

## Modeling of Transition Intensities and Probabilities in Long Term Care Insurance

Rosita Kusumawati<sup>1</sup>, Gunardi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta  
Jl. Colombo Karangmalang Yogyakarta 55281

<sup>2</sup>Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam FMIPA Universitas Gadjah Mada  
Sekip Utara Yogyakarta 55281  
rosita.kusumawati@gmail.com

### ABSTRAK

Proses perubahan status kesehatan dalam asuransi perawatan jangka panjang dengan tiga status dimodelkan dengan model markov multi status, yang dinyatakan sebagai model peluang transisi dari suatu status ke status yang lain. Dengan menggunakan data penghuni Panti Wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman, pada bagian akhis tulisan ini akan ditunjukkan penghitungan intensitas transisi dan peluang transisi antar status.

**Kata Kunci:** *Proses Markov Homogen, Multi Status, Asuransi Perawatan Jangka Panjang*

### ABSTRACT

Health state changes process in long-term care insurance with three states can be modeled using multi state markov model, which represented by transition probability model from one state to other state. Using the occupant data of Panti Wredha Abi Yoso, Pakem, Sleman, at the end of this paper will be showed the calculation of transition intensities, and transition probability between states.

**Keywords:** *Homogeneous Markov Process, Multi State, Long-term Care Insurance*

## 1. PENDAHULUAN

Jumlah penduduk berusia diatas 65 tahun pada tahun-tahun yang akan datang diperkirakan akan mengalami peningkatan yang sangat besar. Proyeksi penduduk Indonesia yang disusun oleh Kantor Menteri Negara Perencanaan Pembangunan Nasional beserta Badan Pusat Statistik menyatakan tingkat harapan hidup penduduk diestimasikan meningkat dan angka fertilitas semakin menurun. Dilain sisi, banyaknya dukungan untuk penduduk usia diatas 65 tahun oleh penduduk usia 15-60 tahun diproyeksikan semakin menurun dari tahun ke tahun. Kedua hal di atas akan mendorong naiknya biaya dan kebutuhan tenaga professional perawatan jangka panjang.

Seseorang dikatakan membutuhkan perawatan jangka panjang jika dia membutuhkan bantuan orang lain dalam melakukan seluruh atau beberapa aktivitas kehidupan sehari-hari seperti bangun atau berdiri serta duduk dari kasur atau kursi, memakai baju, mandi, makan, pergi ke toilet, berjalan, maupun melakukan diet kesehatan.

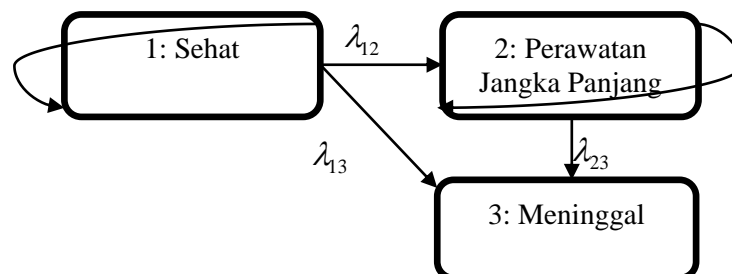
Berbagai jenis asuransi kesehatan disediakan oleh perusahaan asuransi dan pemerintah, tetapi asuransi yang khusus untuk melindungi tertanggung dari biaya perawatan jangka panjang belum tersedia di Indonesia. Pada tulisan ini akan dikaji pemodelan asuransi perawatan jangka panjang menggunakan model multi status dengan pendekatan intensitas transisi.

## 2. MODEL MARKOV MULTI STATUS

Asuransi perawatan jangka panjang melindungi tertanggung dari biaya perawatan jangka panjang. Tertanggung berada pada status awal 1 yaitu sehat, dapat bertransisi ke status 2 (perawatan jangka panjang), status 3 (meninggal) ataupun tetap dalam status sehat. Diasumsikan seseorang yang berada pada status perawatan jangka panjang, tidak dapat bertransisi ke status sehat. Seseorang yang berada pada status perawatan jangka panjang hanya dapat bertransisi ke status meninggal.

Proses atau perubahan status kesehatan tertanggung peserta asuransi perawatan jangka panjang dapat dimodelkan dengan model multi status. Beberapa penulis telah mengkaji model multi status dalam tulisan mereka. Haberman (1983) membahas penyelesaian permasalahan model multi status dengan memanfaatkan suatu tabel decrement, kemudian dalam tulisan berikutnya Haberman (1984) memberikan suatu alternatif penyelesaian menggunakan asumsi model markov, yaitu terdapat intensitas transisi pada setiap status. Walters (1984) membandingkan dua pendekatan yaitu FOIA dan TIA, dan menyimpulkan bahwa TIA lebih baik untuk model multi status. Haberman,dkk (1999) membahas penerapan model multi status berdasarkan model markov dalam asuransi kesehatan.

Pada tulisan ini penulis menggunakan asumsi yang sama dengan model multi status yang disusun Rizki (2009) yaitu, peluang perubahan kondisi kesehatan seseorang pada waktu yang akan datang memenuhi asumsi markov yaitu hanya bergantung pada kondisi kesehatannya saat ini dan tidak tergantung pada kondisi kesehatannya pada waktu lalu. Dan peluang terjadinya perubahan berupa kondisi kesehatan seseorang juga diasumsikan hanya bergantung kepada selang waktu dan tidak bergantung kepada waktu awal atau usia. Dengan kata lain intensitas transisi antar status bernilai konstan seperti diperlihatkan pada gambar 1.



