

STATISTIKA

Statistika : ilmu yang mempelajari tentang bagaimana mengambil data, mendeskripsikannya, dan menganalisisnya untuk mendapatkan kesimpulan.

Rata-rata

Rata-rata dapat disebut juga rata-rataan. Macam rata-rata di antaranya adalah rata-rata hitung, rata-rata ukur, dan rata-rata harmonis.

a. Rata-rata Hitung

Yang biasanya disebut rata-rata dalam percakapan sehari-hari itu adalah rata-rata hitung. Rata-rata hitung dinyatakan dengan lambang \bar{x} (dibaca "x bar" atau "x garis") atau \bar{y} dan lain sebagainya.

Contoh :

Misalnya diketahui data: 10,11,4,8,6,10,7

Rata-rata hitungnya adalah $\bar{x} = \frac{10+11+4+8+6+10+7}{7} = 8$

Secara lebih umum, dari suatu data sampel $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, rata-rata hitungnya

adalah $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

Rata-rata hitung disebut juga rata-rataan hitung, dan lazim disebut secara singkat sebagai rata-rata atau rerata atau rata-rataan saja.

b. Rata-rata Ukur

Data sampel $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, rata-rata ukurnya adalah

$$R_u = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \dots \cdot x_n)^{\frac{1}{n}}$$

Rata-rata ukur disebut juga **rata-rata geometrik**.

c. Rata-rata Harmonis

Rata-rata harmonis dari data sampel $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, adalah

$$R_h = \frac{n}{\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}\right)}$$

Rata-rata harmonis disebut juga **rata-rata selaras**.

Modus

Modus dari sekumpulan data ialah datum yang paling sering muncul atau datum yang frekuensinya tertinggi. Dalam satu data bisa terdapat satu modus (*unimodus*), dua modus (*bimodus*), lebih dari dua modus (*multimodus*), atau sama sekali tidak memiliki modus.

Contoh :

- Modus dari data 3, 4, 4, 6, 6, 6, 8, 9, adalah 6 karena 6 paling sering muncul yaitu sebanyak 3 kali.
- Modus dari data 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11 tidak ada, atau dikatakan data ini tidak mempunyai modus karena frekuensi datum sama yaitu 1 kali.
- Data 20, 20, 25, 25, 29, 29, 30, 30 tidak mempunyai modus karena frekuensi masing-masing datum sama yaitu 2 kali.
- Modus dari 2, 4, 6, 6, 9, 9, 11, 12 adalah 6 dan 9 karena 6 dan 9 sama-sama mempunyai frekuensi 2.

Modus dari 1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7, 7, 8 adalah 1, 4, dan 7, karena masing-masing muncul sebanyak 2 kali.

Median

Apabila data numerik, yang terdiri atas n skor diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar, maka data itu disebut juga statistik urutan, sedangkan skor yang nomor urutnya k , disebut statistik urutan ke- k dan dinyatakan dengan lambang $X_{[k]}$. Dalam hal demikian, rentang data = $X_{[n]} - X_{[1]}$

Jika n merupakan bilangan ganjil, maka statistik urutan ke $\frac{n+1}{2}$ merupakan skor yang terletak ditengah setelah data diurutkan. Skor itu disebut **median**.

Jadi, apabila n adalah bilangan ganjil,

$$\text{Median} = X_{\left[\frac{n+1}{2}\right]}$$

Apabila n merupakan bilangan genap, maka median data adalah rata-rata dari dua skor yang ditengah, yaitu:

$$\text{Median} = \frac{X_{\left[\frac{n}{2}\right]} + X_{\left[\frac{n+1}{2}\right]}}{2}$$

Contoh :

Tentukan median dari data-data berikut.

- a. 6, 6, 7, 9, 5, 8, 10, 12, 8
- b. 30, 40, 24, 20, 25, 20, 31, 29

Jawab:

- a. Data diurutkan dari yang kecil ke yang besar:

5 6 6 7 8 8 9 10 12

$n = 9$ (ganjil) sehingga mediannya adalah

$$\text{median} = X_{\left[\frac{9+1}{2}\right]} = X_{[5]} = \mathbf{8}$$

- b. Data diurutkan dari yang kecil ke yang besar:

20 20 24 25 29 30 31 40

$n = 8$ (genap) sehingga mediannya adalah

$$median = \frac{X_{\left[\frac{n}{2}\right]} + X_{\left[\frac{n}{2}+1\right]}}{2} = \frac{X_{[4]} + X_{[5]}}{2} = \frac{25 + 29}{2} = 27$$

• Kuartil

Kuartil adalah bilangan yang 'dapat dianggap' membagi data yang telah diurutkan menurut besarnya, dari yang terkecil ke yang terbesar, menjadi empat sub kelompok yang sama banyak. Ada 3 macam kuartil yakni:

- Kuartil pertama (Q_1)
- Kuartil kedua (Q_2) yang juga merupakan median, dan
- Kuartil ketiga (Q_3)

Nilai kuartil **tidak harus** terdapat pada data.

