

ANALISIS BATANG TEKAN

4.1. Inti Tampang Kolom

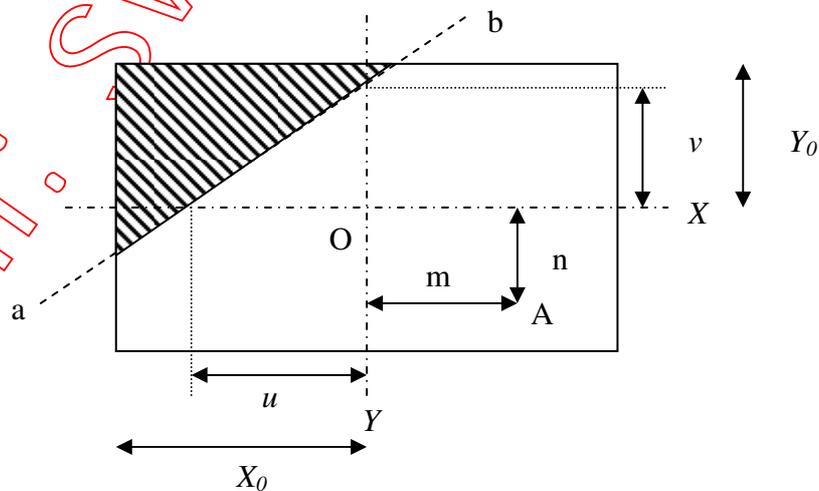
Kolom merupakan jenis elemen struktur yang memiliki dimensi longitudinal jauh lebih besar dibandingkan dengan dimensi transversalnya dan memiliki fungsi utama menahan gaya aksial tekan, biasanya kolom terpasang pada posisi vertikal. Pada Gambar 4.1 dapat ditunjukkan bekerjanya gaya tekan "P" di titik A yang memiliki nilai eksentrisitas terhadap pusat berat "O". Besarnya tegangan yang terjadi pada penampang kolom dapat dihitung dengan menguraikan tegangan yang terjadi akibat : (a.) Gaya normal "P" sentris terhadap pusat berat "O"; (b.) Gaya momen kopel terhadap pusat berat "O", yaitu :

$$M_x = P.n$$

$$M_y = P.m$$

sehingga tegangan total yang terjadi dapat dihitung dengan Persamaan berikut :

$$\sigma = -\frac{P}{A} - \frac{M_x \cdot y}{I_x} - \frac{M_y \cdot x}{I_y} \quad (4.1.)$$



Gambar 4.1. Pembebanan pada Kolom

atau

$$\sigma = -\frac{P}{A} - \frac{P.n.y}{I_x} - \frac{P.m.x}{I_y} \quad (4.2.)$$

Dengan cara yang sama dapat dihitung radius girasi $r_x^2 = \frac{I_x}{A}$ dan $r_y^2 = \frac{I_y}{A}$,

sehingga Persamaan 4.2 dapat diubah menjadi :

$$\sigma = -\frac{P}{A} \left(1 + \frac{n.y}{r_x^2} + \frac{m.x}{r_y^2} \right) \quad (4.3.)$$

Persamaan 4.3 akan bernilai nol jika :

$$1 + \frac{n.y}{r_x^2} + \frac{m.x}{r_y^2} = 0 \quad (4.4.)$$

Persamaan 4.4 merupakan garis lurus *ab* yang disebut sebagai garis nol, yaitu garis yang melalui serat-serat pada penampang kolom dengan tegangan sama dengan nol. Semua serat pada penampang kolom yang terletak pada daerah arsiran mengalami tegangan tarik sedangkan daerah yang tidak diarsir mengalami tegangan tekan.

Batasan eksentrisitas pada penampang kolom yang hanya menimbulkan tegangan tekan sangat penting bagi elemen struktur yang menggunakan bahan seperti beton, yang memiliki kuat tarik sangat kecil dibandingkan dengan kuat tekannya. Daerah pada penampang kolom yang merupakan batasan eksentrisitas di mana jika di dalamnya dikerjakan gaya tekan maka tegangan yang terjadi pada seluruh penampang kolom masih merupakan tegangan tekan murni disebut sebagai inti tampang. Inti tampang pada penampang kolom dapat ditentukan dengan menghitung batasan eksentrisitas pada setiap sisi kolom menggunakan Persamaan di bawah ini :

