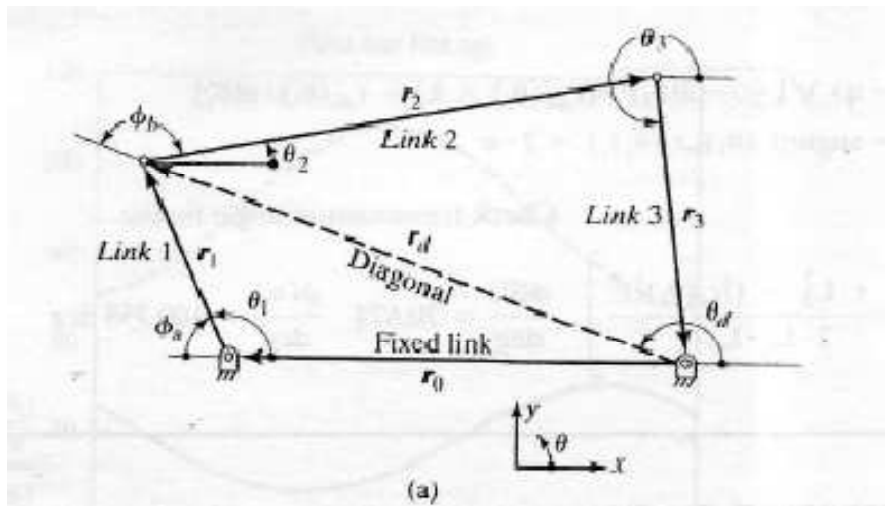
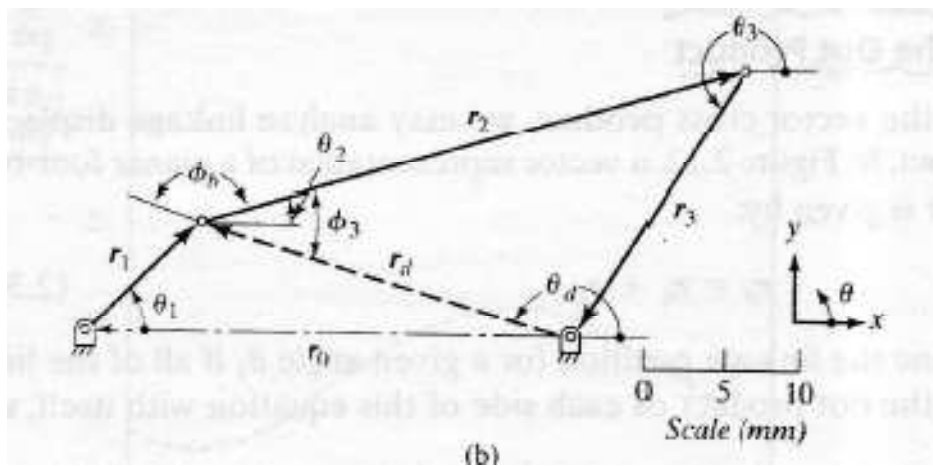


ANALISIS POSISI MENGGUNAKAN DOT PRODUCT



(a) Rangkaian empat-batang; Analisis posisi menggunakan dot product



(b). Contoh problem analisis posisi

Perhatikan gambar (a)&(b):

$$\mathbf{r}_d = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1.$$

$$\mathbf{r}_d \cdot \mathbf{r}_d = (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1) \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_1).$$

$$r_d^2 = r_0^2 + 2r_0r_1 \cos \phi_a + r_1^2.$$

Sudut antara vektor \mathbf{r}_0 dan \mathbf{r}_1 adalah $\phi_a = 180^\circ - \theta_1$, maka:

$$r_d^2 = r_0^2 - 2r_0r_1 \cos \theta_1 + r_1^2.$$

$$\sin \theta_d = \frac{r_{0y} + r_{1y}}{r_d}$$

$$\tan \left(\frac{\theta_d}{2} \right) = \frac{1 - \cos \theta_d}{\sin \theta_d}.$$

$$\cos \theta_d = \frac{r_{0x} + r_{1x}}{r_d}.$$

Perhatikan gambar (b):