• Desil

Desil ialah bilangan yang 'dapat dianggap' membagi data yang telah diurutkan menurut besarnya, dari yang terkecil ke yang terbesar, menjadi sepuluh sub kelompok yang sama banyak. Dengan demikian terdapat 9 macam desil yakni mulai dari desil pertama (D_1) sampai dengan desil kesembilan (D_9).

• Persentil

Persentil ialah bilangan yang 'dapat dianggap' membagi data yang telah diurutkan menurut besarnya, dari yang terkecil ke yang terbesar, menjadi 100 sub kelompok yang sama banyak. Dengan demikian terdapat 99 macam persentil yakni mulai dari persentil pertama (P_1) sampai dengan persentil ke sembilan puluh sembilan (P_{99}).

Mudah dipahami bahwa $Median = Q_2 = D_5 = P_{50}$

Kuartil

Kuartil ke- i ialah bilangan yang 'dapat dianggap' sebagai data (skor) yang urutan besarnya bernomor $\frac{i(n+1)}{4}$, $i = 1, 2, 3$ sehingga kuartil ke- i yang dilambangkan dengan Q_i ditentukan oleh:

$$Q_i = \text{skor ke } \frac{i(n+1)}{4}, \text{ dengan } i = 1, 2, 3$$

Contoh :

- Berikut data berat badan (dalam satuan kilogram) dari 11 orang siswa:
49, 44, 62, 54, 38, 40, 53, 46, 45, 36, 42. Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .
- Dari 11 siswa yang diukur tinggi badannya (dalam satuan sentimeter), diperoleh data sebagai berikut: 170, 162, 157, 158, 165, 173, 160, 159, 171, 168, 175, 175, 180. Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .
- Selama 12 hari dilakukan pengamatan terhadap jumlah pengunjung sebuah supermarket yang baru dibuka sehingga diperoleh data: 96, 70, 82, 50, 84, 71, 28, 64, 72, 68, 72, 50. Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .

Jawab:

- Data diurutkan sehingga diperoleh:

$$36 \ 38 \ 40 \ 42 \ 44 \ 45 \ 46 \ 49 \ 53 \ 54 \ 62 \quad (n = 11)$$

Selanjutnya, Q_1 , Q_2 , dan Q_3 ditentukan sebagai berikut:

$$\bullet Q_1 = \text{skor ke } \frac{1(11+1)}{4} = \text{skor ke } \frac{12}{4} = \text{skor ke } 3 = 40. \text{ Jadi, } Q_1 = 40$$

$$\bullet Q_2 = \text{skor ke } \frac{2(11+1)}{4} = \text{skor ke } \frac{24}{4} = \text{skor ke } 6 = 45. \text{ Jadi, } Q_2 = 45$$

- $Q_3 = \text{skor ke } \frac{3(11+1)}{4} = \text{skor ke } \frac{36}{4} = \text{skor ke } 9 = 53$. Jadi, $Q_3 = 53$

36 38 **40** 42 44 **45** 46 49 **53** 54 62
 ↓ ↓ ↓
 Q_1 Q_2 Q_3

2. Data diurutkan sehingga diperoleh (n=13):

157 158 159 160 162 165 168 170 171 173 175 175 180

Selanjutnya, Q_1 , Q_2 , dan Q_3 ditentukan sebagai berikut:

- $Q_1 = \text{skor ke } \frac{1(13+1)}{4} = \text{skor ke } \frac{14}{4} = \text{skor ke } 3\frac{1}{2}$

Jadi, Q_1 terletak di antara skor ke-3 dan skor ke 4, dan nilainya adalah:

$$Q_1 = \frac{1}{2} (159 + 160) = 159,5$$

- $Q_2 = \text{skor ke } \frac{2(13+1)}{4} = \frac{28}{4} = 7$.

Jadi, Q_2 adalah skor ke-7 = 168

- $Q_3 = \text{skor ke } \frac{3(13+1)}{4} = \frac{42}{4} = 10\frac{1}{2}$.

Jadi, Q_3 terletak di antara skor ke-10 dan skor ke-11

$$Q_3 = \frac{1}{2} (173 + 175) = 174$$

157 158 159 160 162 165 168 170 171 173 175 175 180

 ↓ ↓ ↓
 $Q_1 = 159,5$ $Q_2 = 168$ $Q_3 = 174$

Pada contoh ini, nilai Q_1 dan Q_3 tidak terdapat pada data tetapi dapat ditentukan dari rata-rata dua skor yang mengapitnya..