$$u = -\frac{r_y^2}{x_0} \quad (4.5.)$$

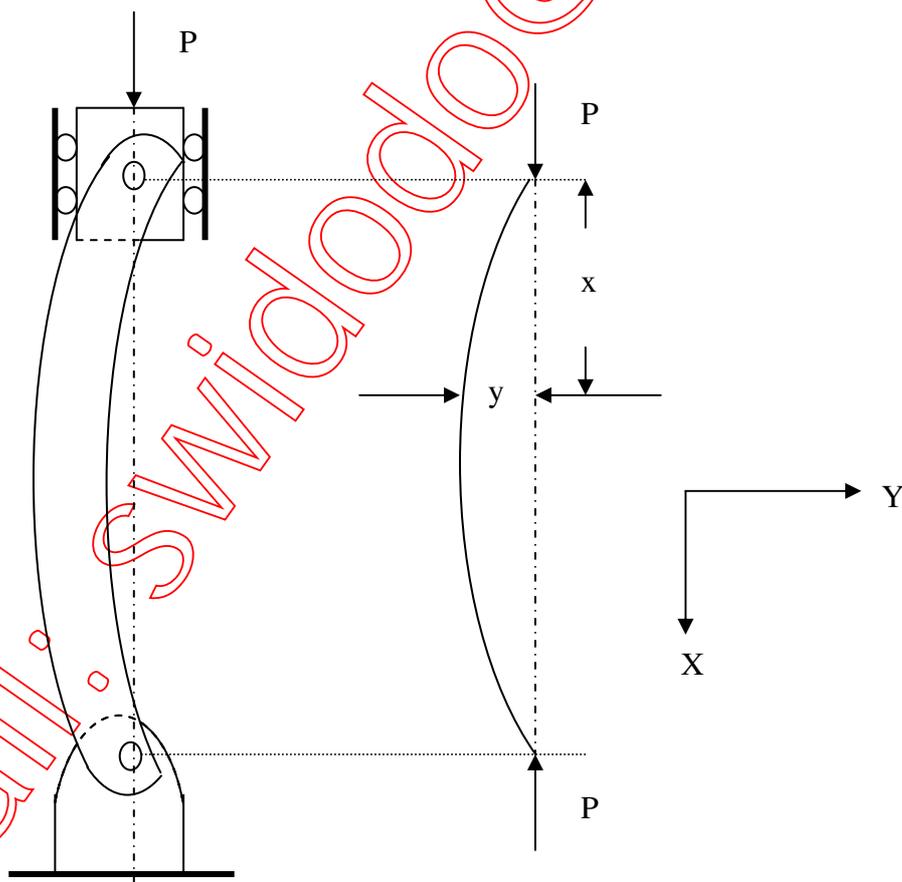
$$v = -\frac{r_x^2}{y_0} \quad (4.6.)$$

4.2. Persamaan Tekuk Euler

Teori yang dikemukakan oleh Leonhard Euler pada tahun 1744 didasarkan pada asumsi-asumsi berikut :

- Kolom yang dianalisis berbentuk lurus sempurna.
- Beban aksial tekan bekerja secara sentris pada penampang kolom.
- Dimensi longitudinal kolom jauh lebih besar dibandingkan dimensi transversalnya.

Pada kasus kolom ideal dapat digunakan berbagai macam kondisi tumpuan. Persamaan tekuk Euler pada kolom yang menggunakan tumpuan sendi pada kedua ujungnya dapat diperoleh dengan cara berikut ini :



Gambar 4.2. Tekuk pada Kolom Bertumpuan Sendi-Sendi

$$E.I. \frac{d^2 y}{dx^2} = M$$

$$= P \cdot (-y)$$

$$E.I. \frac{d^2 y}{dx^2} = -P \cdot y$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{E.I} \cdot y = 0 \quad (4.7.)$$

dengan $k = \sqrt{\frac{P}{E.I}}$, maka Persamaan 4.7 dapat diubah menjadi :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 \cdot y = 0 \quad (4.8.)$$

Penyelesaian dari Persamaan 4.8 adalah :

$$y = A \cdot \cos kx + B \cdot \sin kx$$

di mana A dan B , merupakan konstanta integrasi.

Pada saat $x = 0$ maka $y = 0$, sehingga diperoleh $A = 0$

$$x = L \text{ maka } y = 0,$$

$$0 = B \cdot \sin kL$$

$$\sin kL = 0$$

$$kL = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

Nilai B tidak boleh sama dengan nol, karena semua penyelesaian Persamaan akan selalu bernilai nol dan merupakan *trivial solution*, sedangkan nilai 2π , 3π dan seterusnya tidak memberikan nilai praktis yang signifikan, maka :

$$k.L = \pi$$

$$\text{atau } \sqrt{\frac{P}{E.I}} \cdot L = \pi$$

$$\text{atau } P = \frac{\pi^2 \cdot E.I}{L^2}$$

Maka Beban kritis tekuk Euler pada kolom bertumpuan sendi-sendi;

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E.I_{\min}}{L^2} \quad (4.9.)$$

Beban kritis tekuk Euler pada kolom ideal yang lain dapat dihitung dengan cara analog seperti kasus kolom bertumpuan sendi-sendi. Formulasi beban kritis untuk jenis kolom ideal yang lain adalah :

a.) Kolom bertumpuan sendi-jepit, $P_{cr} = \frac{2.\pi^2.E.I_{\min}}{L^2}$

b.) Kolom bertumpuan jepit-jepit, $P_{cr} = \frac{4.\pi^2.E.I_{\min}}{L^2}$

c.) Kolom bertumpuan jepit bebas, $P_{cr} = \frac{\pi^2.E.I_{\min}}{4.L^2}$

Formulasi tekuk Euler secara umum dapat dinyatakan dalam bentuk Persamaan berikut :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2.E.I_{\min}}{L_k^2} \quad (4.10.)$$

Hasil formula beban kritis pada masing-masing jenis kolom ideal menunjukkan adanya perbedaan karena pengaruh nilai faktor tekuk “k” untuk setiap jenis kolom ideal. Nilai faktor tekuk tersebut akan mempengaruhi besarnya panjang tekuk efektif “L_k” yang merupakan fungsi panjang aktual “L” dan nilai faktor tekuk “k”. Besarnya panjang tekuk efektif “L_k” untuk masing-masing jenis kolom ideal adalah :

Tabel 4.1. Panjang Tekuk Efektif Kolom Ideal

No.	Jenis Tumpuan	Panjang Tekuk Efektif (L _k)
1.	Sendi-Sendi	L
2.	Sendi-Jepit	$L/\sqrt{2}$
3.	Jepit-Jepit	L/2
4.	Jepit-Bebas	2.L

Besarnya tegangan normal kritis pada kolom ideal juga dapat ditentukan dari Persamaan Euler, yaitu :

$$\frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{L_k^2 \cdot A}$$

atau

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{L_k}{r_{\min}} \right)^2} \quad (4.11.)$$

di mana “ $\frac{L_k}{r_{\min}}$ ” menunjukkan angka kelangsingan kolom “ λ ”, sehingga

Persamaan 4.11 juga bisa dinyatakan dalam bentuk

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \quad (4.12.)$$

Tegangan kritis yang dihitung dengan Persamaan Euler hanya berlaku dalam batasan hukum Hooke, sehingga :

$$\sigma_{cr} \leq \sigma_p \quad (4.13.)$$

di mana “ σ_p ” merupakan batas tegangan proporsional yang besarnya dapat ditentukan sama dengan nilai tegangan leleh “ σ_y ”. Selanjutnya dengan mensubstitusikan Persamaan 4.13 ke dalam Persamaan 4.12 dapat diperoleh :

