

MILIK JURUSAN P. MATEMATIKA

ISBN : 979-25-0711-6



PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Peran Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika dalam rangka Meningkatkan Daya Saing Bangsa

18 November 2005



Penyelenggara

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY dengan
Himpunan Matematika Indonesia (Indo-MS) Wil. Jateng & DIY

Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta



**PROSIDING SEMINAR NASIONAL
MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA**
18 November 2005, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

ISBN : 979-25-0711-6

Tema:
Peran Penelitian Matematika dan
Pendidikan Matematika dalam Rangka
Meningkatkan Daya Saing Bangsa

Penyelenggara :

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY
bekerja sama dengan
Himpunan Matematika Indonesia (IndoMS) wilayah Jateng & DIY



**JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
TAHUN 2005**



**PROSIDING SEMINAR NASIONAL
MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA**
18 November 2005, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

*Artikel-artikel dalam prosiding ini telah
dipresentasikan dalam Seminar Nasional
Matematika dan Pendidikan Matematika pada
tanggal 18 November 2005 di Jurusan
Pendidikan Matematika Fakultas Matematika
dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri
Yogyakarta.*

Tim Penyunting Artikel Seminar :

1. Dr. Hartono
2. Dr. Jaelani
3. Dr. Rusgianto HS
4. Sahid, M.Sc

JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
TAHUN 2005

Daftar Isi

	Halaman
Halaman Judul	i
Lembar Editor	ii
Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iv
Makalah Seminar Nasional	
Makalah Utama	
1. Peran Penelitian Pendidikan Matematika dalam Peningkatan Daya Saing Bangsa (Sugeng Mardiyono, UNY).....	1
Makalah Kelompok Analisis	
2. Penyajian Geometris Transformasi Kompleks Dari Variabel Kompleks Dengan Program Mathematica (Atmini Dhoruri, UNY)	7
3. Kekonvergenan Lemah Pada Masalah Cauchy Hamilton-Jacobi (Bambang Hendriya Guswanto, ITB)	17
4. Ortogonalitas dan Sudut antara Dua Vektor di Ruang Norm (Hendra Gunawan, ITB)	23
5. Philosophical Grounds for Mathematics Research (Marsigit, UNY)	31
6. Geometri Dari Segitiga Sferik (Sangadji, BATAN)	53
7. Maksimum Koleksi Operator m-Akretif (Yudi Soeharyadi, ITB)	63
8. Ruang Baire (Herry Pribawanto Suryawan, USD)	68
Makalah Kelompok Pendidikan	
9. Upaya Peningkatan Aktifitas Belajar Matematika Smp Kelas Iii Melalui Lembar Kerja Siswa (Ariyati, SMP Muh I Lendah KP)	79
10. Upaya Peningkatan Kompetensi Profesional Dosen Matematika melalui Kegiatan "Lesson Study" (Djamilah Bondan Widjajanti, UNY)	100
11. Pemanfaatan Program Java C.a.R dalam Pembelajaran Geometri (Ali Mahmudi, UNY)	107
12. Strategi Belajar: Organisasi – Mnemonics Langkah Awal Cara Mudah Belajar Matematika (Ariyadi Wijaya, UNY)	117
13. Teorema Pythagoras: dalam Pembelajaran Geometri di Sekolah Menengah (Murdanu, UNY)	127
14. Pembelajaran Matematika Yang Mengembangkan Berpikir Tingkat Tinggi (Rosnawati, UNY)	145
15. Perkuliahan On-Line Sebagai Alternatif Peningkatan Penguasaan Teknologi Multimedia Dan Kemandirian Mahasiswa (Bambang SHM, UNY)	155
16. $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx, Q(x) = 0$ Memiliki Akar-Akar Persamaan Kompleks Kembar dan Pendekatan Pembelajarannya (Romelan Hamzah, UAD)	173
17. Pembelajaran Sistem Persamaan Linear dengan Menggunakan Pembelajaran Kooperatif Student Teams-Achievement Divisions (Sumargiyani, UAD)	183

