

BAB III

GERBANG LOGIKA BINER

3.1 Aljabar Boole

Pada abad ke-19 George Boole memperkenalkan operasi hitung matematika dalam bentuk huruf abjad dan memperkenalkan simbol tertentu untuk hubungan seperti tanda tambah (+) dan titik (.) atau kali (\times) sama seperti terdapat pada aljabar biasa, sehingga terbentuk aljabar Boole.

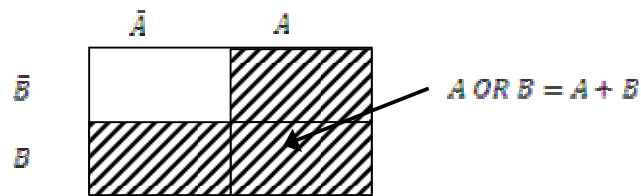
Simbol tanda tambah (+) dipergunakan pada aljabar Boole disebut dengan istilah OR, dan tanda titik (.) atau kali (\times) dalam aljabar Boole disebut dengan istilah AND.

Selain simbol OR dan AND, masih ada satu lagi operasi dalam aljabar Boole ini yaitu operasi NOT atau komplemen (lawan).

Adapun ketiga dasar dari aljabar Boole ini dapat dijelaskan sebagai berikut :

- a. Operasi OR (penjumlahan secara logika)

Secara notasi operasi OR dapat dituliskan dengan notasi $A + B$ atau $A \text{ OR } B$ dan dapat digambarkan secara diagram Venn seperti gambar 3.1.

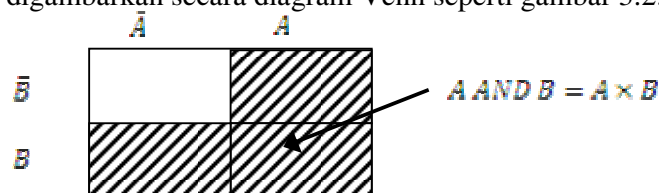


Gbr. 3.1. Operasi OR ($A \text{ OR } B$)

Gambar yang di arsir dari Gbr. 3.1 adalah $A \text{ OR } B = A + B$. Tanda tambah disini lain dengan penambahan desimal maupun penambahan biner sebab pada penambahan desimal $1 + 1 = 2$; pada biner $1 + 1 = 10$ sedangkan pada aljabar Boole $1 + 1 = 1$.

- b. Operasi AND (perkalian secara logika)

Secara notasi operasi AND diberi dengan notasi $A \times B$ atau $A \cdot B = A \text{ AND } B = A \cap B$ dapat digambarkan secara diagram Venn seperti gambar 3.2.

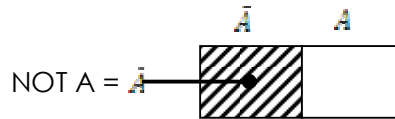


Gbr. 3.1. Operasi AND (A AND B)

c. Operasi NOT

Notasi NOT biasa dituliskan dengan tanda bar seperti \bar{A} baca A bar atau NOT A.

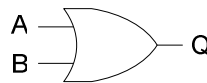
NOT A dapat digambarkan diagram Vennnya seperti gambar 3.3.



Gbr. 3.3. Operasi NOT

3.2 Gerbang OR (OR Gate)

Gerbang (gate) adalah suatu rangkaian logika yang mempunyai satu output dan dua atau lebih input. Gerbang OR (simbol gerbang OR) digambarkan seperti terlihat pada gambar 3.4.



Gbr. 3.4. Simbol Gerbang OR

Dari gambar 3.4 dapat dituliskan persamaan Boole outputnya adalah $Q = A \text{ OR } B = A + B$.

Pada gerbang OR, output akan ada jika salah satu inputnya ada. Jika ada kita nyatakan dengan logik 1 dan tidak ada dinyatakan dengan logik 0, maka kita dapatkan suatu tabel yang menyatakan keadaan output Q terhadap kombinasi input-inputnya seperti terlihat pada tabel 3.1 yang disebut dengan tabel kebenaran.