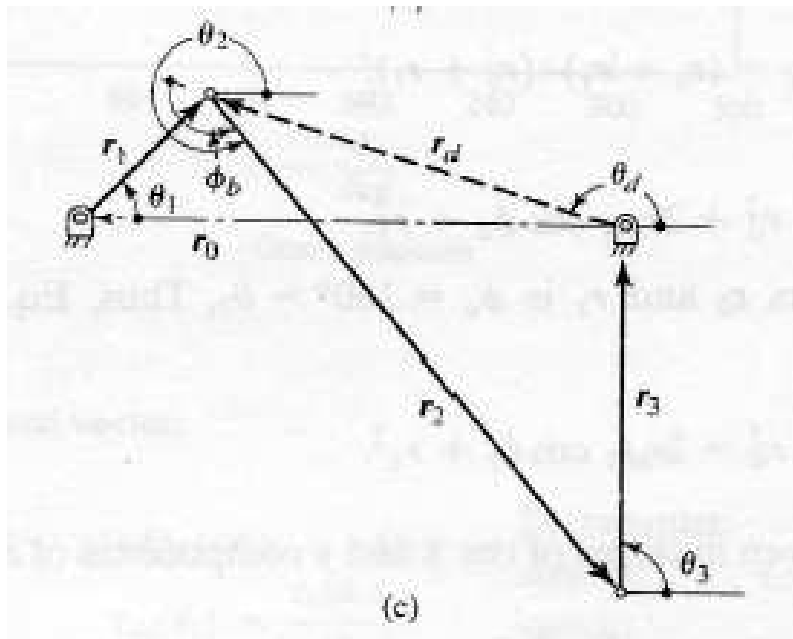
$$\mathbf{r}_d + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 = \mathbf{0},$$

$$-\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_d + \mathbf{r}_2.$$

$$\mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{r}_3 = (\mathbf{r}_d + \mathbf{r}_2) \cdot (\mathbf{r}_d + \mathbf{r}_2),$$

$$r_3^2 = r_d^2 + 2r_d r_2 \cos \phi_b + r_2^2,$$

$$\cos \phi_b = \frac{r_3^2 - r_2^2 - r_d^2}{2r_d r_2}, \quad \text{for } 0 \leq \phi_b \leq 180^\circ.$$



(c). Mode *assembly* alternatif

$$\theta_2 = \theta_d \mp \phi_b.$$

Perhatikan gambar (c)

$$r_3 = -(r_0 + r_1 + r_2)$$

$$\sin \theta_3 = \frac{r_{3y}}{r_3},$$

$$\cos \theta_3 = \frac{r_{3x}}{r_3},$$

$$\tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) = \frac{1 - \cos \theta_3}{\sin \theta_3}.$$

Position Analysis Using the Dot Product

A four-bar linkage has the following link lengths:

Fixed link: $r_4 = 30$ mm;

Drive Crank: $r_1 = 10$ mm;

Coupler: $r_2 = 35$ mm;

Follower: $r_3 = 20$ mm.

Find the position of Links 2 and 3 when $\theta_1 = 45^\circ$, as shown in Figure 2.12b.

Solution. We will utilize the equations developed from the position analysis using the dot product, which could easily be programmed if required. From Eq. (2.32) we have

$$r_2^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 10 \cos(180^\circ - 45^\circ) + 10^2,$$

or

$$r_2 = 23.99 \text{ mm.}$$

From Eqs. (2.34) through (2.36)

$$\sin \theta_2 = \frac{0 + 10 \sin 45^\circ}{23.99} = 0.2947,$$

$$\cos \theta_2 = \frac{-30 + 10 \cos 45^\circ}{23.99} = -0.9558,$$

and

$$\tan \left(\frac{\theta_2}{2} \right) = \frac{(1 + 0.9558)}{0.2947},$$

so that

$$\theta_2 = 162.86^\circ.$$

Note that Eq. (2.33) yields

$$\theta_3 = \arctan \frac{0 + 10 \sin 45^\circ}{-30 + 10 \cos 45^\circ} = \arctan(-0.3984),$$

which will usually be evaluated as -11.14° . The error would be obvious if we used a sketch, but it might go undetected in machine calculations. From Eq. (2.40), we obtain

$$\cos \phi_3 = \frac{20^2 - 35^2 - 23.99^2}{2 \times 23.99 \times 35},$$

so that

$$\phi_3 = 146.51^\circ.$$

For the assembly mode shown in Figure 2.12b (the clockwise vector loop)

