Aplikasi Model Black Litterman dengan Pendekatan Bayes
(Studi kasus : portofolio dengan 4 saham dari S&P500)[1]

Retno Subekti [2]
retnosubekti@uny.ac.id

Abstrak

Model Black Litterman (BLM), model yang berkembang pada tahun 90 an yaitu suatu model untuk optimisasi portofolio dengan menggunakan estimasi dari mean return yang terboboti suatu kombinasi dari vector mean dari distribusi prior untuk mean return yang berdasar pada model kesetimbangan dan 'dugaan' yang merefleksikan pandangan/*views* investor tentang return.

Dengan pengamatan empat saham dari indeks S&P 500 yaitu IBM, FE, KFT dan DIS akan dibentuk suatu portofolio yang diharapkan dapat menghasilkan keuntungan yang lebih baik dengan menggunakan model Black Litterman dibandingkan dengan model Markowitz.

Kata kunci : Portofolio Optimal, Model Markowitz, Model Black Litterman.

Pendahuluan

Model Mean Variance Markowitz, sebagai model pembentukan portofolio yang pertama kali muncul di tahun 1952 oleh Harry Markowitz dalam *Journal of Finance* sangat cukup menjadi alasan/pertimbangan dalam membentuk sebuah portofolio. Yaitu dengan memanfaatkan data historis dari saham sebagai dasar pembentukan portofolio berdasarkan mean dan variansinya. Selanjutnya model ini berkembang dengan munculnya CAPM yang memperhatikan adanya *riskless asset* (asset tak berisiko). Saat ini model pembentukan portofolio semakin berkembang sejak munculnya model BL di tahun 90-an oleh Robert litterman dan Fisher Black yang mengkombinasikan CAPM dengan intuisi/view dari investor.

Metode kuantitatif pembentukan BL, yang masih terbilang baru, melatarbelakangi penulisan makalah ini, dengan studi kasus untuk aplikasi model BL dipilih saham-saham yang tergabung dalam S&P 500. Selain itu akan ditelusur penurunan rumus model BL dengan menggunakan pendekatan bayes. Untuk menunjukkan apakah model BL ini dalam pembentukan portofolio lebih optimal akan dibandingkan dengan model Markowitz.

---

[1] Disampaikan pada Seminar Nasional Matematika FMIPA UNY, November 2008
[2] Dosen Jurdik Matematika FMIPA UNY

Tujuan

Model BL yang mengkombinasikan return equilibrium dari model CAPM dengan views dapat ditelusur dari sisi pendekatan bayes. Sedangkan untuk melihat bagaimana portofolio yang terbentuk dengan model BL, hasil investasi portofolio dengan model BL selanjutnya akan dibandingkan secara singkat dengan portofolio model Mean Variance.

Pembahasan

Seorang investor pastilah menginginkan keuntungan yang maksimal dan jika merugi seminimal mungkin. Dalam menanamkan modal seorang investor akan mendiversifikasikan modalnya ke berbagai asset guna menghindari kerugian yang besar jika hanya dialokasikan pada sebuah asset saja. Sekumpulan asset ini dinamakan portofolio. Sehingga bagaimana seorang investor menjatuhkan pilihan asset yang akan dimasukkan ke dalam portofolionya merupakan hal yang sangat penting. Karena itu pastinya si investor akan membentuk sebuah portofolio yang dapat dikatakan optimal. Beberapa metode untuk membentuk sebuah portofolio seperti mean variance, CAPM, Single indeks model membutuhkan data historis dari saham. Munculnya model BL dengan mengkombinasikan data historis dengan data view dari investor dapat ditelusur dengan pendekatan Bayes.

Pendekatan Bayes

Dalam Black Litterman (1992) kerangka kerja yang dipaparkan mempertimbangkan estimasi likelihood gabungan dari pandangan investor yang subjektif (sebagai prior) dan data empiris (berdasarkan estimasi model). Dengan menggunakan data equilibrium returns dan kemudian dikombinasikan dengan opini/view dari investor untuk membentuk opini yang baru. Ini merupakan salah satu cara yang dipilih karena seringkali kasus yang dihadapi praktisi mengungkapkan perbedaan yang sangat mencolok tentang expected return ketika dibandingkan dengan kesepakatan pasar.