3. Data diurutkan sehingga diperoleh:

28 50 50 64 68 70 71 72 72 82 84 96 (n = 12)

Selanjutnya, Q_1 , Q_2 , dan Q_3 ditentukan sebagai berikut:

$$\bullet Q_1 = \text{skor ke } \frac{1(12+1)}{4} = \text{skor ke } \frac{13}{4} = \text{skor ke } 3\frac{1}{4}.$$

$$\text{Jadi, diperoleh: } Q_1 = \text{skor ke-3} + \frac{1}{4} (\text{skor ke-4} - \text{skor ke-3})$$

$$= 50 + \frac{1}{4} (14) = 50 + 3,5 = 53,5$$

$$\bullet Q_2 = \text{skor ke } \frac{2(12+1)}{4} = \text{skor ke } \frac{26}{4} = \text{skor ke } 6\frac{1}{2}.$$

$$\text{Jadi, diperoleh: } Q_2 = \text{skor ke-6} + \frac{1}{2} (\text{skor ke-7} - \text{skor ke-6})$$

$$= 70 + \frac{1}{2} (1) = 70 + 0,5 = 70,5$$

$$\bullet Q_3 = \text{skor ke } \frac{3(12+1)}{4} = \text{skor ke } \frac{39}{4} = \text{skor ke } 9\frac{3}{4}.$$

$$\text{Jadi, diperoleh: } Q_3 = \text{skor ke-9} + \frac{3}{4} (\text{skor ke-10} - \text{skor ke-9})$$

$$= 72 + \frac{3}{4} (82 - 72) = 72 + 7,5 = 79,5$$

28 50 50 64 68 70 71 72 72 82 84 96

↓ ↓ ↓

$$Q_1 = 53,5 \quad Q_2 = 70,5 \quad Q_3 = 79,5$$

Desil

Desil ke- i ialah bilangan yang 'dapat dianggap' sebagai data (skor) yang urutan besarnya bernomor $\frac{i(n+1)}{10}$, $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ sehingga desil ke- i yang dilambangkan dengan D_i ditentukan oleh:

$$D_i = \text{skor ke } \frac{i(n+1)}{10} \text{ dengan } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

Sebagaimana kuartil, nilai desil juga **tidak harus** terdapat pada data.

Contoh :

Tentukan nilai D_6 dari data pengamatan terhadap jumlah pengunjung sebuah toko buku yang baru dibuka sebagai berikut: 9, 9, 10, 13, 14, 17, 19, 19, 21, 22, 23, 25, 27, 29, 33, 35, 35, 39, 43, 47.

Jawab:

Data sudah diurutkan yakni ($n=20$) :

9, 9, 10, 13, 14, 17, 19, 19, 21, 22, 23, 25, 27, 29, 33, 35, 35, 39, 43, 47.

Selanjutnya D_6 ditentukan sebagai berikut:

$$D_6 = \text{skor ke } \frac{6(20+1)}{10} = \text{skor ke } \frac{126}{10} = \text{skor ke } 12,6$$

$$D_6 = \text{skor ke } 12 + 0,6 (\text{ skor ke-13} - \text{ skor ke-12})$$

$$= 25 + 0,6 (27 - 25)$$

$$= 25 + 1,2$$

$$= 26,2$$

SOAL LATIHAN

1. Rata-rata dari empat bilangan berurutan adalah $2m - 1$, maka nilai dari empat kali bilangan terkecil adalah ...
 - A. $8m + 8$
 - B. $8m + 3$
 - C. $8m - 7$
 - D. $8m - 10$
2. Sekumpulan data terdiri dari 5 bilangan asli memiliki rata-rata hitung 8 dan rentang (selisih terbesar dan terkecil) 12. Bilangan asli terkecil yang tidak mungkin menjadi anggota dari kumpulan tersebut adalah
 - A. 1
 - B. 20
 - C. 18
 - D. 6
 - E. 15
3. Jika rata-rata dari 15 bilangan asli berbeda adalah 12, maka bilangan asli terbesar yang mungkin adalah
 - A. 45
 - B. 75
 - C. 89
 - D. 105
 - E. 166
4. Ada empat bilangan bulat positif. Setiap tiga bilangan diambil rata-ratanya kemudian ditambah bilangan keempat. Setelah ini dilakukan diperoleh hasilnya 17, 21, 23 dan 29. Jumlah bilangan terbesar dan terkecil adalah
 - A. 24
 - B. 25
 - C. 26
 - D. 27
 - E. 28

SOAL URAIAN

1. Rata-rata 15 bilangan adalah 0. Bila bilangan-bilangan v, w, x, y dan z ditambahkan, maka rata-ratanya bertambah 5. Rata-rata bilangan-bilangan yang ditambahkan adalah ...
2. Jika nilai ulangan siswa kelas VIII terdiri dari bilangan genap berurutan dengan nilai terendah = 2 dan tertinggi = 98, jangkauan interkuartil dari data tersebut adalah ...
3. Rata-rata sembilan bilangan adalah 6. Satu diantara kesembilan bilangan dibuang. Rata-rata delapan bilangan yang tinggal adalah $6\frac{1}{2}$. Bilangan yang dibuang adalah
4. Lima orang dalam satu keluarga dicatat nama dan umurnya, sebagaimana tampak pada table berikut:

Anggota keluarga	Ayah	Ibu	Anak ke-1	Anak ke-2	Anak ke-3
Umur (tahun)	40	36	8	6	2

Rata-rata umur keluarga tersebut lima tahun yang lalu adalah

5. Rata-rata usia enam orang anak yang ada di sebuah ruangan adalah 11 tahun. Ketika Ani masuk ke ruang tersebut, rata-rata usia ketujuh anak tersebut menjadi 12 tahun. Setelah itu, Tedy yang usianya 18 tahun masuk ruangan. Tentukan rata-rata usia delapan anak tersebut.