

Aplikasi *KwikTrig 3.0.5* dalam Penyelesaian Masalah Trigonometri

Kuswari Hernawati

Nur Hadi Waryanto

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Saat ini terdapat bermacam-macam *Education Software* yang dapat digunakan untuk memecahkan permasalahan maupun membantu dalam pembelajaran matematika. Salah satu *software* tersebut adalah *KwikTrig 3.05*.

KwikTrig 3.05 digunakan untuk memecahkan masalah-masalah yang ada dalam Trigonometri dan Geometri. Trigonometri merupakan salah satu materi dasar dalam matematika. Dalam makalah ini akan dibahas tentang pemecahan masalah-masalah Trigonometri khususnya segitiga dengan menggunakan *KwikTrig 3.05*. Masalah trigonometri diselesaikan secara interaktif dengan menggunakan *KwikTrig 3.05*.

Menggunakan *Education Software KwikTrig 3.05*, masalah-masalah geometri dan trigonometri khususnya segitiga dapat diselesaikan dengan lebih mudah, cepat dan menarik.

Kata Kunci : *KwikTrig 3.05*, Trigonometri, Segitiga

A. Pendahuluan

Perkembangan teknologi komputer khususnya internet saat ini mempengaruhi segenap aspek kehidupan, tak terkecuali bidang pendidikan. Internet adalah jaringan global yang menghubungkan beribu bahkan berjuta jaringan komputer (*local/ wide area network*) dan komputer pribadi (*stand alone*), yang memungkinkan setiap komputer yang terhubung kepadanya bisa melakukan komunikasi satu sama lain. Adanya internet menyebabkan dunia seakan sempit. Melalui internet dapat diperoleh bermacam-macam informasi sesuai dengan keinginan. Selain itu melalui internet dapat diperoleh bermacam-macam *software* komputer, dari *software* aplikasi sampai dengan *software* pembelajaran (*Education Software*).

Education Software dalam bidang matematika dapat diperoleh dengan mudah melalui internet dengan mengakses *URL* dari *software* pembelajaran tersebut baik *free* (gratis) maupun dengan membeli secara *on-line*. *Software* pembelajaran tersebut dapat digunakan untuk membantu dalam proses pembelajaran, misalnya menyelesaikan soal.

Terdapat banyak *software* pembelajaran matematika yang dapat diperoleh secara *free* dengan men-download *software* tersebut dari internet. Contoh *software* pembelajaran matematika yang dapat diperoleh secara gratis adalah program *CABRI*, *GRIN 40*, *3D Grapher*, *Graph*, *KwikTrig2.12*, *KwikTrig3.05*.

Makalah ini akan membahas aplikasi *KwikTrig 3.05* dalam penyelesaian masalah trigonometri. Masalah trigonometri yang akan dibahas dalam makalah ini adalah masalah-masalah dalam segitiga yaitu mengenai pengukuran sudut, sisi, garis tinggi, luas dan keliling.

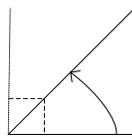
Pengukuran sudut, sisi, garis tinggi, luas dan keliling suatu segitiga dapat ditentukan dengan pengukuran manual menggunakan rumus-rumus dalam segitiga. Program *KwikTrig 3.05* mencoba menawarkan alternatif lain dalam pemecahan masalah dalam pengukuran sudut, sisi, garis tinggi, keliling dan luas segitiga dengan menggunakan perangkat komputer. Dengan program *Kwik Trig 3.05* diharapkan pengukuran sudut, sisi, garis tinggi, luas dan keliling suatu segitiga dapat ditentukan dengan lebih cepat, tepat, mudah dan interaktif.

B. Sudut

Sebuah sudut dibentuk oleh dua buah garis berhingga. Ukuran sebuah sudut tergantung pada sisi yang mana yang dirotasikan dan tidak tergantung pada panjang sisinya.

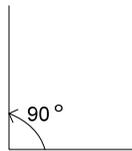
Macam-macam sudut :

1. Sudut lancip, yaitu sudut yang ukurannya lebih kecil dari 90°



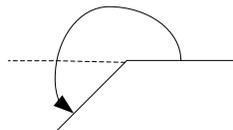
Gambar 1. Sudut Lancip

2. Sudut siku-siku, yaitu sudut yang ukurannya tepat 90°



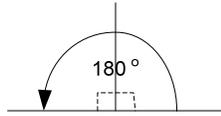
Gambar 2. Sudut Siku-Siku

3. Sudut tumpul, yaitu sudut yang ukurannya lebih dari 90° kurang dari 180°



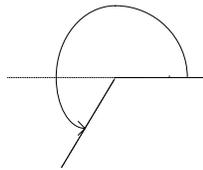
Gambar 3. Sudut Tumpul

- Sudut lurus, yaitu sudut yang dibentuk dua buah garis yang membentuk garis lurus, yaitu 180°