INPUT		OUTPUT
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

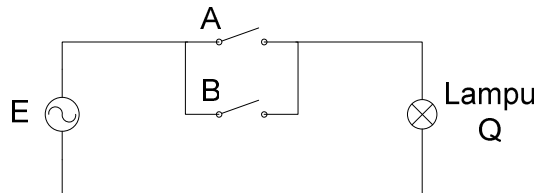
Tabel 3.1. Tabel kebenaran Gerbang OR

Dari tabel 3.1. dapat kita lihat bahwa persamaan output adalah persamaan Boole di mana :

$$\begin{aligned}
 A + B &= Q \\
 0 + 0 &= 0 \\
 0 + 1 &= 1 \\
 1 + 0 &= 1 \\
 1 + 1 &= 1
 \end{aligned}$$

Pertanyaan : Coba susun tabel kebenaran gerbang OR dengan tiga output ($Q = A \text{ OR } B \text{ OR } C$ atau $Q = A + B + C$)

Gerbang OR ini dapat juga dijelaskan dengan menggunakan saklar seperti terlihat pada gambar 3.5.



Gbr. 3.5. Gerbang OR dengan Saklar

Jika saklar A atau B berada pada posisi terhubung (ON) dikatakan pada keadaan logik 1, dan jika saklar pada posisi terbuka (OFF) kita menyatakan pada keadaan logik 0. Jika lampu Q pada keadaan menyala kita nyatakan pada keadaan logik 1, dan jika lampu Q tidak menyala kita nyatakan pada keadaan logik 0, maka berlaku $Q = A + B$. Dari keterangan di atas dapat dibuat tabel kebenarannya seperti tabel 3.2.

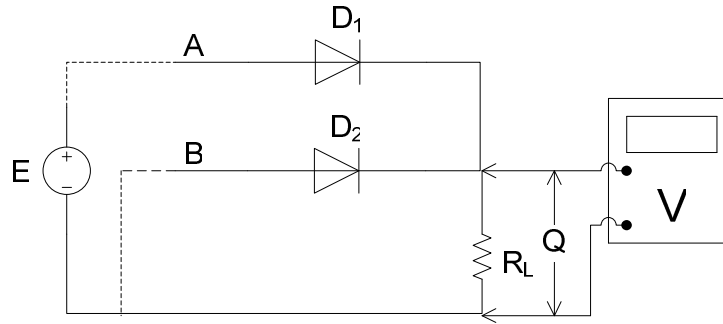
INPUT		OUTPUT
A	B	Q
OFF	OFF	TIDAK MENYALA
OFF	ON	MENYALA
ON	OFF	MENYALA
ON	ON	MENYALA

atau

INPUT		OUTPUT
A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

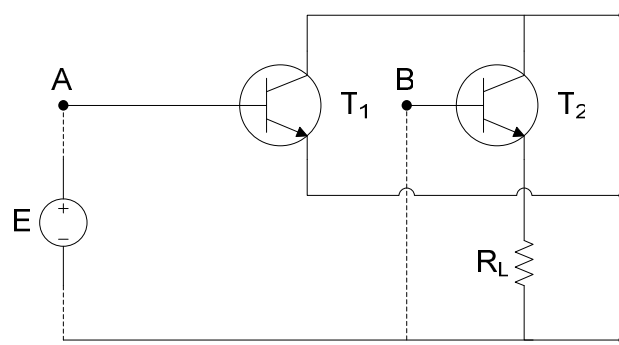
Tabel 3.2. Tabel kebenaran Gerbang OR

Demikian juga gerbang OR ini dapat dijelaskan dengan menggunakan dioda seperti terlihat pada gambar 3.6, di mana jika input A dihubungkan dengan sumber tegangan E atau dioda dalam keadaan forward bias dinyatakan pada keadaan logik 1, dan input B tidak terhubung ke sumber tegangan E atau dioda D_2 reverse bias dinyatakan pada keadaan logik 0, maka pada output terbentuk tegangan. Oleh karena itu berlaku persamaan output $Q = A + B$.



