

## BILANGAN BERPANGKAT

Jika  $a$  bilangan real dan  $n$  bilangan bulat positif, maka  $a^n$  adalah

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factors}}$$

perkalian  $a$  sebanyak  $n$  faktor.

Bilangan berpangkat  $a^n$ ,  $a$  disebut bilangan pokok dan  $n$  disebut pangkat atau eksponen.

Jika  $a \neq 0$ , maka  $a^0 = 1$ .

Jika  $a \neq 0$  dan  $n$  bilangan bulat positif, maka  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

### Sifat-sifat bilangan berpangkat.

1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}}$  jika  $a \neq 0$
3.  $(ab)^n = a^n b^n$
4.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  jika  $b \neq 0$
5.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
6.  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
7.  $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$

Contoh:

Sederhanakan bentuk berikut dan nyatakan hasilnya dalam pangkat positif

$$\sqrt[4]{a^2 \sqrt[3]{a^2}}$$

Jawab.

$$\sqrt[4]{a^2 \sqrt[3]{a^2}} = \sqrt[4]{a^2 a^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[4]{a^{2+\frac{2}{3}}} = \sqrt[4]{a^{\frac{8}{3}}} = a^{\frac{8 \cdot 1}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Jadi } \sqrt[4]{a^2 \sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

**Persamaan eksponen:** persamaan yang mengandung variabel dalam eksponen.

Bentuk-bentuk persamaan eksponen:

1.  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x), a > 0, a \neq 1$
2.  $a^{f(x)} = b^{f(x)} \Leftrightarrow f(x) = 0, a, b > 0$
3.  $f(x)^{g(x)} = f(x)^{h(x)}$ 
  - i.  $g(x) = h(x)$
  - ii.  $f(x) = 1$
  - iii.  $f(x) = -1$  asal  $g(x)$  dan  $h(x)$  sama-sama genap atau sama-sama ganjil
  - iv.  $f(x) = 0$  asal  $g(x), h(x) > 0$

Contoh

Selesaikan persamaan eksponensial berikut.

$$4^{x+3} = \sqrt[4]{8^{x+5}}$$

Jawab.

Bilangan pokok kedua ruas disamakan menjadi 2, sehingga

$$4^{x+3} = \sqrt[4]{8^{x+5}} \Leftrightarrow (2^2)^{x+3} = \sqrt[4]{(2^3)^{x+5}}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2(x+3)} = 2^{\frac{3(x+5)}{4}}$$

$$\Leftrightarrow 2(x+3) = \frac{3(x+5)}{4}$$

$$\Leftrightarrow 8x + 24 = 3x + 15$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{9}{5}$$

### SOAL LATIHAN

1. Nyatakan ekspresi berikut ke dalam bentuk pangkat positif

a.  $\frac{x^5y^{-2}}{x^3y}$ ,  $x \neq 0, y \neq 0$

b.  $\left(\frac{x^{-3}}{3y^{-1}}\right)^{-2}$ ,  $x \neq 0, y \neq 0$

c.  $\left(\frac{81a^4}{b^8}\right)^{-\frac{1}{4}}$

d.  $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2$

e.  $\left(\frac{a^2}{b}\right)^7 \left(-\frac{b^2}{a^3}\right)^6$

f.  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}}{c^{\frac{3}{4}}}\right)^6 \left(\frac{c^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{3}}}\right)^9$