Gambar 4. Sudut Lurus

- Sudut Reflex, yaitu sudut yang ukurannya lebih besar dari 180° dan lebih kecil dari 360°



Gambar 5. Sudut Reflek

(Rich, 2000)

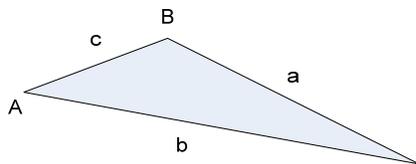
C. Segitiga

Segitiga adalah polygon yang mempunyai tiga sisi.

Berdasarkan panjang sisinya, segitiga dibagi menjadi 3 yaitu

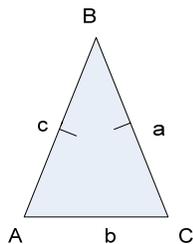
- Segitiga sebarang, yaitu segitiga yang tidak mempunyai sisi yang kongruen.

$$a \neq b \neq c$$



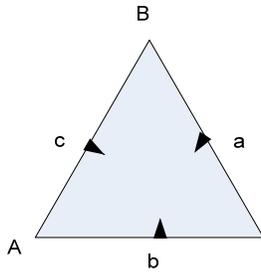
Gambar 6. Segitiga Sebarang

- Segitiga sama kaki, yaitu segitiga yang mempunyai minimal 2 sisi yang kongruen $a = c$



Gambar 7. Segitiga Sama Kaki

- Segitiga sama sisi, yaitu segitiga yang mempunyai tiga sisi yang kongruen $a = b = c$



Gambar 8. Segitiga Sama Sisi

Berdasarkan macam sudutnya, segitiga dibagi menjadi 3, yaitu

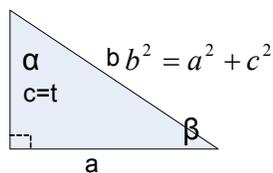
1. Segitiga siku-siku, yaitu segitiga yang mempunyai sebuah sudut siku-siku
2. Segitiga tumpul, yaitu segitiga yang mempunyai sebuah sudut lebih besar dari 90°
3. Segitiga lancip, yaitu segitiga yang ketiga sudutnya lebih kecil dari 90°

(Rich, 2000)

Dari pembagian segitiga diatas, segitiga segitiga yang tidak memuat sudut siku-siku, secara umum disebut dengan segitiga oblique

(Moyer, 1999)

D. Segitiga Siku – siku



Gambar 9. Rumus Phithagoras

Jika diketahui 2 sisi, dengan menggunakan rumus Phitagoras $b^2 = a^2 + c^2$, maka

$$a = \sqrt{b^2 - c^2}$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

Jika diketahui 1 sisi dan 1 sudut, misal b dan β dengan menggunakan rumus

$$\sin \beta = \frac{c}{b} \quad \text{Maka } c = b \sin \beta$$

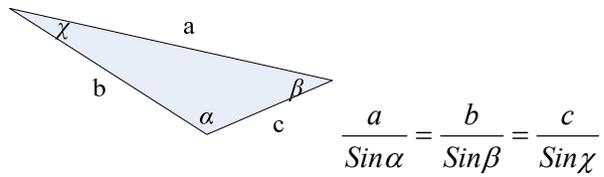
$$\tan \beta = \frac{c}{a}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{b} \quad \text{Maka } a = b \cos \beta$$

Luas $\Delta = L = \frac{1}{2}at$, dengan a = alas, t = tinggi

E. Segitiga Oblique

1. Aturan sinus



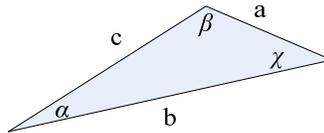
Gambar 10. Aturan Sinus

2. Aturan cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \chi$$



Gambar 11. Aturan Cosinus

3. Sudut, sisi dan Luas segitiga

- Jika diketahui 2 sudut dan 1 sisi yang berseberangan, misal b, β, χ maka

Dengan menggunakan aturan sinus $\frac{c}{\sin \chi} = \frac{b}{\sin \beta}$, maka $c = \frac{b \sin \chi}{\sin \beta}$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}, \text{ maka } a = \frac{b \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\alpha = 180^\circ - (\beta + \chi)$$