18.	Kemampuan Pemecahan Masalah Matematik Pokok Bahasan Statistika Pada Siswa SLTP Dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah (Ahmad, UMP) ...	193
19.	Pembelajaran Matematika Menurut Kurikulum Berbasis Kompetensi (Sukirman, UNY)	213
20.	Pengurangan Pada Bilangan Bulat dengan Menggunakan Alat Peraga <i>Lampu Bilangan Bulat</i> (T. Wakiman, PGSD FIP UNY)	222
21.	Mengembangkan Kemampuan Matematika pada Anak melalui Permainan Matematika (Wahyu Setyaningrum, UNY)	235
22.	Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa SMP melalui Pembelajaran Kooperatif Jigsaw-II dan TGT (<i>Team Games Tournament</i>) (Wardono, UNNES).	242
23.	Taksiran Level Tabel Kematian dengan Metode Trussell pada Populasi Tertutup (Yayat Karyana, UNISBA)	259
24.	Implementasi Pendekatan Konstruktivisme dalam Konteks Sosial Budaya di dalam Pembelajaran Matematika SLTP melalui Pengembangan Metode Pembelajaran bagi Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika (Al.Haryono, USD)..	265
25.	Miskonsepsi Siswa SMP dalam Menginterpretasi Peluang (Imam Sujadi, UST)	298
26.	Model Epidemiologi Penyebaran Resistensi terhadap Obat Antimalaria (Lusia Krismiyati Budiasih, USD)	308
27.	Tes Hasil Belajar dalam Evaluasi Pembelajaran Matematika Berbasis Kompetensi (Kana Hidayati, UNY)	328
28.	Menentukan FPB dan KPK Menggunakan Tabel Pembagian (Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah) (Suprpto, SMP 1 Banguntapan BANTUL)	339
29.	Pengembangan Bahan Ajar Matematika Interaktif Berbasis Teknologi Komputer Tipe Tutorial untuk Meningkatkan Kemampuan Berfikir Kritis Siswa SMA (Yaya S. Kusumah, UPI)	346
30.	Pembelajaran Berbasis Masalah (<i>Problem Based Learning</i>) sebagai Upaya Meningkatkan kemampuan Komunikasi Siswa pada Pembelajaran Matematika Kelas Berbahasa Inggris (Heri Retnawati, UNY)	356
31.	Validitas Konstruk (<i>construct validity</i>) dalam Pengembangan Instrumen Penilaian Non-Kognitif (Kana Hidayati dan Caturiyati, UNY)	369
32.	Pembentukan Metakognisi Mahasiswa melalui E-Learning Aljabar Linear II untuk Meningkatkan Prestasi Belajar Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika (R. Rosnawati, Karyati, UNY)	379
Makalah Kelompok Terapan		
33.	Aplikasi <i>Fuzzy Logic</i> untuk Memperkirakan Tingkat Inflasi di Indonesia (Agus Maman Abadi, UNY)	392
34.	Pendekatan pK_1 dan pK_2 dengan Menggunakan Model Fuzzy Logic (Agus Maman Abadi, UNY)	402
35.	Hubungan Antara Son-Preference dan Rasio Jenis Kelamin Bayi (RJKB) (Aminurasyid Roesli, UIB)	413
36.	Masalah Nilai Terminal Persamaan Hamilton-Jacobi-Bellman dalam Teori Kontrol (M Kat il Djafar, ITB)	421
37.	Perbandingan Operator Transfer Antar Grid pada Penyelesaian Masalah Syarat Batas dengan Multigrad (Masduki, UMS)	428
38.	Solusi-solusi Periodik Sebuah Osilator Tak Linear Kuat Bertipe Pecahan Rayleigh (S.B. Waluya, UNNES)	435

39. Peran Strategis <i>e-Library</i> dalam Pembangunan Infrastruktur Intelektual (Sri Andayani, UNY)	443
40. Pemanfaatan Perangkat Lunak Net Op School untuk Pelaksanaan Kuliah Online dalam Jaringan Intranet (Kuswari Hernawati, UNY)	450
41. Pengenalan Sidik Jari Menggunakan Metode Analisis Komponen Independen dengan Algoritma FastICA (Abd. Qohar, UM)	460
42. Persamaan Integral Untuk Distribusi Compound Menggunakan Pendekatan Martingale (Isnani, Univ. Pancasila Tegal)	475
43. Ukuran-Ukuran Martingale dalam Model Pasar Sekuritas (Scolastika Mariani, UNNES)	484
44. Regresi Partial Least Squares (PLS) dalam Kasus Regresi Berganda (Retno Subekti, UNY)	500
45. Perbandingan Metode Monte Carlo dan Formula Black-Scholes pada Penentuan Harga Opsi Tipe Eropa (Chatarina Enny Murwaningtyas, USD)	510
46. Pemodelan Pola Gempa Tektonik di Jawa-Bali Menggunakan Pendekatan Proses Stokastik (Hasih Pratiwi, Isnandar Slamet, Irwan Susanto, UNS, Wahyu Triyoso, Sutawanir Darwis, ITB)	518

