Matematika Keuangan

Theory of Interest, 2nd Edition, 1991, Kellison, S.G

Rosita Kusumawati

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA

Universitas Negeri Yogyakarta

2012

Tingkat Bunga Nominal

- $i^{(m)}$, $m > 1$ → tingkat bunga nominal yang dibayarkan m kali setiap periodenya
- Hubungannya dengan tingkat bunga efektif,

$$\begin{aligned} 1+i &= \left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^m \\ i &= \left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1 \\ i^{(m)} &= m[(1+i)^{1/m} - 1]. \end{aligned}$$

NEXT

Tingkat Bunga Nominal

- Contoh: Tentukan nilai akumulasi dari $5000 yang diinvestasikan selama 5 tahun dengan bunga 8% per tahun dikonversi setiap kuartal (convertible quarterly)

NEXT

Tingkat Diskon Nominal

- $d^{(m)}$, $m > 1$ → tingkat diskon nominal yang dibayarkan m kali setiap periodenya
- Hubungannya dengan tingkat diskon efektif,

$$
\begin{aligned}
1 - d &= \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m \\
d &= 1 - \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m \\
d^{(m)} &= m[1 - (1 - d)^{1/m}] = m[1 - \nu^{1/m}].
\end{aligned}
$$

BACK

Tingkat Diskon Nominal

- Contoh: Tentukan nilai tunai dari $1000 yang akan dibayar pada akhir tahun ke–6 dengan tingkat bunga 6% per tahun yang dibayarkan di depan dan dikonversi setiap 6 bulan (convertible semiannually)

BACK

Hubungan $i^{(m)}$ dan $d^{(m)}$

- dengan menggunakan tingkat bunga efektif, pada akhir tahun ke-1 diperoleh (1 + i) atau (1 – d), sehingga

$$(1+i)=\frac{1}{v}=\frac{1}{(1-d)}=(1-d)^{-1}$$

- yang ekuivalen dengan,

$$\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m}=\left(1-\frac{d^{(p)}}{p}\right)^{-p}$$

BACK

Hubungan $i^{(m)}$ dan $d^{(m)}$

- untuk m = p diperoleh,

$$\frac{i^{(m)}}{m} = \frac{\frac{d^{(m)}}{m}}{1 - \frac{d^{(m)}}{m}}$$

- atau,

$$\frac{d^{(m)}}{m} = \frac{\frac{i^{(m)}}{m}}{1 + \frac{i^{(m)}}{m}}$$

BACK

Hubungan $i^{(m)}$ dan $d^{(m)}$

- Contoh: Tentukan tingkat bunga nominal yang dikonversi setiap kuartal yang ekuivalen dengan tingkat diskon nominal 6% per tahun yang dikonversi setiap bulan

BACK

Tingkat Bunga Kontinu (force of interest)

- Ingat, $i_n = ((A(n) - A(n-1)) / A(n-1)$
- Untuk bunga yg dihitung per semester
  - $i^{(2)}/2 = ((A(n+1/2) - A(n)) / A(n)$
- Untuk bunga yg dihitung per bulan
  - $i^{(12)}/12 = ((A(n+1/12) - A(n)) / A(n)$
- Untuk bunga yg dihitung per hari
  - $i^{(365)}/365 = ((A(n+1/365) - A(n)) / A(n)$
- …

NEXT

Tingkat Bunga Kontinu
(force of interest)

