Program Conic Invers Pada $\left(\mathbb{R}^n, \|.\|_p\right)$ dan Aplikasinya

Caturiyati[1], Ch. Rini Indrati[2], Lina Aryati[2]

[1]Mahasiswa program doktor prodi matematika FMIPA UGM

[2]Dosen jurusan matematika FMIPA UGM

Abstrak

Dualitas program linear menghasilkan algoritma yang efisien untuk menyelesaikan program linear invers. Klas khusus dari program conic mengenal dualitas yang sama dan akibatnya program invers terkait terselesaikan secara efisien.

Katakunci: optimisasi invers, program conic

1. Pendahuluan

Masalah invers telah dipelajari secara ekstensif dengan data-data geofisika. Tarantola [1987] dalam Ahuja and Orlin [2001] menggambarkan masalah invers sebagai berikut:

"*Misalkan S menyatakan sistem fisik. Diasumsikan dapat didefinisikan suatu himpunan parameter model yang menggambarkan S secara lengkap. Parameter-parameter ini tidak semuanya dapat mengukur secara langsung (sebagai contoh, radius dari pusat metal bumi). Secara operasional dapat didefinisikan beberapa parameter terobservasi yang nilai nyatanya bergantung pada nilai parameter model. Menyelesaikan masalah maju adalah memprediksi nilai parameter terobservasi, dari nilai sebarang parameter model yang diberikan. Menyelesaikan masalah invers adalah menentukan nilai parameter model dari nilai terobservasi yang diberikan dari parameter terobservasi*."

Selanjutnya Tarantola [2005] menyatakan prosedur scientifik untuk mempelajari sistem fisik dibagi menjadi tiga langkah berikut:

i. Parameterisasi sistem: menemukan himpunan minimal parameter model dengan nilainya mengkarakterkan sistem secara lengkap (dari suatu titik yang diberikan).
ii. Pemodelan maju: menemukan hukum fisik yang mengijinkan melakukan prediksi pada hasil pengukuran pada beberapa parameter terobservasi (untuk nilai parameter model diberikan).
iii. Pemodelan invers: menggunakan hasil nyata dari beberapa pengukuran parameter terobservasi untuk mendapatkan nilai nyata parameter model.

Masalah optimisasi secara umum merupakan masalah maju karena dapat mengidentifikasi nilai-nilai parameter terobservasi (variabel keputusan optimal) dengan diberikan nilai parameter model (koefisien biaya, vektor ruas kanan, dan matriks kendala). Suatu optimisasi invers memuat penentuan nilai parameter model (koefisien biaya, vektor ruas kanan, dan matriks kendala) dengan diberikan nilai parameter terobservasi (variabel keputusan optimal). Dalam beberapa tahun terakhir, terdapat ketertarikan dalam masalah optimisasi invers oleh komunitas riset operasi, dan berbagai masalah optimisasi invers dipelajari oleh para peneliti.

Ilmuwan geofisik yang pertama kali mempelajari masalah invers. Tarantola [1987] dalam Tarantola [2005] memberikan pembicaraan yang komprehensif tentang teori masalah invers dalam ilmu geofisik. Dalam komunitas program matematik, ketertarikan dalam masalah optimisasi invers dibangun oleh paper Burton and Toint [1992, 1994] yang mempelajari masalah jarak terpendek invers dikembangkan dalam tomografi seismik digunakan dalam memprediksi pergerakan gempa bumi. Dalam beberapa tahun terakhir, masalah optimisasi invers telah dipelajari agak intensif. Dalam paper Ahuja and Orlin [2001], menyajikan beberapa masalah invers. Pertama pandang masalah program linear invers dengan norma L_1 (yang meminimumkan $\sum_{j\in J} w_j|d_j - c_j|$) dan norma L_∞ (yang meminimumkan $\max_{j\in J}\{w_j|d_j - c_j|\}$). Kemudian mengkhususkan hasil ini untuk masalah berikut dan mendapatkan algoritma yang lebih cepat: Masalah jarak terpendek, masalah penugasan, masalah pemotongan minimum, dan masalah arus biaya minimum. Akhirnya, masalah optimisasi invers umum ddengan norma L_1 dan norma L_∞. Selanjutnya merujuk masalah invers dengan norma L_1 sederhana seperti masalah invers dan masalah invers dengan norma L_∞ sebagai masalah invers minimaks.