(Moyer, 1999)

$$\text{Luas segitiga} = \frac{a^2 \sin \beta \sin \chi}{2 \sin \alpha} = \frac{b^2 \sin \alpha \sin \chi}{2 \sin \beta} = \frac{c^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \chi}$$

- Jika diketahui 2 sudut dan 1 sisi diantara kedua sudut, misal α, β, χ maka

Untuk menentukan $\alpha, \alpha = 180 - (\beta + \chi)$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \text{ maka } b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{c}{\sin \chi} = \frac{a}{\sin \alpha} \text{ maka } c = \frac{a \sin \chi}{\sin \alpha}$$

(Moyer, 1999)

$$\text{Luas segitiga} = \frac{a^2 \sin \beta \sin \chi}{2 \sin \alpha} = \frac{b^2 \sin \alpha \sin \chi}{2 \sin \beta} = \frac{c^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \chi}$$

- Jika diketahui 2 sisi dan 1 sudut yang berseberangan misal b, c dan β maka dari

$$\frac{\sin \chi}{c} = \frac{\sin \beta}{b}, \sin \chi = \frac{c \sin \beta}{b}$$

Jika $\sin \chi > 1$, maka tidak ada sudut χ yang ditentukan

Jika $\sin \chi = 1, \chi = 90^\circ$ maka sisi dan sudut yang lain dapat ditentukan.

Jika $\sin \chi < 1$, maka ada dua sudut yang ditemukan yaitu satu sudut lancip dan satu sudut tumpul $\chi' = 180 - \chi$. Tetapi jika $\chi' + \beta \geq 180$ maka χ' bukan merupakan penyelesaian.

$$\text{Luas segitiga} = L = \frac{a^2 \sin \beta \sin \chi}{2 \sin \alpha} = \frac{b^2 \sin \alpha \sin \chi}{2 \sin \beta} = \frac{c^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \chi} \text{ dan}$$

$$L' = \frac{a^2 \sin \beta \sin \chi'}{2 \sin \alpha'} = \frac{b^2 \sin \alpha' \sin \chi'}{2 \sin \beta} = \frac{c^2 \sin \alpha' \sin \beta}{2 \sin \chi'}$$

(Moyer, 1999)

- Jika diketahui 2 sisi dan 1 sudut yang dibentuk oleh kedua sisi tersebut misal a,b dan χ maka

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \chi$$

$$\sin \alpha = \frac{a \sin \chi}{c}$$

$$\sin \beta = \frac{b \sin \chi}{c}$$

$$\text{Luas segitiga} = \frac{1}{2} ab \sin \chi = \frac{1}{2} ac \sin \beta = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

(Moyer, 1999)

- Jika diketahui ketiga sisi segitiga a,b dan c maka

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

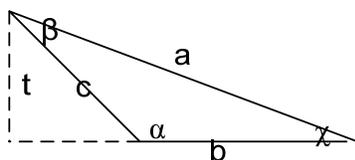
$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos \chi = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\text{Luas segitiga} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \text{ dengan } s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

(Moyer, 1999)

4. Tinggi segitga



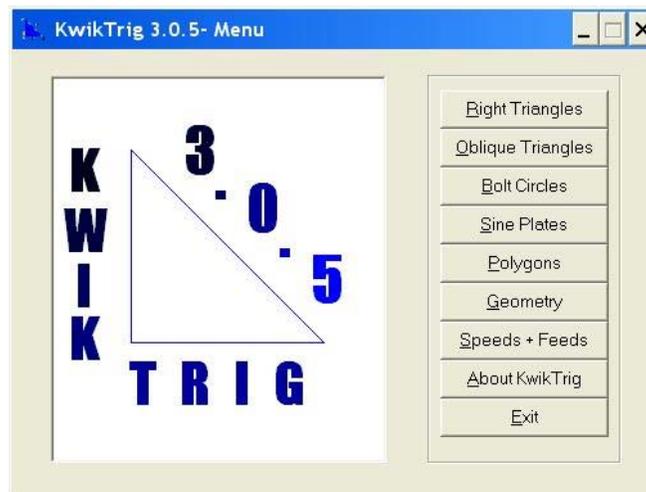
$$\sin \chi = \frac{t}{a} \text{ maka } t = a \sin \chi$$

(Moyer, 1999)

F. KwikTrig 3.0.5

Perangkat lunak KwikTrig dibuat oleh John Fracaro. KwikTrig merupakan trigonometri/geometri software. Kwiktrig merupakan salah satu contoh Education Software seperti telah disebutkan di atas. Ada beberapa versi sebelum KwikTrig 3.05 diantaranya KwikTrig versi 2, versi 3.0 1, versi 3.0.2, bahkan sekarang sudah ada versi 4. Menu yang terdapat dalam KwikTrig adalah Right Triangle, Oblique Triangle, Bolt Circle, Sine Plates, Poligon, Geometri dan Speed+Feeds.

