KUANTIFIKASI

Nur Insani, M.Sc

- Pada validitas :
  - Banyak argumen valid, namun validitasnya tak dapat diuji dengan alat uji validitas yang ada.

Bagaimana Validitas Argumen ini ?

- Semua kucing adalah hewan menyusui (pr)
- Pussy adalah seekor kucing (pr)
- Jadi, Pussy adalah hewan menyusui (kon)

- *Validitas argumen tersebut tergantung pada tafsiran pernyataan tunggalnya.*
  - Apakah Pussy nama seekor kucing ?

- Cara lain adalah validitas yang didasarkan pada hubungan kalimat (kaitan antara subyek dan predikat).
- Contoh :
  - Puppy adalah seekor kucing
    - Puppy - Subyek
    - Seekor kucing - Predikat
- Hubungan antara subyek dan predikat akan memberikan tafsiran terhadap benar tidaknya kalimat.

- Untuk memudahkan analisis, dibuat simbol kalimat tunggal yang memuat komponen subyek-predikat.
- Pussy adalah seekor kucing

  S P

- Pussy adalah hewan menyusui

  S P

- Bila :
  - Pussy disimbolkan dengan ……………… P
  - Seekor kucing disimbolkan dengan… K
  - Hewan menyusui disimbolkan dengan H
- Bila :
  - Predikat disimbolkan dengan huruf besar
  - Subyek disimbolkan dengan huruf kecil
- Maka :
  - Pussy adalah seekor kucing = Kp
  - Pussy adalah hewan menyusui = Hp

- Contoh lain :
  - Yusuf = y
  - Ali = a
  - Umar = u
  - Manusia = M

- Yusuf adalah manusia My
- Ali adalah manusia Ma
- Umar adalah manusia Mu

- Lambang umumnya Mx

- My,Ma,Mu adalah merupakan kalimat deklaratif.
- Mx Bukan merupakan pernyataan.
- Mx disebut sebagai fungsi proposisi.
- Fungsi proposisi Mx akan menjadi pernyataan bila variabel individualnya (x) diganti/disubtitusi dengan konstanta individual.
- Instantiasi : adalah suatu cara untuk mensubtitusi variabel individual dengan kontanta individual.

- Mx dikenal juga sebagai kalimat tunggal.
- Lawan dari kalimat tunggal adalah kalimat umum.
- Kalimat umum adalah generalisasi.
- Ciri dari kalimat yang general adalah menggunakan kata : semua, untuk setiap
- Kalimat general disebut dengan Kuantor.
  - Kuantor Umum / Universal
  - Kuantor Khusus / Eksistensial

- Contoh Kalimat tunggal
  - Manusia adalah fana = Fm
- Contoh kalimat general
  - Semua manusia adalah fana
  - Untuk setiap manusia, maka manusia itu adalah fana

Kuantor Universal

Kuantor Eksistensial

  - Ada manusia yang fana
  - Paling sedikit ada satu manusia yang fana

Pendahuluan

- Dumbo adalah seekor gajah.

dapat ditulis : G(d)

Notasi diatas dibaca : “gajah Dumbo”.

- Disebut fungsi proposional.
- Badu seorang mahasiswa.

dapat ditulis : M(b)

- Perlu diingat: predikat ditulis dengan huruf besar, variabel atau konstanta atau objek ditulis huruf kecil.

- Persoalan muncul pada variabel-variabel yang sering atau kadang-kadang muncul, atau bersifat umum serta yang tidak bersifat khusus, seperti “manusia”, “binatang” dsb. Contoh :
  1. Semua gajah mempunyai belalai.
  2. Beberapa mahasiswa mengambil mata kuliah logika matematika.
  3. Setiap mahasiswa harus belajar dari buku teks.
  4. Ada penduduk kota Jayakarta yang terkena Flu Burung.

Kuantor Universal

Definisi:

Jika A suatu ekspresi logika dan x adalah variabel, maka jika ingin menentukan bahwa A adalah bernilai benar untuk semua nilai yang dimungkinkan untuk x akan ditulis $(\forall x)A$. Disini $\forall x$ disebut **kuantor universal**, dengan A adalah scope dari kuantor. Variabel x disebut terikat (*bound*) dengan kuantor. Simbol $\forall$ menggantikan kata “untuk semua”.

Semua gajah mempunyai belalai.

