BAB I
BUNGA TUNGGAL DAN DISKONTO TUNGGAL

Terminologi: *modal, suku bunga, bunga, dan jangka waktu*.

Modal adalah sejumlah uang yang disimpan atau ditabung atau dipinjam pada (dari) suatu Bank atau badan lain.

Suku-bunga adalah bilangan konstan yang dinyatakan dalam persen (%) atau perseratus.

Bunga adalah jumlah uang yang diperoleh sebagai jasa atas uang yang di-tabung atau dipinjam berdasarkan suku bunga yang disepakati.

Jangka waktu adalah waktu antara saat menabung (meminjam) dan saat mengambil (melunasi) tabungan (pinjaman). Satuan waktu dapat tahun, bulan, minggu atau hari. Pada umumnya 1 tahun = 360 hari atau 365 hari (Inggris).

Bunga diskonto adalah bunga yang diperhitungkan pada saat awal jangka waktu peminjaman atau penabungan.

1. Bunga Tunggal

Teorema 1: Modal sebesar M ditabung selama n tahun dengan suku bunga tunggal p%. Maka nilai akhir A uang itu pada akhir tahun ke-n adalah

$$A = M(\ 1 + np)$$

Bukti:

Pada akhir tahun pertama bunga yang diperoleh = pM.
Pada akhir tahun kedua bunga yang diperoleh = pM (sebab suku bunga tunggal) bunga tahun pertama *tidak* digabungkan dengan modal M atau bunga pada akhir tahun pertama tidak dapat berbunga lagi. Demikian selanjutnya.
Jadi pada akhir tahun ke-n bunga yang diperoleh juga Mp. Maka jumlah bunga selama n tahun adalah $\boldsymbol{B = npM}$
Dengan demikian nilai akhir dari modal pada akhir tahun ke-n adalah

Nilai akhir = Modal + Bunga

Atau $$A = M + npM = M(1 + np)$$

Contoh 1:

Modal Rp 1.000.000,- ditabung selama 10 tahun dengan suku bunga (tunggal) 5% per tahun. Nilai akhir modal itu adalah…….

Jawab:

$$A = M(1 + np)$$

Di sini M = 1.000.000, n = 10, dan p = 5%. Jadi,

$$A = 1.000.000\ (1 + 10.\frac{5}{100}) = 1.000.000 \times 1½. = 1.500.000.$$

Jadi nilai akhir adalah A = Rp.1.500.000,-

Teorema 2: Setelah menabung selama n tahun dengan suku bunga (tunggal) p% per tahun, nilai akhir yang diterima adalah A. Besarnya modal M dan bunga B diberikan oleh persamaan:

$$M = \frac{A}{1+np}, \qquad B = A \times \frac{np}{1+np}$$

***Bukti**:*
Perhatikanlah bahwa: nilai akhir = modal ditambah bunga atau jika ditulis dengan lambang-lambang, diperoleh:

$$A = M + B \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$
$$B = npM \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Dengan mengelimir B diperoleh,

$$A = M + npM$$

yakni,

$$M = \frac{A}{1+np} = A \times \left(\frac{1}{1+np}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Substitusi (3) ke (2) memberikan,

$$B = A \times \frac{np}{1+np}$$

Contoh 2: Saya pinjam uang di bank dengan suku bunga (tunggal) 5% per tahun. Pada akhir tahun saya harus mengembalikan Rp. 2.000.000,- Berapakah bunga yang saya bayar dan berapa pinjaman saya?

Jawab:

$$B = A \times \frac{np}{1+np}.$$

Di sini, A = 2.000.000, p = 5%, n = 1, sehingga

$$B = 2.000.000 \times \left(\frac{1 \times \frac{5}{100}}{1 + 1 \times \frac{5}{100}}\right)$$
$$= 2.000.000 \times \left(\frac{5}{100+5}\right) = 2.000.000 \times \frac{1}{21}$$
$$= 95.238,13.$$

Jadi bunga yang saya bayar Rp. 95.238,. [dibulatkan ke 1 rupiah]
Pinjaman saya adalah Rp. 2.000.000, - Rp. 95.238,- = Rp.1.904.762,-.