Misalkan ada dua kejadian A dan B dengan A = expected return dan B = equilibrium return

Dengan menggunakan aturan Bayes kita dapat membentuk likelihood gabungan A dan B sebagai berikut :

$$P(AB) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

Jadi

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$P(A|B)$ adalah fungsi densitas expected return diketahui data equilibrium return yang dapat diperoleh dari perkalian densitas bersyarat equilibrium return $P(B|A)$ dengan densitas prior $P(A)$ sebagai ringkasan pandangan subjektif manager/investor dan kemudian dibagi dengan probabilitas marginal equilibrium P(B). Oleh karena itu aturan Bayes memberikan mekanisme untuk mensintesis pandangan subjektif dengan kenyataan. Sebagai data baru, densitas posterior dapat berperan menjadi prior baru, sehingga pandangan/keyakinan investor menjadi lebih *up to date*.

Model Black Litterman

Menggunakan aturan Bayes maka

$$P(E(r)|\pi) = \frac{P\big(\pi \big| E(r)\big)P(E(r))}{P(\pi)}$$

dengan : r = vector excess return ukuran n x 1

$E(r)$ = vector expected excess return investor ukuran n x 1

π = excess equilibrium return CAPM

Diasumsikan keyakinan prior dinyatakan sebagai $P\big(E(r)\big)$ yang mempunyai bentuk k kendala linear dari vector expected return dan ditulis dengan matriks P dengan ukuran *k x n*

$$P\ E(r) = q + v$$

dengan $v \sim N(0, \Omega)$, Ω adalah matriks kovariansi *k x k*.

Jadi

$$P\ E(r) \sim N(q, \Omega) \qquad (1.1)$$

yaitu vektor error yang menandakan adanya pandangan yang masih belum pasti dan diasumsikan berdistribusi normal dengan matriks kovariansi diagonal Ω, pandangan investor ini independen dari yang lain. Ω sebagai matriks diagonal kovariansi dari view (He and Litterman, 1999) dapat dinyatakan

$$\Omega = P'\tau\Sigma P \tag{1.2}$$

Jika elemen diagonal dari matriks kovariansi Ω adalah nol, artinya investor dianggap mempunyai opini sangat yakin yang mengakibatkan $P\,E(r) = q$. Dengan catatan P, q, Ω diketahui oleh investor. Fungsi densitas dari data equilibrium return dengan syarat informasi prior diasumsikan sebagai

$$\pi|E(r) \sim N(E(r), \tau\Sigma) \tag{1.3}$$

Dengan $E(\pi) = E(r)$ artinya ada asumsi bahwa mean return equilibrium sama dengan mean return pasar, ini dapat diperoleh melalui CAPM. Sedangkan scalar τ adalah suatu angka yang diberikan investor untuk mengukur matriks kovariansi historis Σ.

Asumsi Informasi Prior dinyatakan Investor Tanpa Keraguan

Pada kasus ini, artinya investor sangat yakin dengan view yang dinyatakannya sehingga berkaitan dengan standar deviasi dari viewnya adalah nol. Akibatnya bentuk kendala/batasan dalam masalah optimisasi menjadi lebih sederhana. Masalah optimisasi yang dihadapi adalah bagaimana mendapatkan estimasi *E(r)* optimal yang meminimumkan variansi dari *E(r)* di sekitar data equilibrium yang dimiliki

$$\min_{E(r)} \; (E(r) - \pi)'\tau\Sigma\,(E(r) - \pi)$$

dengan batasan/kendala $P\,E(r) = q$

Prediktor optimal dari $E(r)$ yang meminimumkan variansi sekitar return equilibrium π dan memenuhi k kendala keyakinan investor yang pasti adalah

$$\widehat{E(r)} = \pi + \Sigma^{-1}P'\left(P\Sigma^{-1}P'\right)^{-1}(q - P\pi)$$

Bukti :

Masalah optimisasi di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan fungsi Lagrange.