Telah ada beberapa riset pada program linear invers dan masalah arus jaringan invers dengan norma L_1. Zang dan Liu [1996] mempelajari masalah penugasan invers dan masalah arus biaya minimum; Yang, Zhang dan Ma [1997], dan Zhang dan cai [1998] mempelajari masalah pemotongan minimum invers; dan Xu dan Zhang [1995] mempelajari masalah jarak terpendek invers. Pada paper Ahuja and Orlin [2001], mengembangkan framework dengan algoritma untuk semua masalah arus network invers yang diturunkan sebagai kasus khusus, dengan algoritma yang sesuai dengan algoritma terbaik sebelumnya atau improvisasinya, dan pada waktu yang sama mendapatkan bukti sederhana. Ahuja and Orlin [2001] juga mempelajari program linear invers dan masalah arus network invers di bawah norma L_∞ yang merupakan hasil baru.

Selanjutnya Ahuja and Orlin [2001] paper risetnya mempelajari masalah pohon perentang invers (Sokkalingam, Ahuja dan Orlin [1999], Ahuja dan Orlin [1998a]) dan masalah *sorting* invers (Ahuja dan Orlin [1997]). Ahuja dan Orlin [1998b] memandang masalah arus network invers untuk kasus bobot satuan dan mengembangkan bukti kombinatorik yang tidak berbeda dengan teori program linear invers.

Sekarang perhatikan masalah optimisasi (Iyengar and Kang, 2003) berbentuk

$$\begin{aligned} &\text{meminimimalkan } f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &\text{dengan kendala } \mathbf{x} \in \mathcal{S}, \end{aligned} \tag{1}$$

dengan $\boldsymbol{\theta}$ parameter, $\mathbf{x}$ variabel keputusan, dan $\mathcal{S}$ adalah suatu himpunan fisibel. Tujuan dari masalah ini (masalah maju) adalah untuk menghitung keputusan optimal sesuai dengan estimasi parameter tak diketahui $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$.

Sedangkan masalah optimisasi invers terkait (1) adalah masalah berikut:

(a) Diberi keputusan diamati $\hat{\mathbf{x}}$, karakteristikkan himpunan $\Theta(\hat{\mathbf{x}})$ dari nilai-nilai parameter $\boldsymbol{\theta}$ dengan $\hat{\mathbf{x}}$ yang optimal, dan

(b) Jika diinginkan, menyelesaikan masalah optimisasi

$$\begin{aligned} &\text{meminimumkan } \left\|\boldsymbol{\theta} - \overline{\boldsymbol{\theta}}\right\| \\ &\text{dengan kendala } \boldsymbol{\theta} \in \Theta(\hat{\mathbf{x}}), \end{aligned} \tag{2}$$

dengan $\overline{\boldsymbol{\theta}}$ nilai parameter nominal dan $\|.\|$ adalah norma yang sesuai.

Masalah optimisasi invers setidaknya muncul pada dua konteks berbeda berikut ini:

1. Sistem identifikasi,
   andaikan gelombang seismik yang dihasilkan oleh gempa diasumsikan berjalan sepanjang jarak terpendek, kemudian mengestimasi sifat medan dari jarak gelombang seismik yang diamati dapat dirumuskan sebagai masalah optimisasi invers.
2. Pemilihan parameter $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ untuk memaksa respon yang diinginkan $\hat{\mathbf{x}}$,
   andaikan arus lalu lintas dalam suatu jaringan diasumsikan merupakan solusi masalah optimisasi dengan busur biaya sebagai parameter, maka masalah menentukan minimal biaya yang menjamin aliran yang ditentukan adalah contoh optimisasi invers.

Seperti telah disampaikan di muka masalah optimisasi invers pertama kali diformulasikan dalam konteks masalah jarak terpendek. Selanjutnya, masalah optimisasi invers terhadap beberapa masalah optimisasi kombinatorik telah dipelajari. Untuk klas ini masalah optimisasi invers fungsi tujuan $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ diberikan oleh $\boldsymbol{\theta}^T\mathbf{x}$ (yaitu linear dalam $\boldsymbol{\theta}$).

Masalah seperti ini disebut program linear invers (LP). Mengikuti dualitas LP bahwa invers LP dapat diformulasikan kembali sebagai LP dengan norma $\|.\|$ di (2) adalah norma L_1 atau norma L_∞.