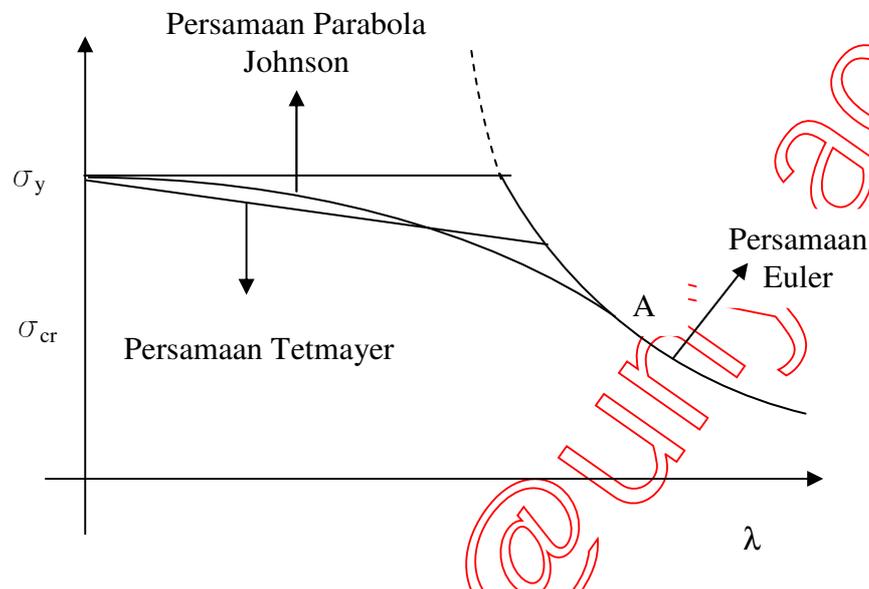
$$\frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \leq \sigma_y \quad (4.14.)$$

atau

$$\lambda \geq \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (4.15.)$$

Berdasarkan Persamaan di atas dapat disimpulkan bahwa Persamaan tekuk Euler hanya berlaku jika angka kelangsingan kolom “ λ ” memenuhi kriteria *kolom panjang* yang ditunjukkan pada Persamaan 4.15. Angka kelangsingan batas dapat dihitung dengan :

$$\lambda_g = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (4.16.)$$



Gambar 4.3. Persamaan Kurva Empiris Kolom Baja

4.3. Persamaan Parabola Johnson

Sebagaimana telah dijelaskan pada sub-bab di atas bahwa Persamaan Tekuk Euler hanya sesuai untuk digunakan pada kolom panjang (*slender column*), di mana keruntuhan kolom terjadi akibat fenomena tekuk (*buckling*) yang disebabkan bekerjanya gaya aksial tekan dan momen lentur yang berkerja secara simultan. Pada kasus kolom pendek dengan angka kelangsingan kurang dari 30 ($\lambda \leq 30$) kegagalan yang terjadi murni disebabkan karena bekerjanya gaya aksial tekan tanpa adanya lenturan sehingga besarnya tegangan kritis (σ_{cr}) dapat ditentukan sama dengan tegangan leleh material yang digunakan (σ_y). Kasus yang lain adalah kolom sedang (*intermediate column*) dengan angka kelangsingan berkisar dari 30 sampai angka kelangsingan batas ($30 \leq \lambda < \lambda_g$) tegangan yang terjadi akibat gaya aksial dan momen lentur memiliki kontribusi yang sama-sama signifikan, sehingga sampai saat ini tegangan kritis yang terjadi dihitung menurut formula empiris yang merupakan hasil penelitian yang dilakukan para ahli, misalnya penelitian oleh J.B. Johnson yang menghasilkan Persamaan Parabolik Johnson dan digunakan dalam konsep perancangan menurut AISC 1969.

Tegangan kritis pada kasus kolom sedang dapat dihitung menurut Persamaan berikut :

$$\sigma_{cr} = \sigma_y - \gamma \cdot \left(\frac{l_k}{r_{\min}} \right)^2 \quad (4.17.)$$

Persamaan di atas dapat digunakan untuk menghitung tegangan kritis kolom sentris yang memiliki nilai kelangsingan lebih kecil dari angka kelangsingan batas, di mana pada Gambar 4.3 berada di sebelah kiri. Nilai γ ditentukan oleh sifat material dan ukuran geometris yang digunakan. Selanjutnya beban maksimum yang boleh dikerjakan dapat dihitung dengan :

$$P_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A \quad (4.18.)$$

4.4. Persamaan Garis Lurus Tetmayer

Persamaan garis lurus ini merupakan hasil penelitian yang dilakukan oleh Tetmayer dan Bauschinger terhadap kolom baja struktural bertumpuan sendi-sendi. Hasil penelitian tersebut menghasilkan formula empiris berdasarkan tegangan tekan rata-rata yang terjadi pada kolom baja. Formula empiris yang dihasilkan adalah :

$$\sigma_{cr} = \sigma_y - \beta \cdot \left(\frac{l_k}{r_{\min}} \right) \quad (4.19)$$

Khusus untuk kolom baja struktural, tegangan kritis dapat dihitung dengan :

$$\sigma_{cr} = 330 - 1,45 \cdot \left(\frac{l_k}{r_{\min}} \right) \text{ MPa} \quad (4.20.)$$

Persamaan ini berlaku untuk kolom baja dengan angka kelangsingan yang berkisar 30 sampai 110 ($30 \leq \lambda < 110$).

4.5. Kolom dengan Beban Eksentris

Jika suatu beban P dikerjakan pada kolom dengan eksentrisitas “ e ”, maka pada suatu titik yang berjarak X akan terjadi momen lentur,