Program ini dapat didownload dari alamat <http://www.fracaro.net> . Dengan menu-menu yang ada pada KwikTrig dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah trigonometri/geometri. Masalah-masalah trigonometri/geometri dapat diselesaikan secara interaktif dengan menggunakan program KwikTrig 3.0.5.



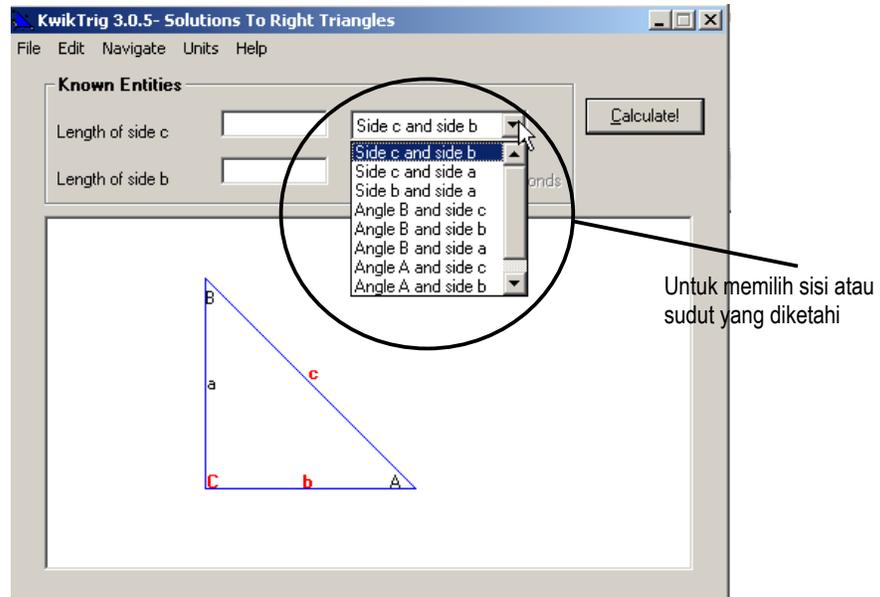
Gambar 12. Program KwikTrig 3.0.5

G. Pembahasan

1. Segitiga siku-siku.

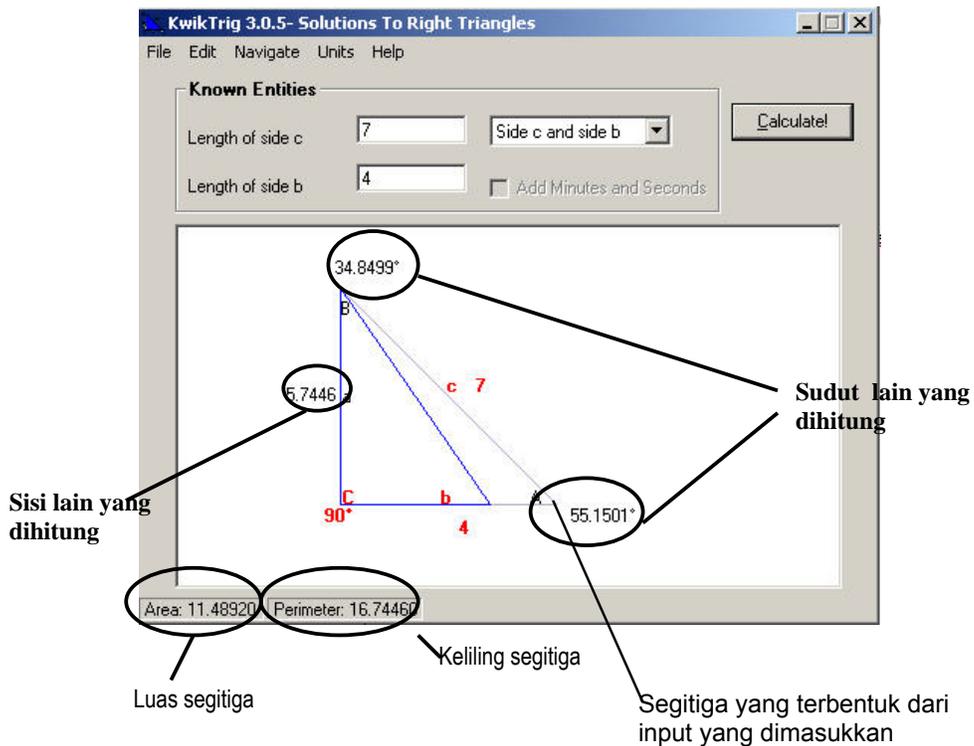
Penyelesaian masalah trigonometri, khususnya segitiga siku-siku terdapat beberapa pilihan diantaranya jika diketahui 2 sisi atau diketahui satu sisi dan satu