Selanjutnya menurut Iyengar and Kang [2003] terdapat fakta bahwa klas yang lebih umum dari masalah-masalah sebelumnya disebut program conic memiliki teori dualitas sangat mirip dengan teori dualitas LP. Hal ini ditunjukkan dengan mengganti dualitas LP dengan dualitas conic memungkinkan untuk menarik kesimpulan bahwa program conic invers, dengan hanya fungsi tujuan tidak pasti (*uncertain*) dan gradien fungsi tujuan adalah fungsi affine dengan parameter $\boldsymbol{\theta}$, dapat dirumuskan kembali sebagai program conic dengan norma di (2) adalah norma $L_q, q \geq 1$, rasional.

Iyengar dan Kang [2003] juga menekanan masalah yang dimunculkan pada papernya tidak pada inovasi matematika, tetapi pada pemodelan masalah invers. Karena program kuadratik, program berkendala kuadratik, dan program semidefinit semua dapat diformulasikan kembali sebagai program conic dan program-program ini dapat diselesaikan secara efisien baik dalam teori dan dalam praktek, maka perluasan yang ada pada paper berakibat klas yang lebih luas dari masalah optimisasi invers dapat diselesaikan secara efisien dalam prakteknya.

Bentuk umum masalah optimisasi conic yang didefinisikan pada ruang vektor berdimensi hingga *X* dengan urutan conic adalah

$$\begin{aligned} &\text{meminimumkan } f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &\text{dengan kendala } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \succeq_C \mathbf{0} \\ &\qquad\qquad\qquad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \end{aligned} \tag{3}$$

dengan $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ variabel keputusan, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{l \times n}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^l, \boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Theta}$ parameter, dan juga himpunan $\boldsymbol{\Theta} = \mathbb{R}^p$ atau $\boldsymbol{\Theta} \subset \mathbb{R}^p$ dideskripsikan sebagai kendala conic. Untuk $\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Theta}$ tertentu, fungsi $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}): \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, diasumsikan konveks dan terdiferensial di $\mathbf{x}$, dan untuk $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ tertentu, gradien $\nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ terhadap $\mathbf{x}$ diasumsikan sebagai fungsi affine $\boldsymbol{\theta}$.

Notasi $\succcurlyeq_C$ ($\succ_C$) menotasikan urutan parsial (urutan tegas) di $\mathbb{R}^m$ dibangun oleh cone $C \subset \mathbb{R}^m$, yaitu $\mathbf{x} \succcurlyeq_C \mathbf{y}$ ($\mathbf{x} \succ_C \mathbf{y}$) jika dan hanya jika $\mathbf{x} - \mathbf{y} \in C$ ($\mathbf{x} - \mathbf{y} \in \text{int}(C)$).

Diasumsikan $C = C_1 \times C_2 \times \ldots \times C_k$, dengan setiap cone C_j bagian dari tiga klas berikut:

(i) Cone linear: $C_l = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^r | x_i \geq 0, i = 1, \dots, r\}$;

(ii) Cone urutan kedua: $C_{so} = \left\{\mathbf{x} = (x_0; \bar{\mathbf{x}}) \in \mathbb{R}^{r+1} \middle| x_0 \geq \sqrt{\bar{\mathbf{x}}^T\bar{\mathbf{x}}}\right\}$;

(iii) Cone semidefinit: $C_{sd} = \left\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{r^2} \middle| \mathrm{mat}(\mathbf{x}) \succcurlyeq \mathbf{0}\right\}$ dengan $\mathrm{mat}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{r \times r}$ dan $\mathrm{mat}(\mathbf{x})_{ij} = \mathbf{x}_{r(i-1)+j}$, dan $\mathbf{A} \succcurlyeq \mathbf{0}$ menotasikan $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$ dan semidefinit positif.

Cone dual C^* dari cone C adalah $C^* = \{\mathbf{y} | \mathbf{y}^T\mathbf{x} \geq 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^r\}$. Cone C_l, C_{so} dan C_{sd} adalah dual-sendiri (self-dual) akibatnya

$$C^* = (C_1 \times C_2 \times \dots \times C_k)^* = C_1 \times C_2 \times \dots \times C_k = C$$

yaitu C dual-sendiri.

