - \rho_{11}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b\frac{\partial}{\partial t}\right)e + \left(Q\nabla^2 - \rho_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + b\frac{\partial}{\partial t}\right)\varepsilon = 0 \quad (3)$$

$$\left(Q\nabla^2 - \rho_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + b\frac{\partial}{\partial t}\right)e + \left(R\nabla^2 - \rho_{22}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b\frac{\partial}{\partial t}\right)\varepsilon = 0 \quad (4)$$

dengan  $P = A + 2N$ .

Dengan mengeliminasi  $\varepsilon$  dalam persamaan (3) dan (4) diperoleh:

$$\left[\left(P\nabla^2 - \rho_{11}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(R\nabla^2 - \rho_{22}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b\frac{\partial}{\partial t}\right) - \left(Q\nabla^2 - \rho_{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + b\frac{\partial}{\partial t}\right)^2\right]e = 0$$

$$\left[\left(PR - Q^2\right)\nabla^4 - \left((P + R + 2Q)b\frac{\partial}{\partial t} + (P\rho_{22} + R\rho_{11} - 2Q\rho_{12})\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\nabla^2 + (\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2)\frac{\partial^4}{\partial t^4} + (\rho_{11} + b\rho_{22} + 2\rho_{12})b\frac{\partial^3}{\partial t^3}\right]e = 0$$

$$\left[ \beta_1 \nabla^4 - \left( \beta_2 \frac{\partial}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \nabla^2 + \left( \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} + b\rho \right) \frac{\partial^3}{\partial t^3} \right] e = 0 \quad (5)$$

dengan

$$\begin{aligned} \beta_1 &= PR - Q^2 \\ \beta_2 &= (P + R + 2Q)b \\ \alpha_1 &= P\rho_{22} + R\rho_{11} - 2Q\rho_{12} \\ \rho_0 &= \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2 \\ \rho &= \rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12} \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, ketika eliminasi  $e$  dalam persamaan (3) dan (4) diperoleh:

$$\left[ \beta_1 \nabla^4 - \left( \beta_2 \frac{\partial}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \nabla^2 + \left( \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} + b\rho \right) \frac{\partial^3}{\partial t^3} \right] \varepsilon = 0 \quad (6)$$

Karena busa poliuretan yang dipertimbangkan dalam penelitian ini diasumsikan *deformed* dari posisi awalnya yang *un-deformed* maka kondisi awal adalah  $\mathbf{u} = 0$ ,  $\mathbf{U} = 0$ ,  $\dot{\mathbf{u}} = 0$  dan  $\dot{\mathbf{U}} = 0$  pada saat  $t = 0$ . Di sini,  $\dot{\mathbf{u}}$  dan  $\dot{\mathbf{U}}$  merupakan velositas solid skeleton dan fluida. Transformasi Laplace dari persamaan diferensial (5) dan (6) kemudian dengan menggunakan kondisi awal yang didefinisikan maka persamaan bi-harmonik untuk tegangan solid dan fluida sebagai berikut.

$$[\bar{\beta}_1 \nabla^4 - (\bar{\beta}_2 s + \bar{\alpha}_1 s^2) \nabla^2 + (\bar{\rho}_0 s + \bar{b}\bar{\rho}) s^3] \bar{e} = 0 \quad (7)$$

$$[\bar{\beta}_1 \nabla^4 - (\bar{\beta}_2 s + \bar{\alpha}_1 s^2) \nabla^2 + (\bar{\rho}_0 s + \bar{b}\bar{\rho}) s^3] \bar{\varepsilon} = 0 \quad (8)$$

Dengan memisalkan

$$\delta_1^2 \delta_2^2 = \frac{(\bar{\rho}_0 s + \bar{b}\bar{\rho}) s^3}{\bar{\beta}_1} \quad (9)$$

$$\delta_1^2 + \delta_2^2 = \frac{\bar{\beta}_2 s + \bar{\alpha}_1 s^2}{\bar{\beta}_1} \quad (10)$$

maka persamaan (7) dapat ditulis sebagai perkalian dua persamaan Helmholtz yang dimodifikasi:

$$(\nabla^2 - \delta_1^2)(\nabla^2 - \delta_2^2) \bar{e} = 0 \quad (11)$$

Dari kedua persamaan di atas,

$$\begin{aligned} \delta_1^2 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\bar{\beta}_2 s + \bar{\alpha}_1 s^2}{\bar{\beta}_1} \pm \sqrt{\left( \frac{\bar{\beta}_2 s + \bar{\alpha}_1 s^2}{\bar{\beta}_1} \right)^2 - 4 \frac{(\bar{\rho}_0 s + \bar{b}\bar{\rho}) s^3}{\bar{\beta}_1}} \right] \\ \delta_2^2 &= \frac{s}{2\bar{\beta}_1} \left[ (\bar{\beta}_2 + \bar{\alpha}_1 s) \pm \sqrt{(\bar{\beta}_2 + \bar{\alpha}_1 s)^2 - 4\bar{\beta}_1 s(\bar{\rho}_0 s + \bar{b}\bar{\rho})} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Dengan memisalkan