Gbr. 3.6. Rangkaian gerbang OR dengan dioda

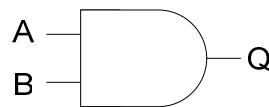
Gerbang OR dengan menggunakan transistor berlaku apabila T_1 konduk (bekerja) atau A terhubung ke sumber tegangan E pada keadaan logik 1 dan T_2 tidak konduk atau B dihubungkan ke ground dinyatakan pada keadaan logik 0, maka terjadi tegangan pada tahanan R_L atau $Q = 1$. Oleh karena itu berlaku persamaan outputnya $Q = A + B$.



Gbr. 3.7 . Rangkaian gerbang OR dengan transistor

3.3 Gerbang AND

Gerbang AND ini simbolnya dapat kita lihat seperti gambar di bawah ini



Gbr. 3.8. Simbol gerbang AND

Adapun persamaan Boole untuk output dari gerbang AND di atas adalah $Q = A.B$.

Pada gerbang AND output Q akan ada jika input A ada dan input B ada. Lebih jelasnya dapat dilihat pada tabel kebenaran di bawah ini.

INPUT		OUTPUT
A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabel 3.3. Tabel kebenaran gerbang AND

Dari tabel 3.3 dapat kita lihat bahwa persamaan output $Q = A.B$, dimana

$$A + B = Q$$

$$0 + 0 = 0$$

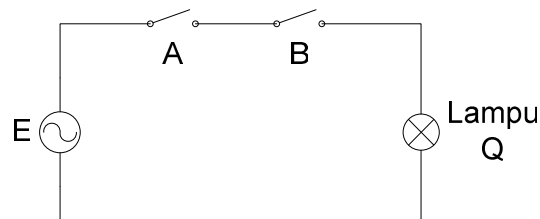
$$0 + 1 = 0$$

$$1 + 0 = 0$$

$$1 + 1 = 1$$

Pertanyaan : Coba susun tabel kebenaran gerbang AND dengan menggunakan tiga buah input ($Q = A \times B \times C$).

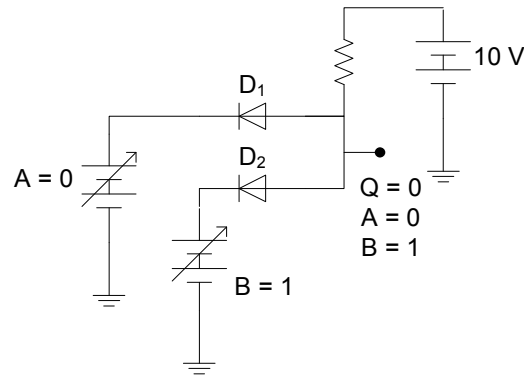
Gerbang AND ini dapat juga dibuat dengan menggunakan saklar seperti terlihat pada gambar 3.9.



Gbr. 3.9. Gerbang AND dengan saklar

Dari gambar 3.9 dapat dilihat bahwa lampu Q (Output Q) menyala apabila saklar A dan saklar B pada keadaan terhubung (ON). Artinya $Q = 1$ apabila $A = 1$ dan $B = 1$.

Gerbang AND dengan menggunakan dioda dengan dua masukan dapat dilihat seperti gambar 3.10.



Gbr. 3.10. Rangkaian gerbang AND dengan dioda

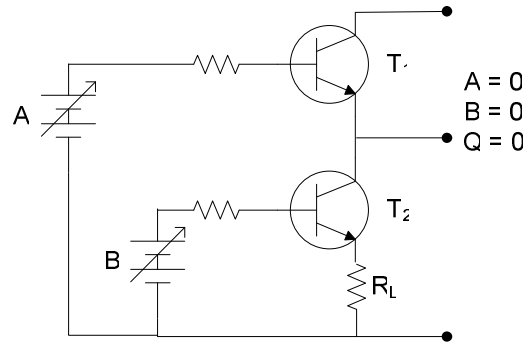
INPUT		OUTPUT
A	B	Q
2V	2V	2V
2V	2V	2V
10V	2V	2V
10V	10V	10V

atau

INPUT		OUTPUT
A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3.4 Tabel kebenaran gerbang AND