Fungsi $\mathbf{g}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, diasumsikan terdiferensial dan konkaf terhadap urutan parsial $\succcurlyeq_C$, yaitu untuk setiap $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$, dan $\lambda \in [0,1]$,

$$\mathbf{g}(\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2) \succcurlyeq_K \lambda\mathbf{g}(\mathbf{x}_1) + (1-\lambda)\mathbf{g}(\mathbf{x}_2).$$

Dinotasikan $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), \dots, g_m(\mathbf{x})]^T$. Fungsi $\mathbf{g}$ tidak bergantung pada parameter $\boldsymbol{\theta}$. Masalah dalam bentuk (3) disebut program conic (CP).

Masalah CP mempunyai cakupan yang lebih luas dari masalah LP. Masalah CP mempunyai 3 bentuk program, yaitu:

1. Program Linear: jika C merupakan orthan nonnegatif, masalah CP berbentuk sama dengan masalah LP.
2. Program Kuadratik Conic atau Masalah Kerucut Order Kedua (SOCP): Jika C merupakan hasil kali langsung kerucut Lorentz Q^{n_i}, dengan $Q^{n_i} = \{(\mathbf{x}, t): \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R}^n: \|\mathbf{x}_i\| \leq t\}$, $C = Q^{n_1} \times Q^{n_2} \times \dots \times Q^{n_l}$. Secara matematis, bentuk masalah SOCP adalah

$$\begin{aligned} &\text{meminimumkan } f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &\text{dengan kendala } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \succeq_C \mathbf{0} \\ &\qquad\qquad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \in C, \end{aligned} \tag{3}$$

dengan $C = Q^{n_1} \times Q^{n_2} \times \dots \times Q^{n_l}$ dan $Q^{n_i} = \{(\mathbf{x}, t): \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R}^n: \|\mathbf{x}_i\| \leq t\}$.

SOCP juga dikenal dengan masalah kerucut Lorentz atau masalah kerucut es krim.

3. Program Semidefinit (SDP): Jika C merupakan hasil kali langsung (*direct product*) kerucut semidefinit S_+^n, dengan $S_+^n = \{\mathbf{A} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{x}^n\mathbf{A}\mathbf{x} \geq 0: \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n\}$, dan $\mathbf{A}$ matriks semidefinit positif. $C = S_+^{n_1} \times S_+^{n_2} \times \cdots \times S_+^{n_l}$. Secara matematis, bentuk masalah SOCP adalah

$$\begin{aligned} &\text{meminimumkan } f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &\text{dengan kendala } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \succeq_C \mathbf{0} \\ &\qquad\qquad\qquad \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \in C, \end{aligned} \tag{5}$$

dengan $C = S_+^{n_1} \times S_+^{n_2} \times \cdots \times S_+^{n_l}$ dan $S_+^n = \{\mathbf{A} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{x}^n\mathbf{A}\mathbf{x} \geq 0: \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n\}$.

Untuk masalah program conic pengembangan penelitiannya sudah sangat luas. Namun untuk program conic invers penelitian yang telah dilakukan masih terbatas, terutama dalam pengembangan matematisnya. Hal ini mengakibatkan masih mungkin sekali untuk dilakukan pengembangan matematis masalah program conic invers. Tujuannya utama pada penelitian ini adalah menunjukkan secara matematis apakah masalah CP invers (terutama SOCP dan SDP) dapat diformulasikan kembali sebagai masalah program conic (CP) sehingga dapat diselesaikan secara efisien dengan mencari algoritma penyelesaian masalah yang sesuai dan tepat. Di samping itu, masalah ini sangat mungkin untuk dikembangkan mengingat pada kenyataan yang dihadapi oleh manusia yaitu banyak sekali masalah yang tidak mungkin dapat ditentukan parameter-parameter masalah di awal, namun hanya merupakan nilai berdasarkan pengamatan atau penelitian. Dalam penelitian ini akan diselidiki apakah SOCP dan SDP sebagai suatu bentuk khusus masalah program conic akan dapat diperoleh masalah SOCP invers dan SDP invers pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan p dapat bernilai 1 atau ∞, dan $\mathbb{R}^n$ merupakan ruang Euclid. Hal ini dilakukan mengingat penggunaan dualitas sebagai alat menyelesaikan masalah program conic inversnya. Diketahui $\|\,.\,\|_p$ pada $\mathbb{R}^n$ saling ekuivalen, namun dual dari norma $\|\,.\,\|_p$ dengan $p = \infty$ belum diketahui. Namun sebelumnya perlu ditentukan rumusan masalah SOCP dan SDP pada ruang bernorma tersebut, menentukan generalisasi teorema-teorema pada program linear invers, dan menentukan metode penyelesaian yang sesuai dan tepat, serta menentukan aplikasinya.