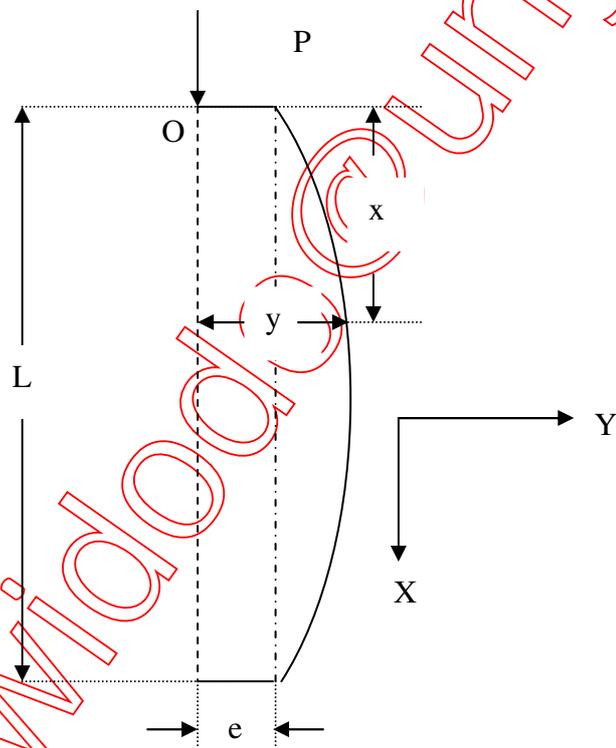
$$M = -P \cdot y$$

$$E.I. \frac{d^2y}{dx^2} = -P.y$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{E.I} \cdot y = 0$$

atau

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2 \cdot y = 0 \quad (4.21.)$$



Gambar 4.4. Kolom dengan Beban Eksentris

Penyelesaian dari Persamaan di atas adalah :

$$y = A \cdot \cos kx + B \cdot \sin kx \quad (4.22.)$$

di mana A dan B merupakan suatu konstanta

Mengacu pada Gambar 4.4,

$y = e$ pada saat $x = 0$ maka diperoleh nilai $A = e$

Dengan menggunakan Persamaan 4.22,

$$\frac{dy}{dx} = -k \cdot A \cdot \sin kx + k \cdot B \cdot \cos kx$$

maka

$$\frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{pada saat } x = \frac{L}{2}$$

$$0 = -e \cdot \sin k \cdot \frac{L}{2} + B \cdot \cos k \cdot \frac{L}{2}$$

atau

$$B = e \cdot \tan \frac{k.L}{2}$$

sehingga diperoleh Persamaan

$$y = e \cdot \cos kx + e \cdot \tan \frac{k.L}{2} \cdot \sin kx$$

$$y = e \left[\cos kx + \left(\tan \frac{k.L}{2} \right) \cdot \sin kx \right] \quad (4.23.)$$

Perlu diingat bahwa dalam Persamaan 4.23 terdapat nilai $k = \sqrt{\frac{P}{E.I}}$,

defleksi kolom terjadi pada semua nilai beban tidak seperti pada kasus beban aksial sentris, di mana defleksi hanya terjadi pada saat $P = P_{cr}$.

Defleksi maksimum terjadi pada bagian tengah kolom (kasus simetris).

Sehingga Persamaan 4.23, berubah menjadi :

$$\begin{aligned} y_{\max} &= e \left[\cos \frac{k.L}{2} + \left(\tan \frac{k.L}{2} \right) \cdot \sin \frac{k.L}{2} \right] \\ &= e \cdot \sec \frac{k.L}{2} \left[\cos^2 \frac{k.L}{2} + \sin^2 \frac{k.L}{2} \right] \\ &= e \cdot \sec \frac{k.L}{2} \end{aligned} \quad (4.24.)$$

$$y_{\max} = \infty \quad \text{pada saat nilai } \sec \frac{k.L}{2} = \infty$$

atau pada saat

$$\frac{k.L}{2} = \frac{\pi}{2}$$

atau

$$\sqrt{\frac{P}{E.I}} \cdot L = \pi$$

atau pada saat nilai

$$P = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} = P_{cr} \quad (\text{Beban kritis tekuk Euler})$$

Apabila nilai y_{\max} mencapai ∞ , hal ini merupakan kasus terburuk yang dalam kenyatannya tidak akan pernah terjadi, maka harus dicatat bahwa pada kolom eksentris biasanya beban yang dikerjakan harus lebih kecil dari beban kritis tekuk Euler. Jika Z merupakan modulus tampang

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot y_{\max}}{Z} \quad (4.25.)$$

$$= \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e \cdot \sec \frac{k \cdot L}{2}}{Z} \quad (4.26.)$$

$$= \frac{P}{A} \left[1 + \frac{A \cdot e}{Z} \cdot \sec \frac{k \cdot L}{2} \right] \quad (4.27.)$$

di mana $Z = \frac{I}{y_c}$, dengan y_c merupakan jarak antara garis netral penampang

kolom dengan serat terluar pada sisi tekan. Sedangkan $I = A \cdot r_0^2$, di mana r_0 merupakan jari-jari girasi penampang kolom terhadap sumbu di mana terjadi momen lentur, maka :

$$\begin{aligned} \frac{A}{Z} &= \frac{A \cdot y_c}{I} = \frac{A \cdot y_c}{A \cdot r_0^2} \\ &= \frac{y_c}{r_0^2} \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan 4.27,

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{P}{A} \left[1 + \frac{e \cdot y_c}{r_0^2} \cdot \sec \frac{k \cdot L}{2} \right] \\ &= \frac{P}{A} \left[1 + \frac{e \cdot y_c}{r_0^2} \cdot \sec \sqrt{\frac{P}{E \cdot I}} \cdot \frac{L}{2} \right] \quad (4.28.) \end{aligned}$$

$$= \frac{P}{A} \left[1 + \frac{e \cdot y_c}{r_0^2} \cdot \sec \frac{L}{2 \cdot r_0} \sqrt{\frac{P}{E \cdot A}} \right] \quad (4.29)$$

Untuk mendapatkan Persamaan yang dapat berlaku untuk semua kondisi tumpuan kolom, maka digunakan besaran panjang efektif (L_k), sehingga diperoleh Persamaan :

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} \left[1 + \frac{e \cdot y_c}{r_0^2} \cdot \sec \frac{L_k}{2 \cdot r_0} \sqrt{\frac{P}{E \cdot A}} \right] \quad (4.30.)$$

Persamaan di atas berlaku untuk semua jenis kolom dengan berbagai nilai angka kelangsingan $\left(\frac{L_k}{r} \right)$. Persamaan 4.30 dikenal dengan sebutan *Persamaan Secant*.