Dari gambar 3.10 apabila $A = 2$ Volt yang kita nyatakan pada keadaan logic 0 dan $B = 10$ Volt yang kita nyatakan pada keadaan logic 1, maka tegangan output $Q = 2$ Volt yang kita nyatakan pada logic 1 0. Artinya diode D_1 pada keadaan forward bias dan diode D_2 pada keadaan reverse bias, sehingga tegangan pada Q pada keadaan logic 0 (± 2 V), jika $A = 10$ V dan $B = 10$ V, maka kedua diode pada keadaan reverse bias sehingga tegangan pada $Q = 10$ V. Artinya $A = 1$ dan $B = 1$, maka $Q = 1$. Lebih jelasnya dapat dilihat pada tabel 3.4. sedangkan gerbang AND dengan menggunakan transistor dapat dilihat pada gambar 3.11.



Gambar 3.11 Rangkaian NAND dengan transistor

Dari gambar 3.11 jika baterai A dan B pada posisi minimum, maka kedua transistor tidak bekerja (tidak konduksi) sehingga tegangan adalah 0. Artinya $A = 0$ dan $B = 0$, maka $Q = 0$.

Selanjutnya jika tegangan baterai A pada keadaan logic 1 (misal $A = 10\text{ V}$) dan baterai B pada keadaan logic ($B = 10\text{ V}$), maka kedua transistor bekerja (konduksi) sehingga tegangan pada beban R_L ada (pada keadaan logic 1). Artinya $A = 1$, $B = 1$, maka $Q = 1$.

3.4 Gerbang NOT

Jenis gerbang yang lain adalah gerbang NOT, yang juga disebut inverter (pembalik). Gerbang NOT ini mempunyai sebuah input dan sebuah output yang dilakukannya hanyalah membalik sinyal input. Jika inputnya diberi tegangan, maka outputnya tidak ada. Sebaliknya jika inputnya tidak ada tegangan (rendah), maka pada outputnya akan terbentuk tegangan (tinggi).

Adapun symbol gerbang NOT ini dapat dilihat pada gambar 3.12, dan tabel kebenarannya pada tabel 3.5.

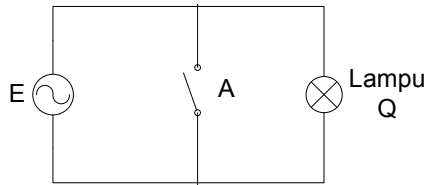


Gambar 3.12 Simbol gerbang NOT

INPUT	OUTPUT
A	Q
0	1
1	0

Tabel 3.5. Tabel kebenaran gerbang NOT

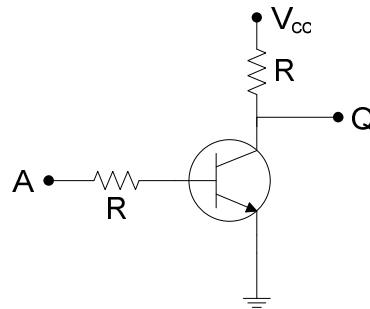
Gerbang NOT ini dapat juga dijelaskan dengan menggunakan saklar seperti terlihat pada gambar 3.13.



Gambar 3.13 Rangkaian gerbang NOT dengan saklar

Dari gambar dapat kita jelaskan bahwa jika saklar terhubung ($A = 1$), maka lampu Q tidak menyala ($Q = 0$), dan sebaliknya jika saklar A terbuka ($A = 0$), maka lampu Q menyala ($Q = 1$)

Gerbang NOT ini dapat dijelaskan dengan menggunakan transistor seperti pada gambar 3.14.



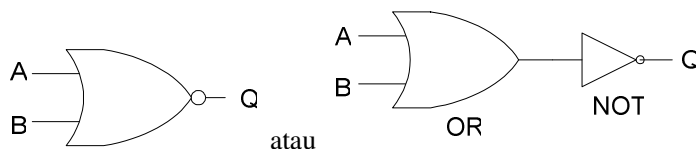
Gbr. 3.14. Rangkaian gerbang NOT dengan transistor

Dari Gambar 3.14, jika A diberi tegangan (keadaan logik 1), maka arus mengalir dari V_{cc} melalui R ke ground sehingga tegangan output Q kecil sekali (keadaan logik 0). Artinya jika $A = 1$, maka $Q = \bar{A} = 0$.