2. Teknik Menghitung Bunga Tunggal

(a) Lama penabungan *k* satuan waktu dan 1 tahun = 360 hari = 52 minggu = 12 bulan = 30 hari dsb.

Teorema 4: Modal sebesar M ditabung selama k satuan waktu dengan bunga tunggal p% per tahun. Maka bunga B yang harus dibayarkan diberikan oleh rumus:

$$B = M \times p \times \frac{k}{t}$$

Dengan, t = 360 jika satuan k dalam *hari*, t = 52 jika satuan k dalam *minggu*, dan t = 12 jika satuan k dalam *bulan*, dll

Bukti:

Jika satuan k adalah *hari* maka k hari = k/360 tahun. Maka dapat digunakan rumus $B = npM$ dan dalam kasus ini $n = k/3600$, sehingga diperoleh,

$$B = npM = M \times p \times \frac{k}{360}$$

Dengan cara serupa jika satuan k adalah *bulan*, maka besarnya bunga adalah:

$$B = npM = M \times p \times \frac{k}{12}$$

Akhirnya, jika satuan k adalah *minggu*, maka besarnya bunga adalah:

$$B = npM = M \times p \times \frac{k}{52}$$

Contoh 4: Berapakah besarnya bunga jika modal Rp. 2.000.000,- ditabung selama 4 bulan 5 minggu 25 hari, jika disepakati suku bunga tunggal 6% per tahun?

Jawab:

Berturut-turut kita hitung besar bunga untuk:

Bunga dalam jangka waktu 4 bulan = $M \times p\% \times \frac{k}{12}$

$$= 2.000.000 \times \frac{6}{100} \times \frac{4}{12} \ldots\ldots\ldots\ldots(a)$$

Bunga dalam jangka waktu 5 minggu = $M \times p\% \times \frac{k}{52}$

$$= 2.000.000 \times \frac{6}{100} \times \frac{5}{52} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(b)$$

Bunga dalam jangka waktu 25 hari = $M \times p\% \times \frac{k}{360}$

$$= 2.000.000 \times \frac{6}{100} \times \frac{25}{360} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(c)$$

Jadi besar bunga dalam 4 bulan 5 minggu 25 hari adalah (a) + (b) + (c)

$$= 2.000.000 \times \frac{6}{100} \left(\frac{4}{12} + \frac{5}{52} + \frac{25}{360}\right) = 59.871,80.$$

Dengan demikian besarnya bunga jika modal Rp. 2.000.000,- ditabung selama 4 bulan 5 minggu 25 hari adalah Rp. 59.872,-.

(b) Teknik pembagi tetap

Di sini 1 tahun = 360 hari. Besarnya suku bunga tunggal p% per tahun adalah bilangan tetap sehingga bilangan $\frac{p}{360}$ juga tetap.

Jika satuan waktu k adalah hari, menurut Teorema 4 besarnya bunga untuk modal M dengan suku bunga tunggal p% per tahun dan dalam jangka waktu k hari adalah $B = M \times p\% \times \frac{k}{360}$ yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$B = M \times \frac{p}{100} \times \frac{k}{360} = \frac{Mk}{100} \times \frac{p}{360} = \frac{Mk}{100} \div \frac{360}{p}$$

Dalam persamaan terakhir ini pecahan $\frac{Mk}{100}$ disebut *bilangan bunga* dan pecahan $\frac{360}{p}$ disebut *pembagi tetap*. Perlu diingat bahwa di sini p tidak lagi per seratus. Jadi diperoleh teorema di bawah ini:

Teorema 5: Modal sebesar M ditabung selama k hari dengan suku bunga tunggal p% per tahun. Maka besarnya bunga adalah

$$B = \frac{\text{bilangan bunga}}{\text{pembagi tetap}}$$

dengan *bilangan bunga* = $\frac{Mk}{100}$, dan *pembagi tetap* = $\frac{360}{p}$

Keuntungan teknik ini adalah bahwa rumus itu dapat digunakan menghitung beberapa modal yang jangka waktunga berbeda-beda (suku bunganya tetap).