sudut untuk mengetahui sisi yang lain dan sudut yang lain yang belum diketahui. Juga akan ditampilkan tinggi dan luas segitiga. Pilihan untuk memilih sisi atau sudut mana yang diketahui, ditunjukkan Gambar berikut



Gambar 13. Menu Right Triangle

Salah satu contoh jika diketahui sisi c dan b, dan dimasukkan nilai $c=7$ dan $b = 4$ program Kwik Trig akan menyelesaikannya seperti ditunjukkan gambar berikut



Gambar 14. Output Perhitungan Right Triangles

Dari Gambar 3 diatas terlihat bahwa semua sudut, semua sisi, luas dan keliling segitiga dapat dengan mudah diketahui hanya dengan memasukkan nilai b dan c.

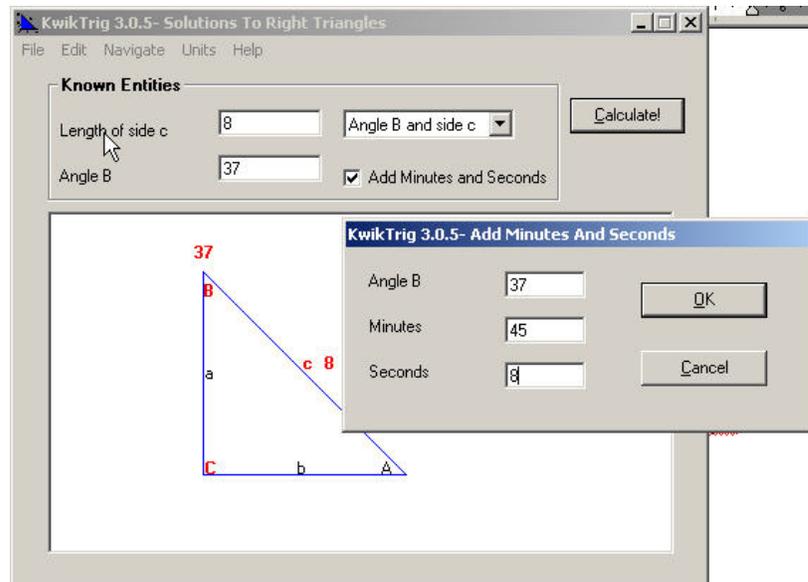
Tetapi jika kita memasukkan nilai c yang lebih kecil dari nilai b, maka akan muncul pesan kesalahan seperti ditunjukkan gambar berikut



Gambar 15. Pesan Kesalahan

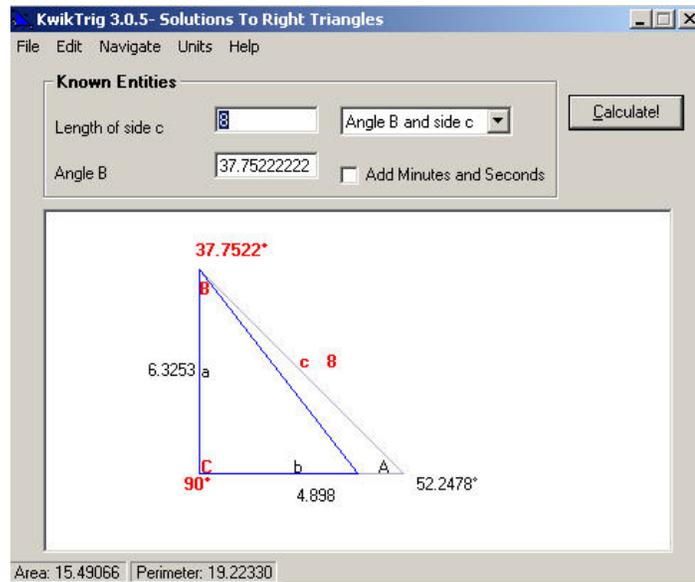
Dengan cara yang sama, untuk penyelesaian masalah trigonometri segitiga siku-siku bila diketahui 2 sisi selain yang dicontohkan diatas.