3.5 Gerbang NOR

Gerbang NOR adalah gabungan antara gerbang OR dengan gerbang NOT. NOR adalah singkatan dari NOT OR yang berarti lawan dari OR ataupun kebalikan OR.

Adapun simbol dari gerbang NOR terlihat pada gambar 3.15.



Gambar 3.15 Simbol gerbang NOR

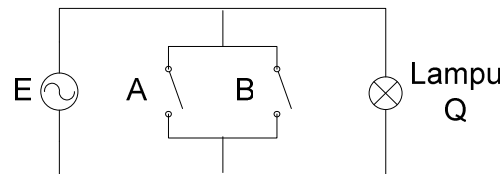
Persamaan Boole dari output gerbang NOT adalah $Q = \overline{A + B}$ dan tabel kebenarannya seperti pada tabel 3.6.

INPUT		OUTPUT
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabel 3.6. Tabel kebenaran gerbang NOR

Pertanyaan : Susun tabel kebenaran gerbang NOR dengan tiga buah input ($Q = \overline{A + B + C}$).

Rangkaian gerbang NOR dengan menggunakan saklar seperti terlihat pada gambar 3.16.



Gambar 3.16. Rangkaian gerbang dengan saklar

Dari gambar 3.16 terdapat empat hal untuk dianalisa.

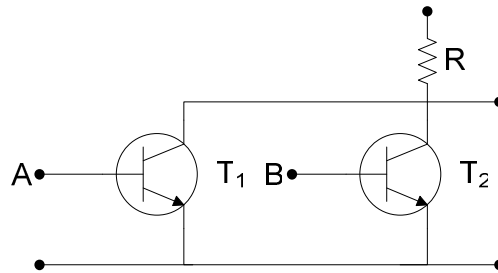
Hal 1. Saklar A dan B terbuka ($A = 0$ dan $B = 0$), maka arus mengalir dari sumber tegangan ke lampu Q sehingga lampu Q menyala ($Q = 1$).

Hal 2. Saklar A terbuka ($A = 0$); saklar B terhubung ($B = 1$), maka lampu Q tidak menyala ($Q = 0$).

Hal 3. Saklar A terhubung ($A = 1$), saklar B terbuka ($B = 0$), maka lampu Q tidak menyala ($Q = 0$) karena arus listrik pada hubung pendek melalui saklar A.

Hal 4. Saklar terhubung ($A = 1$) dan saklar B terhubung ($B = 1$), maka arus listrik pada hubung pendek sehingga lampu Q tidak menyala ($Q = 0$).

Rangkaian gerbang NOR dengan menggunakan transistor dapat dilihat pada gambar 3.17.

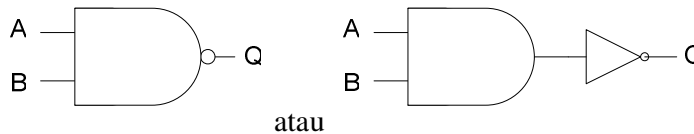


Gambar 3.17. Rangkaian gerbang NOR dengan menggunakan transistor

Jika input A dan input B hubung pendek ke ground ($A = 0$ dan $B = 0$), maka input kedua transistor tidak kerja sehingga tegangan jatuh pada kaki kolektor T, sama dengan tegangan V_{cc} ($Q = 1$).

3.6 Gerbang NAND

Gerbang NAND adalah gabungan gerbang AND dengan gerbang NOT. NAND singkatan dari NOT AND yang berarti kebalikan dari gerbang AND symbol dari gerbang NAND terlihat seperti pada gambar 3.18.



Gambar 3.18. Simbol gerbang NAND

Persamaan Boole dari output gerbang NAND diatas adalah $Q = \overline{A \times B}$ dan

Tabel kebenarannya seperti pada tabel 3.7.

