

ANALYSIS OF VARIANCE

Analisis Varians adalah alat statistika yang digunakan untuk menguji perbedaan mean lebih dari dua populasi. Analisis varians menggunakan distribusi F, yang mempunyai ciri-ciri:

- ✓ Merupakan distribusi jontinyu dan bentuknya condong ke kanan
- ✓ Mempunyai dua derajat bebas, yaitu derajat bebas pembilang (*numerator*), dan derajat bebas penyebut (*denominator*).
- ✓ Skala yang digunakan dinotasikan dengan skala F, dan hanya berupa skala positif.

Untuk bisa mengetahui nilai F, ada tiga informasi yang harus diketahui, yaitu:

1. derajat bebas pembilang.
2. derajat bebas penyebut
3. luas daerah (probabilitas) di sisi kanan kurva.

Karena distribusi F ini mempunyai tiga parameter, maka kita membutuhkan tempat yang sangat besar untuk membuat tabelnya. Untuk itu, kebanyakan tabel distribusi F hanya memuat beberapa probabilitas penting saja , yaitu 0.01; 0.025; 0.5; dan 0.10.

Berikut adalah kutipan tabel distribusi F:

Critical Value of F distribution for alpha 0,05

| DF Penyebut | DF Pembilang | | | | | |
|-------------|--------------|--------|--------|-------------|--------|----------|
| | 1 | 2 | 3 | 8 | 120 | ∞ |
| 1 | 161,50 | 199,50 | 215,70 | 238,90 | 253,30 | 254,30 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,37 | 19,49 | 19,50 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,60 | 9,65 | 9,66 | 9,67 |
| 14 | 4,60 | 4,55 | 4,56 | 2,70 | 4,57 | 4,58 |
| 120 | 3,92 | 3,91 | 3,92 | 3,93 | 3,94 | 3,95 |
| ∞ | 3,84 | 3,84 | 3,85 | 3,86 | 3,87 | 1,00 |

NB: untuk tabel F, satu lembar tabel memuat significance level yang sama. Kutipan tabel di atas hanya untuk significance level 0.05 saja. Apabila kita mencari significance level yang lain, maka kita harus membuka halaman lain dari tabel F.

Nilai F untuk derajat bebas pembilang 8 dan derajat bebas penyebut 14 dengan daerah di sebelah kanan kurva 0.05 adalah 2.70.

ONE-WAY ANOVA

Sebagaimana kita ketahui, bahwa untuk melakukan uji beda dua mean maka kita bisa menggunakan uji Z atau uji t. Namun untuk uji beda lebih dari dua mean, maka kita akan menggunakan uji analisis varians

Ini. Syarat untuk menggunakan uji analisis varians, sama dengan syarat yang harus ada dalam uji t, yaitu:

- ✓ Populasi-populasi tersebut masing-masing didistribusikan dengan distribusi normal.
- ✓ Populasi-populasi tersebut *diasumsikan* mempunyai varians yang sama.

Contoh:

Data berikut adalah kinerja para pegawai pelinting rokok dengan metode baru pelinting. Ujilah hipotesis bahwa mean kinerja pegawai dengan ketiga metode tersebut adalah tidak berbeda.

| | Kelas | | |
|-------|------------|------------|------------|
| | Metode A | Metode B | C Metode |
| | 86 | 90 | 82 |
| | 79 | 76 | 68 |
| | 81 | 88 | 73 |
| | 70 | 82 | 71 |
| | 84 | 89 | 81 |
| Total | 400 | 425 | 375 |
| Mean | 80 | 85 | 75 |

Langkah-langkah pengujiannya adalah:

1. Penentuan H_0 dan H_a

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

H_a : Tidak semua populasi mempunyai mean yang sama

2. Penentuan nilai kritis:

Derajat bebas pembilang adalah $k-1$, sedangkan derajat bebas penyebut dihitung dengan rumus $(n-k)$

Karena $k = 3$, dan $n = 15$, maka derajat bebas pembilang = 2, dan derajat bebas penyebut = 12.

Misalnya pengujian dilakukan dengan $\alpha = 5\%$, maka nilai $F_{5\%; (2;12)} = 3.89$.