g.  $(\sqrt[3]{x^3}\sqrt[4]{x}) : (\sqrt{a^2b})$

h.  $\frac{4p^8q^{10}r^{-5}}{8p^2q^6r^4}$

i.  $\left(\frac{\sqrt{a}\sqrt[3]{b}}{\sqrt[5]{ab}}\right)(\sqrt{a^2b})$

j.  $\sqrt[5]{a^5}\sqrt[5]{a^2}$

2. Hitunglah

a.  $81^{\frac{1}{2}}$

b.  $81^{\frac{3}{4}}$

c.  $\left(\frac{16}{49}\right)^{\frac{3}{2}}$

d.  $(-27)^{\frac{1}{3}}$

e.  $(-32)^{\frac{4}{5}}$

- f.  $-400^{\frac{1}{2}}$
- g.  $(4a)^0$
- h.  $4(3+a)^0$
- i.  $125^{-\frac{1}{3}}$
- j.  $(-125)^{-\frac{1}{3}}$
- k.  $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}$
- l.  $-\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}}$
- m.  $-\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}}$
- n.  $(243)^{-\frac{2}{3}}$
- o.  $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^{-4}$

4. Selesaikan persamaan eksponen berikut.

- a.  $5^{2x} = 625$
- b.  $\sqrt{3^{2x-5}} = 1$
- c.  $(\sqrt{10})^{x+2} = 0,1$
- d.  $4^{3x-7} = 4^{5+x}$
- e.  $5^{x^2-3x+8} = 25^{x^2+x+1}$
- f.  $18^{8-4x} = (54\sqrt{2})^{3x-4\frac{10}{39}}$
- g.  $x^{2x^2-3x-2} = 1$
- h.  $(2x-3)^{x^2+2x-15} = 1$

5. Jika  $p = \frac{1}{\sqrt{14}-\sqrt{13}}$  dan  $q = \frac{1}{\sqrt{14}+\sqrt{13}}$  maka nilai dari  $p^2 + pq + q^2$  adalah ...

6. Nilai dari  $\sqrt{5050^2 - 4950^2}$  adalah ...

7. Nilai dari  $\sqrt{\frac{0,036}{0,9}}$  adalah ...

8. Jika  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x}$ , maka  $\sqrt{x} = \dots$

9. Urutan bilangan-bilangan  $2^{5555}$ ,  $5^{2222}$ , dan  $3^{3333}$  dari yang terkecil sampai yang terbesar adalah ...

10. Sederhanakan  $\frac{\sqrt{(1+2^4+2^5)(1+2^3+2^4)}+2^6}{\sqrt{1+2^3}}$

11. Tentukan nilai  $\left( \frac{1.2.4 + 2.4.8 + \dots + n.2n.4n}{1.3.9 + 2.6.18 + \dots + n.3n.9n} \right)^{\frac{1}{3}}$

12. Manakah yang lebih besar:  $2^{175}$  atau  $5^{75}$  ?

13. Berapakah nilai dari

a.  $\frac{(666)^4}{(222)^4}$

b.  $(0,1)^3(20)^3$

## POLA BILANGAN, BARISAN, DAN DERET

Barisan adalah urutan bilangan dengan pola/aturan tertentu.

### 1. Barisan bilangan genap

Barisan : 2, 4, 6, 8, ...

Deret : 2+4+6+8+...

Rumus suku ke-n :  $U_n = 2n$

Jumlah n suku pertama :  $S_n = n^2 + n$

### 2. Barisan bilangan ganjil

Barisan : 1, 3, 5, 7, ...

Deret : 1+3+5+7+...

Rumus suku ke-n :  $U_n = 2n - 1$

Jumlah n suku pertama :  $S_n = n^2$

### 3. Barisan bilangan segitiga

Barisan : 1, 3, 6, 10, ...

Deret : 1+3+6+10+...

$$\text{Rumus suku ke-}n : U_n = \frac{1}{2}n(n + 1)$$

$$\text{Jumlah } n \text{ suku pertama : } S_n = \frac{1}{6}n(n + 1)(n + 2)$$

#### 4. Barisan bilangan persegi

Barisan : 1, 4, 9, 16, ...

Deret : 1+4+9+16+...

$$\text{Rumus suku ke-}n : U_n = n^2$$

$$\text{Jumlah } n \text{ suku pertama : } S_n = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$$

#### 5. Barisan bilangan segitiga pascal

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & 1 & \\ & & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & 2 & & 1 & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & \dots & & \dots & & \dots & \end{array}$$

Jumlah bilangan baris ke- $n$  segitiga Pascal =  $2^{n-1}$ .

