

## PERSAMAAN KUADRAT

Bentuk umum persamaan kuadrat :  $ax^2+bx+c=0$ , dengan  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

Contoh : persamaan  $2x^2-3x-5=0$  merupakan persamaan kuadrat dengan  $a=2, b=-3$ , dan  $c=5$ .

Bilangan  $x_1$  dikatakan akar persamaan kuadrat  $ax^2+bx+c=0$  jika memenuhi  $ax_1^2+bx_1+c=0$ .

Menyelesaikan persamaan kuadrat berarti menentukan akar persamaan kuadrat. Akar persamaan kuadrat  $ax^2+bx+c=0$  dapat dicari dengan menggunakan rumus abc berikut:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \text{ dengan } D = b^2 - 4ac$$

### Sifat-sifat :

1. Jika  $D > 0$  maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar bilangan real dan berbeda  
Jika  $D = 0$  maka persamaan kuadrat mempunyai dua akar bilangan real dan sama (akar kembar)  
Jika  $D < 0$  maka kedua akar persamaan kuadrat berupa bilangan khayal dan berbeda
2. Jika  $x_1$  dan  $x_2$  akar-akar persamaan kuadrat  $ax^2+bx+c=0$ , maka

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Jika  $x_1$  dan  $x_2$  merupakan akar-akar persamaan kuadrat, maka

$$(x-x_1)(x-x_2)=0$$

$$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0$$

### CONTOH 1

Selesaikan persamaan  $9x^4-10x^2+1=0$

Jawab.

Misalkan  $y=x^2$ , maka persamaan  $9x^4-10x^2+1=0$  dapat ditulis menjadi  $9y^2-10y+1=0$ . Dengan rumus abc diperoleh

$$y_{12} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{18} = \frac{10 \pm 8}{18}$$

$$y_1 = \frac{10-8}{18} = \frac{1}{9} \text{ dan } y_2 = \frac{10+8}{18} = 1$$

Karena  $y=x^2$ , maka

$$x^2 = \frac{1}{9} \text{ sehingga } x = -\frac{1}{3} \text{ atau } x = \frac{1}{3}$$

$$x^2 = 1 \text{ sehingga } x = -1 \text{ atau } x = 1.$$

Jadi penyelesaiannya adalah  $-1, -1/3, 1/3, 1$ .

### CONTOH 2

Dua pipa bersama-sama dapat mengisi penuh suatu tampungan air dalam waktu 6 jam 40 menit. Tentukan waktu yang dibutuhkan masing-masing pipa untuk mengisi penuh tampungan air tersebut jika salah satu pipa dapat mengisi secara penuh dalam waktu 3 jam kurangnya dari pipa yang kedua.

Jawab.

Misalkan:  $x$  = waktu (dalam jam) yang dibutuhkan oleh pipa yang lebih kecil

$x-3$  = waktu yang dibutuhkan oleh pipa yang lebih besar,

maka

$\frac{1}{x}$  adalah bagian air yang diisi oleh pipa yang lebih kecil dalam waktu 1 jam

$\frac{1}{x-3}$  adalah bagian air yang diisi oleh pipa yang lebih besar dalam waktu 1 jam

Kedua pipa bersama-sama dapat mengisi penuh dalam waktu 6 jam 40 menit atau  $\frac{20}{3}$  jam, maka kedua pipa dalam waktu 1 jam dapat mengisi  $\frac{1}{\frac{20}{3}}$  atau  $\frac{3}{20}$  bagian.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{3}{20}$$

$$\frac{(x-3) + x}{x(x-3)} = \frac{3}{20}$$

$$20(x-3) + 20x = 3x(x-3)$$

$$3x^2 - 49x + 60 = 0$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ atau } x=15.$$

Jadi pipa yang lebih kecil dapat mengisi tampungan sampai penuh dalam waktu 15 jam, sedangkan pipa yang lebih besar dalam waktu 12 jam.