Jika diketahui satu sudut dan satu sisi dari segitiga siku- siku, Kwik Trig mempunyai fasilitas jika sudut tidak bulat dalam artian sudut masih ditambah menit dan detik, seperti dalam gambar berikut



Gambar 16. Menambah Ukuran Sudut

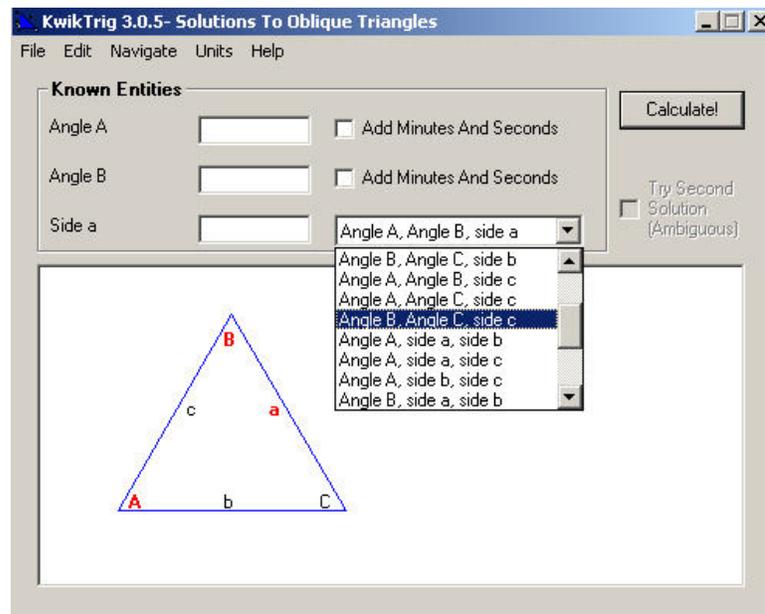
Setelah dilakukan perhitungan Kwig Trig akan menampilkan hasil sebagai berikut



Gambar 17. Output Setelah Penambahan Besar Sudut

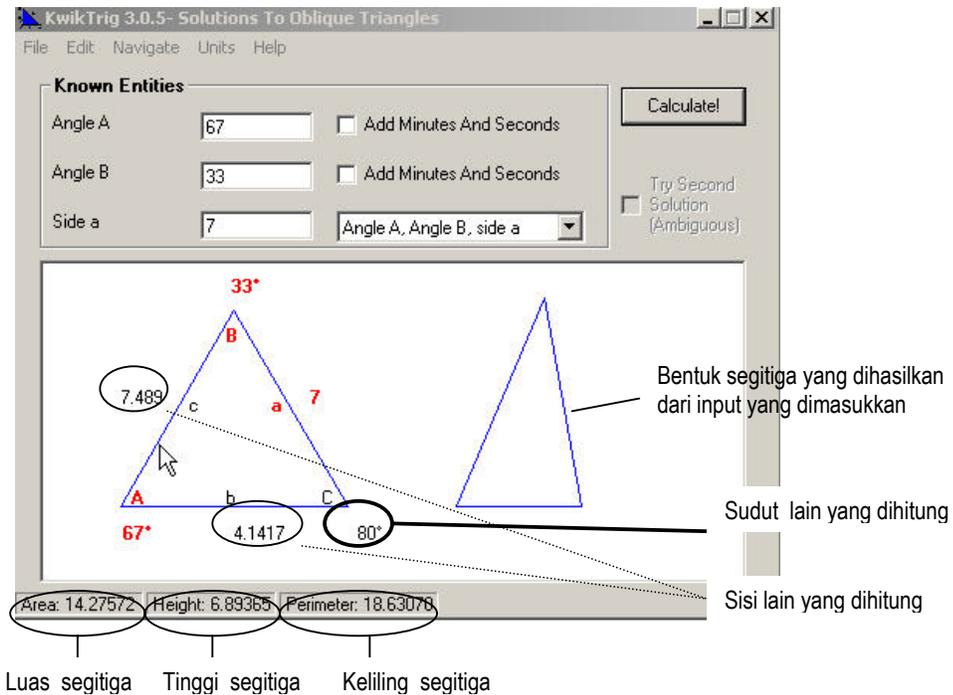
2. Segitiga Oblique

Penyelesaian dalam segitiga oblique, diperlukan 3 input yaitu 2 sudut dan 1 sisi atau 2 sisi dan 1 sudut atau 3 sisi. Sebagaimana dalam penyelesaian masalah segitiga siku –siku, pilihan input yang akan dimasukkan ditunjukkan dalam Gambar 18 berikut :