$$\theta_4 = \theta_1 - \phi_3 = 162.86 - 146.51 = 16.35^\circ.$$

and for the alternative mode in Figure 2.12c

$$\theta_2 = \theta_k + \phi_y = 162.86 + 146.51 = 309.37^\circ$$

Using the loop closure equation, Eq. (2.42), for the x and y components of r_3 , we have, for the assembly mode of Figure 2.12b,

$$r_{3x} = -(-30 + 10 \cos 45^\circ + 35 \cos 16.35^\circ) = -10.66 \text{ mm}$$

and

$$r_{3y} = -(0 + 10 \sin 45^\circ - 35 \sin 16.35^\circ) = -16.92 \text{ mm.}$$

Then, the position of link 3 is found by using an $xy : r/\theta$ conversion, from which it follows that $r_3 = 20 \angle -122.21^\circ$. If this conversion is not available, then we may use Eqs. (2.43a) through (2.44), whereupon we obtain

$$\tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right) = \frac{1 + 10.66/20}{-16.92/20}$$

or

$$\theta_3 = -122.2^\circ (257.8^\circ).$$

For the alternative mode, from Figure 2.12c,

$$r_{3x} = -(-30 + 10 \cos 45^\circ + 35 \cos 309.37^\circ) = 0.73 \text{ mm,}$$

$$r_{3y} = -(0 + 10 \sin 45^\circ + 35 \sin 309.37^\circ) = 19.99 \text{ mm.}$$

so that

$$r_3 = 20 \text{ mm at } \theta_3 = 87.91^\circ.$$

For a given value of θ_1 , the diagonal vector r_d is the same for both assembly modes. Thus, the triangle formed by the diagonal and links 2 and 3 for one mode is congruent to the corresponding triangle for the other mode (but reflected about r_d).

For the dimensions given in this example, link 1, the drive crank, is shortest, and $L_{\max} + L_{\min} < L_a + L_b$ ($35 + 10 < 30 + 20$). Thus, we have a crank-rocker linkage as defined in Chapter 1. If this linkage is assembled in one mode (Figure 2.12b), it cannot assume the other mode without reassembly.

SUDUT TRANSMISI

Ketaksamaan yang mengklasifikasikan **rangkaian empat-batang** memberikan batasan ekstrem dari setiap kelas mekanisme. Batasan tambahan diberikan untuk perencanaan mekanisme praktis. Sebuah pertimbangan penting adalah **sudut transmisi**, yaitu sudut antara sumbu **coupler** dengan sumbu **driven crank**.

Mengacu kepada gambar 1.18, andaikan **crank** (link 1) menggerakkan rangkaian, maka **coupler** (link 2) memindahkan gaya sepanjang sumbunya kepada **driven crank** (link 3). Jika kita ingin memaksimalkan **torsi keluaran** dan meminimalkan **torsi gesek**, kita harus menjaga sudut transmisi, ϕ di sekitar 90° . Sudut transmisi yang memadai berada dalam interval $40^\circ \sim 45^\circ \leq \phi \leq 135^\circ \sim 140^\circ$. Dipengaruhi oleh tipe bantalan dan pelumasan, nilai di luar interval ini dapat meemacetkan rangkaian ini.

Gambar 1.18 menunjukkan sebuah rangkaian yang memenuhi criteria Crank-rocker. Namun demikian, jika link 1 bergerak, sudut ϕ mencapai nilai ekstrem, yang dapat menghambat rocker untuk bergerak secara leluasa. Link 1 cenderung berputar seperti ditunjukkan gambar, arah gaya dipindahkan dari link 2 ke link 3 menghasilkan torsi yang sangat kecil pada link 3 tetapi gaya bantalan yang besar pada O_3 dan Keausan dapat berlebihan. Jika torsi gesek melebihi torsi gerak (putar, mekanisme akan macet dan terjadi "buckle" pada **driven crank**. Toleransi dimensional, mencakup kelonggaran pada pin dan bantalan, seringkali memperparah keadaan. Pada sebagian besar kasus, disarankan untuk memberikan batas keamanan yang mencukupi dalam memenuhi ketaksamaan yang menentukan gerak dari rangkaian itu.