Regresi Partial Least Squares (PLS) dalam Kasus Regresi Berganda

Retno Subekti, S. Si

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Di dalam analisis regresi ganda, kita sering menjumpai kasus multikolinieritas, yaitu apabila antara variabel independennya saling berkorelasi dan cukup tinggi. Akibatnya kita tidak dapat menafsirkan koefisien regresi sebagai tolok ukur perubahan nilai harapan variabel dependennya dan juga kita tidak memperoleh informasi yang jelas dan tepat mengenai koefisien regresi yang sebenarnya (populasi). Bahkan bisa jadi masing-masing koefisien regresi dugaan secara statistik tidak nyata walaupun antara variabel independen dan dependen terdapat hubungan statistik yang nyata.

Berbagai prosedur estimasi sudah dirancang untuk mengatasi multikolinieritas ini, beberapa prosedur ini dikembangkan untuk mengeliminasi ketidakstabilan model dan mengurangi variansi dari koefisien regresi. Salah satu pendekatan prosedur dalam kasus multikolinieritas ini adalah regresi Partial Least Square yang dapat diperoleh melalui regresi sederhana dan regresi berganda.

Kata kunci : Partial Least Square, regresi berganda, pemilihan variabel, multikolinieritas.

Pendahuluan

Regresi PLS univariat adalah sebuah model hubungan antara sebuah variabel y dengan sekumpulan variabel X , yang terdiri dari x_1, x_2, \dots, x_p . Regresi PLS ini dapat diperoleh melalui regresi sederhana dan regresi berganda dengan mengambil kesimpulan dari uji statistik/uji signifikansi yang berhubungan dengan regresi linier, yang memungkinkan kita untuk menentukan variabel independen mana yang signifikan terlibat dalam regresi PLS dan menentukan banyaknya komponen PLS-nya.

Tujuan

Ketika kita ingin memprediksi variabel dependen (Y) dari variabel independen (X) dimana banyaknya variabel X lebih besar dari banyaknya observasi maka pendekatan regresi menjadi tidak memungkinkan digunakan karena kasus multikolinieritas. Beberapa pendekatan telah dikembangkan untuk mengatasi masalah tersebut seperti metode *stepwise* yang mengeliminasi beberapa variabel X , regresi *ridge*, *principal component*. Selain itu terdapat alternatif lain yaitu regresi *partial least square* yang

memungkinkan kita untuk mendapatkan sebuah model regresi baru dari variabel-variabel independen yang kita miliki menjadi komponen baru yang disebut sebagai komponen PLS. Selain hubungan antara variabel y dan komponen PLS ini dapat dinyatakan signifikan secara statistik, kita juga dapat membuktikan bahwa koefisien masing-masing komponen PLS-nya signifikan. Ini dikarenakan dalam memperoleh komponen pls yang pertama ini dengan memperhitungkan variabel x yang signifikan hubungannya terhadap variabel y tetapi tidak dengan langsung mengeluarkannya ketika mencari komponen pls yang selanjutnya.

Regresi Partial Least Square

Misalkan dimiliki variabel independen sebanyak p maka semua variabel baik independen maupun dependen kita asumsikan sebelumnya terpusat.

Model regresi PLS dengan m komponen dirumuskan sebagai :

$$Y = \sum_{h=1}^m c_h \left(\sum_{j=1}^p w_h^* x_j \right) + \text{residu} \quad (1)$$

Dengan syarat bahwa komponen pls $t_h = \sum_{j=1}^p w_h^* x_j$ orthogonal maka kita dapat mengestimasi c_h dan w_h dalam model.

Regresi PLS (Wold et al., 1983; Tenenhaus, 1998; Garthwaite, 1994) merupakan algoritma untuk menduga parameter dalam model (1). Berikut ini algoritma yang menunjukkan versi baru dengan menghubungkan setiap tahap pada regresi OLS (*Ordinal Least Square*) sederhana dan berganda.