Persamaan tersebut mudah digunakan untuk menghitung besarnya tegangan maksimum (σ_{\max}), jika semua data yang diperlukan telah diketahui. Namun apabila ingin dihitung harga P dengan data tegangan maksimum, maka perlu dilakukan penyelesaian dengan metode numeris. Cara lain yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan cara *Webb's Approximation* untuk nilai $\sec \frac{k \cdot L}{2}$

yang berlaku pada kisaran $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, di mana :

$$\sec \theta = \frac{1 + 0,26 \cdot \left(\frac{2 \cdot \theta}{\pi} \right)^2}{1 - \left(\frac{2 \cdot \theta}{\pi} \right)^2} \quad (4.31.)$$

Substitusi Persamaan 4.31 ke dalam Persamaan 4.24 mendapatkan :

$$\begin{aligned} y_{\max} &= e \cdot \frac{1 + 0,26 \cdot \left(\frac{4}{\pi^2} \right) \cdot \left(\frac{k \cdot L}{2} \right)^2}{1 - \left(\frac{4}{\pi^2} \right) \cdot \left(\frac{k \cdot L}{2} \right)^2} \\ &= e \cdot \frac{1 + 0,26 \cdot \frac{P}{P_{cr}}}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \\ &= e \cdot \frac{(P_{cr} + 0,26 \cdot P)}{(P_{cr} - P)} \\ M_{\max} &= P \cdot y_{\max} = P \cdot e \cdot \frac{(P_{cr} + 0,26 \cdot P)}{(P_{cr} - P)} \end{aligned} \quad (4.32.)$$

Selanjutnya Persamaan 4.25 dapat diubah menjadi :

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{P.e.(P_{cr} + 0,26.P)}{Z(P_{cr} - P)} \quad (4.33.)$$

Persamaan 4.33 akan memberikan penyelesaian yang lebih mudah jika dibandingkan dengan Persamaan 4.26 dan 4.27.

Persamaan 4.31 juga dapat lebih disederhanakan lagi menjadi :

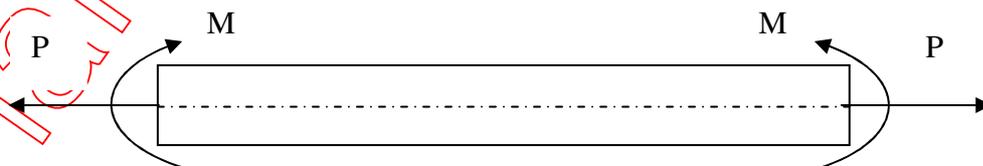
$$\sec \theta = \frac{1 + 0,1.\theta^2}{1 - 0,4.\theta^2} \quad (4.34.)$$

Sehingga Persamaan 4.26 dapat diubah menjadi :

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{P}{A} + \frac{P.e}{Z} \left(\frac{1 + 0,1.\frac{k^2.L^2}{4}}{1 - 0,4.\frac{k^2.L^2}{4}} \right) \\ &= \frac{P}{A} + \frac{P.e}{Z} \left(\frac{4 + 0,1.k^2.L^2}{4 - 0,4.k^2.L^2} \right) \end{aligned} \quad (4.35.)$$

4.6. Kombinasi Beban Aksial dan Momen Lentur

Dalam lingkup pekerjaan teknik sipil sering dijumpai kasus di mana suatu elemen struktur menerima beban yang berupa momen lentur M dan gaya aksial P sebagaimana ditunjukkan Gambar 4.5, misalnya pada struktur balok beton prategang atau elemen struktur yang berupa kolom. Kolom berfungsi untuk menahan beban aksial P searah dengan sumbu batangnya, tetapi jika gaya aksial tersebut bekerja dengan eksentrisitas m , maka akan terjadi momen lentur sebesar $P.m$ terhadap sumbu Y .



Gambar 4.5. Balok dengan Kombinasi Gaya Aksial dan Momen Lentur

Pada kasus di atas tegangan yang terjadi dalam material yang digunakan dapat dibedakan menjadi dua, yaitu :

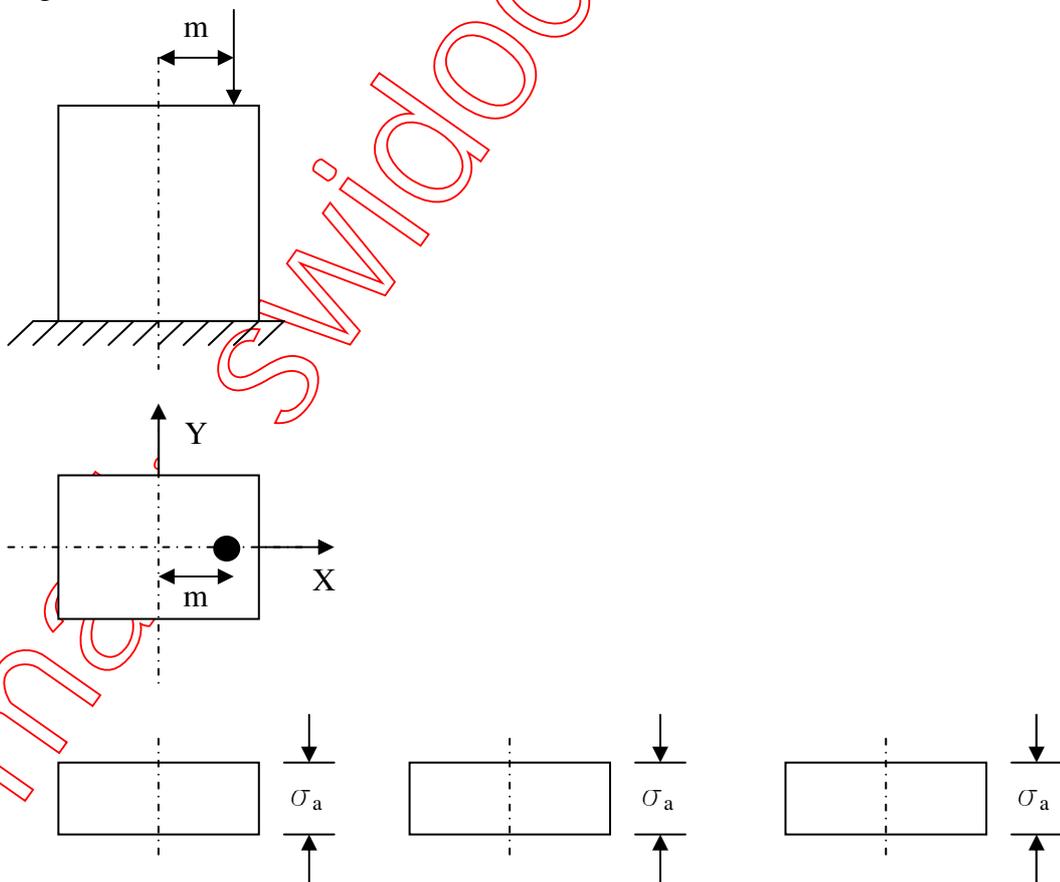
tegangan normal akibat beban aksial; $\sigma_a = \frac{P}{A}$

