

## DALIL PYTHAGORAS DAN PEMECAHAN MASALAH GEOMETRI

### Segitiga

1. Beberapa sifat yang berlaku pada segitiga adalah :

- ▶ Jumlah sudut-sudut sembarang segitiga adalah  $180^0$
- ▶ Pada segitiga ABC berlaku  $AC = BC \Leftrightarrow \angle B = \angle A$
- ▶ Pada segitiga ABC berlaku  $AC \neq BC \Leftrightarrow \angle B \neq \angle A$
- $AC > BC \Leftrightarrow \angle B > \angle A$
- ▶ Pada segitiga ABC, ketiga sisinya memenuhi :

$$a + b > c$$

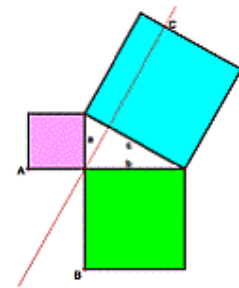
$$a + c > b$$

$$b + c > a$$

2. Beberapa rumus pada segitiga

- a. Pada segitiga siku-siku ABC yang siku-siku di A berlaku rumus **Pythagoras**

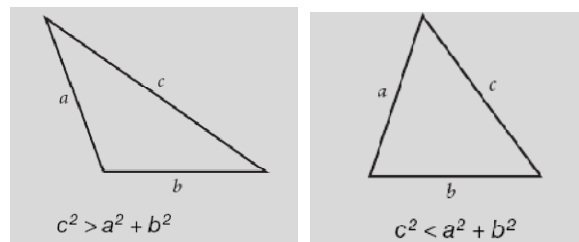
$$a^2 = b^2 + c^2$$



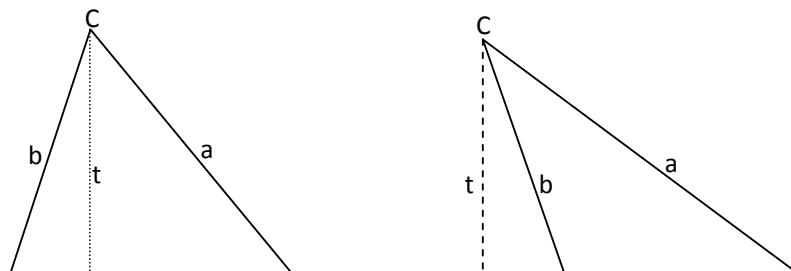
Jika suatu segitiga tidak memenuhi teorema Pythagoras, maka segitiga tersebut merupakan segitiga tumpul atau lancip. Hal ini dapat ditentukan berdasarkan sifat berikut.

Jika kuadrat panjang sisi terpanjang lebih besar daripada jumlah kuadrat kedua panjang sisi lainnya maka segitiga tersebut tumpul.

Jika kuadrat panjang sisi terpanjang kurang dari jumlah kuadrat kedua panjang sisi lainnya maka segitiga tersebut lancip.



b. Teorema Proyeksi

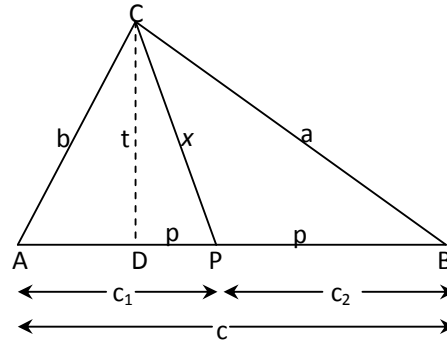


Untuk segitiga lancip, berlaku  $a^2 = b^2 + c^2 - 2cp$

Untuk segitiga tumpul berlaku  $a^2 = b^2 + c^2 + 2cp$

c. Teorema Stewart

$$x^2c = a^2c_1 + b^2c_2 - c_1c_2c$$



d. Teorema Panjang Garis Berat (Teorema Apollonius)