#### 6. Barisan bilangan kubik

Barisan :  $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \dots$

Deret :  $1^3+2^3+3^3+4^3+\dots$

$$\text{Rumus suku ke-}n : U_n = n^3$$

$$\text{Jumlah } n \text{ suku pertama : } S_n = \frac{1}{4}n^2(n + 1)^2$$

### 7. Barisan bilangan persegi panjang

Barisan : 2, 6, 12, ...

Deret ; 2+6+12+...

Rumus suku ke-n :  $U_n = n(n+1)$

Jumlah n suku pertama :  $S_n = \frac{1}{3} n (n + 1)(n + 2)$

### 8. Barisan bilangan balok

Barisan : 6, 24, 60, ...

Deret : 6+24+60+...

Rumus suku ke-n :  $U_n = n(n+1)(n+2)$

Jumlah n suku pertama :  $S_n = \frac{1}{4} n (n + 1)(n + 2)(n + 3)$

### 9. Barisan Fibonacci

Barisan Fibonacci adalah barisan yang nilai sukunya sama dengan jumlah dua suku sebelumnya.

Barisan : 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Deret : 1+1+2+3+5+...

Rumus suku ke-n :  $U_n = U_{n-1} + U_{n-2}$

### 10. Barisan aritmetika

Barisan aritmetika adalah barisan yang selisih dua suku berurutannya tetap/sama.

Suku pertama  $U_1 = a$ , selisih=beda= $b$ , banyaknya suku  $n$

Rumus suku ke-n :  $U_n = a + (n-1)b$

Jumlah n suku pertama :  $S_n = \frac{n}{2} (a + U_n) = \frac{n}{2} (2a + (n - 1)b)$

## 11. Barisan geometri

Barisan geometri adalah barisan yang perbandingan(rasio) dua suku berurutannya tetap/sama.

Suku pertama  $U_1=a$ , perbandingan=rasio= $r$ , banyaknya suku  $n$

Rumus suku ke- $n$  :  $U_n = a \cdot r^n$

Jumlah  $n$  suku pertama :  $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

## 12. Deret geometri tak berhingga

Suatu deret geometri dikatakan deret geometri tak berhingga jika deret tersebut memiliki banyak suku yang tidak berhingga.

Jika suatu deret geometri tak berhingga memiliki nilai rasio  $-1 < r < 1$ , maka jumlah sukunya sampai tak hingga ada nilainya, yaitu  $S_n = \frac{a}{1-r}$ .

## SOAL-SOAL LATIHAN PILIHAN GANDA

1. Bilangan segitiga adalah bilangan yang berbentuk  $\frac{n(n+1)}{2}$ , dengan  $n$  adalah bilangan asli. Banyaknya bilangan segitiga yang kurang dari 100 adalah....
  - A. 8
  - B. 9
  - C. 10
  - D. 13
  - E. 15
2. Jumlah 101 bilangan bulat berurutan adalah 101. Berapakah bilangan bulat yang terbesar di dalam barisan bilangan tersebut?



- A. 51
- B. 56
- C. 100
- D. 101
- E. 150

3. Perhatikan 3 barisan enam bilangan berikut.

- (1) 8, 16, 32, 64, 128, dan 259
- (2) 7, 11, 16, 22, 29, dan 37
- (3) 2, 9, 2, 16, 2, dan 25

Manakah dari 3 barisan tersebut yang mungkin menjadi 6 suku berikutnya dari suatu barisan bilangan yang tiga suku pertamanya adalah 1, 2, dan 4.