$$\begin{aligned} \mathrm{L} &= (E(r)-\pi)'\tau\Sigma\,(E(r)-\pi) - \lambda\,(PE(r)-q) \\ &= E(r)'\tau\Sigma\,E(r) - E(r)'\tau\Sigma\pi - \pi'\tau\Sigma E(r) + \pi'\tau\Sigma\pi - \lambda\,PE(r) + \lambda q \end{aligned}$$

akan dicari $E(r)$ dan λ, maka L akan diturunkan terhadap $E(r)$ dan λ dan hasilnya sama dengan nol.

$$\frac{\partial L}{\partial E(r)} = 0 \qquad \& \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial E(r)} &= 2\tau\Sigma\,E(r) - \tau\Sigma\pi - \pi'\tau\Sigma - \lambda\,P \\ &= 2\tau\Sigma\,E(r) - 2\tau\Sigma\pi - P'\lambda = 0 \\ 2\tau\Sigma\,E(r) &= 2\tau\Sigma\pi + P'\lambda \end{aligned}$$

$$E(r) = \pi + \frac{1}{2\tau}\lambda\Sigma^{-1}P'$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -PE(r) + q = PE(r) - q = 0$$

Substitusikan $E(r)$ maka

$$P\left[\pi + \frac{1}{2\tau}\lambda\Sigma^{-1}P'\right] - q = P\pi + \frac{1}{2\tau}\lambda P\Sigma^{-1}P' - q = 0$$

$$\frac{1}{2\tau}\lambda P\Sigma^{-1}P' = q - P\pi$$

$$\lambda = (P\Sigma^{-1}P')^{-1}\,2\tau\,(q - P\pi)$$

Jadi setelah diperoleh λ maka

$$\begin{aligned} E(r) &= \pi + \frac{1}{2\tau}(P\Sigma^{-1}P')^{-1}\,2\tau\,(q-P\pi)\Sigma^{-1} \\ &= \pi + (P\Sigma^{-1}P')^{-1}\,(q-P\pi)\Sigma^{-1}P' \\ &= \pi + \Sigma^{-1}P'(P\Sigma^{-1}P')^{-1}\,(q-P\pi) \end{aligned}$$

$$E(r) = \pi + \Sigma^{-1}P'(P\Sigma^{-1}P')^{-1}(q - P\pi)$$

Asumsi Informasi Prior dengan Ketidakpastian Tertentu

Ketika informasi prior yang dimiliki oleh investor masih informasi yang tidak pasti, mengindikasikan bahwa elemen matriks kovariansi bukan nol, dengan menggunakan asumsi (1.1) dan (1.3) dan digunakan aturan bayes diperoleh fungsi densitas posterior $(E(r)|\pi)$ adalah multivariate normal dengan mean dan variansi sebagai berikut :

Mean posteriornya adalah $\left[(\tau\Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi+P'\Omega^{-1}q\right]$ sedangkan variansinya adalah $\left[(\tau\Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}$

Bukti :

Dari asumsi untuk distribusi $P\ E(r)$ dan $\pi|E(r)$ maka dinyatakan masing-masing

$$Pdf\ \big(PE(r)\big)=\frac{k}{\sqrt{2\pi|\Omega|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(PE(r)-q)'\,\Omega^{-1}(PE(r)-q)\right\}$$

$$Pdf\ (\pi|E(r))=\frac{k}{\sqrt{2\pi|\tau\Sigma|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\big(\pi-E(r)\big)'\,(\tau\Sigma)^{-1}(\pi-E(r)\right\}$$

Dari aturan bayes diketahui bahwa

$$P(E(r)|\pi)=\frac{P\big(\pi\big|E(r)\big)P(E(r))}{P(\pi)}$$

Substitusikan densitas $\big(PE(r)\big)$ dan $(\pi|E(r))$ maka densitas posterior yang diperoleh akan sebanding dengan

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}\big(\pi-E(r)\big)'\,(\tau\Sigma)^{-1}(\pi-E(r)-\frac{1}{2}(PE(r)-q)'\,\Omega^{-1}(PE(r)-q)\right\}$$