Dapat ditulis: $G(x) \rightarrow B(x)$

Dibaca: “Jika x adalah gajah, maka x mempunyai belalai ”

Selanjutnya, ditulis:

$(\forall x)(G(x) \rightarrow B(x))$

Dibaca: “Untuk semua x, jika x adalah gajah, maka x mempunyai belalai ”

Notasi Kuantor

- Contoh
  - Semua manusia adalah fana
  - Untuk setiap obyek, maka obyek itu adalah fana
  - Untuk setiap x <u>maka x adalah fana</u>
  - <u>Untuk setiap x</u>, Fx
- $(\forall x)$, Fx
  - Untuk setiap x, maka x mempunyai sifat F
  - Untuk setiap x berlakulah Fx

Simbol $\forall$ adalah kuantor yang menggunakan kata “semua” atau kata apa saja yang artinya sama dengan “semua”, misalnya “setiap”.

$\forall$ disebut kuantor universal (*universal quantifier*).

Kuantor universal mengindikasikan bahwa sesuatu bernilai benar untuk semua individual-individualnya.

Setiap mahasiswa harus belajar dari buku teks.

Selanjutnya, ditulis:

$(\forall x)(M(x) \rightarrow B(x))$

Dibaca: “Untuk semua x, jika x adalah mahasiswa, maka x harus belajar dari buku teks ”

Setiap bilangan prima adalah ganjil.

Selanjutnya, ditulis:

$(\forall x)(P(x) \rightarrow O(x))$

Dimana P mengganti “bilangan prima”, sedangkan O mengganti ganjil (*odd*).

Dibaca: “Untuk semua x, jika x adalah bilangan prima, maka x adalah ganjil”

Langkah untuk melakukan pengkuantoran universal :

- Perhatikan pernyataan berikut ini :

  “Semua mahasiswa harus rajin belajar”
- Untuk melakukan pengkuantoran universal pada pernyataan tersebut maka dilakukan langkah-langkah seperti berikut :

1. Carilah lingkup (*scope)* dari kuantor universalnya, yaitu :

   “Jika x adalah mahasiswa, maka x harus rajin belajar”.

   Selanjutnya akan ditulis :

   mahasiswa(x) → harus rajin belajar(x)

2. Berilah kuantor universal di depannya

   $(\forall x)(\text{mahasiswa}(x) \rightarrow \text{harus rajin belajar}(x))$

3. Ubahlah menjadi suatu fungsi :

   $(\forall x)(M(x) \rightarrow B(x))$

Contoh:

1. **”Semua tanaman hijau membutuhkan air untuk tumbuh ”.**

- Jika x adalah tanaman hijau, maka x membutuhkan air untuk tumbuh

  Tanaman hijau(x) → membutuhkan air untuk tumbuh(x)
- (∀x) (Tanaman hijau(x) → membutuhkan air untuk tumbuh(x))
- (∀x)(T(x) → A(x))

2. ”Semua artis adalah cantik”.

- Jika x adalah artis, maka x cantik,
- Artis(x) $\rightarrow$ cantik(x).
- $(\forall x)$(Artis(x) $\rightarrow$ cantik(x))
- $(\forall x)(A(x) \rightarrow C(x))$

Kuantor Eksistensial

Definisi:

Jika A suatu ekspresi logika dan x adalah variabel, maka jika ingin menentukan bahwa A adalah bernilai benar untuk untuk sekurang-kurangnya satu dari x, maka akan ditulis (∃x)A. Disini ∃x disebut **kuantor eksistensial**, dengan A adalah scope dari kuantor. Variabel x disebut terikat (*bound*) dengan kuantor. Simbol ∃ menggantikan kata “ada”, “beberapa” atau “tidak semua”.

Ada bilangan prima yang genap.

Selanjutnya, ditulis:

$(\exists x)(P(x) \wedge E(x))$

Dimana P mengganti “bilangan prima”, sedangkan E mengganti genap (*even*).

Dibaca: “Ada x, yang x adalah bilangan prima dan x adalah genap”

- Contoh
  - Ada paling sedikit satu manusia yang fana
  - Ada paling sedikit satu x, sedemikian sehingga Fx
- $(\exists x)$, Fx

$\exists$ adalah kuantor yang menggunakan kata “ada” atau kata apa saja yang artinya sama dengan “tidak semua” atau “beberapa”.