3. Penentuan Nilai Uji.

F_{uji} diperoleh dengan rumus:

$$F = \frac{MSTR}{MSE}$$

MSTR = Mean Squared deviation among Treatment

MSE = Mean Squared deviation of Error

Cara mudah mencari nilai MSTR dan MSE adalah sebagai berikut:

| Metode | Frekuensi (x) | | | Deviasi (d) | | | d ² | | |
|-------------|---------------|-----|-----|-------------|----|----|----------------|-----|-----|
| | A | B | C | A | B | C | A | B | C |
| | 86 | 90 | 82 | 6 | 5 | 7 | 36 | 25 | 49 |
| | 79 | 76 | 68 | -1 | -9 | -7 | 1 | 81 | 49 |
| | 81 | 88 | 73 | 1 | 3 | -2 | 1 | 9 | 4 |
| | 70 | 82 | 71 | -10 | -3 | -4 | 100 | 9 | 16 |
| | 84 | 89 | 81 | 4 | 4 | 6 | 16 | 16 | 36 |
| Total | 400 | 425 | 375 | | | | 154 | 140 | 154 |
| Mean | 80 | 85 | 75 | | | | | | |
| Grand Total | 80 | | | | | | | | |

$$\begin{aligned}
 S_x^2 &= \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{K - 1} \\
 &= \frac{(80-80)^2 + (85-80)^2 + (75-80)^2}{3 - 1} \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MSTR &= n \cdot S_x^2 \\
 &= 5 \cdot 25 \\
 &= 125
 \end{aligned}$$

nb: $n = \text{anggota tiap sampel}$

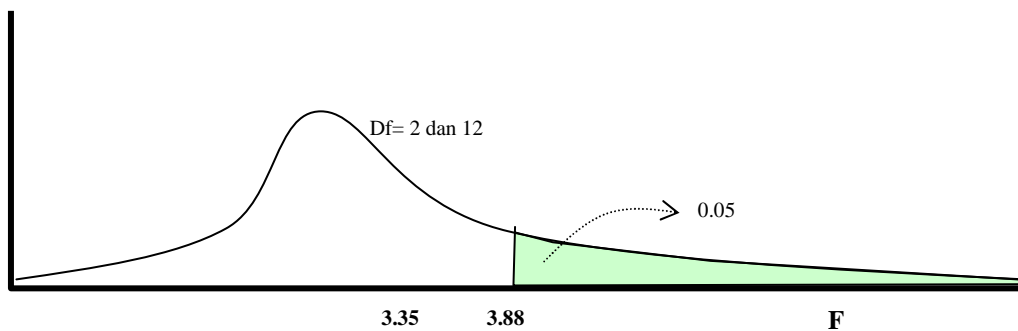
$$\begin{aligned}
 MSE &= \frac{\sum(\sum d_k^2)}{\sum n_k - k} \\
 &= \frac{154 + 140 + 154}{(5 + 5 + 5) - 3} \\
 &= 37.3
 \end{aligned}$$

Dimana $\sum n_k$ adalah jumlah semua sampel.
(=jumlah anggota sampel $n_1 + n_2 + n_3 + \dots N_k$)

$$\begin{aligned}
 F_{\text{uji}} &= \frac{\text{MSTR}}{\text{MSE}} \\
 &= \frac{125}{3705} \\
 &= 3.35
 \end{aligned}$$

4. Pengambilan Keputusan

Dapat diketahui bahwa $F_{\text{uji}} = 3.35$ lebih kecil daripada $F_{\text{tabel}} = 3.88$, sehingga H_0 diterima. Berarti bahwa ketiga populasi mempunyai mean yang sama.



TWO WAY ANOVA

Uji hipotesis mengenai perbedaan rata-rata lebih dari dua populasi dengan dua perlakuan, berarti diduga terdapat dua sumber penyebab terjadinya perbedaan rata-rata populasi tersebut.

