

KOMBINATORIKA DAN PELUANG

Faktorial

Jika n adalah bilangan asli, maka n factorial, ditulis $n!$ diartikan sebagai

$$n(n-1)(n-2)\dots 3.2.1$$

dan didefinisikan $0!=1$

Permutasi

Permutasi dari n unsur adalah banyaknya cara menyusun n buah unsur berbeda dengan memperhatikan urutannya, biasanya dinotasikan dengan P_n . Permutasi n unsur dapat dihitung dengan

$$P_n = n!$$

Permutasi k unsur dari n unsure tanpa pengulangan adalah banyaknya menyusun k unsure yang berbeda tanpa pengulangan dari n buah unsur, biasanya dinotasikan dengan P_n^k dan dihitung dengan rumus

$$P_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Permutasi k unsur dari n unsur dengan pengulangan adalah banyaknya cara menyusun k unsur dengan pengulangan dari n unsur, biasanya dinotasikan dengan P_n^k dan dihitung dengan rumus

$$P_n^k = k^n$$

Banyaknya cara menyusun n unsur dimana k unsure masing-masing muncul sebanyak q_1, q_2, \dots, q_k adalah

$$p = \frac{n!}{q_1!q_2!\dots q_k!}$$

Kombinasi

Kombinasi k unsur dari n unsure adalah banyaknya cara menyusun k unsur yang berbeda dari n buah unsur tanpa memperhatikan urutan penyusunan, biasanya dinotasikan dengan C_n^k atau $\binom{n}{k}$ dan dihitung dengan rumus

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Peluang suatu Kejadian

Jika A suatu kejadian dalam ruang sampel S, maka peluang terjadinya kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Binomial Newton

Jika n adalah bilangan asli, maka berlaku

$$(x + y)^n = \sum_{i=1}^n C_i^n x^i y^{n-i}$$

SOAL PILIHAN GANDA

1. Misalkan $S = \{21, 22, 23, \dots, 30\}$. Jika empat anggota S diambil secara acak, maka peluang terambilnya empat bilangan yang berjumlah genap adalah ...
A. $\frac{2}{5}$
B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{11}{21}$
D. $\frac{3}{4}$

2. Suatu percobaan dilakukan dengan ketentuan sebagai berikut :
- (i) Pertama kali dilakukan pelemparan sekeping mata uang.
 - (ii) Jika dalam pelemparan mata uang muncul sisi gambar, percobaan dilanjutkan dengan pelemparan mata uang. Sedangkan jika muncul sisi angka, percobaan dilanjutkan dengan sebuah dadu bersisi enam.
 - (iii) Jika sampai dengan pelemparan mata uang ketiga kalinya selalu muncul gambar, percobaan dihentikan.
 - (iv) Jika dalam pelemparan dadu muncul angka genap, pelemparan dihentikan.
 - (v) Jika dalam pelemparan dadu muncul angka ganjil, pelemparan diulang sekali dan selanjutnya pelemparan dihentikan apapun angka yang muncul.

Peluang bahwa dalam percobaan tersebut tidak pernah terjadi pelemparan dadu adalah ...

- A. 1
- B. $\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{16}$
- D. $\frac{1}{64}$

3. Suatu sekolah mengikutsertakan 3 siswa laki-laki dan 2 siswa perempuan dalam seleksi OSN tingkat kabupaten/kota. Diberikan 3 soal pilihan benar-salah. Peluang bahwa tidak ada satu pun siswa laki-laki yang menjawab semua soal dengan benar, sedangkan ada satu siswa perempuan yang dapat menjawab semua soal dengan benar adalah ...

- A. $\frac{7^3}{8^3}$
- B. $\frac{15 \times 7^3}{8^5}$
- C. $\frac{14 \times 7^3}{8^5}$
- D. $\frac{7^3 + 14}{8^5}$

4. Pada pemilihan calon ketua kelas yang diikuti oleh 5 kontestan, diketahui bahwa pemenangnya mendapat 10 suara. Jika diketahui juga bahwa tidak ada dua kontestan yang memperoleh jumlah suara yang sama, maka perolehan terbesar yang mungkin untuk kontestan dengan suara paling sedikit adalah ...
- A. 3
 - B. 4
 - C. 5
 - D. 6
5. Misalkan $A = \{1,2,3\}$ dan $B = \{a,b,c\}$. Banyaknya korespondensi satu-satu yang dapat dibuat dari A ke B adalah
- A. 1
 - B. 3
 - C. 6
 - D. 9
 - E. 27
6. Bilangan cacah lima digit dengan digit pertama tidak nol dan jumlah semua digitnya sama dengan 2 ada sebanyak
- A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4
 - E. 5
7. Dua mata uang dilempar empat kali berturut-turut. Peluang muncul angka pertama kali pada pelemparan keempat adalah
- A. $\frac{1}{4^4}$
 - B. $\frac{2}{4^4}$
 - C. $\frac{3}{4^4}$
 - D. $\frac{3}{4^2}$
 - E. $\frac{1}{4}$