- A. (1)
- B. (2)
- C. (3)
- D. (1) dan (2)
- E. Semua

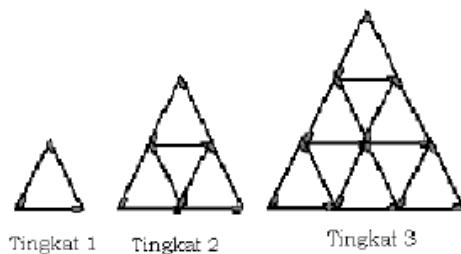
4. Jika diberikan  $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1}n$ , dimana  $n = 1, 2, \dots$ , maka  $S_{17} + S_{33} + S_{50} =$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 22

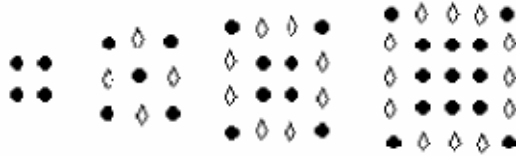
5. Misalnya  $N = \frac{1}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \dots + \frac{1}{10^{11}}$ . Dalam bentuk desimal nilai  $N$  adalah ....

6. Bentuk sederhana dari  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{2005(2005+1)}$  adalah .....

7.  $\frac{1}{1^2 + 1} + \frac{1}{2^2 + 2} + \frac{1}{3^2 + 3} + \frac{1}{4^2 + 4} + \dots + \frac{1}{2004^2 + 2004} = \dots$
8. Diketahui suatu barisan  $U(n) = 2.3 + 3.4 + 4.5 + 5.6 + 6.7 + \dots$  sehingga beberapa suku awal dari barisan tersebut  $U(1)=6$ ,  $U(2)=18$ ,  $U(3)=38$ ,  $U(4)=68$ ,  $U(5)=110$ . Tentukan nilai dari  $U(20)$ .
9. Berapakah  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2010.2011}$  ?
10. Diketahui  $a+(a+1)+(a+2)+\dots+50 = 1139$ . Jika  $a$  bilangan positif, maka  $a = \dots$
11. Dua bilangan positif disisipkan di antara bilangan-bilangan 3 dan 9 demikian rupa, sehingga tiga bilangan pertama membentuk barisan geometri, sedangkan tiga bilangan terakhir membentuk barisan aritmatika. Jumlah dua bilangan positif tersebut adalah  $\dots$
12. Pada sebuah barisan aritmatika, nilai suku ke-25 tiga kali nilai suku ke-5. Suku yang bernilai dua kali nilai suku pertama adalah suku ke  $\dots$
13. Gambar di bawah ini menunjukkan tiga pola segitiga tingkat 1, tingkat 2, dan tingkat 3, yang terbuat dari batang korek api. Dibutuhkan tiga batang korek api untuk membuat segitiga tingkat 1, sembilan batang korek api untuk membuat segitiga tingkat 2, dan 18 batang korek api untuk membuat segitiga tingkat 3.



- (a) berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk membuat segitiga tingkat 5.
- (b) berapa batang korek api yang dibutuhkan untuk membuat segitiga tingkat 10.
14. Perhatikan gambar berikut.



Banyaknya bulatan hitam pada gambar kesepuluh nantinya adalah .....

15. Bilangan  $x$  yang memenuhi persamaan  $x+2x+3x+\dots+2008x=2008$  adalah ....
16. Suatu barisan 1, 3, 6, 10, 15, ... dikenal sebagai barisan segitiga. Masing-masing angka segitiga dapat dinyatakan  $\frac{n(n+1)}{2}$  dimana  $n$  adalah bilangan asli. Bilangan segitiga terbesar yang kurang dari 500 adalah ....
17. Berapakah nilai dari  $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 2007^2 - 2008^2$  ?
18. Jumlah 101 bilangan bulat berurutan adalah 101. Berapakah bilangan bulat yang terbesar di dalam barisan bilangan tersebut ?
19. Bilangan asli  $n$  terbesar yang memenuhi  $\frac{1+2+3+\dots+n}{n} < 2005$  adalah ...
20. Bilangan asli terbesar sehingga jumlah  $1+3+5+\dots+(2n-1)$  lebih kecil 2006 adalah ....