



LOGIKA

Ratna Wardani
Pendidikan Teknik Informatika

2 September 2007

Pertemuan-1 - 2

1

Materi Perkuliahan

- ❖ **Konsep Logika, Sejarah dan Peranannya**
- ❖ **Bentuk Formal Logika dan Kaidah-kaidah Dasarnya**
- ❖ **Logika Proposisi**
 - Bentuk Argumen dan validitasnya
 - Variabel dan Konstanta proposional
- ❖ **Logical Connectives**

Sumber Literatur

❖ Text Book:

- Jong Jek Siang., Drs, MSc., 2002, “*Matematika Diskrit dan Aplikasinya Pada Ilmu Komputer*”, Andi, Yogyakarta
- Rinaldi Munir, 2003, “*Matematika Diskrit*”, Edisi Ke-2, Informatika, Bandung
- F. Soesianto, Djoni Dwijono, “*Logika Proposisional*”, Andi, Yogyakarta

❖ Link

- <http://www.cise.ufl.edu/cot3100/lects/Module-1-Logic.ppt>
- http://informatika.org/~rinaldi/Buku/Matematika%20Diskrit/Bab-01%20Logika_edisi%203.pdf
- <http://www.cise.ufl.edu/cot3100/lects/Module-1-Logic.ppt>

Konsep Logika

❖ **Logika**

- ✓ Ilmu tentang metode penalaran yang berhubungan dengan pembuktian validitas suatu argumen
- ✓ Suatu argumen yang berisi pernyataan harus diubah menjadi bentuk logika agar dapat dibuktikan validitasnya

Logika mengkaji hubungan antara pernyataan-pernyataan (statement)

- ❖ Semua pengendara sepeda motor memakai helm.
- ❖ Setiap orang yang memakai helm adalah mahasiswa.

Jadi, semua pengendara sepeda motor adalah mahasiswa.