Contoh 5: Saya mempunyai 3 tabungan dengan suku bunga tunggal 6% per tahun. Tabungan I Rp. 800.000,- selama 120 hari, Tabunggan II Rp. 600.000,- selama 240 hari, dan Tabungan III Rp 1.200.000,- selama 100 hari. Berapakah jumlah besar bunganya?

Jawab:

Tabungan I Rp. 800.000, -. Bilangan bunga = $\frac{Mk}{100} = \frac{800.000 \times 120}{100}$ = 960.000

Tabungan II Rp 600.00,-. Bilangan bunga = $\frac{Mk}{100} = \frac{600.000 \times 240}{100}$ = 1.400.000

Tabungan III Rp.1.200.00,- Bilangan bunga = $\frac{Mk}{100} = \frac{1.200.000 \times 100}{100}$ = 1.200.000

Jumlah bilangan bunga = 960.000 + 1.400.000 + 1.200.000 = 3.600.00, dan Pembagi tetap = $\frac{360}{p} = \frac{360}{6}$ = 60 sehingga,

jumlah besar bunga ketiga tabungan = $\frac{\text{bilangan bunga}}{\text{pembagi tetap}} = \frac{3.600.000}{60}$ = 60.000.

Jadi jumlah bunga dari ketiga tabungan adalah Rp. 60.000,-.

(c) Teknik setara suku bunga 5% per tahun

Dalam teknik ini 1 tahun = 365 hari (Inggris). Di sini jangka waktu penabungan dalam satuan hari. Rumus bunga $B = M \times p \times \frac{k}{365}$ direkayasa sebagai berikut:

$$B = M \times \frac{5}{100} \times \frac{k}{365} = \frac{Mk}{100} \times \frac{5}{365} = \frac{Mk}{100} \times \frac{1}{73} = \frac{Mk}{10.000} \times \frac{100}{73}$$
$$= \frac{Mk}{10.000} \times \left(1 + \frac{27}{73}\right) = \frac{Mk}{10.000}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right)$$

Jadi diperoleh teorema di bawah ini:

Teorema 6: Modal sebesar M ditabung selama k hari dengan suku bunga tunggal 5% per tahun (1 tahun = 365 hari). Maka besarnya bunga B diberikan oleh rumus:

$$B = \frac{Mk}{10.000}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right)$$

Contoh 6: Modal Rp. 2.000.000,- ditabung selama 150 hari atas dasar bunga tunggal p% per tahun (1 tahun = 365 hari). Berapakah besar bunga jika: (a) p = 5½ %, dan (b) p = 6% ?

Jawab:

Hitung dulu bunga dengan suku bunga 5% dengan rumus:

$$B = \frac{Mk}{10.000}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right) = \frac{2.000.000 \times 150}{10.000} \times \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right)$$
$$= 30.000 \times \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{300}\right) = 30.000 + 10.000 + 1.000 + 100 = 41.100.$$

Jadi bunga 5% selama 150 hari = Rp. 41.100,-

(a) Sekarang menghitung bunga untuk ½% disetarakan dengan 5% sbb: 5½ = 5% + ½%; kemudian hitung dulu: ½% = $\frac{\frac{1}{2}}{5} \times 5\%$ = $\frac{1}{10}$ × 5%. Jadi bunga ½% = $\frac{1}{10}$ × Rp. 33.300 = Rp. 3.330,- sehingga besar bunga dengan suku bunga 5½% = Rp. 33.300 + Rp. 3.330 = Rp.36. 630,-