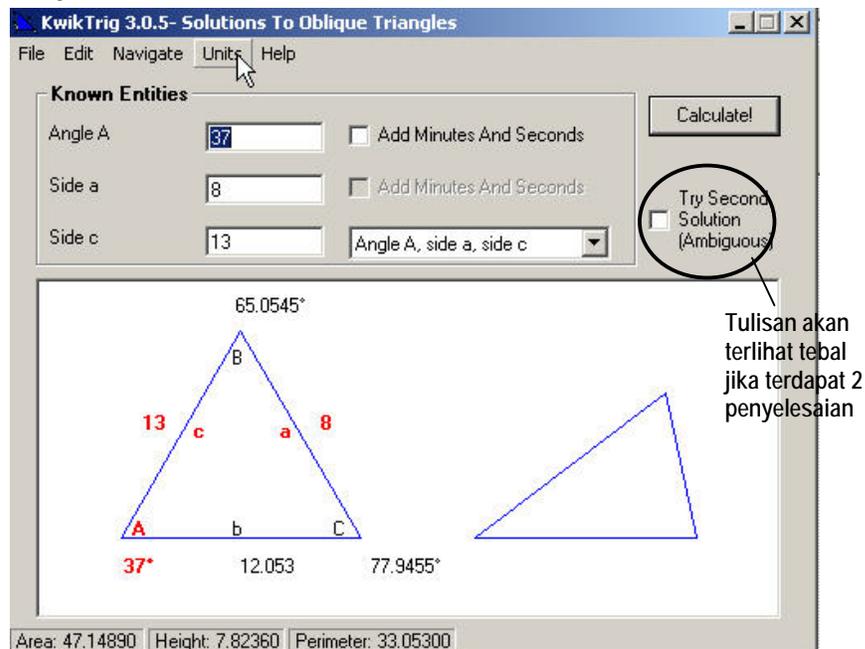
Gambar 18. Menu Oblique Triangles

Jika diketahui 2 sudut dan satu sisi, misal diambil sudut A, B dan sisi a, dengan memasukkan nilai sudut A = 67, sudut B = 33 dan sisi a = 7, Kwig Trig akan memberikan hasil sebagai berikut :



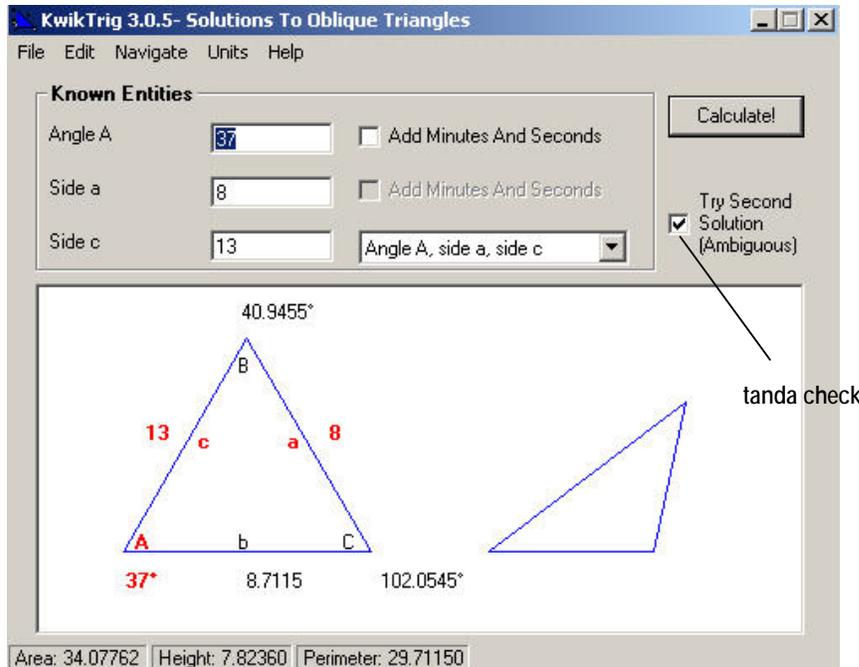
Gambar 19. Output Perhitungan Oblique triangles

Jika diketahui 1 sudut dan dua sisi, misal diambil sudut A dan sisi a, dan C dengan memasukkan nilai sudut A = 37, sisi a = 8 dan sisi c = 13, Kwig Trig akan memberikan hasil sebagai berikut :