Perhitungan komponen pls pertama, $t_1 = Xw_1^*$ didefinisikan sebagai

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^p \text{cov}(y, x_j)^2}} \sum_{j=1}^p \text{cov}(y, x_j) x_j \quad (2)$$

Cov (y, x_j) dapat ditulis sebagai $\text{cor}(y, x_j) * s(y) * s(x_j)$, dimana $s(y)$ dan $s(x_j)$ masing-masing adalah standar deviasi dari y dan x_j sehingga variabel x_j menjadi penting dalam pembentukan komponen t_1 , variabel x_j ini dipilih yang berkorelasi tinggi dengan y dan cukup kuat variabilitasnya.

Kuantitas $\text{cov}(y, x_j)$ juga merupakan koefisien regresi a_{1j} dalam regresi sederhana antara y dengan variabel x_j modifikasi, $(x_j / \text{var}(x_j))$.

$$Y = a_{1j} \left(\frac{x_j}{\text{var}(x_j)} \right) + \text{residu} \quad (3)$$

$$a_{1j} = \frac{\text{cov}(y, \frac{x_j}{\text{var}(x_j)})}{\text{var}(\frac{x_j}{\text{var}(x_j)})} = \text{cov}(y, x_j)$$

Oleh karena itu uji koefisien regresi a_{1j} dapat digunakan untuk menaksir seberapa penting variabel x_j dalam pembentukan t_1 . Regresi sederhana y terhadap x_j dirumuskan:

$$Y = a_{1j} x_j + \text{residu} \quad (4)$$

Kita perlu menguji signifikansi a_{1j} , apakah berbeda nyata dengan 0 atau tidak. Sehingga dalam (2) setiap kovariansi yang tidak signifikan dapat diganti dengan 0 yang artinya kita dapat mengabaikan hubungan variabel independennya.

Perhitungan komponen pls kedua, t_2

Awalnya dilakukan sebanyak $p+1$ regresi sederhana, yaitu regresi sederhana y terhadap setiap x_j dan regresi x_j terhadap t_1

$$Y = c_{1j} t_1 + y_1 \quad (5)$$

$$X_j = p_{1j} t_1 + x_{1j} \quad (6)$$

Komponen pls kedua, t_2 didefinisikan sebagai

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^p \text{cov}(y_1, x_{1j})^2}} \sum_{j=1}^p \text{cov}(y_1, x_{1j}) x_{1j} \quad (7)$$

Kuantitas $\text{cov}(y_1, x_{1j})$ juga merupakan koefisien regresi a_{2j} dalam regresi sederhana antara y dengan variabel x_{1j} modifikasi, $(x_{1j} / \text{var}(x_{1j}))$ dan t_1 .

$$Y = c_{1j} t_1 + a_{2j} \left(\frac{x_{1j}}{\text{var}(x_{1j})} \right) + \text{residu} \quad (8)$$

Hasil ini merupakan konsekuensi dari ortogonalitas antara residu x_{1j} dan komponen t_1

Korelasi parsial antara y dan x_j diketahui t_1 didefinisikan sebagai korelasi antara residual y_1 dan x_{1j} . Maka kovariansi parsial antara y dan x_j diketahui t_1 juga didefinisikan sebagai kovariansi antara residu y_1 dan x_{1j} .

Maka perhitungan komponen pls pertama, t_1

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^p \text{cov}(y, x_j)^2}} \sum_{j=1}^p \text{cov}(y, x_j) x_j$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^p \text{cor}(y, x_j)^2}} \sum_{j=1}^p \text{cor}(y, x_j) x_j \quad (13)$$

Perhitungan komponen pls kedua, t_2

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^p \text{cor}(y, x_{1j})^2}} \sum_{j=1}^p \text{cor}(y, x_{1j}) x_{1j} \quad (14)$$

dimana x_{1j} adalah residu standar x_{1j}

Perhitungan komponen pls ke- h , t_h

Dengan prosedur yang sama, dicari terlebih dulu variabel x_j manakah yang kontribusinya signifikan dalam pembentukan t_h , sehingga diregresikan y terhadap t_1, t_2, \dots, t_{h-1}

$$Y = c_1 t_1 + c_2 t_2 + \dots + c_{h-1} t_{h-1} + a_{hj} x_j + \text{residu} \quad (15)$$