Perhatikan rangkaian empat-batang dengan link - link membentuk segi empat seperti gambar 1.19. Untuk sudut **crank** θ_1 , panjang diagonal segi empat L_d dapat ditentukan dengan aturan Cosinus. Untuk segitiga yang dibentuk oleh link 0, link 1 dan diagonal, diperoleh:

$$L_d^2 = L_0^2 + L_1^2 - 2L_0L_1\cos\theta_1$$

Menggunakan aturan cosinus untuk segitiga yang dibentuk oleh diagonal, link 2 dan link 3, diperoleh:

$$L_d^2 = L_2^2 + L_3^2 - 2L_2L_3\cos\phi$$

Persamaan di atas dapat disusun:

$$\cos \phi = \frac{L_2^2 + L_3^2 - L_d^2}{2L_2L_3}$$

Jadi sudut transmisi sesaat dapat ditentukan.

Pada mekanisme *crank-cocker*, sudut transmisi maksimal dan minimal terjadi ketika *driver crank* dan *fixed link* segaris. Sudut transmisi ϕ_{\max} berhubungan dengan $L_{d(\max)} = L_1 + L_0$ dan ϕ_{\min} dengan $L_{d(\min)} = L_0 - L_1$.

Contoh Soal:

Diketahui panjang **driver crank** $L_1 = 100$ mm, panjang **coupler** $L_2 = 200$ mm dan panjang **follower** $L_3 = 300$ mm. Tentukan interval panjang **fixed link** L_0 sedemikian hingga rangkaian ini merupakan **crank-rocker**.

Penyelesaian:

Terapkan $\phi_{\min} = 45^\circ$ dan menggunakan aturan cosinus, diperoleh:

$$(L_0 - L_1)^2 = L_2^2 + L_3^2 - 2L_2L_3\cos\phi_{\min}$$

$$(L_0 - 100)^2 = 200^2 + 300^2 - 2 \times 200 \times 300 \cos 45^\circ$$

$$L_0 = 312,48 \text{ mm}$$

Dengan nilai ini, selanjutnya diperoleh:

$$\cos \phi_{\max} = \frac{L_2^2 + L_3^2 - (L_0 + L_1)^2}{2L_2L_3} = \frac{200^2 + 300^2 - (312,48 + 100)^2}{2 \times 200 \times 300}$$

$\phi_{\max} = 109,54^\circ$ (masih dalam interval yang diterima)

Hasil yang dapat ditentukan secara grafis ditunjukkan seperti gambar 1.20a dan b. catat bila kita terapkan $\phi_{\max} = 135^\circ$ sehingga diperoleh $L_0 = 363,52 \text{ mm}$, maka nilai $\phi_{\min} = 59,69^\circ$.

Jadi $312,48 \text{ mm} \leq L_0 \leq 363,52 \text{ mm}$ (dalam interval yang dapat diterima).

Baik *follower crank (rocker)* maupun *coupler* dalam mekanisme *crank-rocker* memiliki interval gerak yang terbatas (diperkirakan kurang dari 180° bila kita menghendaki nilai sudut transmisi yang memadai).

Pada saat link 1 dan link 2 segaris, link 3 pada posisi batas. Perhatikan mekanisme *crank-rocker* dalam contoh sebelumnya, dengan $L_0 = 312,48 \text{ mm}$. Mengacu gambar 1.19 ketika link 1 dan link 2 segaris-terjulang (*collinear-extended*), nilai maksimal θ'_3 diperoleh sebagai berikut:

$$\cos \theta'_3 = \frac{L_0^2 + L_3^2 - (L_1 + L_2)^2}{2L_0L_3} = \frac{312,48^2 + 300^2 - (100 + 200)^2}{2 \times 312,48 \times 300}$$

$$\theta'_{3(\max)} = 58,61^\circ$$

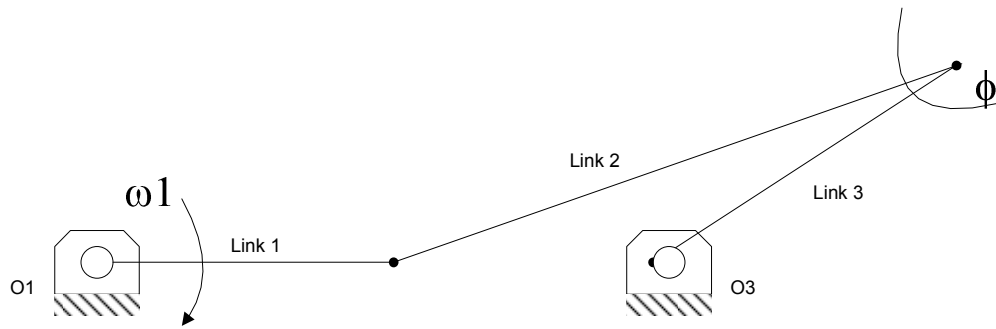
Untuk posisi batas yang lain, ketika link 1 dan link 2 segaris-tertekuk (*collinear-flexed*):

$$\cos \theta'_3 = \frac{L_0^2 + L_3^2 - (L_2 - L_1)^2}{2L_0L_3}, \text{ sehingga diperoleh}$$

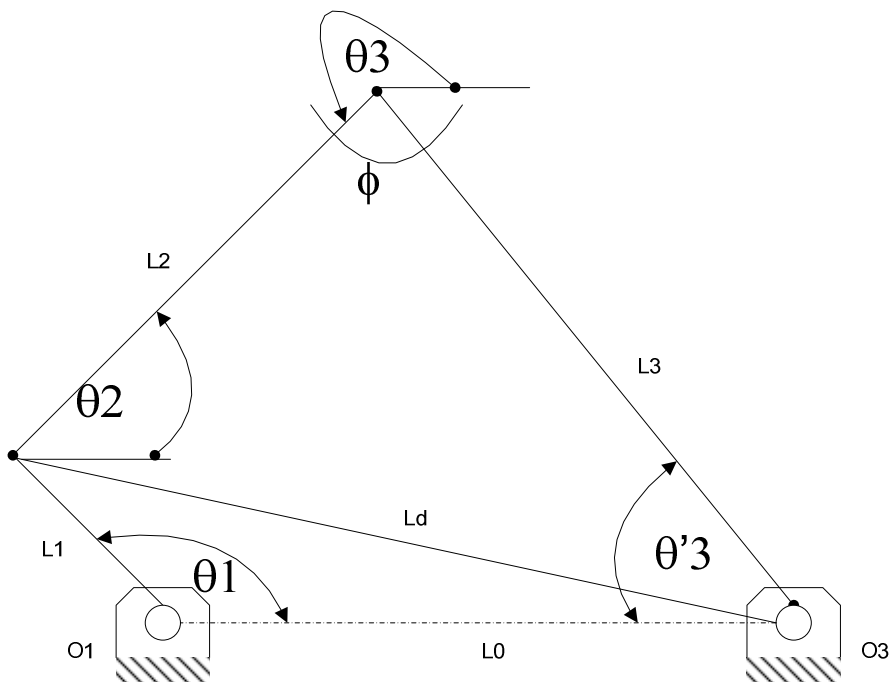
$$\theta'_{3(\min)} = 18,65^\circ$$

Dari hasil diatas terdapat besarnya interval hanya $\theta'_{3(\max)} - \theta'_{3(\min)} = 58,61^\circ - 18,65^\circ = 39,96^\circ$

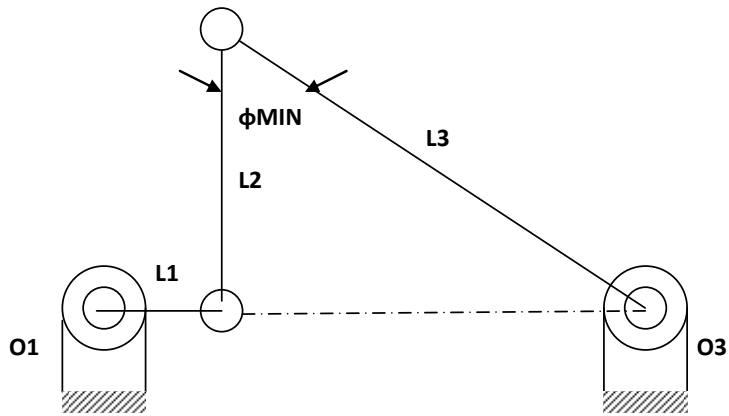
Tentu saja interval dari *follower crank* dapat diubah dengan mengubah rasio panjang link - linknya.