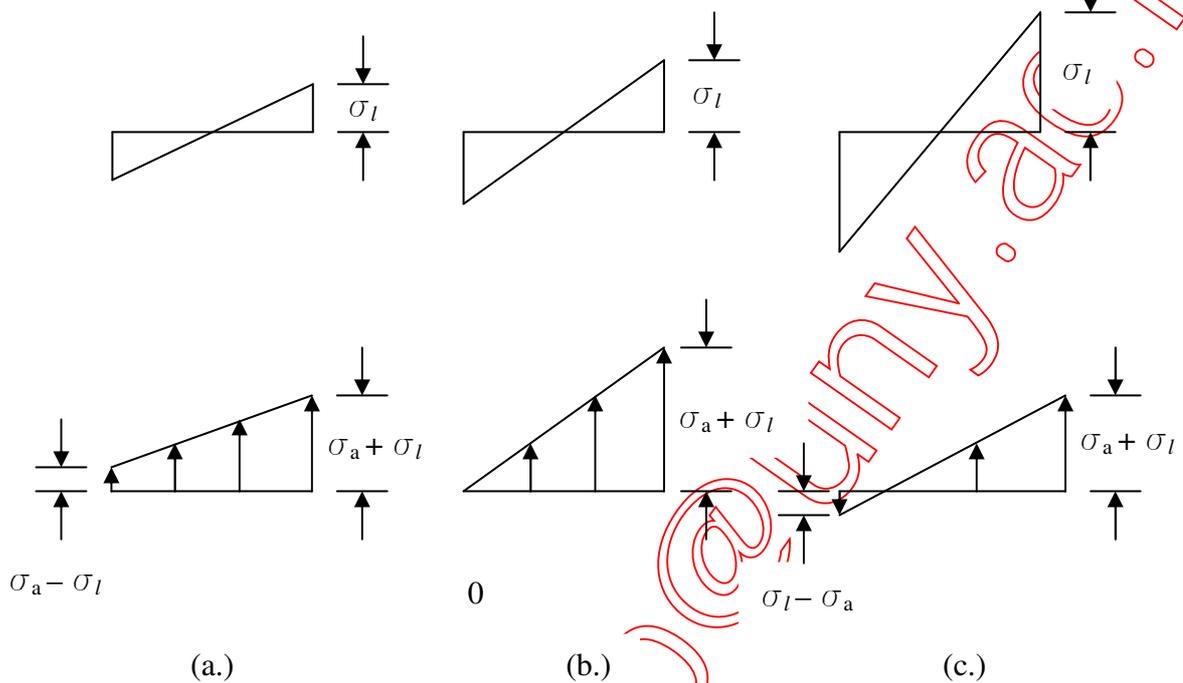
dan

tegangan normal akibat momen lentur; $\sigma_l = \pm \frac{(P.m).x}{I_y}$

di mana x merupakan jarak beban aksial terhadap sumbu Y dan I_y adalah momen inersia terhadap sumbu Y .

Tegangan total yang bekerja pada elemen struktur tersebut dapat dihitung dengan cara superposisi antara tegangan normal akibat beban aksial dengan tegangan akibat momen lentur, di mana jika tegangan akibat momen lentur bekerja sesuai dengan tegangan akibat beban aksial (kasus di atas berupa tegangan tarik) maka diberikan tanda positif, sedangkan jika berlawanan diberikan tanda negatif.





Gambar 4.6. Superposisi Tegangan Akibat Beban Aksial dan Momen Lentur

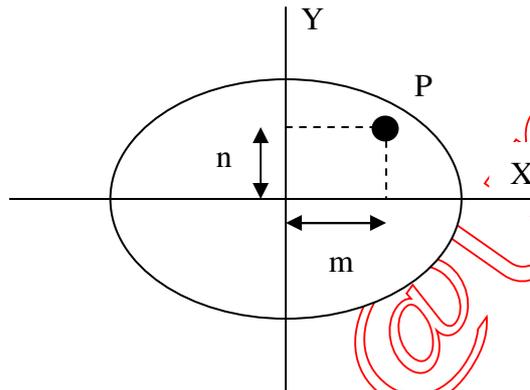
Berdasarkan ilustrasi pada Gambar 4.6 dapat dijelaskan bahwa :

- a.) Besarnya tegangan total " σ_r " dipengaruhi oleh tegangan normal tekan akibat beban aksial dan tegangan normal akibat momen lentur. Sisi yang mengalami tegangan tekan akibat momen lentur mengakibatkan bertambahnya tegangan normal tekan, sedangkan sisi yang mengalami tegangan tarik akibat momen lentur mengakibatkan semakin kecilnya tegangan tekan yang diakibatkan beban aksial, dan jika tegangan tarik yang diakibatkan momen lentur telah melebihi tegangan tekan yang diakibatkan beban aksial akan terjadi fenomena "pembalikan tegangan" seperti ditunjukkan pada Gambar 4.6.c.
- b.) Adanya eksentrisitas menyebabkan sumbu normal tidak berimpit dengan pusat berat, namun dalam perhitungan jarak " x " tetap dihitung dari pusat berat.