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \bar{\beta}_2 + \bar{\alpha}_1 s, & \chi_3 &= (\chi_1)^2 - 4\bar{\beta}_1 s(\chi_2), & \chi_5 &= \chi_1 - \sqrt{\chi_3} \\ \chi_2 &= \bar{\rho}_0 s + \bar{b}\bar{\rho}, & \chi_4 &= \chi_1 + \sqrt{\chi_3} \end{aligned}$$

dan dengan menerapkan persamaan (11) dan (12) maka jumlah gelombang dilatasi  $\delta_1$  dan  $\delta_2$  dapat dinyatakan sebagai:

$$\delta_1 = \pm \sqrt{\frac{s\chi_4}{2\bar{\beta}_1}}, \quad \delta_2 = \pm s \sqrt{\frac{2\chi_2}{\chi_4}} \quad (13)$$

atau

$$\delta_1 = \pm \sqrt{\frac{s\chi_5}{2\bar{\beta}_1}}, \quad \delta_2 = \pm s \sqrt{\frac{2\chi_2}{\chi_5}} \quad (14)$$

Tegangan dilatasi solid skeleton  $\bar{e}$  dapat diperoleh dengan superposisi dari solusi yang diperoleh untuk setiap operator dalam persamaan (7) dalam bentuk  $\bar{e} = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$ , dengan solusi untuk  $\bar{e}_1$  dan  $\bar{e}_2$  diperoleh dari persamaan (15) dan (16) berikut.

$$(\nabla^2 - \delta_1^2) \bar{e}_1 = 0 \quad (15)$$

$$(\nabla^2 - \delta_2^2) \bar{e}_2 = 0 \quad (16)$$

Dalam koordinat Cartesian, koordinat yang digunakan dalam kuantitatif ketebalan busa seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 1 ditandai sebagai  $z$ . Oleh karena itu  $\nabla^2$  didefinisikan sebagai  $\partial^2/\partial z^2$ , dan solusi dari persamaan (15) dan (16) menjadi:

$$\begin{aligned}\bar{e}_1 &= A_1 \exp(\delta_1 z) + A_2 \exp(-\delta_1 z) \\ \bar{e}_2 &= A_3 \exp(\delta_2 z) + A_4 \exp(-\delta_2 z)\end{aligned}$$

Jadi, solusi untuk  $\bar{e}$  dapat ditulis sebagai:

$$\bar{e} = A_1 \exp(\delta_1 z) + A_2 \exp(-\delta_1 z) + A_3 \exp(\delta_2 z) + A_4 \exp(-\delta_2 z) \quad (17)$$

dengan  $A_i (i = 1 - 4)$  adalah konstanta. Dengan prosedur yang sama, solusi persamaan (8) menjadi

$$\bar{\varepsilon} = B_1 \exp(\delta_1 z) + B_2 \exp(-\delta_1 z) + B_3 \exp(\delta_2 z) + B_4 \exp(-\delta_2 z) \quad (18)$$

dengan  $B_i (i = 1 - 4)$  adalah konstanta.

Hubungan antara  $A_i (i = 1 - 4)$  dan  $B_i (i = 1 - 4)$  dapat ditentukan dengan mensubstitusikan persamaan (17) dan (18) ke dalam transformasi Laplace persamaan (3), yakni

$$\begin{aligned}(\bar{P}\nabla^2 - \bar{\rho}_{11}s^2 - \bar{b}s)(A_1 \exp(\delta_1 z) + A_2 \exp(-\delta_1 z) + A_3 \exp(\delta_2 z) + A_4 \exp(-\delta_2 z)) \\ = (-\bar{Q}\nabla^2 + \bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)(B_1 \exp(\delta_1 z) + B_2 \exp(-\delta_1 z) + B_3 \exp(\delta_2 z) + B_4 \exp(-\delta_2 z))\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh  $B_i = C_i A_i (i = 1 - 4)$  dengan,

$$C_1 = C_2 = \frac{\bar{P}\delta_1^2 - \bar{\rho}_{11}s^2 - \bar{b}s}{-\bar{Q}\delta_1^2 + \bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s} \quad \text{dan} \quad C_3 = C_4 = \frac{\bar{P}\delta_2^2 - \bar{\rho}_{11}s^2 - \bar{b}s}{-\bar{Q}\delta_2^2 + \bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s}$$

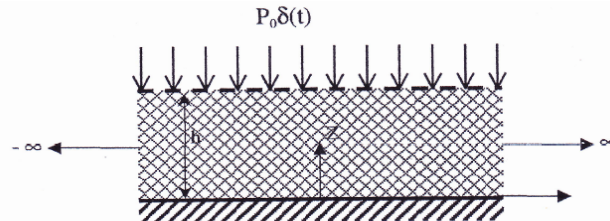
Oleh karena itu,  $\bar{\varepsilon}$  dalam persamaan (18) sekarang dapat ditulis ulang sebagai

$$\bar{\varepsilon} = C_1 A_1 \exp(\delta_1 z) + C_2 A_2 \exp(-\delta_1 z) + C_3 A_3 \exp(\delta_2 z) + C_4 A_4 \exp(-\delta_2 z) \quad (19)$$