- …
- Untuk m→∞, diperoleh tingkat bunga kontinu yaitu

$$\delta_n^i = \lim_{m\to\infty} i^{(m)} = \lim_{m\to\infty} \frac{\left[\frac{A\left(n+\frac{1}{m}\right)-A(n)}{\frac{1}{m}}\right]}{A(n)}$$

$$\delta_n^i = \frac{\frac{d}{dn}A(n)}{A(n)} = \frac{\frac{d}{dn}k\cdot a(n)}{k\cdot a(n)} = \frac{\frac{d}{dn}a(n)}{a(n)}$$

$$\delta_n^i = \frac{d}{dn}ln[A(n)] = \frac{d}{dn}ln[a(n)]$$

NEXT

Tingkat Bunga Kontinu (force of interest)

$$\delta_n^i = \frac{d}{dn} ln[a(n)] \rightarrow \delta_n^i \cdot dn = d(ln[a(n)])$$

$$\int_0^t \delta_n^i \cdot dn = \int_0^t d(ln[a(n)])$$

$$\int_0^t \delta_n^i \cdot dn = ln[a(t)])$$

$$e^{\int_0^t \delta_n^i \cdot dn} = a(t)$$

NEXT

Tingkat Bunga Kontinu (force of interest)

$$\delta_n^i = \frac{\frac{d}{dn}A(n)}{A(n)} \rightarrow A(n) \cdot \delta_n^i \cdot dn = d(A(n))$$

$$\int_0^t A(n) \cdot \delta_n^i \cdot dn = \int_0^t d(A(n))$$

$$\int_0^t A(n) \cdot \delta_n^i \cdot dn = A(t) - A(0)$$

NEXT

Tingkat Diskon Kontinu (force of discount)

- Ingat, $d_n = ((A(n) – A(n-1)) / A(n)$
- Untuk diskon yg dihitung per semester
  - $d^{(2)}/2 = ((A(n+1/2) – A(n)) / A(n+1/2)$
- Untuk diskon yg dihitung per bulan
  - $d^{(12)}/12 = ((A(n+1/12) – A(n)) / A(n+1/12)$
- Untuk diskon yg dihitung per hari
  - $d^{(365)}/365 = ((A(n+1/365) – A(n)) / A(n+1/365)$
- …

NEXT

Tingkat Diskon Kontinu (force of discount)

- Untuk m→∞, diperoleh tingkat diskon kontinu yaitu

$$\delta_n^d = \lim_{m\to\infty} d^{(m)} = \lim_{m\to\infty} \frac{\left[\dfrac{A\left(n+\frac{1}{m}\right) - A(n)}{\frac{1}{m}}\right]}{A\left(n+\frac{1}{m}\right)}$$

$$\delta_n^d = \lim_{m\to\infty} \frac{\dfrac{d}{dn}A(n)}{A(n+\frac{1}{m})} \cdot \frac{A(n)}{A(n)}$$

$$\delta_n^d = \frac{\dfrac{d}{dn}A(n)}{A(n)} \cdot \lim_{m\to\infty} \frac{A(n)}{A(n+\frac{1}{m}))} = \frac{\dfrac{d}{dn}A(n)}{A(n)} \cdot 1 = \delta_n^i$$

NEXT

Tingkat Diskon Kontinu (force of discount)

$$\delta_n^d = \frac{-\frac{d}{dn}a^{-1}(n)}{a^{-1}(n)} = \frac{-\frac{d}{dn}\frac{1}{a(n)}}{\frac{1}{a(n)}}$$

$$= \frac{-(-1)\frac{1}{a(n)^2}\frac{d}{dn}a(n)}{\frac{1}{a(n)}} = \frac{\frac{d}{dn}a(n)}{a(n)}$$

NEXT

Tingkat Bunga Kontinu (force of interest)

- Menurut teori, tingkat bunga dapat berubah-ubah dalam jangka waktu yang singkat. Tetapi dalam prakteknya, tingkat bunga dapat dianggap konstan,

$$\delta_n = \delta \rightarrow i_n = i$$

$$a(t) = e^{\int_0^t \delta_n^i \cdot dn} = e^{\int_0^t \delta \cdot dn} = e^{\delta \cdot t} = (1+i)^t$$

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = \left(1 - \frac{d^{(p)}}{p}\right)^{-p} = e^{\delta}$$

NEXT

Latihan

NEXT

TERIMA KASIH

kritik dan saran dapat dikirimkan melalui email
rosita.kusumawati@gmail.com