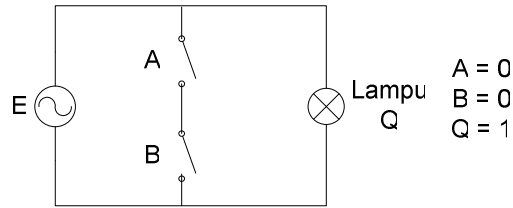
INPUT		OUTPUT
A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabel 3.7. Tabel kebenaran gerbang NAND

Pertanyaan : Coba susun tabel kebenaran gerbang NAND dengan tiga buah input ($Q = \overline{A \cdot B \cdot C}$)

Kalau kita perhatikan tabel 3.7 ternyata adalah kebalikan dari tabel 3.3 dimana output Q nya berkebalikan.

Rangkaian gerbang NAND dengan menggunakan saklar seperti pada gambar 3.19.

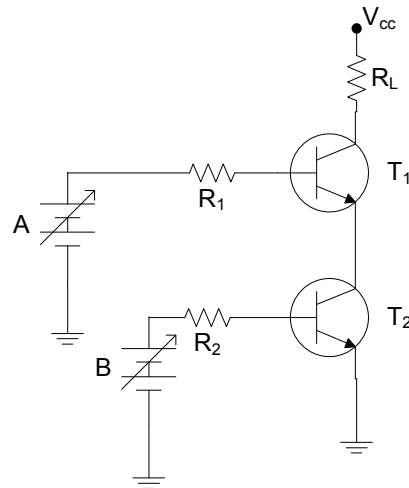


Gambar 3.19 gerbang NAND dengan saklar.

Dari gambar dapat dilihat bahwa :

- Jika saklar A terbuka dan saklar B terbuka, maka lampu Q menyala. Artinya $A = 0$, $B = 0$, maka $Q = 1$
- Jika saklar A terbuka, saklar B terhubung, maka lampu Q menyala. Artinya $A = 0$, $B = 1$, maka $Q = 1$
- Jika saklar A terhubung, saklar B terbuka, maka lampu Q menyala. Artinya $A = 1$, $B = 0$, maka $Q = 1$
- Jika saklar A terhubung dan saklar B terhubung maka lampu Q tidak menyala. Artinya $A = 1$, $B = 1$, maka $Q = 0$

Adapun rangkaian gerbang NAND dengan menggunakan transistor dapat dilihat seperti pada gambar 3.20.



Gambar 3.20 Rangkaian gerbang NAND dengan transistor.

Dari gambar 3.20, jika baterai A dan baterai B tegangan maksimum (atau melebihi tegangan V_{BE} masing-masing transistor), maka transistor T_1 dan T_2 konduktif (menghantarkan atau bekerja) sehingga arus listrik mengalir dari $+V_{cc}$ melewati R_L , T_1 dan T_2 ke ground. Artinya bila $A=1$; $B=1$, maka $Q=0$.

3.7 Hukum-hukum dan teori Aljabar Boole

Berhubung pada rangkaian logika mempunyai beberapa gerbang didalamnya, maka untuk mempermudah operasi aljabar Boole digunakan hukum-hukum dan teori aljabar Boole yang perlu diingat adalah:

$$A + 0 = A \quad A \times 0 = 0 \quad \bar{\bar{A}} = A$$

$$A + 1 = 1 \quad A \times 1 = A \quad \bar{\bar{\bar{A}}} = \bar{A}$$

$$A + A = A \quad A \times \bar{A} = 0$$

$$A + \bar{A} = 1 \quad A \times A = A$$

Pembahasan

$$\begin{aligned}
 Q &= A \oplus B \oplus C \\
 &= (\overline{AB} + A\overline{B}) \oplus C \\
 &= (\overline{AB + A\overline{B}})C + (\overline{AB + A\overline{B}})\overline{C} \\
 &= (\overline{AB \cdot \overline{AB}})C + \overline{ABC} + A\overline{BC} \\
 &= (\overline{A + B})(\overline{A + B})C + \overline{ABC} + A\overline{BC} \\
 &= (A + \overline{B})(\overline{A + B})C + \overline{ABC} + A\overline{BC} \\
 &= (A\overline{A} + AB + \overline{A}\overline{B} + B\overline{B})C + \overline{ABC} + A\overline{BC} \\
 &= (0 + AB + \overline{A}\overline{B} + 0)C + \overline{ABC} + A\overline{BC} \\
 &= (AB + \overline{A}\overline{B})C + \overline{ABC} + A\overline{BC} \\
 &= ABC + \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}
 \end{aligned}$$