Gambar 1. Transisi Status Model Asuransi Jangka Panjang

### STUDI KASUS

Data survival diambil dari data penghuni Panti Jompo Abi Yoso, Pakem, Sleman, dengan periode observasi mulai tanggal 22 Juni 2006 hingga 18 Agustus 2010. Setiap penghuni panti merepresentasikan realisasi dari rantai markov  $Z(x)$  dengan tiga status, yaitu status 1 (sehat), status 2 (perawatan jangka panjang), status 3 (meninggal) dengan  $x$  menyatakan usia penghuni. Setiap individu diamati waktu saat terjadinya setiap transisi dan jangka waktu berada pada suatu status. Sebanyak  $N$  orang bertransisi dari status 1 ke status 2, status 1 ke status 3, dan lainnya, yaitu

dengan,

$t_1$  = total waktu seseorang berada dalam status sehat (tahun)

$t_2$  = total waktu seseorang berada dalam status perawatan jangka panjang (tahun)

$N_{12}$  = jumlah orang yang bertransisi dari status sehat ke status perawatan jangka panjang

$N_{13}$  = jumlah orang yang bertransisi dari status sehat ke status meninggal

$N_{23}$  = jumlah orang yang bertransisi dari status perawatan jangka panjang ke meninggal

Jumlah penghuni panti yang melakukan transisi dari sehat ke perawatan jangka panjang, sehat ke meninggal, dari perawatan jangka panjang ke meninggal, maupun dari sehat ke sehat dan dari perawatan jangka panjang ke perawatan jangka panjang dihitung berdasarkan klasifikasi kelompok usia observasi, yang disajikan pada tabel 1. Total waktu transisi dari suatu status ke status yang lain disajikan pada tabel 2. Dan hasil taksiran intensitas transisi untuk setiap selang usia observasi disajikan pada tabel 3.

Dengan mensubstitusikan hasil taksiran intensitas transisi yang sudah didapatkan, untuk  $t=5$  dan  $t=1$  nilai peluang transisi untuk 5 kelompok selang usia dapat disajikan pada tabel 3. dan tabel 4.

selang usia	$P_{11}(x, x+5)$	$P_{12}(x, x+5)$	$P_{13}(x, x+5)$	$P_{22}(x, x+5)$	$P_{23}(x, x+5)$
[60,65)	$7,477.10^{-3}$	$2,563.10^{-2}$	$9,669.10^{-1}$	$7,550.10^{-3}$	$9,925.10^{-1}$
[65,70)	$4,704.10^{-3}$	$2,368.10^{-2}$	$9,716.10^{-1}$	$7,961.10^{-3}$	$9,920.10^{-1}$
[70,75)	$3,950.10^{-2}$	$1,404.10^{-2}$	$9,465.10^{-1}$	$5,418.10^{-4}$	$9,995.10^{-1}$
[75,80)	$2,582.10^{-3}$	$2,432.10^{-2}$	$9,731.10^{-1}$	$8,860.10^{-3}$	$9,911.10^{-1}$
[80,85)	$5,239.10^{-3}$	$3,316.10^{-3}$	$9,914.10^{-1}$	$4,466.10^{-5}$	$1,000.10^0$

**Tabel 3. Nilai peluang transisi untuk  $t = 5$**

selang usia	$P_{11}(x, x+1)$	$P_{12}(x, x+1)$	$P_{13}(x, x+1)$	$P_{22}(x, x+1)$	$P_{23}(x, x+1)$
[60,65)	$3,756.10^{-1}$	$5,573.10^{-1}$	$6,707.10^{-2}$	$3,763.10^{-1}$	$6,237.10^{-1}$
[65,70)	$3,424.10^{-1}$	$5,637.10^{-1}$	$9,396.10^{-2}$	$3,804.10^{-1}$	$6,196.10^{-1}$
[70,75)	$5,240.10^{-1}$	$3,268.10^{-1}$	$1,492.10^{-1}$	$2,222.10^{-1}$	$7,778.10^{-1}$
[75,80)	$3,037.10^{-1}$	$5,977.10^{-1}$	$9,866.10^{-2}$	$3,886.10^{-1}$	$6,114.10^{-1}$
[80,85)	$3,498.10^{-1}$	$2,703.10^{-1}$	$3,799.10^{-1}$	$1,349.10^{-1}$	$8,651.10^{-1}$

**Tabel 4. Nilai peluang transisi untuk  $t = 1$**

### 3. KESIMPULAN

Proses atau perubahan status kesehatan seseorang pada asuransi perawatan jangka panjang dengan tiga keadaan (sehat, perawatan jangka panjang, dan meninggal) dapat dimodelkan dengan model multi status. Dasar dari model multi status adalah rantai markov waktu kontinu dengan banyak status hingga yang direpresentasikan ke dalam model peluang transisi dari suatu keadaan ke keadaan lain.

Model peluang transisi yang didapatkan merupakan suatu sistem persamaan diferensial linear orde satu yang beberapa direduksi menjadi orde dua homogen. Solusi analitiknya dapat menggunakan metode separasi, metode faktor integral dan metode persamaan karakteristik.

#### DAFTAR PUSTAKA

Haberman S. dan Pitacco E., 1999, *Actuarial Models for Disability Insurance*, CRC Press LLC.

Haberman S., 1983, *Decrement Tables and The Measurement of Morbidity: I*, Journal of the Institute of Actuaries. 110, 361-381.

Haberman S., 1984, *Decrement Tables and The Measurement of Morbidity: II*, Journal of the Institute of Actuaries. 111, 73-86.

Walters H. R., 1984, *An Approach to The Study of Multiple State Models*, Journal of the Institute of Actuaries. 111, 363-374.

Irawan Rizki, 2009, *Pembentukan Tabel Mortalita melalui Model Keadaan Multipel dengan Rantai Markov Waktu Kontinu*.