Atau dapat dinyatakan sebagai $\exp\left\{-\frac{1}{2}[E(r)'A\,E(r)-2\,B'E(r)+C]\right\}$

Dengan : A = $(\tau\Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P$

B = $(\tau\Sigma)^{-1}\pi+P'\Omega^{-1}q$

$$C = \pi'(\tau\Sigma)^{-1}\pi + q'\Omega^{-1}q$$

Maka,

$$-\frac{1}{2}[E(r)'A\,E(r) - 2\,B'E(r) + C]$$

$$= -\frac{1}{2}[E(r)'A'A\,A^{-1}\,E(r) - 2\,B'A^{-1}A\,E(r) + C]$$

$$= -\frac{1}{2}[(AE(r) - B)'\,A^{-1}\,(AE(r) - B) - \,B'A^{-1}B + C]$$

$$= -\frac{1}{2}[(AE(r) - B)'\,A^{-1}\,(AE(r) - B)] + \frac{1}{2}\,B'A^{-1}B - \frac{1}{2}C$$

$$= -\frac{1}{2}[(AE(r) - B)'\,A^{-1}\,(AE(r) - B)] - \frac{1}{2}[\,C - B'A^{-1}B]$$

dan

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}\big(\pi - E(r)\big)'\,(\tau\Sigma)^{-1}(\pi - E(r) - \frac{1}{2}(PE(r) - q)'\,\Omega^{-1}(PE(r) - q)\right\}$$

$$= \exp\left\{-\frac{1}{2}[E(r)'A\,E(r) - 2\,B'E(r) + C\right\}$$

$$= \exp\left\{-\tfrac{1}{2}[\,C - B'A^{-1}B]\quad\right\}\cdot\ \exp\left\{-\tfrac{1}{2}[(AE(r) - B)'\,A^{-1}\,(AE(r) - B)]\quad\right\}$$

Dengan $\exp\left\{-\tfrac{1}{2}[\,C - B'A^{-1}B]\quad\right\}$ akan menjadi konstanta dalam distribusi posterior

Dapat diperhatikan pada bagian :

$$\exp\left\{-\frac{1}{2}[(AE(r) - B)'\,A^{-1}\,(AE(r) - B)]\quad\right\}$$

khususnya untuk

$$-\frac{1}{2}[(AE(r) - B)'\,A^{-1}\,(AE(r) - B)]$$

$$= -\frac{1}{2}[A((E(r) - A^{-1}B)'\,A^{-1}\,(E(r) - A^{-1}B))]$$

$$= -\frac{1}{2}[(E(r) - A^{-1}B)'\,A'A^{-1}\,A(E(r) - A^{-1}B)]$$

$$= -\frac{1}{2}[(E(r) - A^{-1}B)' A \quad (E(r) - A^{-1}B)]$$

Sehingga dapat lebih jelas kembali

bahwa meannya adalah $A^{-1}B$ yaitu $\left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q\right]$

dan variansinya adalah A^{-1} yaitu $\left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}$

Jadi $(E(r)|\pi)$ atau distribusi return kombinasi yang baru sebagai distribusi posterior berdistribusi multivariate normal

$$(E(r)|\pi) \sim N\left(\left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q\right], \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\right)$$

Selanjutnya akan diteruskan menjadi

$$\begin{aligned}
\mu_{bl} &= \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q\right] \\
&= \left[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}(\tau\Sigma)^{-1}(\tau\Sigma) \quad \left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q\right] \\
&= \left[I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[\pi + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}q\right] \\
&= \left[I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[\left(I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right)\pi + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}q - (I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P)\pi\right] \\
&= \left[I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[\left(I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right)\pi + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}(q - P\pi)\right] \\
&= \pi + \left[I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[\tau\Sigma P'\Omega^{-1}(q - P\pi)\right] \\
&= \pi + \left[I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[\tau\Sigma P'\Omega^{-1}(\Omega + P'\tau\Sigma P)(\Omega + P'\tau\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)\right] \\
&= \pi + \left[I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[\left(\tau\Sigma P' + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P'\tau\Sigma P\right)(\Omega + P'\tau\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)\right] \\
&= \pi + \left[I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left[(I + \tau\Sigma P'\Omega^{-1}P)(\tau\Sigma P')(\Omega + P'\tau\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)\right] \\
&= \pi + (\tau\Sigma P')(\Omega + P'\tau\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)
\end{aligned}$$