Untuk masalah satu-dimensi dalam koordinat Cartesian, persamaan (1) dan (2) setelah ditransformasi laplace dapat ditulis ulang sebagai:

$$\bar{P} \frac{d\bar{e}}{dz} + \bar{Q} \frac{d\bar{\varepsilon}}{dz} = \bar{\rho}_{11}s^2 \bar{u} + \bar{\rho}_{12}s^2 \bar{U} + \bar{b}s(\bar{u} - \bar{U}) \quad (20)$$

$$\bar{Q} \frac{d\bar{e}}{dz} + \bar{R} \frac{d\bar{\varepsilon}}{dz} = \bar{\rho}_{12}s^2 \bar{u} + \bar{\rho}_{22}s^2 \bar{U} - \bar{b}s(\bar{u} - \bar{U}) \quad (21)$$



**Gambar 1.** Busa dengan permukaan atas permeabel dikenakan suatu tekanan bunyi impulsif

Dengan mengeliminasi  $\bar{U}$  dari persamaan (20) dan (21) didapat:

$$\begin{aligned}[(\bar{\rho}_{22}s^2 + \bar{b}s)\bar{P} - (\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{22}s^2 + \bar{b}s)\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)\bar{R}] \frac{d\bar{\varepsilon}}{dz} \\ = [(\bar{\rho}_{22}s^2 + \bar{b}s)(\bar{\rho}_{11}s^2 + \bar{b}s) - (\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)(\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)] \bar{u}\end{aligned}$$

Jika setiap ruas dikali dengan  $(1/s)$  dan kemudian diselesaikan maka

$$\begin{aligned}[(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{P} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{R}] \frac{d\bar{\varepsilon}}{dz} \\ = [(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b}) - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})(\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})] s \bar{u}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{P} - (\bar{C}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{R}] \frac{d\bar{\varepsilon}}{dz} \\ = [(\bar{\rho}_{11}\bar{\rho}_{22} - \bar{\rho}_{12}^2)s^2 + (\bar{\rho}_{11} + \bar{\rho}_{22} + 2\bar{\rho}_{12})\bar{b}s] s \bar{u}\end{aligned}$$

$$[(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{P} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{R}] \frac{d\bar{\varepsilon}}{dz} = [\bar{\rho}_0 s + \bar{b}\bar{\rho}] s^2 \bar{u}$$

Sehingga diperoleh bahwa:

$$\bar{u} = \frac{(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{P} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}}{(\bar{\rho}_0s + \bar{b}\bar{\rho})s^2} \frac{d\bar{e}}{dz} + \frac{(\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{R}}{(\bar{\rho}_0s + \bar{b}\bar{\rho})s^2} \frac{d\bar{e}}{dz} \quad (22)$$

Selanjutnya, dengan mengeliminasi  $\bar{u}$  dari persamaan (20) dan (21) didapat:

$$\begin{aligned} & [(\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)\bar{P} - (\bar{\rho}_{11}s^2 + \bar{b}s)\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)\bar{Q} - (\bar{\rho}_{11}s^2 + \bar{b}s)\bar{R}] \frac{d\bar{e}}{dz} \\ & = [(\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s)(\bar{\rho}_{12}s^2 - \bar{b}s) - (\bar{\rho}_{11}s^2 + \bar{b}s)(\bar{\rho}_{22}s^2 + \bar{b}s)]\bar{U} \end{aligned}$$

Jika setiap ruas dikali dengan  $(-1/s)$  dan diselesaikan maka

$$\begin{aligned} & [(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{P}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{R} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} \\ & = [(\bar{\rho}_{11} + \bar{b})(\bar{\rho}_{22} + \bar{b}) - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})(\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})]s\bar{U} \\ & [(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{P}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{R} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} \\ & = [(\bar{\rho}_{11}\bar{\rho}_{22} - \bar{\rho}_{12}^2)s^2 + (\bar{\rho}_{11} + \bar{\rho}_{22} + 2\bar{\rho}_{12})\bar{b}s]s\bar{U} \\ & [(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{P}] \frac{d\bar{e}}{dz} + [(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{R} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}] \frac{d\bar{e}}{dz} = [\bar{\rho}_0s + \bar{b}\bar{\rho}]s^2\bar{U} \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh bahwa:

$$\bar{U} = \frac{(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{P}}{(\bar{\rho}_0s + \bar{b}\bar{\rho})s^2} \frac{d\bar{e}}{dz} + \frac{(\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{R} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q}}{(\bar{\rho}_0s + \bar{b}\bar{\rho})s^2} \frac{d\bar{e}}{dz} \quad (23)$$

Dengan memisalkan

$$\begin{aligned} \Delta & = (\bar{\rho}_0s + \bar{b}\bar{\rho})s^2 \\ \Delta_1 & = (\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{P} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q} \quad , \quad \Delta_3 = (\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{P} \\ \Delta_2 & = (\bar{\rho}_{22}s + \bar{b})\bar{Q} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{R} \quad , \quad \Delta_4 = (\bar{\rho}_{11}s + \bar{b})\bar{R} - (\bar{\rho}_{12}s - \bar{b})\bar{Q} \end{aligned}$$

maka persamaan (22) dan (23) secara ringkas dapat ditulis ulang sebagai:

$$\bar{u} = \frac{\Delta_1}{\Delta} \frac{d\bar{e}}{dz} + \frac{\Delta_2}{\Delta} \frac{d\bar{e}}{dz} \quad (24)$$

$$\bar{U} = \frac{\Delta_3}{\Delta} \frac{d\bar{e}}{dz} + \frac{\Delta_4}{\Delta} \frac{d\bar{e}}{dz} \quad (25)$$

