

1.1. Ketaksamaan

Ketaksamaan adalah kalimat terbuka yang memuat hubungan: $<$, \leq , \geq , atau $>$.

Hubungan ketaksamaan

$a < b$, berarti a lebih kecil dari pada b atau $b - a > 0$,
dan sebaliknya

$a < b$, berarti b lebih besar dari pada a atau $a - b < 0$

$a \leq b$, berarti $a < b$ atau $a = b$

$b \geq a$, berarti $b > a$ atau $b = a$

Beberapa sifat ketaksamaan yaitu :

- Jika $a < b$ dan $b < c$ maka $a < c$
- Jika $a < b$ maka $a + c < b + c$ dan $a - c < b - c$ untuk sebarang c
- Jika $a < b$ dan $c > 0$ maka $a \cdot c < b \cdot c$
- Jika $a < b$ dan $c < 0$ maka $a \cdot c > b \cdot c$

Berbeda dengan persamaan, yang himpunan penyelesaiannya secara normal terdiri satu bilangan saja atau mungkin sejumlah bilangan berhingga, himpunan penyelesaian suatu ketaksamaan biasanya terdiri dari suatu

keseluruhan interval bilangan atau, dalam beberapa kasus, gabungan dari interval–interval yang demikian. Himpunan bilangan real diantara a dan b atau $\{x|a < x < b\}$ disebut interval, dan dikenal berbagai macam interval :

- $[a,b] = \{x|a \leq x \leq b\}$, selang tertutup
- $(a,b) = \{x|a < x < b\}$, selang terbuka
- $(a,b] = \{x|a < x \leq b\}$ atau $[a,b) = \{x|a \leq x < b\}$, selang setengah terbuka
- $(-\infty, b] = \{x|x \leq b\}$, $(a, \infty) = \{x|x > a\}$, atau $(-\infty, \infty) = \{x|x \in R\}$, selang tak hingga

Untuk menyelesaikan suatu pertaksamaan berarti mencari semua himpunan bilangan real yang membuat pertaksamaan berlaku. Langkah – langkah yang dapat diambil yaitu:

1. menambahkan **variabel** (bilangan positif atau negatif) yang sama pada kedua ruas suatu pertaksamaan
2. mengalikan kedua ruas suatu pertaksamaan dengan suatu **bilangan positif**

3. mengalikan kedua ruas suatu pertaksamaan dengan suatu **bilangan negatif**, tetapi dengan membalik arah tanda pertaksamaan

Contoh Soal:

1. Selesaikan $13 \geq 2x - 3 \geq 5$

Jawab: $13 \geq 2x - 3 \geq 5 \Leftrightarrow 13 + 3 \geq 2x - 3 + 3 \geq 5 + 3$

$\Leftrightarrow 16 \geq 2x \geq 8$

$\Leftrightarrow 16 \left(\frac{1}{2}\right) \geq 2x \left(\frac{1}{2}\right) \geq 8 \left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 8 \geq x \geq 4$. Jadi

HP: $\{x \mid 8 \geq x \geq 4\}$.

2. Selesaikan $2 + 3x < 5x + 1 < 16$

Jawab: $2 + 3x < 5x + 1 < 16 \Leftrightarrow 2 + 3x < 5x + 1$

dan $5x + 1 < 16 \Leftrightarrow 2 < 2x + 1$ dan $5x < 15$

$\Leftrightarrow 1 < 2x$ dan $x < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x$ dan $x < 3$. Jadi

HP: $\{x \mid \frac{1}{2} < x < 3\}$

3. Selesaikan $x^2 + x < 20$

Jawab: $x^2 + x - 20 < 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x + 5) < 0$.

Diperoleh titik – titik pemecah yaitu $x_1 = 4$ dan

$x_2 = -5$, sehingga HP: $\{x \mid -5 < x < 4\}$.

4. Selesaikan $\frac{1}{(x+1)} < \frac{2}{(3x-1)}$

Jawab: $\frac{1}{(x+1)} < \frac{2}{(3x-1)} \Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)} - \frac{2}{(3x-1)} < 0 \Leftrightarrow$

$$\frac{(3x-1)-2(x+1)}{(x+1)(3x-1)} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-3}{(x+1)(3x-1)} < 0. \text{ Diperoleh titik -}$$

titik pemecah yaitu $x_1 = 3$, $x_2 = -1$, dan $x_3 = \frac{1}{3}$,

sehingga HP: $\{ x \mid x < -1 \text{ atau } \frac{1}{3} < x < 3 \}$.