Dua perlakuan yang digunakan dalam pengujian hipotesis dengan anova tersebut masing-masing ditempatkan pada kolom dan baris. Misalnya penelitian digunakan untuk menguji perbedaan penghasilan rata-rata per hari antara penjual donuts, telo, dan Bakpao. Diduga perbedaan penghasilan ketiganya tidak saja bersumber dari jenis profesi yang dijalani, tetapi juga dari tingkat pendidikan yang dimiliki.

Pengujian two way anova terdiri dari dua macam pengujian, yaitu 1) *two-way anova without treatment*, dan 2) *two-way anova with treatment*. Penjelasan Two Way Anova berikut tidak diuraikan secara manual, tetapi dengan bantuan program aplikasi SPSS.

TWO-WAY ANOVA WITHOUT TREATMENT

Dalam uji ini, banyaknya sampel yang digunakan masing-masing hanya satu. Pengujian ini juga disebut Randomized Block Anova. Prosedur pengujian beda penghasilan ketiga kelompok pedagang ini sama dengan prosedur sebelumnya, namun perlakuan (treatment) yang diamati ada dua macam, yaitu efek pembeda yang bersumber dari baris (profesi) dan efek pembeda yang bersumber dari kolom (pendidikan).

Perhitungan dengan komputer ditujukan semata untuk mendapatkan nilai F_{uji} , dan akan dihaikan dua macam Fuji, yaitu F_{uji} yang digunakan untuk pengujian terhadap efek pembeda yang bersumber dari perlakuan kolom (**treatment F Ratio**), dan F_{uji} yang digunakan untuk pembeda yang bersumber dari perlakuan baris (**Block F Ratio**).

Contoh:

Penelitian dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan penghasilan rata-rata antara pedagang donuts, Telo Goreng, dan Tiwul. Ada dugaan pula bahwa perbedaan penghasilan ketiga kelompok pedagang tersebut terjadi karena perbedaan latar pendidikan pedagangnya. Tiap kelompok pedagang diambil satu sampel yang berlatar pendidikan masing-masing SD, SMP, SMA, dan Diploma. Tabel berikut berisi data yang diperoleh dari observasi pada ke-15 pedagang tersebut.

| Pendidikan | rata-rata penghasilan | | |
|------------|-----------------------|------|-------|
| | Donuts | Telo | Tiwul |
| SD | 10 | 9 | 7 |
| SMP | 8 | 9 | 8 |
| SMA | 11 | 8 | 7 |
| DIPLOMA | 9 | 9 | 6 |

Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5%, ujidlah:

- 1) apakah terdapat perbedaan penghasilan rata-rata per hari ketiga pedagang tersebut yang bersumber dari perbedaan profesi
- 2) apakah terdapat perbedaan penghasilan rata-rata per hari ketiga pedagang tersebut yang bersumber dari perbedaan latar pendidikan.

Jawab:

1. Rumusan Hipotesis:

H_{01} : Tidak terdapat perbedaan penghasilan rata-rata yang bersumber dari perbedaan profesi

H_{02} : Tidak terdapat perbedaan penghasilan rata-rata yang bersumber dari perbedaan latar pendidikan

- Ha1 : Terdapat perbedaan penghasilan rata-rata yang bersumber dari perbedaan profesi
Ha2 : Terdapat perbedaan penghasilan rata-rata yang bersumber dari perbedaan Latar pendidikan

2. Nilai Kritis:

Tingkat signifikansi (α) yang digunakan = 5%. *Degree of Freedom* (df) untuk uji efek pembeda yang bersumber dari kolom = $(k-1);(b-1)(k-1)$. Sedangkan *Degree of Freedom* (df) untuk uji efek pembeda yang bersumber dari baris = $(b-1);(b-1)(k-1)$.

Df untuk efek pembeda kolom = $(3-1);(4-1)(3-1) = 2;6$

Df untuk efek pembeda baris = $(4-1);(4-1)(3-1) = 3;6$

Nilai Fkritis adalah:

F_{kritis} untuk pengujian efek kolom = 5.14

F_{kritis} untuk pengujian efek baris = 4.76

3. Nilai F hitung:

F hitung didapatkan dengan bantuan program aplikasi SPSS, dengan hasil sebagai berikut: