

1.4 NILAI MUTLAK, AKAR KUADRAT

& KUADRAT

- Nilai mutlak dari x , dinyatakan dgn $|x|$, didefinisikan sbg

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0 \\ -x & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Contoh:

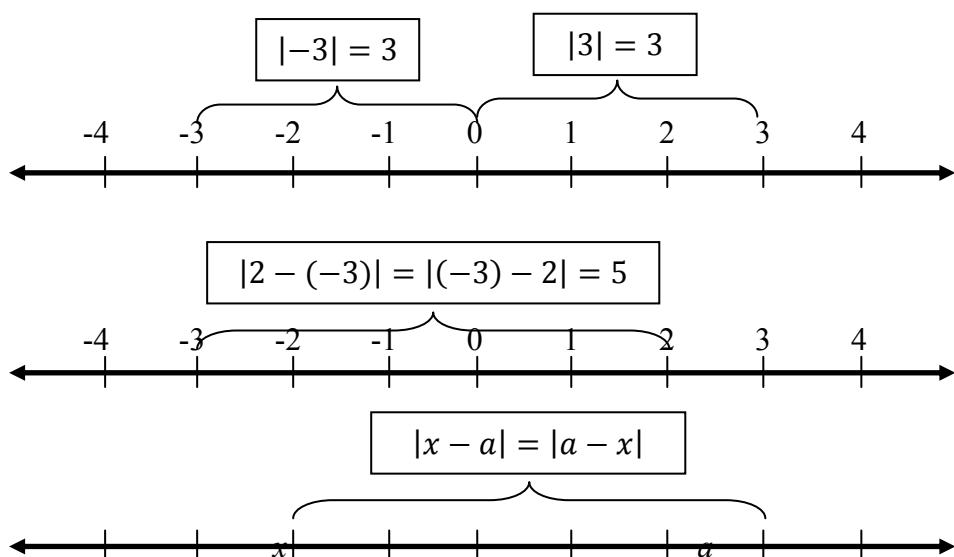
- | | |
|------------------|----------------------|
| 1. $ 4 = \dots$ | 3. $ -6 = \dots$ |
| 2. $ 0 = \dots$ | 4. $ x - 4 = \dots$ |

Dari definisinya, nilai mutlak suatu bil. selalu + atau nol.

- Dlm ilmu ukur, nilai mutlak dpt dibayangkan sbg **jarak (tak berarah)**.

$$\begin{aligned} |x| &= \text{jarak antara } x \text{ ke titik asal } 0 \\ |x - a| &= \text{jarak antara } x \text{ ke } a \end{aligned}$$

Perhatikan,



- Sifat Nilai Mutlak**

1. $|ab| = |a||b|$
2. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$
3. $|a + b| \leq |a| + |b| \quad (\text{Ketaksamaan Segitiga})$

$$4. \quad |\mathbf{a} - \mathbf{b}| \geq ||\mathbf{a}| - |\mathbf{b}||$$

Bukti:

$$|ab| = \sqrt{(ab)^2} = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^2} = |a||b|$$

- **Turunan Sifat**

- i. $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$
- ii. $|x| > a \Leftrightarrow x < -a \text{ atau } x > a$

Contoh:

1. $|4x + 3| = 7$
2. $|x - 2| = |3 - 2x|$
3. $|3x + 2| \geq 1$
4. $\left|2 + \frac{5}{x}\right| < 1$
5. $|x - 3| < 0.5 \Rightarrow |5x - 15| < 2.5$ (Tunjukkan kebenarannya)
6. Andaikan ε bil. Positif. Carilah δ shg $|x - 5| < \delta \Rightarrow |3x - 15| < \varepsilon$ adalah benar.

Ingat kembali,

\sqrt{a} = akar kuadrat utama dari a

(akar tak negatif)

Contoh:

1. $\sqrt{16} \neq \pm 4$ tetapi $\sqrt{16} = 4$
2. $\sqrt{(10)^2} = 10$
3. Akar kuadrat dari 5 adalah $\pm\sqrt{5}$

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

- Rumus kuadrat utk penyelesaian

$$ax^2 + bx + c = 0:$$

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Jika $D = b^2 - 4ac$, dimana:

- i. $D > 0$, mk persamaan diatas mempunyai 2 akar riil.
- ii. $D = 0$, mk persamaan diatas mempunyai 1 akar riil.
- iii. $D < 0$, mk persamaan diatas tdk mempunyai akar riil.

- **Turunan Sifat (Lanjutan)**

- iii. $|x|^2 = x^2$
- iv. $|x| < |y| \Leftrightarrow x^2 < y^2$

Bukti:

$$\begin{aligned} \text{iii. } |x|^2 &= |x||x| = |x^2| = x^2 \\ \text{iv. } |x| < |y| &\Rightarrow |x||x| < |y||x| \text{ dan } |x||y| < |y||y| \\ &\Rightarrow |x|^2 < |x||y| \text{ dan } |x||y| < |y|^2 \\ &\Rightarrow x^2 < y^2 \end{aligned}$$

(Operasi pengkuadratan tidak selalu mempertahankan pertaksamaan)

Contoh: 7. $|3x + 1| < 2|x - 6|$