Setelah mensubstitusikan persamaan (17) dan persamaan (19) ke dalam persamaan (24) diperoleh

$$\begin{aligned} \bar{u} & = \frac{\Delta_1}{\Delta} [\delta_1 A_1 \exp(\delta_1 z) - \delta_1 A_2 \exp(-\delta_1 z) + \delta_2 A_3 \exp(\delta_2 z) - \delta_2 A_4 \exp(-\delta_2 z)] \\ & + \frac{\Delta_2}{\Delta} [C_1 A_1 \exp(\delta_1 z) - \delta_1 C_2 A_2 \exp(-\delta_1 z) + \delta_2 C_3 A_3 \exp(\delta_2 z) - \delta_2 C_4 A_4 \exp(-\delta_2 z)] \end{aligned}$$

atau

$$\bar{u} = \Delta_{11} \delta_1 [A_1 \exp(\delta_1 z) - A_2 \exp(-\delta_1 z)] + \Delta_{13} \delta_2 [A_3 \exp(\delta_2 z) - A_4 \exp(-\delta_2 z)] \quad (26)$$

dengan

$$\Delta_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} + \frac{\Delta_2 C_1}{\Delta} \quad , \quad \Delta_{13} = \frac{\Delta_1}{\Delta} + \frac{\Delta_2 C_3}{\Delta}$$

Dengan cara yang sama, setelah mensubstitusikan persamaan (17) dan persamaan (19) ke dalam persamaan (25) diperoleh

$$\bar{U} = \Delta_{11} \delta_1 [A_1 \exp(\delta_1 z) - A_2 \exp(-\delta_1 z)] + \Delta_{13} \delta_2 [A_3 \exp(\delta_2 z) - A_4 \exp(-\delta_2 z)] \quad (27)$$

untuk

$$\Delta_{31} = \frac{\Delta_3}{\Delta} + \frac{\Delta_4 C_1}{\Delta} \quad , \quad \Delta_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} + \frac{\Delta_4 C_3}{\Delta}$$

Berikutnya, dengan definisi tekanan solid skeleton dan fluida dalam koordinat Cartesian dan dengan hasil tegangan solid skeleton dan fluida, tekanan solid skeleton dan fluida yang di-transformasi Laplace lebih disederhanakan sebagai:

$$\bar{\sigma}_s = (\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1)[A_1 \exp(\delta_1 z) + A_2 \exp(-\delta_1 z)] + (\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3)[A_3 \exp(\delta_2 z) + A_4 \exp(-\delta_2 z)] \quad (28)$$

$$\bar{\sigma}_f = (\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1)[A_1 \exp(\delta_1 z) + A_2 \exp(-\delta_1 z)] + (\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3)[A_3 \exp(\delta_2 z) + A_4 \exp(-\delta_2 z)] \quad (29)$$

Suatu busa poliuretan dengan ketebalan  $h$  dan permukaan atas permeabel dikenakan suatu eksitasi tekanan bunyi impulsif  $p_0\delta(t)$  seperti ditunjukkan dalam Gambar 1. Jika bagian atas permukaan busa tersebut permeabel dengan  $z = h$ , muatan tekanan (*pressure loading*) dibagi oleh solid skeleton dan fluida dari busa tergantung pada porositas sebagai (Tsay dan Yeh, 2005):

$$\bar{\sigma}_s = -(1 - \phi)p_0 \quad (30)$$

$$\bar{\sigma}_f = -\phi p_0 \quad (31)$$

Permukaan bawah dianggap tetap pada suatu bidang kaku dan impermeabel. Oleh karena itu, perpindahan solid skeleton dan fluida harus nol. Setelah menggunakan kondisi batas pada  $z = 0$ , yakni  $\bar{u} = 0$  dan  $\bar{U} = 0$  diperoleh bahwa  $A_1 = A_2$  dan  $A_3 = A_4$ . Kemudian dengan kondisi batas  $z = h$ , yakni persamaan (30) dan (31) juga karena telah diketahui bahwa  $A_1 = A_2$  dan  $A_3 = A_4$ , maka dari persamaan (28) dan (29) diperoleh:

$$(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1) \cosh(\delta_1 h) A_1 + (\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3) \cosh(\delta_2 h) A_3 = \frac{-(1 - \phi)p_0}{2} \quad (32)$$

$$(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1) \cosh(\delta_1 h) A_1 + (\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3) \cosh(\delta_2 h) A_3 = \frac{-\phi p_0}{2} \quad (33)$$

Dengan mengeliminasi  $A_3$  dari persamaan (32) dan (33) diperoleh:

$$\begin{aligned} & [(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3) - (\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1)(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3)] A_1 \cosh(\delta_1 h) \cosh(\delta_2 h) \\ & = \frac{1}{2} [-(1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3) + \phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3)] p_0 \cosh(\delta_2 h) \end{aligned}$$

Sehingga

$$A_1 = \frac{-p_0 [(1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3) - \phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3)]}{2(\bar{P}\bar{R} - \bar{Q}^2)(\bar{C}_3 - \bar{C}_1) \cosh(\delta_1 h)} \quad (34)$$