Untuk memperoleh sebuah komponen t_h yang orthogonal dengan t_{h-1} , diperlukan residual $x_{(h-1)j}$ dari regresi setiap t_1, t_2, \dots, t_{h-1}

$$X_j = p_{1j} t_1 + p_{2j} t_2 + \dots + p_{h-1j} t_{h-1} + x_{(h-1)j} \quad (16)$$

Komponen t_h didefinisikan sebagai

$$t_h = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^p a_{hj}^2}} \sum_{j=1}^p a_{hj} x_{(h-1)j} \quad (17)$$

dimana a_{hj} adalah koefisien regresi dari $x_{(h-1)j}$ dalam regresi y terhadap t_1, t_2, \dots, t_{h-1} dan $x_{(h-1)j}$

$$Y = c_1 t_1 + c_2 t_2 + \dots + c_{h-1} t_{h-1} + a_{hj} (p_{1j} t_1 + p_{2j} t_2 + \dots + p_{h-1j} t_{h-1} + x_{(h-1)j}) + \text{residu}$$

$$= (c_1 + a_{hj} p_{1j}) t_1 + (c_2 + a_{hj} p_{2j}) t_2 + \dots + (c_{h-1} + a_{hj} p_{h-1j}) t_{h-1} + a_{hj} x_{(h-1)j} \quad (18)$$

Jadi

$$t_h = \frac{1}{\sqrt{\sum_{j=1}^p \text{cor}(y, x_{(h-1)j})^2}} \sum_{j=1}^p \text{cor}(y, x_{(h-1)j}) x_{(h-1)j} \quad (19)$$

Pencarian komponen PLS baru ini akan berhenti jika semua koefisien regresi sudah tidak ada yang signifikan lagi.

Contoh kasus: Data Cornell [1] terdiri dari 12 sampel gasoline yang dicampur dengan proporsi (table 1). Ingin ditentukan adakah pengaruh pencampuran pada ratio oktan, Y.

Tabel 1

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	y
0.00	0.23	0.00	0.00	0.00	0.74	0.03	98.7
0.00	0.10	0.00	0.00	0.12	0.74	0.04	97.8
0.00	0.00	0.00	0.10	0.12	0.74	0.04	96.6
0.00	0.49	0.00	0.00	0.12	0.37	0.02	92.0
0.00	0.00	0.00	0.62	0.12	0.18	0.08	86.6
0.00	0.62	0.00	0.00	0.00	0.37	0.01	91.2
0.17	0.27	0.10	0.38	0.00	0.00	0.08	81.9
0.17	0.19	0.10	0.38	0.02	0.06	0.08	83.1
0.17	0.21	0.10	0.38	0.00	0.06	0.08	82.4
0.17	0.15	0.10	0.38	0.02	0.10	0.08	83.2
0.21	0.36	0.12	0.25	0.00	0.00	0.06	81.4
0.00	0.00	0.00	0.55	0.00	0.37	0.08	88.1

Keterangan :

- X₁ : straightrun (0-0.21)
- X₂ : reformate (0-0.62)
- X₃ : thermally cracked naphta (0-0.12)
- X₄ : catalytically cracked naphta (0-0.62)
- X₅ : polymer (0-0.12)
- X₆ : alkylate (0-0.74)
- X₇ : natural gasoline (0-0.08)

Data ini mempunyai masalah ketika dianalisis dengan regresi berganda karena adanya multikolinieritas, yang mengakibatkan tidak signifikan variabel-variabel X-nya dalam persamaan regresi. Tabel 2 menunjukkan koefisien korelasi antar variabelnya dengan menggunakan software *Minitab*. Ditunjukkan bahwa hubungan antar variabelnya yang cukup tinggi sehingga mengindikasikan terjadinya multikolinieritas.

Tabel 2

Correlations (Pearson)

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
x2	0.104						
x3	1.000	0.101					
x4	0.371	-0.537	0.374				
x5	-0.548	-0.293	-0.548	-0.211			
x6	-0.805	-0.191	-0.805	-0.646	0.463		
x7	0.603	-0.590	0.607	0.916	-0.274	-0.656	
y	-0.837	-0.071	-0.838	-0.707	0.494	0.985	-0.741

Dengan pendekatan regresi PLS akan dicoba untuk mendapatkan persamaan regresi alternatif. Tabel 3 adalah signifikansi masing-masing variabel X, dari regresi y pada setiap X_j.

