

LOGIKA

Ratna Wardani
Pendidikan Teknik Informatika

Materi Perkuliahan

- ❖ **Konsep Proposisi Majemuk**
- ❖ **Manfaat Skema**
- ❖ **Parsing**
- ❖ **Precedence Rules**
- ❖ **Tautologi, Kontradiksi dan Contingen**

Ekspresi Logika (1)

- ❖ Ekspresi Logika adalah proposisi-proposisi yang dibangun oleh variabel-variabel logika yang berasal dari pernyataan atau argumen
- ❖ Contoh : $A \Rightarrow B$
- ❖ Setiap ekspresi logika dapat bersifat atomik atau majemuk tergantung dari variabel proposisional yang membentuknya bersama perangkat logika yang relevan

Ekspresi Logika (2)

❖ Contoh

– Jika Dewi rajin belajar, maka ia akan lulus ujian dan ia dapat pergi nonton bioskop

❖ Diubah menjadi variabel proposisional :

– A = Dewi rajin belajar

– B = Dewi lulus ujian

– Dewi pergi nonton bioskop

❖ Maka ekspresi logikanya :

– $A \Rightarrow B \wedge C$

– Urutan pengerjaan : $(A \Rightarrow B) \wedge C$ atau $A \Rightarrow (B \wedge C)$?

→ ambigu

Skema (1)

- ❖ Skema merupakan **cara untuk menyederhanakan** suatu proposisi majemuk yang rumit, dengan memberi huruf tertentu untuk menggantikan satu sub ekspresi ataupun sub-sub ekspresi
- ❖ Suatu ekspresi logika tertentu, misal $(A \wedge B)$ dapat diganti dengan P, sedangkan $(A \vee B)$ dapat diganti dengan Q. Jadi P berisi variabel proposisional A dan B, demikian juga Q.
- ❖ Dalam hal ini, P maupun Q bukan variabel proposisional

Skema (2)

❖ Contoh : $P = (A \wedge B)$ dan $Q = (A \vee B)$

$$\therefore (P \Rightarrow Q) = ((A \wedge B) \Rightarrow (A \vee B))$$

❖ Perhatikan bahwa :

- Ekspresi apa saja yang berbentuk $(\neg P)$ disebut **Negasi**
- Ekspresi apa saja yang berbentuk $(P \wedge Q)$ disebut **Konjungsi**
- Ekspresi apa saja yang berbentuk $(P \vee Q)$ disebut **Disjungsi**
- Ekspresi apa saja yang berbentuk $(P \Rightarrow Q)$ disebut **Implikasi**
- Ekspresi apa saja yang berbentuk $(P \Leftrightarrow Q)$ disebut **Ekuivalensi**

Skema (3)

- ❖ Well formed formulae (wff) :
 - Semua ekspresi atomik adalah **fpe** (*fully parenthesized expression*)
 - Jika P adalah fpe, demikian juga $(\neg P)$
 - Jika P dan Q adalah fpe, demikian juga $(P \wedge Q)$, $(P \vee Q)$, $(P \Rightarrow Q)$ dan $(P \Leftrightarrow Q)$
 - Tak ada fpe lainnya

Menganalisis Proposisi Majemuk

❖ Contoh :

[1] Jika Dewi lulus sarjana PTI, orang tuanya akan senang, dan dia dapat segera bekerja, tetapi jika dia tidak lulus, semua usahanya akan sia-sia

❖ Analisis

[1.1] Jika Dewi lulus sarjana PTI, orang tuanya akan senang, dan dia dapat segera bekerja

dengan

[1.2] Jika dia tidak lulus, semua usahanya akan sia-sia

Menganalisis Proposisi Majemuk

- ❖ Sub proposisi skop kiri:

- [1.1.1] Jika Dewi lulus sarjana PTI
dengan

- [1.1.2] Orang tuanya akan senang, dan dia dapat segera
bekerja

- ❖ Sub sub proposisi skop kkiri:

- [1.1.2.1] Orang tuanya akan senang
dengan

- [1.1.2.2] Dia dapat segera bekerja

Menganalisis Proposisi Majemuk

- ❖ Sub proposisi skop kanan:
 - [1.2.1] Jika dia tidak lulus
dengan
 - [1.2.2] semua usahanya akan sia-sia
- ❖ Teknik memilah-milah kalimat menjadi proposisi-proposisi yang atomik disebut *Parsing*.
- ❖ Hasilnya dapat diwujudkan dalam bentuk *Parse Tree*

Menganalisis Proposisi Majemuk

- ❖ Parse Tree diubah menjadi fpe sebagai berikut :
 - *A = Dewi lulus sarjana PTI*
 - *B = Orang tua Dewi senang*
 - *C = Dewi bekerja*
 - *D = Usaha Dewi sia-sia*
- ❖ Pernyataan tersebut ditulis :

$$(A \Rightarrow (B \wedge C)) \wedge ((\neg A) \Rightarrow D)$$

Menganalisis Proposisi Majemuk

- ❖ Contoh 1 :
 1. Jika anda mengambil mata kuliah logika, dan anda tidak memahami tautology, maka anda tidak lulus mata kuliah tersebut