Selanjutnya, dengan mengeliminasi  $A_1$  dari persamaan (32) dan (32) diperoleh:

$$\begin{aligned} & [(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1)(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3) - (\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3)] A_3 \cosh(\delta_1 h) \cosh(\delta_2 h) \\ & = \frac{1}{2} [-(1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1) + \phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1)] p_0 \cosh(\delta_2 h) \end{aligned}$$

Sehingga

$$A_3 = \frac{-[\phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1) - (1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1)] p_0}{2(\bar{P}\bar{R} - \bar{Q}^2)(\bar{C}_3 - \bar{C}_1) \cosh(\delta_1 h)} \quad (35)$$

Dengan mensubstitusikan  $A_1$  dan  $A_3$  ke fungsi perpindahan persamaan (26) dan (27) diperoleh hasil untuk  $\bar{u}$  dan  $\bar{U}$  pada  $z = h$  sebagai:

$$\begin{aligned} \bar{u}|_{z=h} &= \Delta_{11} \delta_1 [2A_1 \sinh(\delta_1 h)] + \Delta_{13} \delta_2 [2A_3 \sinh(\delta_2 h)] \\ \bar{u}|_{z=h} &= \frac{-p_0 \left\{ \begin{aligned} & \Delta_{11} \delta_1 [(1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3) - \phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3)] \tanh(\delta_1 h) \\ & + \Delta_{13} \delta_2 [\phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1) - (1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1)] \tanh(\delta_2 h) \end{aligned} \right\}}{(\bar{P}\bar{R} - \bar{Q}^2)(\bar{C}_3 - \bar{C}_1)} \quad (36) \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} \bar{U}|_{z=h} &= \Delta_{31} \delta_1 [2A_1 \sinh(\delta_1 h)] + \Delta_{33} \delta_2 [2A_3 \sinh(\delta_2 h)] \\ \bar{U}|_{z=h} &= \frac{-p_0 \left\{ \begin{aligned} & \Delta_{31} \delta_1 [(1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_3) - \phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_3)] \tanh(\delta_1 h) \\ & + \Delta_{33} \delta_2 [\phi(\bar{P} + \bar{Q}\bar{C}_1) - (1 - \phi)(\bar{Q} + \bar{R}\bar{C}_1)] \tanh(\delta_2 h) \end{aligned} \right\}}{(\bar{P}\bar{R} - \bar{Q}^2)(\bar{C}_3 - \bar{C}_1)} \quad (37) \end{aligned}$$

Menggunakan hasil perpindahan di atas, kekakuan dinamik yang di-transformasi Laplace ( $\bar{K}$ ) pada permukaan busa poliuretan dengan permukaan atas permeabel dirumuskan sebagai:

$$\bar{K}(s) = \frac{-p_0}{(1-\phi)\bar{u}|_{z=h} + \phi\bar{U}|_{z=h}} = \frac{(\bar{P}\bar{R} - \bar{Q}^2)(C_3 - C_1)}{\left\{ [(1-\phi)\Delta_{11} + \phi\Delta_{31}][ (1-\phi)(\bar{Q} + \bar{R}C_3) - \phi(\bar{P} + \bar{Q}C_3) ]\delta_1 \tanh(\delta_1 h) \right\} + \left\{ [(1-\phi)\Delta_{13} + \phi\Delta_{33}][ \phi(\bar{P} + \bar{Q}C_1) - (1-\phi)(\bar{Q} + \bar{R}C_1) ]\delta_2 \tanh(\delta_2 h) \right\}} \quad (38)$$

Kualitas dari bahan peredam suara ditunjukkan dengan harga koefisien absorpsi ( $A_0$ ). Nilai  $A_0$  berkisar dari 0 sampai 1. Jika  $A_0$  bernilai 0, artinya tidak ada bunyi yang diserap. Sedangkan jika  $A_0$  bernilai 1, artinya 100% bunyi yang datang diserap oleh material.

Setelah kekakuan dinamik dihitung maka impedansi akustik permukaan  $\bar{Z}$ , koefisien refleksi  $R_0$ , dan koefisien absorpsi bunyi  $A_0$  dapat diperoleh sesuai dengan rumusan yang didefinisikan sebagai

$$\bar{Z}(s) = \frac{-p_0}{(1-\phi)s\bar{u} + \phi s\bar{U}} = \frac{\bar{K}(s)}{s} \quad (39)$$

$$R_0 = \frac{\bar{Z} - Z_{udara}}{\bar{Z} + Z_{udara}} = \frac{\bar{K}(s)/s - Z_{udara}}{\bar{K}(s)/s + Z_{udara}} \quad (40)$$

$$A_0 = 1 - |R_0|^2 \quad (41)$$

dengan  $Z_{udara}$  adalah impedansi karakteristik udara. Fungsi respon frekuensi  $K$ ,  $Z$ ,  $R_0$ , dan  $A_0$  dapat diperoleh dengan mengganti parameter transformasi Laplace  $s$  dengan  $i\omega$ , dimana  $\omega$  adalah frekuensi radial.