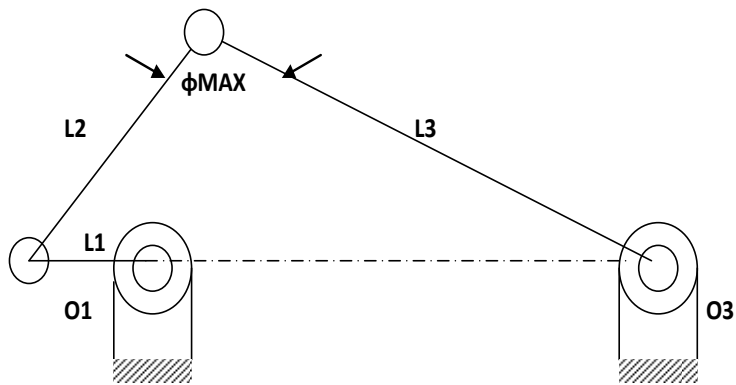
Gambar 1.18 Mekanisme yang mungkin gagal beroperasi oleh sudut transmisi yang tak memadai.



Gambar 1.19 Penentuan sudut transmisi



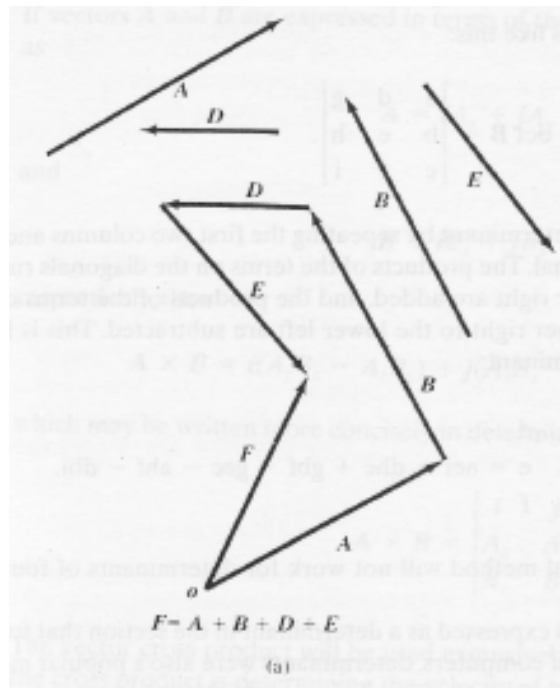
(a)



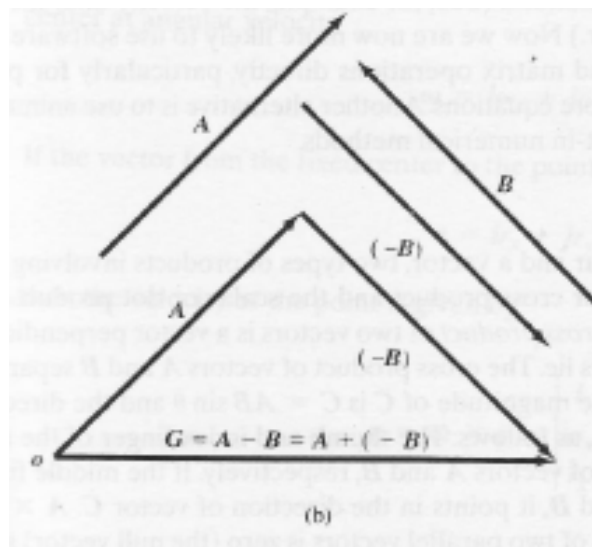
(b)

Gambar 1.20 (a) Nilai minimal sudut transmisi.

(b) Nilai maksimal sudut transmisi.



(a) Penjumlahan beberapa vector secara grafis



(b) Pengurangan vektor

Dari nilai-nilai yang diketahui pada table berikut, hitunglah:

Harga θ_2 dan θ_3 serta Sudut Transmisinya (ϕ) pada kondisi **open** dan **crossed**

No. Soal	Link 0	Link 1	Link 2	Link 3	θ_1
1	6	2	7	9	30
2	3	10	6	8	45
3	8	5	8	6	75
4	6	8	8	9	25
5	4	5	2	5	80
6	4	6	10	7	88
7	9	7	11	8	50