

1.2. Tabel Mortalitas

Hidup matinya seseorang tidak seorang pun dapat menentukannya, tapi dari segi matematika, lebih ditujukan pada rata-rata orang bukan pada perseorangan. Dari rata-rata orang dapat diramalkan peluang hidup seseorang dipilih secara acak menurut umurnya, peluang hidup ini diterakan dalam suatu tabel yang disebut **tabel mortalitas** (mortality table). Pada pembahasan selanjutnya akan digunakan tabel mortalitas CSO,1958, $i = 3\%$, untuk pria yang digunakan di Amerika.

Tabel mortalitas CSO 1958 terdiri dari 4 kolom, kolom pertama, x , menyatakan usia, mulai waktu lahir $x = 0$, sampai usia tertinggi $x = 99$ tahun, dilambangkan w . Ini tidak berarti bahwa tidak ada manusia yang mencapai umur diatas 100 tahun, hanya jumlahnya diabaikan.

Kolom kedua, l_x menyatakan jumlah orang yang tepat berusia x tahun dalam tabel mortalitas. Ini tidak menyatakan jumlah penduduk sesungguhnya, tapi bersifat hipotesis. Dimulai dari jumlah l_0 , biasanya dipilih 10.000.000 atau 1.000.000 orang. Penentuan ini

sembarang tetapi tidak mempengaruhi besarnya peluang meninggal. Jadi disini, dianggap ada sebanyak 10.000.000 orang yang lahir bersamaan dan kemudian statistik kematian mereka diikuti setiap tahunnya sampai mereka semua meninggal.

Lajur ketiga, d_x , menyatakan jumlah orang dari l_x yang meninggal dalam setahun, jadi antara usia x dan $x + 1$ tahun. Ini berarti $d_x = l_x - l_{x+1}$. Pada usia $x = 20$ tahun, misalnya ada sebanyak 9.664.994 orang yang tepat berusia 20 tahun. Setahun kemudian, ada $l_{21} = 9.647.694$ orang yang mencapai usia 21 tahun dari l_{20} tadi. Jadi diantara usia 20 dan 21 tahun, ada sebanyak 17.300 orang yang meninggal.

Kolom terakhir 1000 q_x , merupakan lajur terpenting. Dalam pembuatan tabel mortalitas, lajur inilah yang paling sulit dihitung. Lajur kedua dan ketiga, sesungguhnya, diturunkan dari lajur ini. q_x menyatakan peluang seseorang tepat berusia x akan meninggal sebelum mencapai hari ulang tahunnya yang ke $x + 1$. Singkatnya

q_x menyatakan peluang orang berusia x meninggal dalam setahun atau

$$q_x = d_x / l_x = (l_x - l_{x+1}) / l_x$$

Dengan kata lain, peluang seseorang (dipilih secara acak) berusia x tahun akan meninggal dalam setahun adalah jumlah orang berusia x yang meninggal sebelum mencapai usia $x + 1$ dibagi dengan jumlah orang pada permulaan tahun (l_x).

Tabel. Mortalitas Kehidupan Pria

The Commissioners 1958 Standard Ordinary (CSO 1958 3%)

X	lx	dx	1000 qx
0	10,000,000	70,800	7.08
1	9,929,200	17,475	1.76
2	9,911,725	15,066	1.52
...
...
99	6,415	6,415	1,000.00

Contoh 5. Dengan menggunakan tabel CSO 1958, hitunglah peluang seseorang berumur 29 tahun akan meninggal sebelum usianya mencapai 30 tahun.

Jawab:

Ditanyakan $q_{29} = d_{29} / l_{29}$. Dari tabel diperoleh $d_{29} = 19.760$ dan $l_{29} = 9.500.118$. Jadi $q_{29} = 19.760 / 9.500.118 = 0.00208$. Dari tabel dapat dibaca $1000 q_{29} = 2.08$.

Teorema 4. Peluang seseorang berusia x tahun meninggal sebelum mencapai $x + n$ tahun atau dapat ditulis dengan lambang ${}_nq_x$ adalah

$${}_nq_x = (l_x - l_{x+n}) / l_x$$

$l_x - l_{x+n}$ menyatakan jumlah orang yang tepat berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $x + n$.

Contoh 6. Hitunglah peluang seseorang berusia 25 tahun akan meninggal dunia dalam jangka waktu 5 tahun, jadi

sebelum mencapai usia 30 tahun. Gunakan tabel CSO 1958.

Jawab:

$$\begin{aligned} {}_5q_{25} &= (l_{25} - l_{30}) / l_{25} \\ &= (9.575.636 - 9.480.358) / 9.575.636 \\ &= 0.00995 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan di atas tidak dapat ditemukan pada tabel CSO, karena tabel mortalitas hanya memuat peluang meninggal dalam setahun. Peluang hidup dapat dihitung sebagai komplemen dari peluang meninggal. Jadi bila ${}_n P_x$ melambangkan peluang seseorang (dipilih secara acak) berusia x hidup mencapai usia $x + n$ tahun, atau hidup paling sedikit n tahun lagi, maka

$$\begin{aligned} {}_n P_x &= 1 - {}_n q_x \\ &= 1 - (l_x - l_{x+n}) / l_x \\ &= l_{x+n} / l_x \end{aligned}$$

Dengan kata lain, peluang seseorang berusia x mencapai (paling sedikit) usia $x + n$ tahun adalah jumlah orang dari permulaan sebanyak l_x yang mencapai usia $x + n$, yaitu l_{x+n} ,

dibagi jumlah orang permulaan (l_x). Dari contoh 6 dapat diperoleh,

$$\begin{aligned} {}_5P_{25} &= 1 - {}_5q_{25} \\ &= 1 - 0.00995 = 0.99005 \end{aligned}$$

Jadi, dalam pembuatan tabel mortalitas, lajur q_x dihitung terlebih dahulu. Lajur inilah yang paling erat kaitannya dengan keadaan yang sesungguhnya berlaku dalam kehidupan manusia. Kemudian ditentukan besarnya l_0 , misalnya 10.000.000 atau bilangan lainnya. Kemudian d_0 dapat dihitung dan seterusnya l_1 sampai semua baris terisi.

Jika kolom 1000 q_x pada tabel mortalitas diperhatikan maka jelas terlihat bahwa nilainya mula-mula turun dari 7.08 pada usia $x = 0$ sampai 1.21 pada usia $x = 9$, kemudian naik pelan, makin lama makin cepat naiknya. Ini menggambarkan bahwa umur adalah faktor penting yang mempengaruhi peluang meninggal seseorang. Peluang lainnya yang ikut mempengaruhi yaitu makanan, kebiasaan hidup, aktivitas pekerjaan, olahraga dan masih banyak faktor yang lain.

Dalam kalangan aktuaris dikenal beberapa lambang komutasi untuk memudahkan penulisan, berikut beberapa diantaranya:

$$C_x = (1 + i)^{-(x+1)} d_x = v^{x+1} d_x$$

$$M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_w = \sum_{i=0} C_{x+i}$$

$$R_x = M_x + M_{x+1} + M_{x+2} + \dots + M_w = \sum_{i=0} M_{x+i}$$

$$D_x = (1 + i)^{-x} l_x = v^x l_x$$

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_w = \sum_{i=0} D_{x+i}$$

$$S_x = N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \dots + N_w = \sum_{i=0} N_{x+i}$$

Tugas. Lengkapilah Tabel Komutasi dari Tabel CSO 1958.