$\exists$ disebut kuantor universal (*universal existential*).

Kuantor universal mengindikasikan bahwa sesuatu kadang-kadang bernilai benar untuk individual- inviduanya.

Langkah untuk melakukan pengkuantoran eksistensial :

- Perhatikan pernyataan berikut ini :

  “Ada pelajar yang memperoleh beasiswa berprestasi ”
- Untuk melakukan pengkuantoran eksistensial pada pernyataan tersebut maka dilakukan langkah-langkah seperti berikut :

1. Carilah lingkup (*scope)* dari kuantor eksistensialnya, yaitu :

   “Ada x yang adalah pelajar, dan x memperoleh beasiswa berprestasi”.

   Selanjutnya akan ditulis :

   Pelajar(x) Λ memperoleh beasiswa berprestasi(x)

2. Berilah kuantor eksistensial di depannya
   (∃x) (Pelajar(x) Λ memperoleh beasiswa berprestasi(x))
3. Ubahlah menjadi suatu fungsi :
   $(\exists x)(P(x) \wedge B(x))$

Contoh:

1. ”Beberapa orang rajin beribadah”.

- ”Ada x yang adalah orang, dan x rajin beribadah
- $(\exists x)(\text{Orang}(x) \wedge \text{rajin beribadah}(x))$
- $(\exists x)(O(x) \wedge I(x))$

2. ”Ada binatang yang tidak mempunyai kaki”.

- “Terdapat x yang adalah binatang, dan x tidak mempunyai kaki”.
- (∃x)(binatang(x) Λ tidak mempunyai kaki(x))
- $(\exists x)(B(x) \land \neg K(x))$

Perlu diingat bahwa jangan mengabaikan tanda kurung untuk fungsi dibelakang kuantor karena mempengaruhi proses manipulasinya.

Perhatikan dua contoh di bawah yang kelihatannya sama tetapi berbeda:

- $(\forall x)(M(x) \rightarrow B(x))$
- $(\forall x)M(x) \rightarrow B(x)$

Dari berbagai contoh di sebelumnya, dapat kita simpulkan bahwa :

- Jika pernyataan memakai kuantor universal ($\forall$), maka digunakan perangkai implikasi ($\rightarrow$), yaitu "Jika semua......maka....."
- Jika pernyataan memakai kuantor eksistensial ($\exists$), maka digunakan perangkai konjungsi ($\wedge$), yaitu "Ada...yang...dan....".

Negasi (Ingkaran) Kuantor

- Ingkaran kalimat ”semua x bersifat p(x)” adalah ”Ada x yang tidak bersifat p(x)”
- Ingkaran kalimat ”Ada x yang bersifat q(x)” adalah ”Semua x tidak bersifat q(x)”

Ingkaran Kuantor Universal

- Ingkaran dari kuantor universal adalah kuantor ekstensial :

$$\sim (\forall x)P(x) \equiv (\exists x) \sim P(x)$$

- Ingkaran dari "semua (setiap) ……..."

  ≡ ada (beberapa) …….yang tidak ……..

Misalkan :

- p : semua bilangan bulat adalah positif

$$(\forall x)(B(x) \rightarrow P(x))$$

~p : ada bilangan bulat yang tidak positif

$$(\exists x)(B(x) \wedge \sim P(x))$$

- q : semua bilangan asli adalah positif

$$(\forall x)(A(x) \rightarrow P(x))$$

~q : beberapa bilangan asli yang tidak positif

$$(\exists x)(A(x) \wedge \sim P(x))$$

Ingkaran Kuantor Eksistensial

- Ingkaran dari kuantor ekstensial adalah kuantor universal :

$$\sim (\exists x)P(x) \equiv (\forall x) \sim P(x)$$

- Ingkaran dari “ada (beberapa / terdapat) ………”

  ≡ semua (setiap) ….. tidak ……..

Misalkan :

- p : Ada bilangan prima adalah bilangan genap

$$(\exists x)(P(x) \wedge G(x))$$

~p : semua bilangan prima bukan bilangan genap

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow \sim G(x))$$

- q : Ada wanita yang menyukai sepak bola

$$(\exists x)(W(x) \wedge B(x))$$

~q : semua wanita tidak menyukai sepak bola

$$(\forall x)(W(x) \rightarrow \sim B(x))$$