### Sifat Material dari Busa Poliuretan Sel Terbuka

Untuk prediksi fungsi respon frekuensi, maka konstanta elastis  $N$ ,  $A$ ,  $Q$ ,  $R$ ; koefisien disipasi  $b$  dan densitas massa semu  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{12}$ ,  $\rho_{22}$  dapat dihubungkan dengan sifat material dari busa poliuretan sel terbuka, yaitu porositas  $\phi$ , tortuositas  $\alpha$ , faktor koreksi bentuk penampang pori  $c$ , dan resistivitas arus searah (*DC flow resistivity*)  $\sigma_0$ . Sifat material secara khusus dari busa poliuretan sel terbuka dibahas secara rinci sebagai berikut:

Porositas adalah perbandingan volume fluida  $V_f$  dalam pori-pori yang saling berhubungan dengan volume total busa  $V_T$ . Porositas dapat diestimasi dari persamaan  $\phi = 1 - (\rho_s/\rho_m)$ , dengan  $\rho_s$  adalah densitas medium berpori sedangkan  $\rho_m$  merupakan densitas bahan baku. Diasumsikan bahwa densitas poliuretan adalah  $1200 \text{ kg m}^{-3}$  (Kino dkk, 2012).

Sampel	Busa Poliuretan 1	Busa Poliuretan 2	Busa Poliuretan 3	Busa Poliuretan 4
Sifat material				
Porositas* $\phi$	0,97	0,97	0,97	0,97
Tortuositas* $\alpha_\infty$	1,0	1,0	1,0	1,0
Modulus geser* $N(N.m^{-2})$	175(1+0.2i)	175(1+0.2i)	175(1+0.2i)	175(1+0.2i)
resistivitas alir* $\sigma_0(Ns.m^{-4})$	6700	6700	6700	6700
Koefisien Poisson $\nu$	0.35	0.35	0.35	0.35
Densitas $\rho_s(kg.m^{-3})$	40	40	40	40
Ketebalan $h(m)$	0,0095	0,012	0,015	0,0175
Faktor koreksi $c$	1,0	1,0	1,0	1,0

**Tabel 1.** Hasil pengukuran dan estimasi\* sifat material dari masing-masing sampel busa poliuretan.

Turtuositas  $\alpha$  umumnya digunakan untuk menggambarkan difusi dalam media berpori. Jika tidak ada data yang tersedia yang dapat dipercaya maka dapat diasumsikan bahwa  $\alpha_\infty$  bernilai 1. Densitas massa semu kopling ( $\rho_{12}$ ) dapat direpresentasikan sebagai  $\rho_{12} = -\phi\rho_f(\alpha_\infty - 1)$ . Sedangkan densitas massa efektif total untuk solid ( $\rho_{11}$ ) dan densitas massa efektif untuk fluida ( $\rho_{22}$ ), masing-masing didefinisikan sebagai  $\rho_{11} = (1 - \phi)\rho_s - \rho_{12}$  dan  $\rho_{22} = \phi\rho_f - \rho_{12}$ .

Menurut teori Biot dalam (Allarad dan Atalla, 2009), modulus bulk udara (fluida)  $K_f$  dalam pori-pori busa poliuretan dapat ditulis sebagai:

$$K_f = \frac{p_{amb} \gamma}{\gamma - (\gamma - 1)F(B^2\omega)} \tag{42}$$

dengan

$$F(B^2\omega) = \left[ 1 + \frac{\sigma_0\phi}{iB^2\omega\rho_f} G_c(Bm) \right]^{-1} \tag{43}$$

$$G_c(m) = \frac{-m}{4} \sqrt{-i} \frac{J_1(m\sqrt{-i})}{J_0(m\sqrt{-i})} / \left[ 1 - \frac{2}{n\sqrt{-i}} \frac{J_1(m\sqrt{-i})}{J_0(m\sqrt{-i})} \right] \tag{44}$$

Parameter  $m$  dalam persamaan (43) adalah  $m = c \left( \frac{8\omega\alpha_\infty\rho_f}{\sigma_0\phi} \right)^{1/2}$ . Koefisien  $p_{amb}$  adalah tekanan ambient rata-rata,  $B$  adalah akar kuadrat dari bilangan Prandtl, dan  $\gamma = c_p/c_v$  dimana  $c_v$  dan  $c_p$  masing-masing merupakan panas spesifik per satuan massa pada volume dan tekanan konstan. Sedangkan  $J_0$  dan  $J_1$  adalah fungsi Bessel jenis pertama orde nol dan satu. Karena faktor koreksi penampang melintang dari busa berbentuk lingkaran ( $c = 1$ ), tortuositas yang dipertimbangkan ( $\alpha_\infty = 1$ ) maka modulus bulk udara dalam persamaan (42) dapat dirumuskan kembali sebagai:

$$K_f = \frac{p_{amb} \gamma}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 - \frac{2}{Bm_{r_0}} \frac{J_1(Bm_{r_0})}{J_0(Bm_{r_0})} \right]} \tag{45}$$

dengan  $m_{r_0} = c \left( \frac{-8i\omega\alpha_\infty\rho_f}{\sigma_0\phi} \right)^{1/2}$