2. Permasalahan

Pengembangan masalah program conic invers menjadi hal yang sangat menarik, dikarenakan program conic merupakan generalisasi program linear yang telah diketahui mempunyai metode-metode penyelesaian yang sangat baik, serta masalah dualitas yang menjadikan masalah program linear sangat banyak digunakan dalam aplikasi matematika. Program linear invers juga telah berkembang, yaitu menentukan nilai-nilai parameter dari variabel keputusan yang telah diketahui sehingga nilai-nilai parameter tersebut dapat mengoptimalkan tujuan. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan diselidiki:

1. Bagaimana bentuk umum masalah program conic dan program conic invers pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan $p = 1$ atau ∞?
2. Metode apa yang sesuai dan tepat untuk menyelesaikan masalah program conic invers pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan $p = 1$ atau ∞?
3. Apa kriteria yang diperlukan untuk menggeneralisasi teori-teori program linear pada masalah program conic invers?
4. Bagaimana aplikasi masalah program conic invers?

3. Batasan Penelitian

Agar permasalahan dalam penelitian ini dapat terfokus dan sesuai dengan waktu yang telah direncanakan, maka perlu dilakukan pembatasan masalah. Batasan-batasan yang diterapkan pada penelitian ini adalah:

1. Masalah program conic invers dibatasi pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan p =1 atau ∞, dan $\mathbb{R}^n$ merupakan ruang Euclid.
2. Masalah program conic dan program conic invers yang dibahas adalah SOCP, SOCP invers, SDP dan SDP invers.

4 Keaslian Penelitian

Berdasarkan kajian yang telah peneliti lakukan, sejauh ini telah banyak dibahas mengenai masalah optimisasi program konveks dan masalah optimisasi program conic, namun pembahasan masalah program konveks invers dan masalah program conic invers masih sangat terbatas. Tarantola (1987) membahas teori masalah invers dengan pendekatan ilmu fisika, namun belum membahas mengenai masalah program conic invers. Iyengar and Kang (2003) membahas masalah program conic invers dan aplikasinya, namun hanya pada pemodelannya saja untuk menerapkan pada masalah seleksi portofolio dengan norma yang diambil adalah L_q, $q \geq 1$, rasional. Ahuja and Orlin (2001) membahas mengenai optimisasi invers. Burton and Toint (1992) membahas optimisasi invers pada masalah jarak terpendek. Sokkalingan, Ahuja and Orlin (1999) membahas penyelesaian masalah pohon perentang invers melalui teknik arus network. Heuberger (2002), membahas masalah optimisasi kombinatorik invers untuk menelaah suatu masalah, metode penyelesaian dan hasil yang diperoleh. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan merupakan penelitian baru pada teori optimisasi, khususnya pada masalah program konveks, yaitu pada masalah optimisasi conic invers pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan p =1 atau ∞, dan $\mathbb{R}^n$ merupakan ruang Euclid dikhususkan pada SOCP dan SDP sebagai masalah nonlinear. Hal ini dilakukan mengingat dualitas sebagai alat untuk menyelesaikan masalah program conic invers pada $\mathbb{R}^n$ dengan norma $\|\,.\,\|_p$, p =1 atau ∞ tidak saling dual.

5. Tujuan Penelitian

Penelitian ini secara umum bertujuan untuk mengembangkan masalah program conic (SOCP dan SDP) dan program conic invers (SOCP invers dan SDP invers) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan p =1 atau ∞, dan $\mathbb{R}^n$ merupakan ruang Euclid, menentukan algoritma penyelesaiannya, teori-teori yang menyertainya serta menentukan aplikasi nya.