Tabel 3

Predictor	Coef	StDev	T	P
Noconstant				
x1c	-9.072	1.786	-5.08	0.000
x2c	-0.362	1.538	-0.24	0.818
x3c	-15.569	3.057	-5.09	0.000
x4c	-3.1131	0.9397	-3.31	0.007
x5c	8.648	4.592	1.88	0.086
x6c	3.3632	0.1772	18.98	0.000
x7c	-27.368	7.475	-3.66	0.004

Uji signifikansi koefisien regresi ini menunjukkan bahwa x_1, x_3, x_4, x_6, x_7 yang signifikan artinya variabel-variabel ini yang membangun t_1 , komponen PLS pertama.

Jadi, perhitungan komponen PLS pertama, t_1 adalah

$$t_1 = \frac{-0.8373x_1^* - 0.838x_3^* - 0.7067x_4^* + 0.98507x_6^* - 0.7411x_7^*}{\sqrt{0.8373^2 + 0.838^2 + 0.7067^2 + 0.98507^2 + 0.7411^2}}$$

$$= -0.4526x_1^* - 0.45299x_3^* - 0.382x_4^* + 0.53249x_6^* - 0.4006x_7^*$$

Perhitungan komponen PLS kedua, t_2 . Dimulai dengan memeriksa apakah masih perlu komponen ke-2 ini dengan cara regresi y terhadap t_1 dan masing-masing x , ini juga akan menunjukkan variabel x_j mana yang masih berpotensi berperan pada pembentukan komponen t_2 . Signifikansi masing-masing x_j dapat dilihat pada tabel 4

Tabel 4

Predictor	Coef	StDev	T	P
Noconstant				
x1c	1.051	2.069	0.51	0.622
x2c	-1.0089	0.3188	-3.16	0.010
x3c	1.925	3.570	0.54	0.601
x4c	0.0699	0.5750	0.12	0.906
x5c	0.636	1.740	0.37	0.722
x6c	2.2438	0.2771	8.10	0.000
x7c	11.248	5.134	2.19	0.053

Ternyata masih ada x_2 dan x_6 yang signifikan, sehingga dihitung komponen PLS kedua, t_2 . Untuk itu kita perlu mencari koefisien residual x_{12} dan x_{16} yaitu residu yang dihasilkan dari persamaan model regresi x_j terhadap t_1 , yaitu $x_j = p_{1j} t_1 + x_{1j}$

$$x_2 = p_{12} t_1 + x_{12} \quad \text{dan} \quad x_6 = p_{16} t_1 + x_{16}$$

Selanjutnya kita regresikan y terhadap t_1 dan residu x_{12} dan x_{16} , atau kita juga dapat mencari koefisien korelasi antara y dan residu tersebut. Tabel 5 adalah koefisien korelasi antara y dan x_{12}, x_{16} yang belum terstandar

Tabel 5

Correlations (Pearson)		
	yst	x12
x12	-0.196	
x16	0.258	-0.795

$$\text{Jadi, } t_2 = \frac{-0.196x_{12}^* + 0.258x_{16}^*}{\sqrt{0.196^2 + 0.258^2}} = -0.605 x_{12}^* + 0.796 x_{16}^*$$

$$= 0.4209x_1^* - 0.6099 x_2^* + 0.4212x_3^* + 0.3552 x_4^* + 1.5357 x_6^* + 0.3725x_7^*$$

Perhitungan komponen PLS ketiga, t_3 . Dimulai dengan memeriksa apakah masih perlu komponen ke-3 ini dengan cara regresi y terhadap t_1 , t_2 dan masing-masing x , ini juga akan menunjukkan variabel x_j mana yang masih berpotensi berperan pada pembentukan komponen t_3 . Signifikansi masing-masing x_j dapat dilihat pada tabel 6

Tabel 6

Predictor	Coef	StDev	T	P
Noconstant				
x1c	2.0896	0.8043	2.60	0.029
x2c	1.2180	0.4707	2.59	0.029
x3c	3.660	1.373	2.67	0.026
x4c	-0.6513	0.2249	-2.90	0.018
x5c	-0.4345	0.8859	-0.49	0.636
x6c	2.707	1.046	2.59	0.029
x7c	-1.585	4.556	-1.88	0.092

Dapat disimpulkan x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , dan x_6 p-value masing-masing < 0.05 . Jadi masih dikatakan signifikan berperan dalam pembentukan t_3 . Untuk memperoleh t_3 ini dimulai dengan mencari residu dan residu standar x_{21}^* , x_{22}^* , x_{23}^* , x_{24}^* , x_{26}^* yang diperoleh dari residu hasil regresi masing-masing variabel x_j tersebut terhadap t_1 dan t_2 . Berikut koefisien korelasi dari residu yang signifikan dengan y ditunjukkan pada tabel 7.