(b) Untuk soal ini, hitung dulu besar bunga untuk 1% sbb: 1% = $\frac{1}{5}$ × 5%. Jadi bunga 1% = $\frac{1}{5}$ × Rp. 33.300,- = Rp. 6.660,- sehingga besar bunga atas suku bunga 6% = Rp. 33.300,- + Rp. 6.660, - = Rp. 39.960,-

(d) Teknik setara waktu (1 tahun = 360 hari)

Kembali ke rumus besar bunga jika satuan jangka waktu *k* dalam hari yakni (Teorema 4): $B = M \times p \times \frac{k}{360}$ yang dapat ditulis sebagai:

$$B = M \times \frac{p}{100} \times \frac{k}{360} = \frac{M}{100} \times \frac{kp}{360} = \frac{M}{100} + \left(\frac{k - \frac{360}{p}}{\frac{360}{p}} \right) \frac{M}{100}.$$

Jika $k - \frac{360}{p} = 0$, yakni $k = k_1 = \frac{360}{p}$, kita peroleh $B = B_1 = \frac{M}{100}$. Dengan kata lain $B_1 = \frac{M}{100}$ adalah bunga setara dengan *p*% atau $\frac{360}{p}$ hari. Namun waktu tabung adalah *k* sehingga diperlukan penghitungan besar bunga untuk ($k - k_1$) hari lagi. Besarnya bunga untuk ($k - k_1$) hari atas dasar suku bunga 5% adalah $B_2 = \frac{k - k_1}{k} \times B_1 = \frac{k - k_1}{k_1} \times \frac{M}{100}$ Jadi, besar bunga selama *k* hari atas dasar suku bunga 5% adalah $B = B_1 + B_2$. Kita memperoleh teorema berikut ini:

Teorema 7: Modal sebesar *M* ditabung selama *k* hari dengan suku bunga tunggal *p*% per tahun (1 tahun = 360 hari). Maka besar bunga yang diperoleh:

$$B = \frac{M}{100} + \left(\frac{k - k_1}{k_1} \right) \frac{M}{100} .= \frac{M}{100} \times \frac{k}{k_1}, \text{ dengan } k_1 = \frac{360}{p}.$$

Contoh 7: Modal Rp. 2.000.000,- ditabung selama 90 hari dengan suku bunga tunggal (a) 5%, (b) 5½%. Berapakah bunga masing-masing?

Jawab:

(a) Di sini k = 90, M = 2.000.000, p = 5%. Kita hitung waktu $k_1 = \frac{360}{p} = \frac{360}{5} =$ 72. Menurut rumus di atas, $B = \frac{M}{100} \times \frac{k}{k_1} = \frac{2.000.000}{100} \times \frac{90}{72} = 20.000 \times 1\frac{1}{4} =$ 25.000. Jadi dalam jangka waktu 90 hari bunga yang diperoleh Rp. 25.000,-.

(b) Untuk menghitung besar bunga dengan suku bunga 5½% = 5% + ½%. Kita hitung dulu besar bunga B_1 untuk ½ %. Dengan menuliskan ½% = $\frac{1}{10} \times 5\%$.
$B_1 = \frac{1}{10} \times 25.000 = 2.500$. Dengan demikian besar bunga dari modal Rp. 2.000.000,- selama 90 hari dengan suku bunga 5½% adalah B = Rp. 25.000,- + Rp. 2.500, - = Rp. 27.500,-

Tentu saja hasil ini dapat dihitung secara langsung dengan menerapkan rumus:

$$B = npK.$$

Untuk soal (b) di sini n = 90/360 tahun = ¼ tahun, p = 5½% = 11/200, dan M = Rp. 2.000.000, sehingga,

$$B = \tfrac{1}{4} \times 11/200 \times \text{Rp. } 2.000.000,- = \text{Rp. } 27.500,-$$

sesuai dengan hasil di atas.