Untuk mencapai tujuan tersebut penelitian ini dibagi dalam dua kajian, yaitu kajian teori berkaitan pengembangan masalah program conic (SOCP dan SDP) dan program conic invers (SOCP invers dan SDP invers) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan p = 1 atau ∞, dan $\mathbb{R}^n$ merupakan ruang Euclid, dan kajian terapan berkaitan dengan implementasi hasil kajian teori untuk mendapatkan prosedur baru yang diharapkan dapat bekerja optimal untuk masalah program conic invers (SOCP invers dan SDP invers) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan p = 1 atau ∞, dan $\mathbb{R}^n$ merupakan ruang Euclid. Dengan demikian, tujuan dari penelitian ini adalah:

A. Kajian Teori

1. Menentukan rumusan umum masalah program conic (SOCP dan SDP) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan $p = 1$ atau ∞.
2. Menentukan definisi masalah program conic invers (SOCP invers dan SDP invers) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan $p = 1$ atau ∞.
3. Menentukan metode yang sesuai dan tepat untuk menyelesaikan masalah program conic invers (SOCP invers dan SDP invers) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan $p = 1$ atau ∞.
4. Menentukan kriteria yang diperlukan untuk menggeneralisasi teori-teori program linear pada masalah program conic invers (SOCP invers dan SDP invers) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \|\,.\,\|_p)$ dengan $p = 1$ atau ∞.

B. Kajian Terapan

Menentukan aplikasi masalah program conic invers (SOCP invers dan SDP invers) pada ruang bernorma $(\mathbb{R}^n, \| \, . \, \|_p)$ dengan $p = 1$ atau ∞.

6. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat, yaitu:

(1). Sebagai pengembangan ilmu matematika terapan, khususnya teori optimisasi dan program linear.

(2). Sebagai salah satu referensi bagi peminat matematika terapan untuk menerapkannya dalam berbagai disiplin ilmu atau mengembangkan penelitian lebih lanjut.

(3). Sebagai salah satu alat yang optimal untuk pengambilan keputusan berkaitan dengan penyelesaian permasalahan program conic.

Yang sudah dikerjakan:

1. Mempelajari Kekonvekskan, Ruang bernorma, Derivatif pada $\mathbb{R}^n$, pemetaan invers, optimisasi invers, Dualitas pada LP, Program Konveks, Program Conic.
2. Mendalami materi conic invers untuk menjamin kemutakhiran.

Yang sedang dikerjakan:

1. Mempelajari materi-materi dasar lain yang masih diperlukan.
2. Mengaitkan materi-materi dasar yang telah dipelajari dengan masalah yang dihadapi dalam rencana penelitian.
3. Mengupayakan lebih lanjut jaminan kemutakhiran dan keberlanjutan penelitian.

Yang akan dikerjakan dalam jangka pendek:

1. Memantapkan pra proposal untuk ujian komprehensif.
2. Menyiapkan paper publikasi awal.
3. Mencoba menjawab pertanyaan pertama pada rumusan masalah penelitian ini.

Kemajuan yang diperoleh setelah monev sebelumnya;

1. Masalah yang dihadapi sudah lebih jelas.
2. Sebagian materi dasar sudah dipelajari.

DAFTAR PUSTAKA

Ahuja, R., Magnanti, T., and Orlin, J., 1993. *Network Flows*. Prentice Hall.

Ahuja, R. and Orlin, J.B., 2001. *Inverse Optimization*. Oper. Res., 49:771-783.

Ben-Tal, A. and Nemirovski, A. 2001. *Lectures on Modern Convex Optimization.* Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, Analysis, algorithms, and engineering applications.

Boyd, S. and Vandenberghe, L. 2004. *Convex Optimization*. Cambridge University Press, New York.

Brown, D.B. 2009. *Convex Optimization: SOCP, SDP, and Some Applications.* Lecture Notes. Duke University, The Fuqua School of Business.

Burton, D. and Toint, P.L. 1992. *On an Instance of Inverse Shortest Path Problem.* Math Prog., 53: 45-61.

Burton, D. and Toint, P.L. 1994. *On the Inverse Shortest Path Algorithm for Recovering Linearly Correlated Costs.* Math Prog., 55: 1-22.

Iyengar, G. and Kang, W. 2003. *Inverse Conic Programming with Applications*. Op. Res. Lett., 33:319-330.

Sokkalingam, P.T., Ahuja, R.K. and Orlin. 1999. *Solving Inverse Spanning Tree Problem Through Network Flow Techniques.* Oper. Res., 47(2): 291-298.

Tarantola, A. 2005. *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation.* Elsevier, Amsterdam.

Zhang, J. and Cai, M. 1998. *Inverse Problem of Minimum Cuts.* Math. Methods in OR, 48: 51-58.