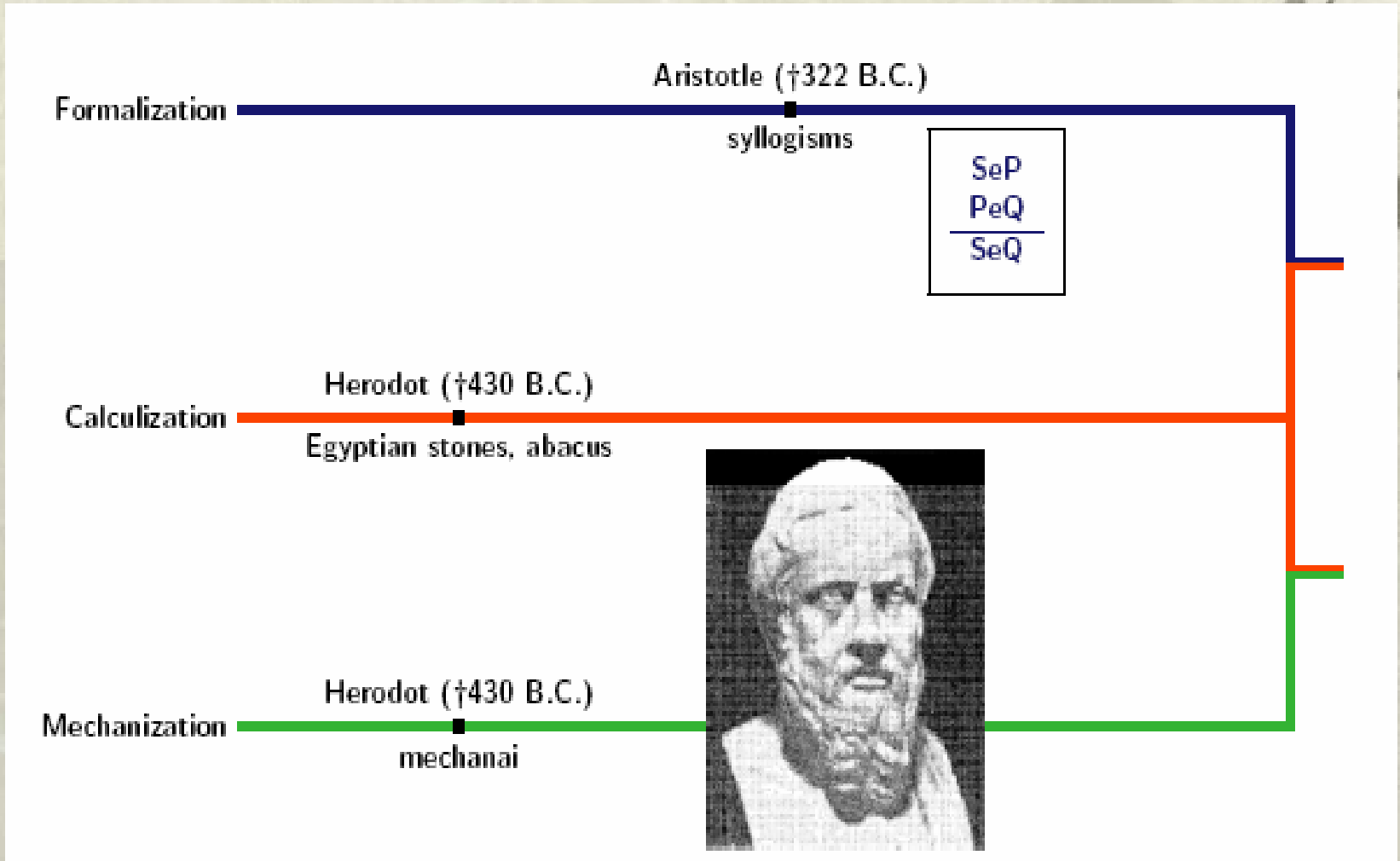
Konsep Logika

❖ Logika Matematika

Logika matematika adalah sebuah alat untuk bekerja dengan pernyataan (*statement*) majemuk yang rumit. Termasuk di dalamnya:

- ❖ Bahasa untuk merepresentasikan pernyataan
- ❖ Notasi yang tepat untuk menuliskan sebuah pernyataan
- ❖ Metodologi untuk bernalar secara objektif untuk menentukan nilai benar-salah dari pernyataan
- ❖ Dasar-dasar untuk menyatakan pembuktian formal dalam semua cabang matematika

Sejarah Logika



Sejarah Logika

- ❖ Aristoteles (322 B.C) → Logika Tradisional atau Logika Klasik
- ❖ George Boole dan Augustus De Morgan (abad XIX) → Logika Modern atau Logika Simbolik
- ❖ Gottlob Frege, Bertrand Russel, Alfred North Whitehead, John Stuart (abad XX) → pengembangan Logika Modern

Peranan Logika

- ❖ Bidang Matematika
 - Komputasi
 - Matematika Diskret
- ❖ Elektronika
 - Rangkaian Digital
- ❖ Ilmu Komputer / Informatika
 - Membuat dan menguji program komputer
 - Artificial Intelligence
 - Expert Systems
 - Logic Programming
 - Soft Computing

Dasar-dasar Logika

- ❖ Ada suatu argumen yang secara logis kuat, tetapi ada juga yang tidak
- ❖ Argumen terdiri dari proposisi atomik yang dirangkai dengan Logical Connectives membentuk proposisi majemuk
- ❖ **Jenis Proposisi**
 - Proposisi Atomik
 - Proposisi Majemuk
- ❖ **Contoh1 : argumen logis**
 1. Jika harga gula naik, maka pabrik gula akan senang
 2. Jika pabrik gula senang, maka petani tebu akan senang
 3. Dengan demikian, jika harga gula naik, maka petani tebu senang
- ❖ **Pernyataan (1) dan (2) disebut premis-premis dari suatu argumen dan pernyataan (3) berisi kesimpulan atau conclusion.**

Jika suatu argumen memiliki premis-premis yang benar, maka kesimpulan juga harus benar.