Jika beban aksial P bekerja dengan eksentrisitas " m " dari sumbu Y dan " n " dari sumbu X seperti terlihat pada Gambar 4.7, maka akan terjadi momen lentur ke arah sumbu X maupun Y , sehingga tegangan total yang terjadi adalah :

$$\sigma_r = \frac{P}{A} \pm \frac{(P.m).x}{I_y} \pm \frac{(P.m).y}{I_x} \quad (4.22.)$$

$$= \frac{P}{A} \left[1 \pm \frac{m.x}{r_y^2} \pm \frac{m.y}{r_x^2} \right] \quad (4.23.)$$

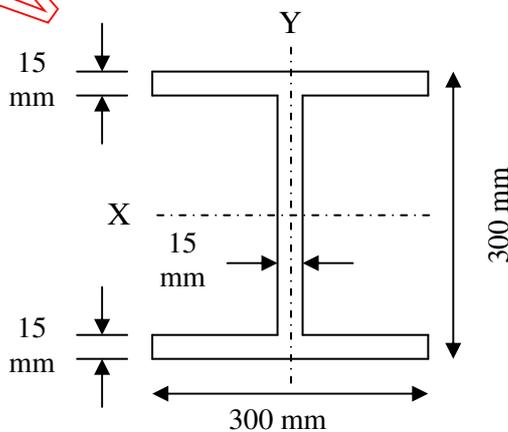


Gambar 4.7. Beban Eksentris dalam Dua Arah

Dalam kasus ini tegangan maksimum akan terjadi pada kuadran di mana beban aksial bekerja, sedangkan tegangan minimum terjadi pada kuadran yang berseberangan.

4.7. Contoh Penerapan

Contoh 4.1 : Tentukan dan gambarkan batas-batas inti tampang dari profil berikut :



Gambar 4.8. Profil WF 300x300

Penyelesaian :

Bentuk dan ukuran profil pada Gambar 4.8 simetris dalam arah vertikal maupun horisontal, sehingga garis berat berimpit dengan sumbu-sumbu simetrinya.

Luasan tampang

$$\begin{aligned} A &= (2 \times 300 \times 15) + (15 \times 270) \\ &= 13050 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Momen inersia tampang

$$\begin{aligned} I_x &= 2 \times \frac{1}{12} \times 300 \times 15^3 = 168750 \text{ mm}^4 \\ &\quad 2 \times 300 \times 15 \times 135^2 = 164025000 \text{ mm}^4 \\ &\quad \frac{1}{12} \times 15 \times 270^3 = 24603750 \text{ mm}^4 \\ &\quad \hline &\quad 188797500 \text{ mm}^4 \end{aligned} +$$

$$\begin{aligned} I_y &= 2 \times \frac{1}{12} \times 15 \times 300^3 = 67500000 \text{ mm}^4 \\ &\quad \frac{1}{12} \times 270 \times 15^3 = 759378 \text{ mm}^4 \\ &\quad \hline &\quad 68259378 \text{ mm}^4 \end{aligned} +$$

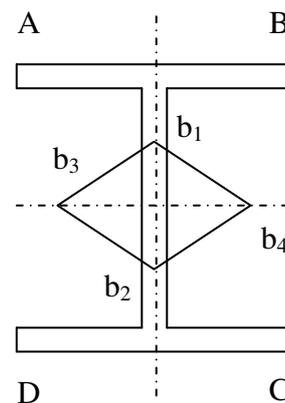
$$\begin{aligned} i_x^2 &= \frac{I_x}{A} = \frac{188797500}{13050} \\ &= 14467,241 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_y^2 &= \frac{I_y}{A} = \frac{68259378}{13050} \\ &= 5230,604 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Garis AB $x_0 = \infty$
 $y_0 = 150 \text{ mm}$

maka $u = -\frac{i_y^2}{x_0} = -\frac{5230,604}{\infty} = 0,00 \text{ mm}$

$$v = -\frac{i_x^2}{y_0} = -\frac{14467,241}{150} = -96,45 \text{ mm}$$



$$b_2 = (u; v) = (0,00; -96,45 \text{ mm})$$

karena simetris

$$b_1 = (u; v) = (0,00; 96,45 \text{ mm})$$

Garis \overline{BC} $x_0 = 150 \text{ mm}$

$$y_0 = \infty$$

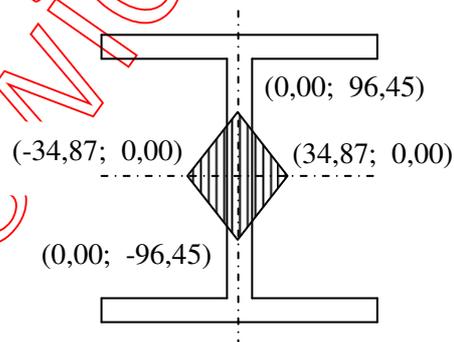
$$\text{maka } u = -\frac{i_y^2}{x_0} = -\frac{5230,604}{150} = -34,87 \text{ mm}$$

$$v = -\frac{i_x^2}{y_0} = -\frac{14467,241}{\infty} = 0,00 \text{ mm}$$

$$b_3 = (u; v) = (-34,87 \text{ mm}; 0,00)$$

karena simetris

$$b_4 = (u; v) = (34,87 \text{ mm}; 0,00)$$



Contoh 4.2 : Sebuah kolom setinggi 7 m dengan kondisi ujung sendi-jepit menggunakan profil WF seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.8 dengan tegangan leleh 240 MPa dan modulus elastisitas 210 GPa, tentukan besarnya beban aksial maksimum yang boleh dikerjakan pada kolom tersebut.