Jika  $m_a$ ,  $m_b$  dan  $m_c$  berturut-turut adalah garis berat dari titik sudut A, B dan titik sudut C pada  $\Delta ABC$ , maka berlaku

$$m_a^2 = \frac{1}{2}(b^2 + c^2) - \frac{1}{4}a^2$$

$$m_b^2 = \frac{1}{2}(a^2 + c^2) - \frac{1}{4}b^2$$

$$m_c^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) - \frac{1}{4}c^2$$

3 Luas segitiga

$$L = \frac{1}{2} \cdot \text{alas} \cdot \text{tinggi}$$

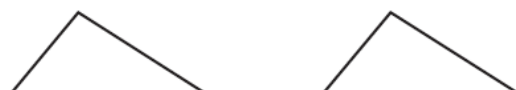
$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-b)} \text{ dengan } s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{K}{2}$$

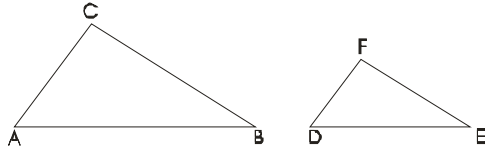
$$\text{Garis tinggi } t_a = \frac{2}{a} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-b)}$$

**Kekongruenan Dan Kesebangunan Dua Segitiga**

Kekongruenan dan kesebangunan segitiga banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah geometri.

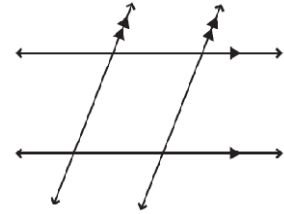
- ▶ Dua segitiga dikatakan kongruen jika sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
- ▶ Dua segitiga dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding. Bilangan yang menyatakan nilai perbandingan itu dinamakan konstanta perbandingan.





► Transversal dari dua garis adalah suatu garis yang memotong kedua garis ini di titik yang berbeda. Oleh transversal ini akan terbentuk pasangan dua sudut sehadap, pasangan dua sudut dalam berseberangan, pasangan dua sudut luar berseberangan, pasangan dua sudut dalam sepihak, dan pasangan dua sudut luar sepihak.

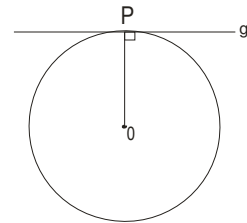
Jika dua garis sejajar dipotong oleh suatu transversal, maka pasangan sudut sehadap, sudut dalam berseberangan, dan pasangan sudut luar berseberangan saling **kongruen**, sedangkan pasangan sudut dalam sepihak dan pasangan sudut luar sepihak saling **berpelurus**.



Jika dua garis dipotong oleh suatu transversal diketahui pasangan sudut sehadap, sudut dalam berseberangan, atau pasangan sudut luar berseberangan saling kongruen, sedangkan pasangan sudut dalam sepihak atau pasangan sudut luar sepihak saling berpelurus, maka dua garis tersebut sejajar.

### Lingkaran

Hal-hal yang harus diingat pada lingkaran adalah sifat-sifat yang terkait dengan sudut, garis singgung dan garis potong, luas dan keliling, antara lain sebagai berikut.



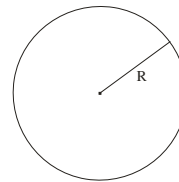
- Besar sudut keliling sama dengan setengah besar sudut pusat yang menghadap busur yang sama.
- Sudut keliling yang menghadap setengah lingkaran adalah sudut siku-siku
- Jika garis g menyinggung lingkaran yang berpusat  $O$  di titik  $P$  maka  $OP$  tegak lurus terhadap  $g$