- ❖ Variabel proposisinya :
 - *A = anda mengambil mata kuliah logika*
 - *B = anda memahami tautology*
 - *C = anda lulus mata kuliah*

- ❖ Ekspresi logika :
$$(A \wedge \neg B) \rightarrow \neg C$$

Menganalisis Proposisi Majemuk

❖ Contoh 2 :

1. Jika anda belajar rajin dan sehat, maka anda lulus ujian, atau jika anda tidak belajar rajin dan tidak sehat, maka anda tidak lulus ujian

❖ Variabel proposisinya :

- $A = \text{anda belajar rajin}$
- $B = \text{anda sehat}$
- $C = \text{anda lulus ujian}$

❖ Ekspresi logika :

$$((A \wedge B) \rightarrow C) \vee (\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg C$$

Precedence Rules

untuk menjaga kebenaran sebuah pernyataan maka setiap operator/ penghubung diberikan aturan yang lebih tinggi



Contoh :

$$\neg p \vee q \equiv (\neg p) \vee q$$

$$p \wedge q \vee r \equiv (p \wedge q) \vee r$$

$$p \rightarrow q \vee r \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$p \leftrightarrow q \rightarrow r \equiv p \leftrightarrow (q \rightarrow r)$$

Left Associate Rules

untuk operator/ penghubung yang setara digunakan left associate rule dimana operator sebelah kiri punya precedence lebih tinggi

Contoh :

$$p \vee q \vee r \equiv (p \vee q) \vee r$$

$$p \rightarrow q \rightarrow r \equiv (p \rightarrow q) \rightarrow r$$

Latihan

❖ Bagian 1

- Ubahlah pernyataan-pernyataan berikut menjadi proposisi majemuk :
 1. Jika tikus itu waspada dan bergerak cepat, maka kucing atau anjing itu tidak mampu menangkapnya
 2. Bowo membeli saham atau property untuk investasinya, atau dia dapat menanamkan uang di deposito bank dan mendapat bunga uang

❖ Bagian 2

- Beri tanda kurung pada ekspresi berikut agar tidak ambigu
 1. $A \wedge B \wedge C \rightarrow D$
 2. $A \vee B \vee C \leftrightarrow \neg D$

Latihan

❖ Bagian 3

– Jika nilai A dan B adalah T, sedangkan C dan D adalah F, carilah nilai kebenaran dari ekspresi logika berikut :

1. $A \wedge (B \vee C)$

2. $((A \vee B) \wedge C) \vee \neg((A \vee B) \wedge (B \vee D))$

3. $(\neg(A \wedge B) \vee \neg C) \vee (((\neg A \wedge B) \vee \neg D) \wedge C)$

Tautologi dan Kontradiksi

- ❖ *Tautology* adalah proposisi majemuk yang selalu bernilai **true** tidak peduli apa nilai kebenaran proposisi penyusunnya!
- ❖ Contoh: $p \vee \neg p$ [Apa tabel kebenarannya?]
- ❖ *Kontradiksi* adalah proposisi majemuk yang selalu bernilai **false** tidak peduli apapun!
- ❖ Contoh: $p \wedge \neg p$ [tabel kebenaran?]
- ❖ Proposisi majemuk selain itu disebut *contingencies*.

Tautologi

❖ Contoh 1:

$A \vee \neg A$ apakah tautology?

❖ Buat tabel kebenarannya!

❖ Contoh 2 :

$\neg(A \wedge B) \vee B$ apakah Tautology

Tautologi

❖ Contoh 3 :

$$(A \wedge B) \Rightarrow (C \vee (\neg B \Rightarrow \neg C))$$

❖ Buat tabel kebenarannya!

❖ Contoh 4 :

Jika $\neg(A \wedge B) \vee B$ adalah Tautology, buktikan $\neg(A \vee B) \wedge C) \vee C$ juga Tautology

- Substitusi $\neg(A \wedge B) \vee B$ menjadi $\neg(P \wedge Q) \vee Q$
- Misal $P = \neg(A \vee B)$ dan $Q = C$
- $\neg(A \vee B) \wedge C) \vee C$ akan menjadi $\neg(P \wedge Q) \vee Q$

Kontradiksi

❖ *Contoh 1 :*

$A \wedge \neg A$ apakah kontradiksi ?

❖ *Contoh 2 :*

$((A \vee B) \wedge \neg A) \wedge \neg B$

❖ **Buat tabel kebenarannya!**

Contingent

❖ *Contoh 1 :*

$$((A \wedge B) \Rightarrow C) \Rightarrow A$$

❖ Buat tabel kebenarannya!

❖ *Contoh 2 :*

$$((A \Rightarrow B) \wedge (\neg B \Rightarrow C)) \Rightarrow (\neg C \Rightarrow A)$$

Latihan

❖ Bagian 1

- ❖ Tentukan apakah ekspresi berikut ini termasuk tautology, kontradiksi atau contingent

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $\neg\neg A \rightarrow A$
3. $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$

❖ Bagian 2

- ❖ Jika $A \vee \neg A$ adalah tautology, buktikan bahwa ekspresi berikut merupakan tautology

1. $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg (A \rightarrow B)$
2. $A \vee \neg\neg A$