Penyelesaian :

Sifat tampang yang telah dihitung sebelumnya

$$A = 13050 \text{ mm}^2$$

$$I_X = 188797500 \text{ mm}^4$$

$$I_Y = 68259378 \text{ mm}^4$$

$$i_X = 120,28 \text{ mm}$$

$$i_Y = 72,32 \text{ mm}$$

Angka kelangsingan

$$\lambda = \frac{l_k}{r_{\min}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 7000}{72,32}$$

$$\lambda = 68,44$$

Kelangsingan batas

$$\lambda_g = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot E}{\sigma_y}} = \pi \sqrt{\frac{2 \times 210000}{240}}$$

$$\lambda_g = 131,42$$

karena $\lambda < \lambda_g$, maka kolom baja tersebut tergolong sebagai kolom sedang dan untuk analisisnya dapat digunakan **Persamaan Parabolik Johnson** :

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{l_k}{C r_{\min}} \right)^2 \right] \times (\sigma_y) \\ &= \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 7000}{131,42 \cdot 72,32} \right)^2 \right] \times (240) \\ &= 207,45 \text{ MPa} \end{aligned}$$

maka beban aksial maksimum yang boleh dikerjakan adalah :

$$P_{cr} = \sigma_{cr} \times A$$

$$= 207,45 \times 13050$$

$$= 2707,265 \text{ kN}$$

Contoh 4.3. : Sebuah batang tekan dengan panjang 1 m, diameter luar 70 mm dan diameter dalam 60 mm, kedua ujungnya bertumpuan sendi-sendi menerima gaya tekan dengan eksentrisitas 5 mm. Hitung beban maksimum yang dapat dikerjakan, jika batas tegangan yang diijinkan 250 MPa dengan nilai elastisitas baja sebesar 200 GPa.

Penyelesaian :

Luas tampang (A) batang tekan,

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi}{4} \cdot (70^2 - 60^2) \\ &= 1021 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Eksentrisitas (e),

$$e = 5 \text{ mm}$$

Momen inersia tampang (I),

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi}{4} \cdot (70^4 - 60^4) \\ &= 542415 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Modulus tampang (Z),

$$\begin{aligned} Z &= \frac{I}{y_c} = \frac{542415}{35} \\ &= 15497 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

Menggunakan Persamaan 4.32,

$$\begin{aligned} \sec \frac{k.L}{2} &= \frac{1 + 0,1 \cdot \left(\frac{k.L}{2}\right)^2}{1 - 0,4 \cdot \left(\frac{k.L}{2}\right)^2} = \frac{1 + 0,1 \cdot \left(\frac{P}{E.I} \times \frac{L^2}{4}\right)}{1 - 0,4 \cdot \left(\frac{P}{E.I} \times \frac{L^2}{4}\right)} \\ &= \frac{1 + 0,1 \cdot \left(\frac{P}{200000 \times 542415} \times \frac{10^6}{4}\right)}{1 - 0,4 \cdot \left(\frac{P}{200000 \times 542415} \times \frac{10^6}{4}\right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 + 0,1 \cdot \frac{P}{0,434 \times 10^6}}{1 - 0,4 \cdot \frac{P}{0,434 \times 10^6}} \\
 &= \frac{0,434 \times 10^6 + 0,1 \cdot P}{0,434 \times 10^6 - 0,4 \cdot P}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan 4.26,

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e \cdot \sec \frac{k \cdot L}{2}}{Z}$$

$$250 = \frac{P}{1021} + \frac{P \times 5}{15497} \cdot \left[\frac{0,434 \times 10^6 + 0,1 \cdot P}{0,434 \times 10^6 - 0,4 \cdot P} \right]$$

$$0,775 \times 10^6 = 3,305 \cdot P + P \cdot \left(\frac{0,434 \times 10^6 + 0,1 \cdot P}{0,434 \times 10^6 - 0,4 \cdot P} \right)$$

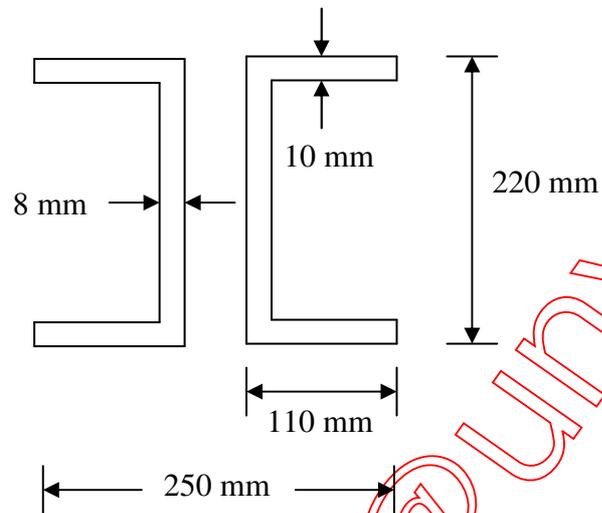
$$P = 9,45 \times 10^6 \text{ N} \quad \text{atau} \quad 0,128 \times 10^6 \text{ N}$$

Digunakan nilai beban terkecil, sehingga beban maksimum yang diijinkan adalah **128 kN**.

Soal Latihan

- 4.1. Sebuah kolom bertumpuan jepit-sendi dengan bentuk tampang lingkaran berlubang sepanjang 8 m yang digunakan untuk menahan gaya tekan 400 kN, jika ditentukan diameter luar yang digunakan adalah 200 mm dan nilai elastisitas besi tuang sebesar 80 GPa, hitung tebal penampang yang diperlukan dengan menggunakan Persamaan Euler !

4.2. Diketahui profil baja dengan bentuk tampang tergambar



- Tentukan daerah inti tampang profil tersebut !
- Jika profil di atas digunakan sebagai kolom dengan panjang aktual 5,00 meter dan kondisi tumpuan kedua ujungnya adalah jepit-bebas, sedangkan tegangan lelehnya 240 MPa dengan modulus elastisitas 200 GPa, tentukan beban kritis yang boleh dikerjakan pada kolom tersebut !

4.3. Sebuah tiang terbuat dari baja dengan tegangan maksimum yang diijinkan sebesar 210 MPa, panjang tiang adalah 3 m dengan kondisi kedua ujungnya bertumpuan sendi-sendi. Diameter luar tiang terukur sebesar 60 mm dengan tebal 6 mm. Jika gaya tekan (P) pada tiang baja tersebut dikerjakan dengan eksentrisitas 15 mm, hitung P maksimum yang diijinkan !

4.4. Suatu balok beton prategang berbentuk segi empat dengan lebar balok 35 cm dan tinggi 60 cm diberi gaya tekan secara konsentris (di pusat berat) sebesar 2500 kN, jika kuat tekan karakteristik beton (f_c') sebesar 50 MPa, dan tegangan tarik yang diijinkan pada beton sebesar 5 MPa, hitung beban terbagi rata yang boleh dikerjakan di atas struktur balok !