8. Untuk meningkatkan penjualan , suatu perusahaan memberikan hadiah yang dimuat dalam setiap kotak susu yang dijual satu dari empat seri buku secara acak. Jika Ghina membeli empat kotak susu, maka peluang Ghina mendapatkan semua seri buku hadiah adalah
- A. $\frac{1}{256}$
 - B. $\frac{2}{256}$
 - C. $\frac{3}{32}$
 - D. $\frac{1}{4}$
 - E. 1
9. Bapak dan ibu Zaenal sedang merencanakan nama bagi anak mereka yang akan segera lahir dengan nama yang terdiri dari 3 kata dengan nama belakang Zaenal. Mereka menginginkan inisial/singkatan nama anak tersebut adalah terurut menurut abjad dengan tak ada huruf yang berulang, sebagai contoh *GTZ*, tetapi mereka tidak mau *TGZ*. Banyak pilihan inisial nama yang dapat dipergunakan adalah
- A. 25
 - B. 125
 - C. 150
 - D. 300
 - E. 600
10. Seorang pedagang menjajakan 10 jeruk manis dan 5 jeruk masam yang kesemuanya terlihat sama dan diletakkan dalam satu keranjang yang sama. Jika Ana ingin membeli dua buah jeruk dan mengambilnya sekaligus secara sembarang, maka peluang Ana akan memperoleh dua jeruk dengan rasa yang sama adalah ...
- A. $\frac{1}{21}$
 - B. $\frac{1}{105}$
 - C. $\frac{11}{21}$

D. $\frac{2}{15}$

E. $\frac{11}{15}$

11. Sebuah kotak berisi sejumlah kelereng berwarna biru dan kuning yang masing-masing warna banyaknya sama. Dua kelereng diambil satu persatu tanpa pengembalian. Jika peluang dua kelereng berwarna sama adalah $\frac{8}{17}$, maka banyaknya kelereng mula-mula adalah

A. 10

B. 12

C. 14

D. 16

E. 18

12. Dalam sebuah kotak terdapat 5 bola merah dan 10 bola putih. Jika diambil dua bola secara bersamaan, peluang memperoleh dua bola berwarna sama adalah

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{2}{21}$

D. $\frac{10}{21}$

E. $\frac{11}{21}$

13. Dalam suatu pertemuan terjadi 28 jabat tangan (salaman). Setiap dua orang saling berjabat tangan paling banyak sekali. Banyaknya orang yang hadir dalam pertemuan tersebut paling sedikit adalah

A. 28

B. 27

C. 14

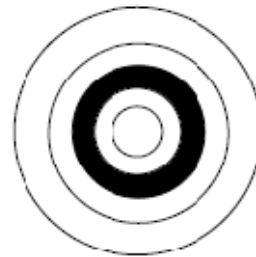
D. 8

E. 7

SOAL URAIAN

1. Delegasi Indonesia ke suatu pertemuan internasional terdiri dari 5 orang. Ada 7 orang pria dan 5 wanita yang mencalonkan diri untuk menjadi anggota delegasi. Jika disyaratkan paling sedikit seorang anggota delegasi itu wanita, berapa banyaknya cara memilih anggota delegasi ?

2. Papan sasaran tembak berbentuk lingkaran-lingkaran dengan pusat berimpit dan setiap lingkaran luar berjari –jari dua kali jari –jari lingkaran didalamnya yang terdekat . Seorang atlit tembak mempunyai tembakan jitu yang selalu mengenai papan tembakan. Peluang tembakan yang mengenai bagian papan tembakan yang berwarna hitam adalah



3. Dipilih 7 bilangan (tanpa pengembalian) dari himpunan $\{1,2,3,\dots,14,15\}$. Berapa peluang bahwa jumlah dari 7 bilangan yang terpilih tadi genap ?
4. Hitung $\binom{n}{1} + 2 \binom{n}{2} + 3 \binom{n}{3} + \dots + n \binom{n}{n}$
5. Tentukan koefisien dari x^{80} dalam ekspansi $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{100}$
6. Di dalam sebuah kotak terdapat 4 buah bola, masing-masing bernomor 1, 2, 3, dan 4. Seorang anak mengambil sebuah bola secara acak, mencatat nomornya, dan kemudian mengembalikannya ke kotak. Hal yang sama ia lakukan sebanyak 4 kali. Berapa peluang jumlah keempat nomor bola yang terambil adalah 12 ?
7. Berapa banyak cara menampung 7 orang dalam 3 kamar hotel jika tersedia 1 kamar yang mempunyai 3 tempat tidur dan 2 kamar lainnya mempunyai 2 tempat tidur.
8. Tentukan penjumlahan $1.1!+2.2!+3.3!+\dots+n.n!$ dalam $n!$