#### SOAL-SOAL LATIHAN

1. Tentukan akar-akar Persamaan Kuadrat berikut dan jenisnya

a.  $x^2 - 6 = 0$

b.  $10x^2 - 19x - 15 = 0$

c.  $2 = y + 6y^2$

d.  $x^2 + x = 4$

e.  $y^2 + 16y + 64 = 0$

f.  $x^2 - x = 20$

g.  $2x^2 + 11x - 6 = 0$

- h.  $x(x-2)=3$
- i.  $y^2-16=0$
2. Tentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat berikut.
- a.  $x^2 + 5x - 8 = 0$
- b.  $8x^2 - x - 2 = 0$
- c.  $5 - 10x - 3x^2 = 0$
3. Tentukan nilai k sedemikian sehingga persamaan kuadrat berikut mempunyai sifat yang diberikan.
- a.  $x^2+4kx+k+2=0$  mempunyai akar salah satunya adalah 0.
- b.  $4x^2-8kx-9=0$  salah satu akarnya merupakan negatif dari akar yang lain
- c.  $2x^2-3kx+5k=0$  salah satu akarnya bernilai dua kali akar yang lain
4. Berapa banyak bilangan bulat x yang memenuhi persamaan  $(x^2 - x - 1)^{x+2} = 1$  ?
5. Jika salah satu penyelesaian persamaan  $2x^2+(a-4)x-2a=0$  adalah  $x=-3$ , berapa nilai a ?
6. Misalkan a dan b akar-akar persamaan  $2x^2-x-2=0$ . Berapakah nilai  $2a+2b+(ab)^{2005}$  ?
7. Persamaan  $x^2-3x+q=0$  mempunyai akar-akar real a dan b. Diketahui  $a^3+b^3=81$ . Tentukan nilai q.
8. Carilah semua bilangan x yang memenuhi  $x^2+2|x|-3=0$
9. Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2 lebih besar dari akar-akar  $16x^2 - 8x + 1 = 0$ .
10. Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya 3 kali akar-akar  $6x^2 + 7x - 20 = 0$
11. Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya berlawanan dengan akar-akar  $x^2 + \sqrt{2}x = \frac{1}{2}$
12. Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya berkebalikan dengan akar-akar  $x^2 + x = 1$

## PEMECAHAN MASALAH TERKAIT ALJABAR

1. Tujuh ekor kambing menghabiskan rumput seluas 7 kali ukuran lapangan sepak bola dalam waktu 7 hari. Waktu yang diperlukan oleh tiga ekor kambing untuk menghabiskan rumput seluas 3 kali ukuran lapangan sepak bola adalah .... hari.
2. Tiga ekor ayam (Besar, Sedang, dan Kecil) ditimbang. Jika yang Besar dan Kecil ditimbang, beratnya adalah 2,6 kg. Jika yang Besar dan Sedang ditimbang, beratnya adalah 3 kg, dan jika yang Sedang dan Kecil ditimbang, beratnya adalah 2 kg. Berat ketiga ayam tersebut seluruhnya adalah ....
3. Dalam satu tahun harga suatu mobil berkurang 10% dari harga tahun sebelumnya. Paling sedikit berapa tahun sehingga harga mobil itu kurang dari setengah harga semula?
4. Pompa air merek Tangguh sanggup memompa sebanyak 25 liter setiap menit. Pompa merek Perkasa sanggup memompa air 400 cc setiap detik, sedangkan merek Tahan Banting sanggup memompa  $1,6 \text{ m}^3$  setiap jam. Pompa manakah yang paling cepat mengisi sebuah tangki air berkapasitas 500 liter?
5. Jika selisih dua bilangan adalah 2 dan selisih kuadrat dua bilangan itu adalah 6, maka hasil tambah dua bilangan itu adalah ....
6. Sebuah semangka yang beratnya 1 kg mengandung 93% air. Sesudah beberapa lama dibiarkan di bawah sinar matahari, kandungan air semangka itu turun menjadi 90%. Berapakah berat semangka sekarang?
7. Kapasitas tanki bahan bakar suatu mobil adalah 40 liter. Setiap menempuh perjalanan 100 km, mobil tersebut menghabiskan 7,7 liter bahan bakar. Mobil tersebut digunakan untuk pergi dari Bandung ke Jogjakarta sehingga menempuh jarak 428 km. Ketika mulai perjalanan, tanki mobil tersebut terisi penuh bahan bakar. Dalam satuan liter terdekat, banyaknya bahan bakar yang tersisa ketika tiba di Jogjakarta adalah ... .
8. Berat seekor gajah pada awal tahun adalah 655,36 kg. Selama bulan Januari, berat gajah naik sebanyak 25%. Karena debu dari efek meteorit yang

menghalangi sinar matahari sepanjang bulan Februari, berat gajah turun 25%. Kemudian, sepanjang bulan Maret, sinar matahari kembali normal dan berat gajah kembali naik 25%. Pada bulan April, karena keracunan makanan, gajah terserang sakit perut yang menyebabkan beratnya kembali turun 25%. Keadaan seperti ini berlanjut hingga bulan-bulan berikutnya. Berat gajah pada akhir Juli adalah ...

9. Pada sebuah peta dengan skala 1 : 100.000, luas tanah sebuah sekolah adalah 50 cm<sup>2</sup>. Luas tanah sekolah tersebut pada peta dengan skala 1 : 200.000 adalah .....
10. Ali, Ani, dan Budi pergi ke suatu toko untuk membeli pensil dan buku yang sama. Ali membeli dua pensil dan dua buku, Ani membeli tiga pensil dan 4 buku, sedangkan Budi membeli satu pensil dan dua buku. Jika Ali dan Ani berturut-turut membayar Rp 2.500,- dan Rp 4.500,-, maka Budi harus membayar.....