3. Tehnik Menghitung Tanggal Jatuh Tempo

Terdapat 4 metode yang berbeda yang dapat digunakan untuk menghitung bunga antara dua tanggal:

1. Bunga ordinary dan waktu eksak
2. Bunga eksak dan waktu eksak
3. Bunga ordinary dan waktu kiraan
4. Bunga eksak dan waktu eksak

Dalam menghitung bunga eksak, dianggap setahun terdapat 365 hari (tanpa membedakan kabisat atau tidak). Sedangkan dalam penghitungan bunga ordinary, diasumsikan terdapat 360 hari dalam setahun. Cara penghitungan bunga ordinary lebih menguntungkan pemberi pinjaman.
Dalam penghitungan waktu kiraan, diasumsikan bahwa dalam setiap bulan terdapat 30 hari. Sedangkan waktu eksak merupakan hitungan jumlah hari yang senyatanya, termasuk semua hari, kecuali hari pertama. Dengan bantuan Tabel. Angka Serial dari Masing – Masing Hari dalam Setahun berikut, waktu eksak dapat dicari dengan mudah.

Tabel I. Angka Serial dari Masing – Masing Hari dalam Setahun

Tgl	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Agt	Sep	Okt	Nov	Des	Tgl
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	1
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336	2
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337	3
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338	4
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339	5
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340	6
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341	7
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342	8
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343	9
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344	10
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345	11
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346	12
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347	13
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348	14
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349	15
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350	16
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351	17
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352	18
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353	19
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354	20
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355	21
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356	22
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357	23
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358	24
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359	25
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360	26
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361	27
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362	28
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363	29
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364	30
31	31		90		151		212	243		304		365	31

Contoh 1: Hitung waktu eksak dari 9 April dampai 3 Desember pada tahun yang sama

Jawab: dari Tabel I. diperoleh

Tanggal	Angka Seri
3 Des	337
9 Apr	- 99
Waktu Eksak	238 hari

Contoh 2: Hitung waktu eksak dari tanggal 4 Februari samapi 21 April dalam tahun kabisat yang sama

Jawab: dari Tabel I. diperoleh

Tanggal	Angka Seri
21 Apr1984	111
tambah 1 untuk thn kabisat	+ 1
	112 hari

4 Februari 1984	-35
Waktu Eksak	77 hari

Contoh 3: Hitung waktu eksak dari tanggal 18 Mei sampai 5 Juli tahun berikutnya

Jawab: dari Tabel I. diperoleh

	Tanggal	Angka Seri
	5 Juli	186
tambah 365 untuk 1 tahun		+ 365
		551 hari
	18 Mei	-138
	Waktu Eksak	413 hari

Contoh 4: Hitung waktu kiraan untuk contoh 1

Jawab:

Tanggal	Bulan	Hari	Bulan	Hari
3 Desember 9 April	12 4	3 9	11 4	33 9
Selisih			7	24

Waktu kiraan = 7 bulan 24 hari
(7 x 30) + 24
234 hari

Contoh 5: Hitung waktu kiraan untuk contoh 3

Jawab:

Tanggal	Bulan	Hari	Bulan	Hari
5 Juli 18 Mei	12 + 7 5	5 18	18 18	35 18
Selisih			7	17

Waktu kiraan = 13 bulan 17 hari
(13 x 30) + 17
407 hari

Contoh 6: Hitung tanggal jatuh tempo dari pinjaman 60 hari yang dimulai pada tanggal 15 juni

Jawab:

	Tanggal	Angka Seri
	15 Juni	166
tambah lamanya pinjaman		+ 60
tanggal jatuh tempo		226, yakni 14 Agustus

Contoh 7: Hitung tanggal jatuh tempo dari pinjaman 120 hari yang dimulai pada tanggal 1 Oktober 19X5

Jawab:

	Tanggal	Angka Seri
	1 Oktober 19X5	274
tambah lamanya pinjaman		+ 120
tanggal jatuh tempo		394
kurang 365		-365
tanggal jatuh tempo		29, yakni 29 Januari