Dasar-dasar Logika

❖ **Contoh2 : argumen logis**

1. Program komputer ini memiliki bug, atau masukannya salah
2. Masukannya tidak salah
3. Dengan demikian, program komputer ini memiliki bug

❖ **Contoh3 : argumen logis**

- 1) Jika lampu lalu lintas menyala merah, maka semua kendaraan berhenti
- 2) Lampu lalu lintas menyala merah
- 3) Dengan demikian, semua kendaraan berhenti

❖ **Contoh4 : argumen logis**

- 1) Jika saya makan, maka saya kenyang
- 2) Saya tidak makan
- 3) Dengan demikian, saya tidak kenyang

Dasar-dasar Logika

❖ **Hypothetical Syllogism (contoh 1)**

- 1) Jika A maka B
- 2) Jika B maka C
- 3) Jika A maka C

❖ **Disjunctive Syllogism (contoh2)**

- 1) A atau B
- 2) Bukan B
- 3) A

Dasar-dasar Logika

❖ **Modus Ponens (contoh3)**

- 1) Jika A maka B
- 2) A
- 3) B

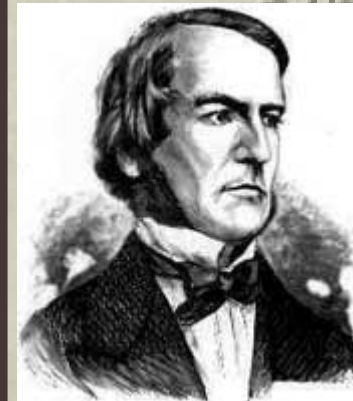
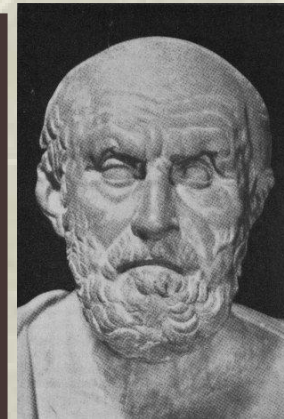
❖ **Modus Tolens (contoh4)**

- Jika A maka B
- Bukan A
- Bukan B

Logika Proposisi

- ❖ *Logika proposisi* adalah logika pernyataan majemuk yang disusun dari pernyataan-pernyataan sederhana yang dihubungkan dengan *penghubung Boolean (Boolean connectives)*
- ❖ Beberapa aplikasinya dalam ilmu komputer:
 - Merancang sirkuit elektronik digital
 - Menyatakan kondisi/syarat pada program
 - *Query* untuk basisdata dan program pencari (*search engine*)

Chrysippus of Soli
(ca. 281 B.C. – 205 B.C.)



George Boole
(1815-1864)

Logika Proposisi

❖ **Jenis Proposisi**

- ✓ Proposisi Atomik
- ✓ Proposisi Majemuk

Atomic proposition adalah proposition yang tidak dapat dibagi lagi

Kombinasi dari a.p dengan berbagai penghubung membentuk **compound proposition** (proposition majemuk)

Definisi Proposisi

- ❖ Sebuah *proposisi* (p, q, r, \dots) adalah suatu kalimat (*sentence*) yang memiliki nilai kebenaran (*truth value*) **benar** (*true*), dengan notasi T, atau nilai kebenaran **salah** (*false*) dengan notasi F tetapi **tidak kedua-duanya**
- ❖ (Namun demikian, kadang kita *tidak tahu* nilai kebenarannya karena kasusnya tergantung situasi, dalam kasus ini kita harus menggunakan asumsi)

Perhatikan

- a) 6 adalah bilangan genap.**
- b) $x + 3 = 8$.**
- c) Ibukota Provinsi Jawa Barat adalah Semarang.**
- d) $12 \geq 19$.**
- e) Soekarno adalah Presiden Indonesia yang pertama.**
- f) Jam berapa kereta api Argo Bromo tiba di Gambir?**
- g) Kemarin hari hujan.**
- h) Kehidupan hanya ada di planet Bumi.**
- i) $1+2$**
- j) Siapkan kertas ujian sekarang!**
- k) $x + y = y + x$ untuk setiap x dan y bilangan riil**