Dalam arus DC ( $\omega = 0$ ), resistivitas alir  $\sigma_0 = (8c\mu\alpha_\infty)/\phi r_0^2$  dengan  $\mu$  merupakan viskositas fluida (udara),  $r_0$  adalah radius pori-pori, dan  $c$  adalah faktor koreksi penampang melingkar. Sebagai perbandingan, koefisien disipasi ( $b$ ) didefinisikan sebagai:

$$b = \frac{-\sigma_0}{4} \phi^2 \left\{ \frac{[m_{r_0}J_1(m_{r_0})]/J_0(m_{r_0})}{1 - [2J_1(m_{r_0})]/[m_{r_0}J_0(m_{r_0})]} \right\} \tag{46}$$

Untuk koefisien elastis  $P$ ,  $N$ ,  $Q$ , dan  $R$  dapat ditentukan oleh kombinasi porositas  $\phi$ , modulus geser dari solid skeleton  $N$ , modulus bulk dari solid skeleton  $K_b$ , modulus bulk dari solid elastis  $K_s$  dan modulus bulk dari fluida  $K_f$ , yang secara sederhana ditulis sebagai (Allarad dan Atalla, 2009):

$$P = \frac{(1 - \phi)^2}{\phi} K_f + K_b + \frac{4}{3} N \tag{47}$$

$$Q = (1 - \phi) K_f \tag{48}$$

$$R = \phi K_f \tag{49}$$

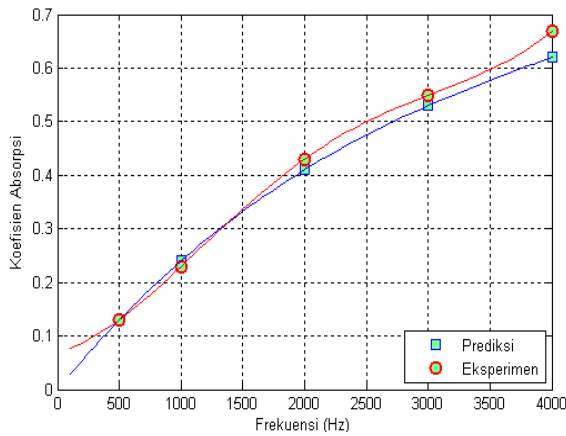
Untuk busa sel terbuka jenuh fluida (udara), parameter  $N$ ,  $K_b$ , dan  $K_f$  adalah koefisien kompleks, dan  $K_b$  dapat dirumuskan oleh  $K_b = \frac{2N(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$  dengan  $\nu$  adalah rasio Poisson busa.

### Simulasi Numerik dan Hasil Ekperimen

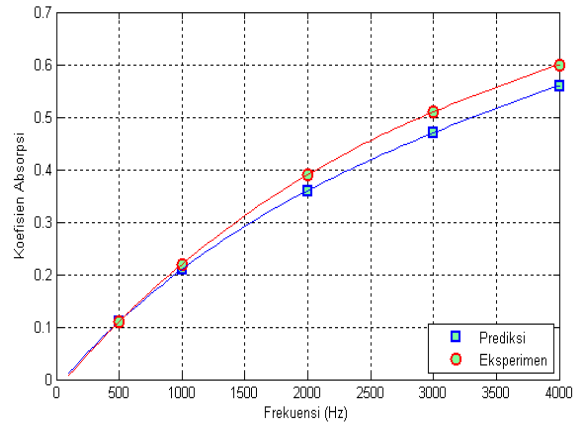
Untuk simulasi menggunakan *software* Matlab sedangkan pengukuran koefisien absorpsi secara eksperimen menggunakan tabung impedansi yang didasarkan pada metode uji ASTM E1050-98. Pengujian dilakukan pada frekuensi 500 Hz, 100 Hz, 2000 Hz, 3000 Hz, dan 4000 Hz.

Gambar 2 - 5 menunjukkan grafik hasil prediksi koefisien absorpsi bunyi dari masing-masing sampel busa poliuretan dibandingkan dengan data eksperimen. Adapun sifat material dari 4 sampel busa poliuretan yang digunakan dalam penelitian ini disajikan pada Tabel 1. Hasil simulasi menunjukkan bahwa koefisien absorpsi busa poliuretan yang diprediksi hampir mendekati data eksperimen.

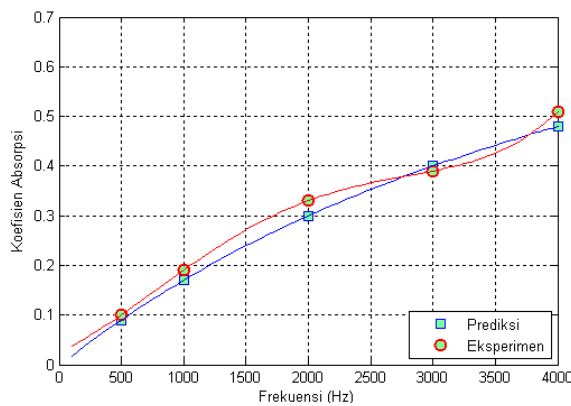




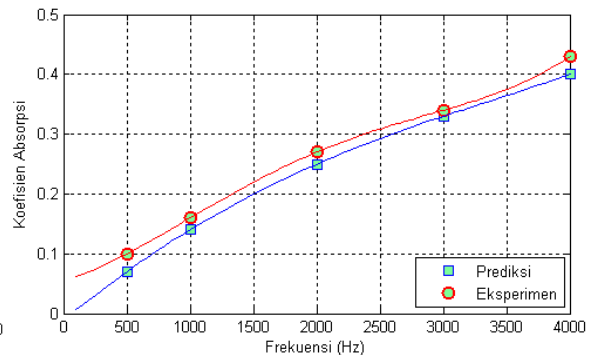
**Gambar 2.** Perbandingan hasil eksperimen dan prediksi koefisien absorpsi busa poliuretan 1.