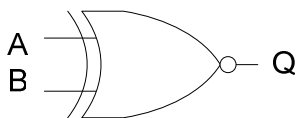
Jadi table kebenaran gerbang XOR dengan tiga buah input dapat disusun seperti pada table 3.9

Tabel 3.9 Tabel kebenaran gerbang XOR dengan tiga buah input

INPUT			OUTPUT
A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

3.9. Gerbang EX-NOR

Gerbang EX-NOR sering disingkat dengan gerbang XNOR, symbol XNOR dapat dilihat pada gambar 3.25.



Gambar.3.25 simbol gerbang XNOR

Persamaan blok dari output gerbang XNOR dengan dua input diatas adalah :

$$\begin{aligned}
Q &= \overline{A \oplus B} \\
&= \overline{AB + \overline{AB}} \\
&= (\overline{AB})(\overline{\overline{AB}}) \\
&= (\overline{A + B})(\overline{\overline{A + B}}) \\
&= (A + \overline{B})(\overline{A + B}) \\
&= A\overline{A} + AB + \overline{A}\overline{B} + B\overline{B} \\
&= AB + \overline{A}\overline{B}
\end{aligned}$$

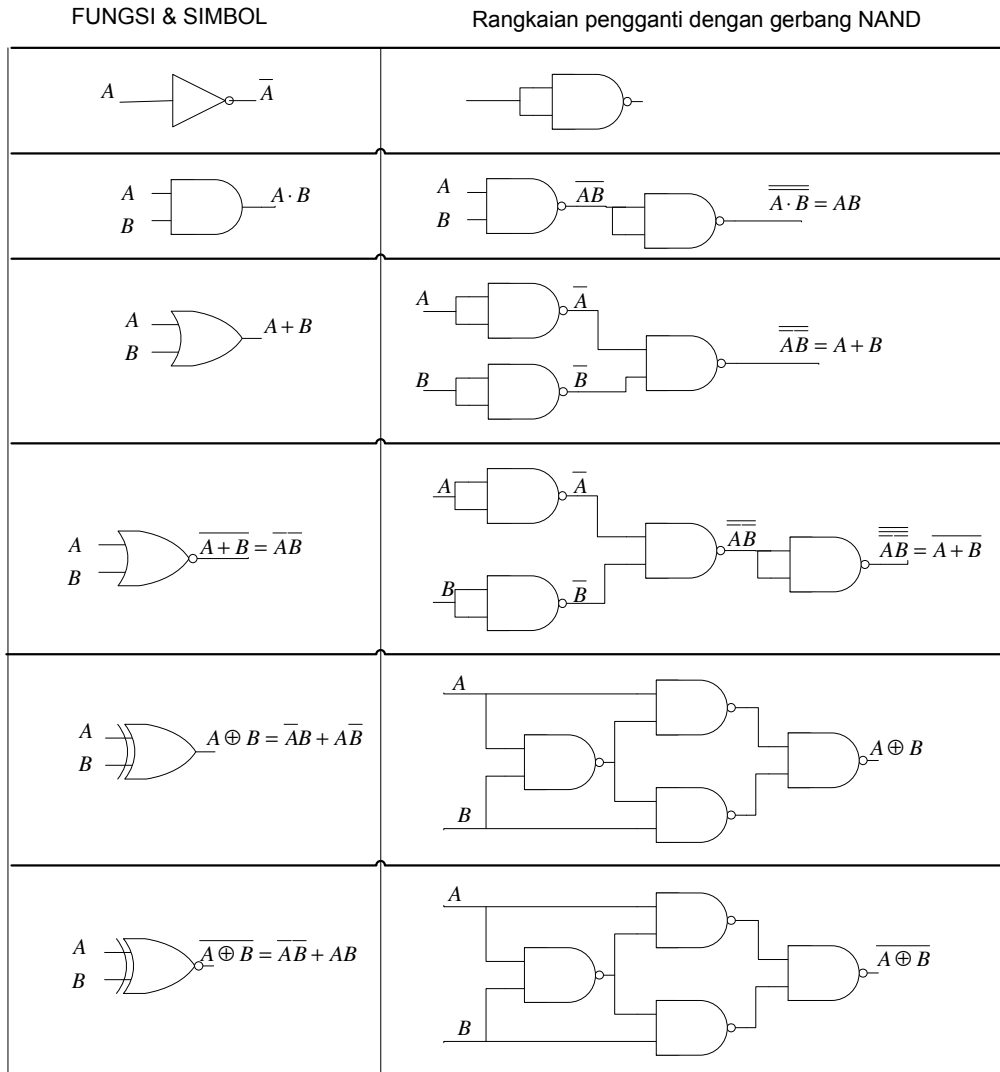
Jadi tabel kebenaran dari gerbang XNOR dapat disusun seperti pada tabel 3.10