**PENTING : MENARIK GARIS DARI PUSAT  
MELUKIS GARIS SINGGUNG**

- Jika diketahui jari-jari suatu lingkaran adalah  $R$  maka

$$\text{Keliling} = 2\pi R$$

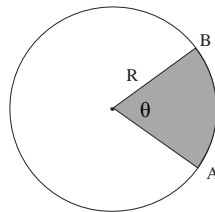
$$\text{Luas} = \pi R^2$$



- Juring

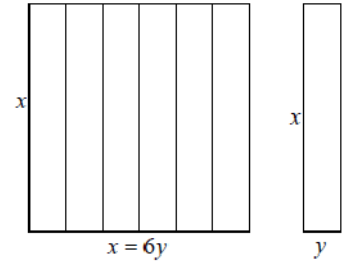
$$\text{Panjang busur } AB = \theta/360^\circ \times 2\pi R$$

$$\text{Luas juring} = \theta/360^\circ \times \pi R^2$$



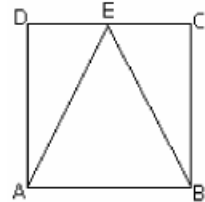
SOAL LATIHAN GEOMETRI

- Diketahui koordinat segiempat ABCD adalah A(0,0), B(30,0), C(0,40), dan D(30,40). Titik E dan F masing-masing membagi sisi CD dan AC menjadi dua bagian sama panjang. Jika pada  $\triangle CEF$  dibuat lingkaran dalam maka koordinat titik pusat lingkaran adalah ...
  - (5,35)
  - (35,5)
  - (7 1/2 , 10)
  - (10, 7 1/2)

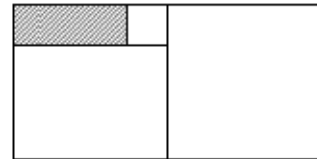


- Gambar di bawah ini menunjukkan suatu persegi yang dibagi menjadi 6 bagian yang sama. Setiap bagian berupa persegi panjang, yang mempunyai keliling 70 cm. Luas persegi tersebut sama dengan
  - 625 cm<sup>2</sup>
  - 784 cm<sup>2</sup>
  - 900 cm<sup>2</sup>
  - 961 cm<sup>2</sup>
- Titik-titik (1, -1), (3, 4), (m, n), dan (11, -1) adalah titik-titik sudut suatu jajargenjang, m dan n bilangan bulat. Panjang diagonal terpendeknya adalah ....
  - 10
  - $\sqrt{89}$
  - $\sqrt{29}$
  - 5
- Di dalam suatu lingkaran yang berjari-jari 4 cm dibuat persegi ABCD, sehingga titik sudut persegi tersebut berada pada lingkaran. Luas persegi ABCD adalah ....
  - 64 cm<sup>2</sup>
  - 32 cm<sup>2</sup>
  - 16 cm<sup>2</sup>
  - 8 cm<sup>2</sup>
  - 4 cm<sup>2</sup>

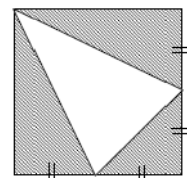
- Pada gambar disamping, ABCD adalah persegi dan ABE adalah segitiga sama sisi. Besar sudut DAE adalah ...
  - 15°
  - 30°
  - 45°
  - 60°
  - 75°



- Persegi panjang besar berukuran 9cm x 5 cm. Daerah yang diarsir adalah satu-satunya bangun di dalam persegi panjang yang bukan persegi. Berapakah luas daerah yang diarsir.
  - 1,5 cm<sup>2</sup>
  - 2 cm
  - 3cm<sup>2</sup>
  - 3,5 cm<sup>2</sup>
  - 4 cm<sup>2</sup>

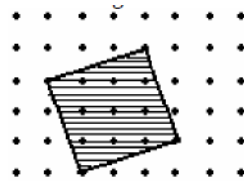


- Persegi pada gambar di samping memiliki luas satu satuan luas. Pecahan yang menyatakan luas dari daerah yang tidak diarsir adalah ....
  - 1/3
  - 2/5
  - 3/5
  - 3/7
  - 3/8



- Perhatikan gambar berikut; Jika jarak terdekat titik-titik tersebut secara vertikal maupun horisontal adalah 2 satuan, maka luas daerah persegi pada gambar adalah ...satuan