Perhatikan

- ❖ “Hari ini hujan.” (Situasinya diberitahukan)
- ❖ “Beijing adalah ibu kota China.” • “ $1 + 2 = 3$ ”

Berikut ini yang BUKAN proposisi:

- ❖ “Siapa itu?” (pertanyaan)
- ❖ “La la la la la.” (kata-kata tak bermakna 😊)
- ❖ “Lakukan saja!” (perintah)
- ❖ “Ya, sepertinya begitu” (tidak jelas)
- ❖ “ $1 + 2$ ” (expresi tanpa nilai benar/salah)

Konstanta dan Variabel Proposisi

❖ **Variabel proposisi**

✓ Proposisi dapat dituliskan dengan simbol-simbol seperti A,B,C, ..., yang hanya memiliki nilai benar (True) atau salah (False)

✓ Contoh :

A = harga gula naik

B = pabrik gula senang

C = petani tebu senang

1) Jika A maka B

2) Jika B maka C

3) Jika A maka C

❖ **Konstanta proposisi : T atau F**

❖ **Variabel dan konstanta proposisi adalah proposisi atomik.**

Konstanta dan Variabel Proposisi

- ❖ **Variabel dan konstanta proposisi adalah proposisi atomik.**
- ❖ **Proposisi Atomik**
 - ✓ Proposisi yang berisi satu variabel proposisi atau satu konstanta proposisi
 - ✓ Contoh :
Andi kaya raya (A)
Antin hidup bahagia (B)
- ❖ **Proposisi Majemuk**
 - ✓ Semua proposisi bukan atomik yang memiliki minimal satu perangkat logika
 - ✓ Contoh :
Andi kaya raya dan hidup bahagia (A dan B)

Operator / Logical Connectives

- ❖ Sebuah *operator* atau *penghubung* menggabungkan satu atau lebih ekspresi *operand* ke dalam ekspresi yang lebih besar. (seperti tanda “+” di ekspresi numerik.)
- ❖ Operator *Uner* bekerja pada satu operand (contoh -3); Operator *biner* bekerja pada 2 operand (contoh 3×4).
- ❖ Operator *Proposisi* atau *Boolean* bekerja pada proposisi-proposisi atau nilai kebenaran, bukan pada suatu angka

Operator / Boolean Umum

<u>Nama Resmi</u>	<u>Istilah</u>	<u>Arity</u>	<u>Simbol</u>
Operator Negasi	NOT	Unary	\neg
Operator Konjungsi	AND	Binary	\wedge
Operator Disjungsi	OR	Binary	\vee
Operator Exclusive-OR	XOR	Binary	\oplus
Operator Implikasi	IMPLIES (jika-maka)	Binary	\rightarrow
Operator Biimplikasi (<i>Biconditional</i>)	IFF (jika dan hanya jika)	Binary	\leftrightarrow

Operator Negasi

- ❖ Operator negasi uner “ \neg ” (*NOT*) mengubah suatu proposisi menjadi proposisi lain yang bertolak belakang nilai kebenarannya
- ❖ *Contoh:* Jika $p =$ Hari ini hujan
- ❖ maka $\neg p =$ Tidak benar hari ini hujan
- ❖ Tabel kebenaran untuk NOT:

p	$\neg p$
T	F
F	T

T = True; F = False

≡ Diartikan “didefinisikan sebagai”

Operator Konjungsi

❖ Operator konjungsi biner “ \wedge ” (*AND*) menggabungkan dua proposisi untuk membentuk logika konjungsinya

❖ *Cth:* $p =$ Galih naik sepeda
 $q =$ Ratna naik sepeda

AND

❖ $p \wedge q =$ Galih dan Ratna naik sepeda

Tabel Kebenaran Konjungsi

- ❖ Perhatikan bahwa Konjungsi $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n$ dari n proposisi akan memiliki 2^n baris pada tabelnya

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

- ❖ Operasi \neg dan \wedge saja cukup untuk mengekspresikan *semua* tabel kebenaran Boolean!