INPUT		OUTPUT
A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabel 3.10 Tabel kebenaran gerbang XNOR

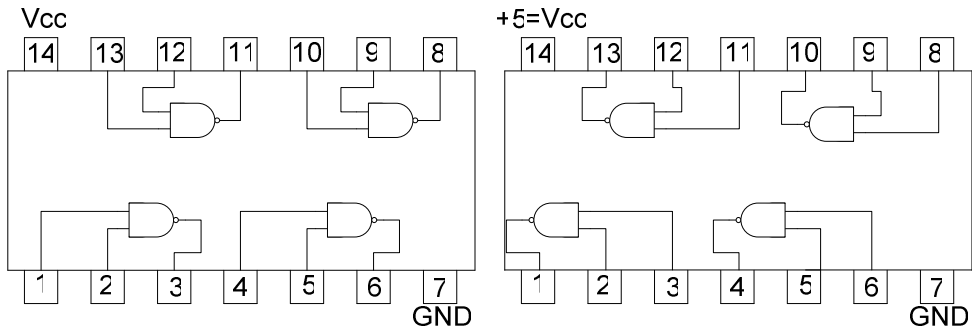
Pertanyaan : coba susun tabel kebenaran tiga buah input.?

3.10. Membentuk gerbang lain dengan gerbang NAND dengan melihat literature perusahaan, terlihat bahwa gerbang NAND lebih banyak tersedia dibandingkan gerbang jenis lain, karena itu baiklah kita rangkai gerbang NAND dari gerbang NOT, AND, OR, NOR, XOR, dan gerbang XNOR seperti terlihat pada gambar dibawah ini .



Gambar 3.26. Penggambaran gerbang logika lain dengan gerbang NAND

Adapun TTL (Transistor-Transistor Logic) IC yang didalamnya mengandung gerbang NAND antara lain TTL IC jenis : type SN 7400, type SN 7410, type SN 7420, dan type SN 7430 dimana; SN 7400 terdiri dari 4 buah gerbang NAND dengan masing-masing 2 buah input; SN7410 mengandung 3 buah gerbang NAND dengan masing-masing 3 buah input. SN7420 mengandung 2 buah gerbang NAND dengan masing-masing 4 buah input. SN7430 mengandung 1 buah gerbang NAND dengan masing-masing 8 buah input. Salah satu contoh IC SN7400 dapt dilihat seperti pada gambar 3.27



Gambar 3.27. Bentuk dan pin SN7400 dan SN7401

TTL IC seri7400 ini biasanya bekerja untuk temperature 0-70° C. Biasanya tegangan yang ideal untuk 0 (rendah) adalah 0 volt dan logic 1 (tinggi) adalah +5 volt. Tetapi pada kenyataannya logic 0 mendekati 0 volt yaitu 0,4-0,8 volt dan logic 1 diatas 2volt yaitu 2-5 volt.