MATERI 4
PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Jika diketahui sebuah SPL berikut:

$$x_1 + x_2 - x_3 \;\; = 1$$
$$-2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -2$$
$$-x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1$$

SPL di atas dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks Ax=b dengan

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -6 & 4 \\ -1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{dan vektor } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- Matriks memiliki solusi bila *determinan*-nya tidak sama nol:
  >>det(A)≠0
- Dua cara penyelesaian:
  - Lebih disukai: x=A\b
  - Kurang diminati tapi langsung menuju sasaran: x=inv(A)*b
- Metode 1 menggunakan pendekatan faktorisasi LU dan melambangkan solusi sebagai pembagian kiri A ke b
  Lebih disukai karena memerlukan sedikit perkalian dan pembagian, sehingga lebih cepat dan solusinya lebih akurat untuk masalah yang besar

Ada tiga macam SPL :

1. Jumlah persamaan sama dengan jumlah variabel (Matriks bujur sangkar)
   Ada dua cara penyelesaian:
   - **x=inv(A) * b**
   - **x=A\b (pembagian kiri matriks)**
     Contoh :
     $$x_1 + x_2 - x_3 \;\; = 1$$
     $$-2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -2$$
     $$-x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1$$

2. Terdapat lebih **BANYAK** persamaan dari pada variabel (kasus berlebihan) → disebut penyelesaian kuadrat terkecil
   x=A\b
   contoh :
   $$x_1 + x_2 - x_3 \;\; = 1$$
   $$-2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -2$$
   $$-x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1$$
   $$x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 4$$

3. Terdapat lebih SEDIKIT persamaan dari pada variabel (kasus kekurangan) → disebut penyelesaian normal minimum
   - Terdapat penyelesaian yang tak terbatas
   - Matlab menghitung dua di antaranya

   >>x=A\b % solusi dengan jumlah nol terbanyak
   >>xn=pinv(A)*b % solusi normal minimum
   contoh :
   $$x_1 + x_2 - x_3 \;\; = 1$$
   $$-2x_1 - 6x_2 + 4x_3 = -2$$

PRAKTIKUM

SELESAIKANLAH SPL-SPL BERIKUT:

1. $$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 10 \\ 3x_2 - x_3 &= 15 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0 \end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned} -1x + 7y + 5z &= 12 \\ 6x + 3y - 2z &= 3 \\ 8x + z &= 10 \\ 4x - 4y + 2z &= -9 \end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 + 5x_3 &= 1 \\ 3x_2 - x_3 &= 4 \\ 8x_1 + 2x_2 &= 5 \end{aligned}$$