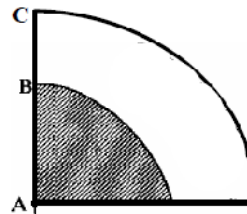
- A. 10
- B. 40
- C. 20
- D. 30
- E. 50



9. Diberikan kerucut dengan volume  $77 \text{ cm}^3$ . Jika tinggi kerucut itu 6 cm, maka jari-jari alasnya adalah .....
- ( $\pi=22/7$ )
- A.  $\sqrt{2}$  cm
  - B.  $\sqrt{3,5}$  cm
  - C.  $\sqrt{7}$  cm
  - D.  $\sqrt{10,3}$  cm
  - E.  $\sqrt{12,25}$  cm
10. Jika panjang diagonal suatu persegi adalah 4 cm, maka luas persegi itu (dalam  $\text{cm}^2$ ) adalah.....
- A. 2
  - B. 4
  - C. 6
  - D. 8
  - E. 16
11. Suatu garis lurus memotong sumbu X di titik A(a,0) dan memotong sumbu Y di titik B(0,b) dengan a dan b adalah bilangan bulat. Jika luas segitiga OAB adalah 12 satuan luas, maka banyaknya pasangan bilangan bulat a dan b yang mungkin adalah.....
- A. 4 pasang
  - B. 8 pasang
  - C. 16 pasang
  - D. 32 pasang
  - E. 48 pasang
12. Misalkan a, b, dan c adalah panjang sisi-sisi suatu segitiga, dengan a,b, dan c berupa bilangan asli berurutan yang rata-rata hitungnya 6. Jika ditarik garis tinggi terhadap sisi yang panjangnya b, maka panjang garis tinggi tersebut adalah.....
- A.  $6\sqrt{6}$
  - B.  $4\sqrt{6}$
  - C.  $2\sqrt{6}$
  - D.  $4\sqrt{2}$
  - E.  $2\sqrt{2}$
13. Pada segitiga PQR, S adalah titik tengah QP dan T titik tengah QR. Perbandingan antara TS dan QR adalah
- A. 1:2
  - B. 1:3
  - C. 2:3
  - D. 3:4
  - E. 3:5

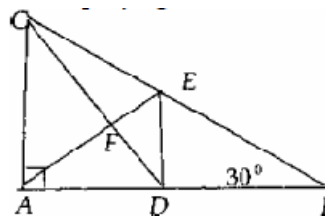
14. Luas daerah yang diarsir setengah dari luas daerah yang tidak diarsir. Panjang AB dibagi panjang AC adalah .....

- A.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
- B.  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
- C.  $\frac{1}{5}\sqrt{5}$
- D.  $\frac{1}{7}\sqrt{7}$
- E.  $\frac{1}{7}\sqrt{5}$



15. Perhatikan gambar di bawah ini. Jika  $CE = EB$ ,  $AD = DB$ , besar  $\angle ABC 30^\circ$ , dan panjang  $CA = 4 \text{ cm}$ , maka panjang CF adalah .....

- A.  $\frac{4}{3}\sqrt{28}$
- B.  $\frac{1}{3}\sqrt{28}$

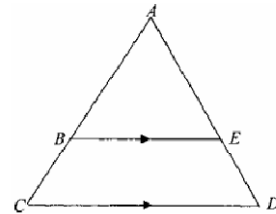


- C.  $\frac{2}{3}\sqrt{7}$
- D.  $\frac{4}{3}\sqrt{7}$
- E.  $\frac{1}{3}\sqrt{7}$

16. Perhatikan gambar di bawah ini. Jika luas BCDE = luas ABE, dan panjang CD =  $\sqrt{8}$ , maka panjang BE = .....

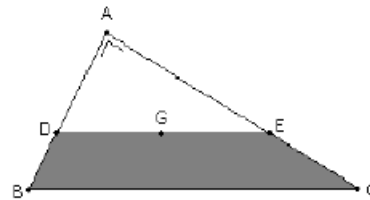
- A. 4
- B. 2
- C. 2
- D.  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