**Gambar 3.** Perbandingan hasil eksperimen dan prediksi koefisien absorpsi busa poliuretan 2.

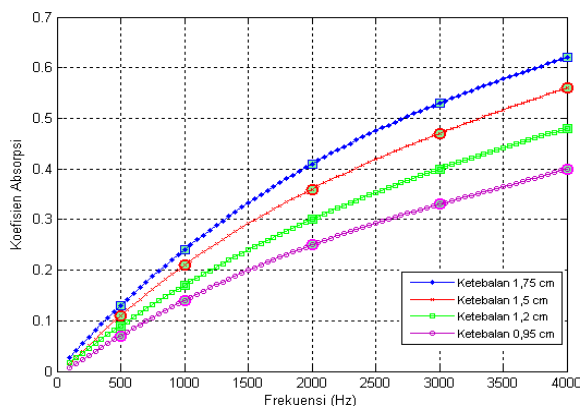


**Gambar 4.** Perbandingan hasil eksperimen dan prediksi koefisien absorpsi busa poliuretan 3.

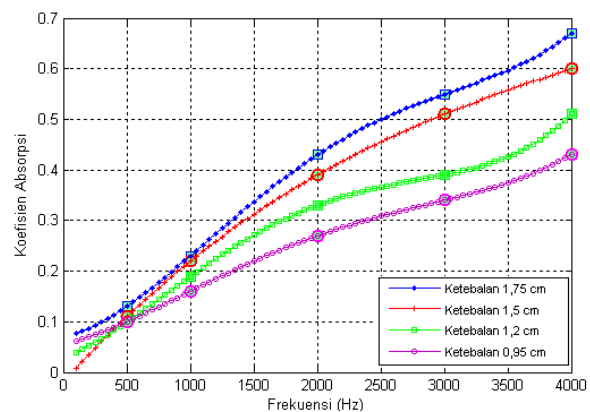


**Gambar 5.** Perbandingan hasil eksperimen dan prediksi koefisien absorpsi busa poliuretan 4.

Busa poliuretan dengan ketebalan 1,75 cm; 1,5 cm; 1,2 cm dan 0,95 cm digunakan untuk meneliti pengaruh ketebalan terhadap koefisien absorpsi busa poliuretan. Berdasarkan Gambar 6 dan 7 dapat disimpulkan bahwa perubahan ketebalan busa secara langsung akan mempengaruhi nilai koefisien absorpsi busa poliuretan. Semakin tebal busa poliuretan maka koefisien absorpsi akan semakin meningkat. Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa busa poliuretan sangat baik digunakan sebagai material akustik, yakni sebagai bahan peredam suara atau bising karena mampu menyerap bunyi terutama pada frekuensi tinggi.



**Gambar 6.** Perbandingan hasil prediksi koefisien absorpsi busa poliuretan untuk ketebalan berbeda.



**Gambar 7.** Perbandingan pengukuran koefisien absorpsi busa poliuretan untuk ketebalan berbeda.

## KESIMPULAN

Berdasarkan solusi teoritis kekakuan dinamik, hasil simulasi dan hasil eksperimen maka dapat disimpulkan bahwa solusi teoritis kekakuan dinamik cocok untuk prediksi koefisien absorpsi bunyi dari busa poliuretan. Selain itu, busa poliuretan juga sangat baik digunakan sebagai bahan peredam suara karena mampu menyerap bunyi terutama pada frekuensi tinggi. Semakin tebal busa poliuretan maka koefisien absorpsi akan semakin meningkat.

## DAFTAR PUSTAKA

- Allarad, J.F., Atalla, N. (2009), *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials, Second Editon*, John Willey & Sons, Ltd.
- Biot, M.A. (1956), "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid I. Low-frequency range, II: higher frequency range", *Journal of The Acoustical Society of America* 28 (2): 168–191.
- Harahap, R.N. (2011), <http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/24178/4/Chapter%20II.pdf>. Diakses tanggal 9 Januari 2012.
- Kino, N., Nakano, G., Suzuki, Y. (2012), "Non-acoustical and acoustical properties of reticulated and partially reticulated polyurethane foams", *Applied Acoustics* 73: 95–108
- Lee, Y., Changwhan Joo. (2003). "Sound Absorption Properties of Recycled Polyester Fibrous Assembly Absorbers", *AUTEX Research Journal*, Vol. 3, No2, . [www.autexrj.org/No2-2003/0047.pdf](http://www.autexrj.org/No2-2003/0047.pdf).
- Tsay, H.S., Yeh, F.H. (2005), "Frequency Response Function for Prediction of Planar Cellular Plastic Foam Acoustic Behavior", *Journal of Cellular plastics* 41 : 101–131.