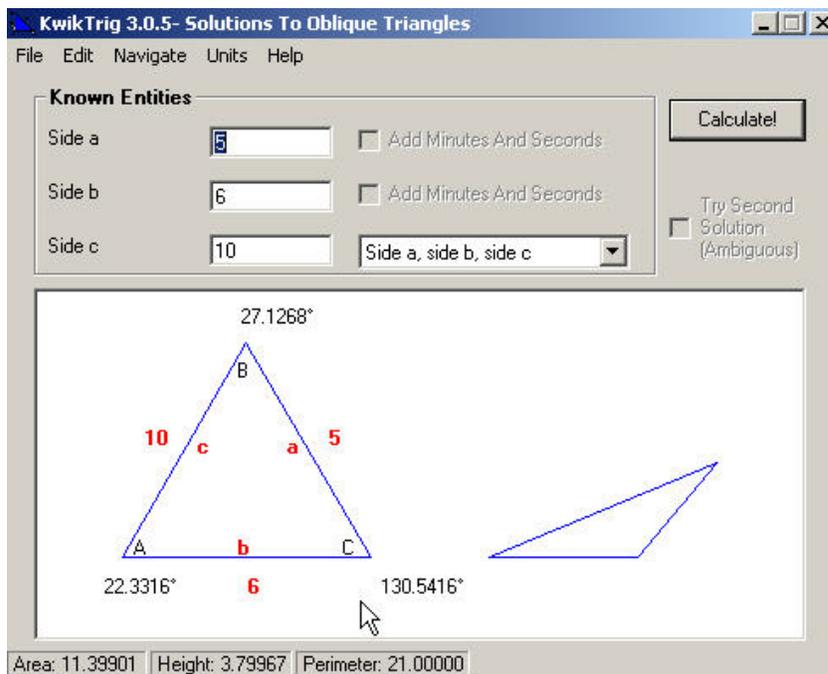
Gambar 20. Try Second Solution

Jika kita memberi tanda check pada tulisan Try Second Solution maka Kwik Trig akan menampilkan penyelesaian yang kedua yaitu



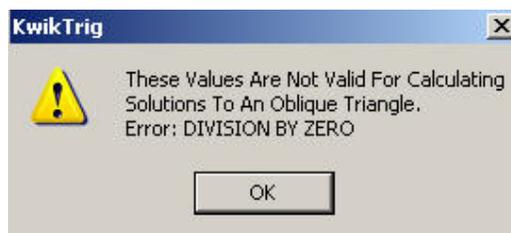
Gambar 21. Output Try Second Solution

Output Kwik Trig jika diketahui ketiga sisinya, misal diambil nilai $a = 5$, $b = 6$, $c = 10$, maka akan diperoleh hasil sebagai berikut :



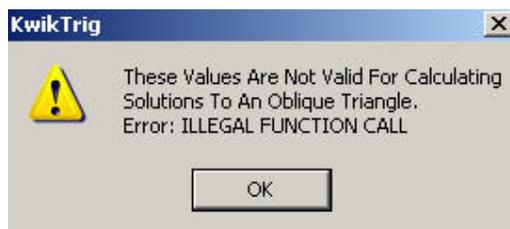
Gambar 22. Output Oblique Triangles (sisi,sisi,sisi)

Pada penyelesaian dengan memasukkan input berupa 3 sisi segitiga, jika salah satu sisi sama dengan jumlah kedua sisi lainnya, maka Kwik Trig akan memberikan pesan kesalahan seperti Gambar 23.



Gambar 23. Pesan Kesalahan 2

Tetapi jika salah satu sisi lebih besar dari jumlah kedua sisi lainnya, maka Kwik Trig akan memberikan pesan kesalahan seperti Gambar 24.



Gambar 24. Pesan Kesalahan 3

H. Kesimpulan

Menggunakan *Education Software KwikTrig 3.05*, masalah-masalah geometri dan trigonometri khususnya segitiga dapat diselesaikan dengan lebih mudah, cepat dan menarik. Program KwikTrig 3.05 mencoba menawarkan alternatif lain dalam pemecahan masalah dalam pengukuran sudut, sisi, garis tinggi, keliling dan luas segitiga dengan menggunakan perangkat komputer. Dengan program KwikTrig 3.05 maupun KwikTrig versi sebelumnya pengukuran sudut, sisi, garis tinggi, luas dan keliling suatu segitiga dapat ditentukan dengan lebih cepat, tepat, mudah dan interaktif.

I. Daftar Pustaka

Moyer, Robert E dan Ayres, Frank , JR, 1999, *Trigonometry*, McGraw-Hill, New York

Rich, Barnett, 2000, *Geometry*, McGraw-Hill, New York

<http://www.fracaro.net>

<http://id.mind.net/~zona/mmts/trigonometryRealms/introduction/rightTriangle/trigRightTriangle.html>