E. Jawaban A,B,C, dan D tidak ada yang benar.



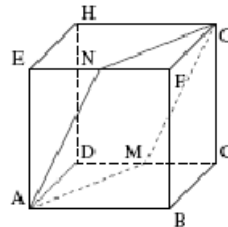
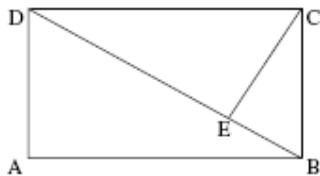
17. Untuk sembarang segitiga ABC,  $BA \perp AC$ ,  $DE \parallel BC$ ,  $BC = 15\text{cm}$  dan  $AB = 9\text{cm}$ . Jika G adalah titik berat segitiga ABC, maka luas irisan DBCE adalah .....  $\text{cm}^2$

- A. 30
- B. 28
- C. 25
- D. 24



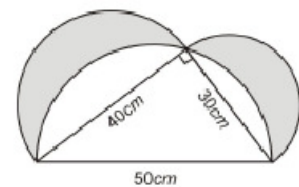
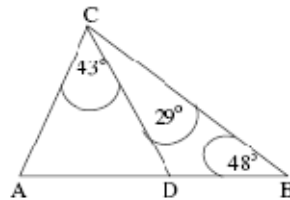
### SOAL URAIAN

1. Pada persegipanjang ABCD,  $AB = 8\text{cm}$ ,  $BC = 6\text{cm}$  dan  $BD = 10\text{cm}$ . Tentukan panjang CE jika CE tegak lurus pada BD.



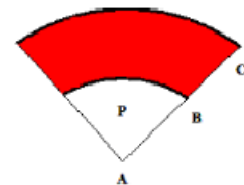
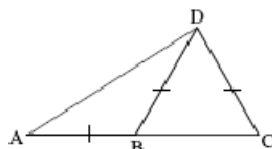
2. Pada kubus ABCDEFGH, M dan N berturut-turut adalah titik-titik tengah sisi-sisi DC dan EF. Berbentuk apakah AMGN?

3. Berapa besar sudut CAD ?



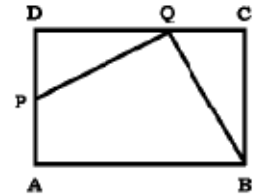
4. Pada gambar di atas, ketiga sisi segitiga merupakan diameter (garis tengah) suatu setengah lingkaran. Hitunglah luas daerah yang diarsir. (Ambil  $\pi = 3,14$ ).

5. Segitiga pada gambar di samping ini memiliki sisi-sisi dengan panjang  $AB = BD = CD$ , dan  $\angle ADC - \angle BAD = 75^\circ$ . Tentukan  $\angle ADB$ .

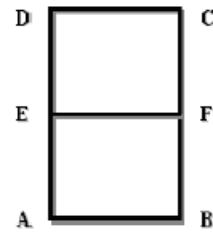


6. Jika  $AB = BC$ , dan luas daerah P adalah  $3\text{ cm}^2$ , berapa luas daerah yang diarsir?

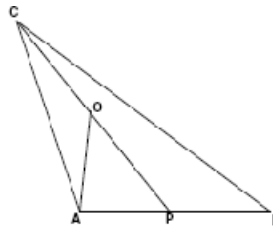
8. Diketahui ABCD adalah sebuah persegi panjang dengan  $AB = 3\text{cm}$  dan  $BC = 2\text{cm}$ . Jika  $BC=DQ$  dan  $DP = CQ$ , tentukan luas daerah ABQP.



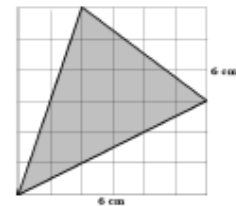
9. Persegi panjang ABFE kongruen dengan persegi panjang EFCD. Persegi panjang ABFE sebangun dengan persegi panjang ABCD. Jika panjang  $AB=1$ , berapa panjang AD?



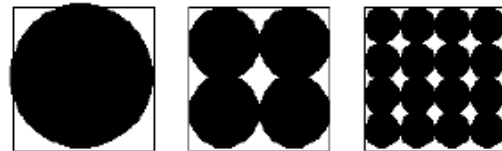
10. Pada gambar di bawah ini P merupakan titik tengah AB, O titik tengah CP dan luas  $\Delta ABC = 8,4\text{cm}^2$ , tentukan luas  $\Delta AOP$ ?