Akhirnya $\mu_{bl} = \pi + (\Sigma P')(\tau^{-1}\Omega + P'\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)$

Untuk memperoleh bobot masing-masing saham digunakan rumusan pembobotan mean variance Markowitz sehingga

$$W_{bl} = (\delta\Sigma)^{-1}\mu_{bl}$$

$$W_{bl} = (\delta\Sigma)^{-1}\mu_{bl} = (\delta\Sigma)^{-1}[\pi + (\Sigma P')(\tau^{-1}\Omega + P'\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)]$$

$$= (\delta\Sigma)^{-1}\pi + (\delta\Sigma)^{-1}(\Sigma P')(\tau^{-1}\Omega + P'\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)$$

$$= W_{me} + (\delta\Sigma)^{-1}(\Sigma P')(\tau^{-1}\Omega + P'\Sigma P)^{-1}(q - P\pi)$$

$$= W_{me} + \Sigma^{-1}\Sigma P'\left(\frac{1}{\delta}\right)\left(\frac{1}{\tau}\Omega + P'\Sigma P\right)^{-1}(q - P\delta\Sigma W_{me})$$

Diperoleh $W_{bl} = W_{me} + P'\left(\frac{\Omega}{\tau} + P'\Sigma P\right)^{-1}\left(\frac{q}{\delta} - P\Sigma W_{me}\right)$

Pembentukan Portofolio dengan 4 Saham dari S&P 500

Dalam menggunakan model BL untuk membentuk portofolio, peneliti memilih 4 saham dari S&P 500 yaitu International Business Machines Corp. (IBM), Kraft Foods Inc. (KFT), Walt Disney Co. (DIS) dan Firstenergy Corp. (FE) dengan mengambil data dari periode 28 Agustus 2007 sampai dengan 16 Mei 2008. Untuk risk aversi δ ditentukan 2,5 sebagai nilai toleransi dunia terhadap risikoinvestasi (Mankert, 2006) dan view dari saham yang terpilih, peneliti melihat sekilas return masing-masing saham dan mencoba memberikan opini secara subjektif sebagai berikut : IBM akan memberikan return 2%, KFT akan melampaui DIS 3% dan FE akan memberikan return 5%.

Seorang investor dapat memiliki pandangan hanya untuk sejumlah k aset dari d aset yang terdapat dalam portofolio atau dengan kata lain investor tidak perlu menyatakan pandangannya (*view*) pada tiap-tiap aset pada semua portofolio namun cukup pada sejumlah portofolio yang menjadi perhatian investor.

Menyatakan view ke dalam matriks :

- Pandangan pasti (*absolute view*) : “saya prediksikan aset IBM akan memberikan return sebesar 2 %” dan “FE akan memberikan return 5 %”
- Pandangan relatif (*relative view*) : “saya prediksikan return aset KFT akan melebihi asset DIS sebesar 3 %”

Dari 4 aset yaitu IBM, KFT, DIS dan FE dengan view di atas maka jika disajikan dalam bentuk matriks P dan Q adalah

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 0{,}02 \\ 0{,}03 \\ 0{,}05 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Berikut adalah nilai mean dan variansi dari *historical return* :

SAHAM	MEAN	VARIANSI
IBM	0,000729968	0,000253501
KFT	0,000125473	0,000170674
DIS	0,000277478	0,000225488
FE	0,001404116	0,000221995

Tabel 1. *Mean dan variansi return saham*

Dengan menggunakan model mean variance diperoleh pembobotan sahamnya adalah

Saham	Bobot Markowitz
IBM	0,3371
KFT	-0,7206
DIS	0,1148
FE	1,2687
Risiko = 0,0352%	