Tabel 7

Correlations (Pearson)					
	y	x21	x22	x23	x24
x21	0.086				
x22	0.086	0.928			
x23	0.087	0.999	0.932		
x24	-0.091	-0.989	-0.910	-0.992	
x26	0.085	0.918	0.999	0.921	-0.896

$$\text{jadi, } t_3 = \frac{0.086x_{21}^* + 0.086x_{22}^* + 0.087x_{23}^* - 0.091x_{24}^* + 0.085x_{26}^*}{\sqrt{0.086^2 + 0.086^2 + 0.087^2 + 0.091^2 + 0.085^2}}$$

$$= 0.4419x_{21}^* + 0.4419 x_{22}^* + 0.447 x_{23}^* - 0.4676 x_{24}^* + 0.4368x_{26}^*$$

$$= 1.2142 x_1^* + 1.4323 x_2^* + 1.231 x_3^* - 0.5677 x_4^* + 3.6448 x_6^* + 0.1982 x_7^*$$

Perhitungan komponen PLS keempat, t_4 . Dimulai dengan memeriksa apakah masih perlu komponen ke-4 ini dengan cara regresi y terhadap t_1 , t_2 , t_3 dan masing-masing x , ini juga

akan menunjukkan variabel x_j mana yang masih berperan pada pembentukan komponen t_4 . Signifikansi masing-masing x_j dapat dilihat pada tabel 8.

Tabel 8

Predictor	Coef	StDev	T	P
Noconstant				
x1c	-1.806	5.133	-0.35	0.734
x2c	-0.201	2.065	-0.10	0.925
x3c	-1.597	9.682	-0.16	0.873
x4c	-0.672	1.134	-0.59	0.570
x5c	0.3274	0.7512	0.44	0.674
x6c	-0.446	4.591	-0.10	0.925
x7c	10.32	10.30	1.00	0.346

Dari seluruh variabel x ternyata tidak ada yang signifikan, ini mengindikasikan bahwa tidak ada lagi yang berperan untuk pembentukan t_4 . Sehingga perhitungan komponen PLS berhenti sampai dengan komponen PLS ketiga, t_3 dan diperoleh 3 komponen baru, komponen pls, yaitu t_1 , t_2 , dan t_3 .

Tabel 9

t_1	t_2	t_3
2.32894	0.77322	3.89735
2.18105	1.31627	3.01827
2.01273	1.78468	2.03569
1.80435	-2.11530	1.12446
-0.47187	0.21249	-5.94053
1.95223	-2.65836	2.00355
-2.06976	-0.39125	-1.07850
-1.96071	0.17287	-0.91787
-1.96071	0.11049	-0.77137
-1.88801	0.50736	-0.71312
-1.91953	-0.81163	0.74323
-0.00872	1.09915	-3.40115

Persamaan Regresi PLS,

Regression Analysis

The regression equation is
 $y = 88.6 + 3.04 t_1 + 1.23 t_2 + 0.259 t_3$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	88.5833	0.2131	415.71	0.000
t1	3.0398	0.1421	21.39	0.000
t2	1.2328	0.1681	7.33	0.000
t3	0.25857	0.09912	2.61	0.031

S = 0.7382 R-Sq = 99.1% R-Sq(adj) = 98.7%

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	3	463.44	154.48	283.51	0.000
Error	8	4.36	0.54		
Total	11	467.80			
Source	DF	Seq SS			
t1	1	432.02			
t2	1	27.71			
t3	1	3.71			

Daftar Pustaka

- [1] Bastien, P., Vinzi, VE., Tenenhaus, M., 2004. *Partial Least Square generalized Linear Regression*. Computational Statistics & Data Analysis 48 (2005) 17-46.
- [2] Herve Abdi (2003). *Partial Least Square (PLS) Regression*. Encyclopedia of Social Sciences Research Methods.
- [3] Myers, R.H. (1996). *Classical and Modern Regression with Applications*. Boston : PWS-KENT Publishing Company
- [4] Neter, J., W. Wasserman, Kutner, MH. (1990). *Applied Linear Statistical Models Third Edition*, Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois