CENTER MANIFOLD THEORY

Kus Prihantoso Krisnawan

May 9, 2012

Jurusan Pendidikan Matematika
Universitas Negeri Yogyakarta

Center Manifold Theory

Diberikan sistem dinamik

$$\dot{x} = f(x) \tag{1}$$

dengan $x \in \mathbb{R}^n$, $f \in C^r(\mathbb{R}^n)$ untuk $r \geq 1$, dan $f(0) = 0$.

Center Manifold Theory

Diberikan sistem dinamik

$$\dot{x} = f(x) \tag{1}$$

dengan $x \in \mathbb{R}^n$, $f \in C^r(\mathbb{R}^n)$ untuk $r \geq 1$, dan $f(0) = 0$.

Sistem (1) dapat ditulis sebagai

$$\dot{x} = Ax + g(x) \tag{2}$$

dengan $A = D(f(0))$.

Center Manifold Theory

Misalkan matriks A pada sistem (2) mempunyai

- sebanyak c nilai eigen yang bagian realnya 0,

Center Manifold Theory

Misalkan matriks A pada sistem (2) mempunyai

- sebanyak c nilai eigen yang bagian realnya 0,
- sebanyak s nilai eigen yang bagian realnya negatif, dan

Center Manifold Theory

Misalkan matriks A pada sistem (2) mempunyai

- sebanyak c nilai eigen yang bagian realnya 0,
- sebanyak s nilai eigen yang bagian realnya negatif, dan
- sebanyak u nilai eigen yang bagian realnya positif

Center Manifold Theory

Misalkan matriks A pada sistem (2) mempunyai

- sebanyak c nilai eigen yang bagian realnya 0,
- sebanyak s nilai eigen yang bagian realnya negatif, dan
- sebanyak u nilai eigen yang bagian realnya positif

maka sistem (2) dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= Cx_1 + g_1(x_1, x_2, x_3) \\ \dot{x}_2 &= Sx_2 + g_2(x_1, x_2, x_3) \\ \dot{x}_3 &= Ux_1 + g_3(x_1, x_2, x_3) \end{aligned} \tag{3}$$

dg $x_1 \in \mathbb{R}^c$, $x_2 \in \mathbb{R}^s$, $x_3 \in \mathbb{R}^u$, C adl matriks $c \times c$ dg semua $Re(\lambda) = 0$, S adl matriks $s \times s$ dg semua $Re(\lambda) < 0$, U adl matriks $u \times u$ dg semua $Re(\lambda) > 0$, dan $c + s + u = n$.

Center Manifold Theory

Perhatikan pada persamaan (3) bahwa
$g_1(0) = 0$, $g_2(0) = 0$, $g_3(0) = 0$,

Perhatikan pada persamaan (3) bahwa
$g_1(0) = 0$, $g_2(0) = 0$, $g_3(0) = 0$,
$Dg_1(0) = 0$, $Dg_2(0) = 0$, dan $Dg_3(0) = 0$.

Center Manifold Theory

Perhatikan pada persamaan (3) bahwa
$g_1(0) = 0$, $g_2(0) = 0$, $g_3(0) = 0$,
$Dg_1(0) = 0$, $Dg_2(0) = 0$, dan $Dg_3(0) = 0$.

Untuk kasus $u = 0$, $c \neq 0$, dan $s \neq 0$ maka sistem (3) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= Cx_1 + g_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= Sx_2 + g_2(x_1, x_2). \end{aligned} \tag{4}$$

Center Manifold Theory

Perhatikan pada persamaan (3) bahwa
$g_1(0) = 0$, $g_2(0) = 0$, $g_3(0) = 0$,
$Dg_1(0) = 0$, $Dg_2(0) = 0$, dan $Dg_3(0) = 0$.

Untuk kasus $u = 0$, $c \neq 0$, dan $s \neq 0$ maka sistem (3) dapat ditulis

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= Cx_1 + g_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 &= Sx_2 + g_2(x_1, x_2). \end{aligned} \tag{4}$$

Manifold center lokal dari sistem (4) di sekitar 0 adalah

$$W^c_{loc}(0) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^c \times \mathbb{R}^s | x_2 = h(x_1) \text{ } untuk \text{ } |x_1| < \delta\}$$

untuk suatu $\delta > 0$ dg $h \in C^r(N_\delta(0))$, $h(0) = 0$, & $Dh(0) = 0$.

Center Manifold Theory

Teorema: Flow dari sistem (4) ditentukan oleh

$$\dot{x}_1 = Cx_1 + g_1(x_1, h(x_1)) \tag{5}$$

(Jika sistem (5) stabil (tidak stabil) maka sistem (4) stabil (tidak stabil).)

untuk suatu $\delta > 0$ dg $h \in C^r(N_\delta(0))$, $h(0) = 0$, $Dh(0) = 0$, &

$$Dh(x_1)[Cx_1 + g_1(x_1, h(x_1))] - Sh(x_1) - g_2(x_1, h(x_1)) = 0 \tag{6}$$

untuk setiap $x_1 \in \mathbb{R}^c$ dan $|x_1| < \delta$.

Center Manifold Theory

Teorema: Flow dari sistem (4) ditentukan oleh

$$\dot{x}_1 = Cx_1 + g_1(x_1, h(x_1)) \quad (5)$$

(Jika sistem (5) stabil (tidak stabil) maka sistem (4) stabil (tidak stabil).)

untuk suatu $\delta > 0$ dg $h \in C^r(N_\delta(0))$, $h(0) = 0$, $Dh(0) = 0$, &

$$Dh(x_1)[Cx_1 + g_1(x_1, h(x_1))] - Sh(x_1) - g_2(x_1, h(x_1)) = 0 \quad (6)$$

untuk setiap $x_1 \in \mathbb{R}^c$ dan $|x_1| < \delta$.

Dengan substitusi bentuk $\dot{x}_1$ dan $\dot{x}_2$ ke persamaan (6) maka didapatkan

$$\dot{x}_2 = Dh(x_1)\dot{x}_1$$

yang berakibat $x_2 = h(x_1)$.