11. Berapa luas daerah yang diarsir?



13. Jika sisi persegi berikut sama, manakah daerah berarsir yang luasnya sama?



14. Jika ketiga lingkaran yang berjari-jari 7cm ini diikat dengan ketat oleh sebuah tali, berapa panjang minimum tali tersebut?



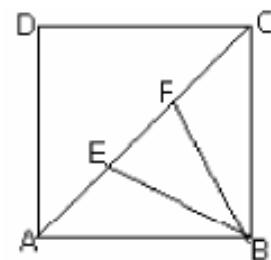
15. Gambarlah sebuah segitiga dengan panjang sisi 1cm, 2cm, dan 4cm.

16. Ada berapa macam segitiga dengan keliling 10cm dan panjang masing-masing sisinya adalah bilangan bulat?

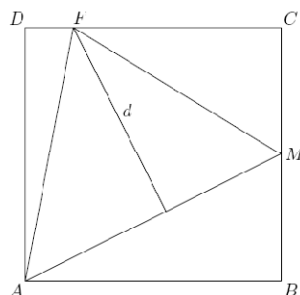
17. Diberikan segitiga ADC. Jika B terletak pada sisi AD sehingga  $AB:BD=3:4$  dan luas segitiga ADC  $49\text{cm}^2$ , berapakah luas segitiga ABC?

18. Manakah yang lebih banyak jenisnya, persegi panjang dengan keliling 20cm atau persegi panjang dengan keliling 22cm, jika panjang sisinya dalam bilangan bulat.

19. Gambar ABCD berikut adalah persegi dengan sisi 6 satuan. Titik E dan F membagi diagonal AC menjadi tiga bagian sama panjang. Luas segitiga DEF = ....

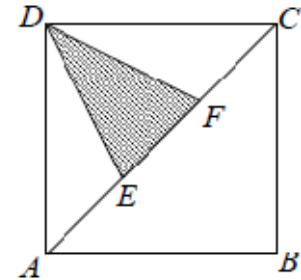


20. Persegi ABCD mempunyai luas  $64\text{cm}^2$ . Misalkan M titik tengah BC, dan d garis sumbu AM, dan memotong CD di titik F. Berapa  $\text{cm}^2$  luas segitiga AMF?



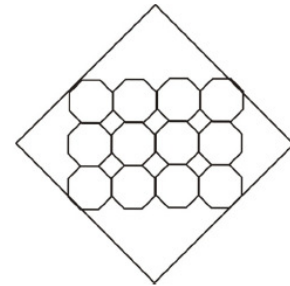
21. Diketahui sebuah bak berbentuk balok yang terisi penuh dengan air. Bak tersebut akan dikosongkan dengan menggunakan pompa yang mampu menyedot air 0,7 liter per detik. Dalam waktu 30 menit bak dapat dikosongkan tanpa sisa. Jika luas alas bak adalah 10500 cm<sup>2</sup>, maka tinggi bak tersebut adalah ....

22. Luas persegi panjang ABCD adalah 112 satuan luas. Titik E dan F berada di diagonal AC seperti gambar di samping ini sedemikian sehingga  $3(AE+FC)=4EF$ . Luas segitiga DEF adalah ... satuan luas.



23. Lantai suatu ruangan berbentuk persegi. Lantai tersebut akan dipasang keramik berbentuk persegi juga. Bila keramik yang terletak pada diagonalnya sebanyak 33, maka banyaknya keramik yang menutupi lantai adalah ...

24. Dua belas segi delapan beraturan dengan panjang sisi 2 cm disusun dalam sebuah persegi seperti gambar berikut. Luas persegi di atas sama dengan ....



25. Pada gambar berikut, garis PQ dan garis RS sejajar, demikian juga garis PS dan QT sejajar. Nilai x sama dengan ...