Operator Disjungsi

Operator biner disjungsi “ \vee ” (*OR*) menggabungkan dua proposisi untuk membentuk logika disjungsinya

p = “Mesin mobil saya rusak”

q = “Karburator mobil saya rusak”

$p \vee q$ = “Mesin atau karburator mobil saya rusak.”

Tabel Kebenaran Disjungsi

❖ Perhatikan bahwa $p \vee q$ berarti p benar, atau q benar, **atau keduanya** benar!

❖ Jadi, operasi ini juga disebut *inclusive or*, karena mencakup kemungkinan bahwa *both* p dan q keduanya benar.

❖ “ \neg ” dan “ \vee ” keduanya membentuk operator universal.

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

Lihat
bedanya
dengan
AND

Proposi Bertingkat

- ❖ Gunakan tanda kurung untuk mengelompokkan *sub-ekspresi*:
“Saya baru saja bertemu teman lama, dan anaknya sudah dua atau tiga.” = $f \wedge (g \vee s)$
 - $(f \wedge g) \vee s$ artinya akan berbeda
 - $f \wedge g \vee s$ artinya akan ambigu
- ❖ Menurut perjanjian, “ \neg ” presedensinya lebih tinggi dari “ \wedge ” dan “ \vee ”.
 - $\neg s \wedge f$ artinya $(\neg s) \wedge f$, **bukan** $\neg (s \wedge f)$

Latihan

Misalkan p ="Tadi malam hujan",
 q ="Tukang siram tanaman datang tadi malam,"
 r ="Pagi ini kebunnya basah."

Terjemahkan proposisi berikut dalam bahasa Indonesia:

$\neg p$ = "Tadi malam tidak hujan."

$r \wedge \neg p$ = "Pagi ini kebunnya basah dan tadi malam tidak hujan."

$\neg r \vee p \vee q$ = "Pagi ini kebun tidak basah, atau tadi malam hujan, atau tukang siram tanaman datang tadi malam."

Operator Exclusive OR

Operator biner *exclusive-or* “ \oplus ” (*XOR*)
menggabungkan dua proposisi untuk membentuk
logika “exclusive or”-nya

p = “Saya akan mendapat nilai A di kuliah ini,”

q = “Saya akan *drop* kuliah ini,”

$p \oplus q$ = “Saya akan mendapat nilai A atau saya
akan drop kuliah ini (tapi tidak dua-duanya!)”

Tabel Kebenaran Exclusive OR

❖ Perhatikan bahwa $p \oplus q$ berarti p benar, atau q benar tapi **tidak duaduanya benar!**

❖ Disebut *exclusive or*, karena tidak memungkinkan p dan q keduanya benar

❖ “ \neg ” dan “ \oplus ” tidak membentuk operator universal

p	q	$p \oplus q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

Bahasa Alami sering Ambigu

❖ Perhatikan bahwa kata “atau” dapat bermakna *ambigu* berkenaan dengan kasus keduanya benar.

❖ “Tia adalah penulis atau Tia adalah aktris.” -

p	q	p "or" q
-----	-----	--------------

F	F	F
---	---	---

❖ “Tia perempuan atau Tia laki-laki” –

F	T	T
---	---	---

T	F	T
---	---	---

T	T	?
---	---	---

❖ Perlu diketahui konteks pembicaraannya!

Operator Implikasi

- ❖ Implikasi $p \rightarrow q$ menyatakan bahwa p mengimplikasikan q .
- ❖ p disebut *antecedent* dan q disebut *consequent*
- ❖ Jika p benar, maka q benar; tapi jika p tidak benar, maka q bisa benar - bisa tidak benar
- ❖ Contoh :

p = Nilai ujian akhir anda 80 atau lebih

q = Anda mendapat nilai A

$p \rightarrow q$ = “Jika nilai ujian akhir anda 80 atau lebih, maka anda mendapat nilai A”

Implikasi $p \rightarrow q$

- (a) Jika p , maka q (*if p , then q*)
- (b) Jika p , q (*if p , q*)
- (c) p mengakibatkan q (*p implies q*)
- (d) q jika p (*q if p*)
- (e) p hanya jika q (*p only if q*)
- (f) p syarat cukup agar q (*p is sufficient for q*)
- (g) q syarat perlu bagi p (*q is necessary for p*)
- (i) q bilamana p (*q whenever p*)

Tabel Kebenaran Implikasi

- ❖ $p \rightarrow q$ salah hanya jika p benar tapi q tidak benar
- ❖ $p \rightarrow q$ tidak mengatakan bahwa hanya p yang menyebabkan q !
- ❖ $p \rightarrow q$ tidak mensyaratkan bahwa p atau q harus benar!
- ❖ *Cth.* “ $(1=0) \rightarrow$ kucing bisa terbang” BENAR!

p	q	$p \rightarrow q$
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

Satu-satunya kasus SALAH!

Contoh Implikasi

- ❖ “Jika saya rajin kuliah hari ini, matahari akan bersinar esok hari” *True* / *False*?
- ❖ “Jika hari ini Selasa, maka saya adalah seekor pinguin.” *True* / *False*?
- ❖ “Jika $1+1=6$, Maka SBY adalah presiden.” *True* / *False*?
- ❖ “Jika bulan dibuat dari keju, maka saya lebih kaya dari Bill Gates.” *True* or *False*?

Converse, Inverse & Contrapositive

Beberapa terminologi dalam implikasi $p \rightarrow q$:

- ❖ *Converse*-nya adalah: $q \rightarrow p$.
- ❖ *Inverse*-nya adalah: $\neg p \rightarrow \neg q$.
- ❖ *Contrapositive*-nya adalah: $\neg q \rightarrow \neg p$.
- ❖ Salah satu dari ketiga terminologi di atas memiliki makna yang sama (memiliki tabel kebenaran yang sama) dengan $p \rightarrow q$. Bisa Anda sebutkan yang mana?

Contrapositive

Bagaimana Menunjukkannya?

Membuktikan equivalensi antara $p \rightarrow q$ dan contrapositive-nya dengan tabel kebenaran:

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
F	F	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
T	F	T	F	F	F
T	T	F	F	T	T

Operator Biimplikasi

- ❖ Operator biimplikasi $p \leftrightarrow q$ menyatakan bahwa p benar *jika dan hanya jika (jikka)* q benar
- ❖ $p =$ “SBY menang pada pemilu 2004”
- ❖ $q =$ “SBY akan menjadi presiden mulai tahun 2004.”
- ❖ $p \leftrightarrow q =$ “Jika dan hanya jika SBY menang pada pemilu 2004 maka dia akan menjadi presiden mulai tahun 2004.”

Biimplikasi $p \leftrightarrow q$

(a) p jika dan hanya jika q .

(p if and only if q)

(b) p adalah syarat perlu dan cukup untuk q . (*p is necessary and sufficient for q*)

(c) Jika p maka q , dan sebaliknya.

(if p then q , and conversely)

(d) p jikka q

(p iff q)

Tabel Kebenaran Biimplikasi

❖ $p \leftrightarrow q$ benar jika p dan q memiliki nilai kebenaran

❖ yang sama.

❖ Perhatikan bahwa tabelnya

❖ adalah *kebalikan* dari tabel

❖ exclusive or \oplus !

– $p \leftrightarrow q$ artinya $\neg(p \oplus q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	T
F	T	F
T	F	F
T	T	T

Perhatikan

Nyatakan pernyataan berikut dalam ekspresi logika : “**Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu jika anda berusia di bawah 17 tahun kecuali kalau anda sudah menikah**”

Misalkan :

p : Anda berusia di bawah 17 tahun.

q : Anda sudah menikah.

r : Anda dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu.

maka pernyataan di atas dapat ditulis sebagai

$$(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$$

Ringkasan

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T	F
T	F	F	F	T	T	F	F
T	T	F	T	T	F	T	T