Tabel 2. *Bobot portofolio dengan model portofolio Markowitz*

Dengan tingkat bunga bebas risiko dianggap 5% per tahun dan koefisien beta masing-masing saham adalah sebagai berikut:

SAHAM	Beta	μ historis	π
IBM	0,8298	0,000729968	0,000013
KFT	0,6057	0,000125473	0,000065
DIS	0,4206	0,000277478	0,000108
FE	0,6674	0,001404116	0,000050

Tabel 3. *Koefisien Beta dan Return CAPM*

Jika seorang investor sangat yakin dengan pandangannya tersebut estimasi return dan bobotnya :

Saham	$\widehat{E(r)}$	Bobot BL Certain Views
IBM	0,02	1,797

KFT	-0,0010303	-4,256
DIS	-0,03103	-4,618
FE	0,05	8,076
Risiko = 0,1548%		

Tabel 4. *Estimasi Return dan Bobot Model BL Certain Views*

Sedangkan jika investor ada ketidakyakinan terhadap pandangannya maka masing-masing ketidakpastian diwakilkan dengan Ω seperti pada (1.2), diperoleh berikut ini expected return masing-masing saham dalam portofolio model Black litterman :

Saham	$\widehat{E(r)}$	Bobot BL uncertain Views
IBM	0,015368	0,14674
KFT	0,015606	0,29239
DIS	-0,0028589	-0,28624
FE	0,026816	0,84712
Risiko = 0,0246%		

Tabel 5. *Estimasi Return dan Bobot dengan model BL uncertain views*

Dengan mengilustrasikan modal sebesar \$ 10.000 untuk portofolio tersebut, selanjutnya akan dilihat jika portofolio dilepas mulai tanggal 19 Mei 2008 . berikut ini hasil kinerja antara model BL yang dibedakan untuk dua kasus yaitu investor sangat yakin (*certain*) dan ada ketidakyakinan dengan viewnya (*uncertain*) dibandingkan dengan model mean variance dilihat dari 5 periode ke depan terhitung dari tanggal 19 sampai dengan 23 Mei 2008

Tgl	Mean Variance	Black Litterman uncertain	Black Litterman Certain
19	92,2	161,05	942,85
20	226,5	264,9	2770,19
21	198,57	250,9	3267,89
22	235,86	290,78	3562,85
23	120,98	154,54	3380,84

Table 6. Perbandingan hasil

Dari hasil perbandingan kinerja portofolio tersebut, tampak bahwa dengan menggunakan model BL ternyata keuntungan yang diperoleh lebih besar dibandingkan dengan model Mean Variance.

Kesimpulan

Model *Black-Litterman* sebagai salah satu model optimisasi portofolio merupakan sebuah model yang menghasilkan kinerja yang lebih baik dan menguntungkan bagi seorang investor karena keterlibatan opini investor dalam memutuskan bobot dari aset-aset dalam portofolio yang dibentuknya tidak terabaikan. Dalam studi kasus yang diaplikasikan peneliti mencoba menyusun portofolio yang berisikan empat saham dari indeks pasar S&P500 dan diperoleh return yang terbaik adalah hasil dari pembobotan dengan model Black Litterman dibandingkan dengan model Mean Variance.

Daftar Pustaka

[1] Black, Fischer and Litterman, Robert (1992). *Global Portfolio Optimization,* Financial Analysts Journal ;Sep/Oct 1992

[2] Christodoulakis G.A. (2002) *Bayesian Optimal Portfolio Selection: The BL Approach.*

[3] Härdle, Wolfgang dan Léopold Simar. (2003). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. New York : Spinger

[4] He, Guangliang. dan Robert Litterman. (1999). *The Intuition Behind Black Litterman Model Portofolios*. London : Goldman Sachs & Co.

[5] Mankert, Charlotta. (2003). *The Black Litterman Model-Matematical and Behavioral Finance Approaches Toward Its Use in Practice.* Stockholm: Royal Institute of Technology.

[6] Scherer, Bernd dan Douglas Martin. (2005). *Introduction to Modern Portfolio Optimization With NUOPT and S-PLUS*. New York: Springer.