



# *LOGIKA*

*Ratna Wardani*  
*Pendidikan Teknik Informatika*

2 September 2007

*Pertemuan-1 - 2*

1

# *Materi Perkuliahan*

- ❖ **Logical Connectives**
- ❖ **Tabel Kebenaran**

# *Arti Kalimat*

- ❖ Arti kalimat = nilai kebenaran
- ❖ Setiap kalimat pada logika proposisi memiliki salah satu dari nilai {true, false}
- ❖ Arti kalimat kompleks yang terdiri atas  $n$  variabel merupakan fungsi dari nilai kebenaran  $n$  variabel tersebut
- ❖ Perlu tahu nilai kebenaran masing-masing variabel
- ❖ Perlu aturan untuk menghitung fungsi tersebut

# *Interpretasi*

- ❖ Interpretasi pada logika proposisi = pemberian nilai kebenaran pada semua variabel
- ❖ Contoh :  $P \vee \neg Q$
- ❖ I1 : P true dan Q true
- ❖ I2 : P true dan Q false
- ❖ I3 : P false dan Q false
- ❖ I4 : P false dan Q true

# *Aturan Semantik*

- ❖ kalimat *true* bernilai true untuk semua interpretasi
- ❖ kalimat *false* bernilai false untuk semua interpretasi
- ❖ kalimat  $P, Q, R, \dots$  bernilai sesuai interpretasinya
- ❖  $\text{not } F$  bernilai true jika  $F$  false dan bernilai false jika  $F$  true
- ❖  $F \wedge G$  bernilai true jika  $F$  dan  $G$  keduanya true dan bernilai false jika tidak demikian
- ❖  $F \vee G$  bernilai false jika  $F$  dan  $G$  keduanya false dan bernilai true jika tidak demikian
- ❖  $F \Rightarrow G$  bernilai false jika  $F$  true dan  $G$  false dan bernilai true jika tidak demikian

# *Tabel Kebenaran*

- ❖ Dengan aturan semantik dapat ditentukan nilai kebenaran suatu kalimat kompleks untuk semua interpretasi yang mungkin
- ❖ Biasanya ditabelkan dan disebut tabel kebenaran
- ❖ Jika terdapat  $n$  variabel, maka terdapat  $2^n$  baris tabel kebenaran

# *Operator / Logical Connectives*

- ❖ Sebuah *operator* atau *penghubung* menggabungkan satu atau lebih ekspresi *operand* ke dalam ekspresi yang lebih besar. (seperti tanda “+” di ekspresi numerik.)
- ❖ Operator *Uner* bekerja pada satu operand (contoh  $-3$ ); Operator *biner* bekerja pada 2 operand (contoh  $3 \times 4$ ).
- ❖ Operator *Proposisi* atau *Boolean* bekerja pada proposisi-proposisi atau nilai kebenaran, bukan pada suatu angka

# *Operator / Boolean Umum*

<u>Nama Resmi</u>	<u>Istilah</u>	<u>Arity</u>	<u>Simbol</u>
Operator Negasi	NOT	Unary	$\neg$
Operator Konjungsi	AND	Binary	$\wedge$
Operator Disjungsi	OR	Binary	$\vee$
Operator Exclusive-OR	XOR	Binary	$\oplus$
Operator Implikasi	IMPLIES (jika-maka)	Binary	$\rightarrow$
Operator Biimplikasi ( <i>Biconditional</i> )	IFF (jika dan hanya jika)	Binary	$\leftrightarrow$

# Operator Negasi

- ❖ Operator negasi uner “ $\neg$ ” (*NOT*) mengubah suatu proposisi menjadi proposisi lain yang bertolak belakang nilai kebenarannya
- ❖ *Contoh:* Jika  $p =$  Hari ini hujan
- ❖ maka  $\neg p =$  Tidak benar hari ini hujan
- ❖ Tabel kebenaran untuk NOT:

$p$	$\neg p$
T	F
F	T

T = True; F = False

≡ Diartikan “didefinisikan sebagai”

# Operator Konjungsi

❖ Operator konjungsi biner “ $\wedge$ ” (*AND*) menggabungkan dua proposisi untuk membentuk logika konjungsinya

❖ *Cth:*  $p =$  Galih naik sepeda  
 $q =$  Ratna naik sepeda

**$\wedge$  AND**

❖  $p \wedge q =$  Galih dan Ratna naik sepeda

# Tabel Kebenaran Konjungsi

- ❖ Perhatikan bahwa Konjungsi  $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n$  dari  $n$  proposisi akan memiliki  $2^n$  baris pada tabelnya

$p$	$q$	$p \wedge q$
F	F	F
F	T	F
T	F	F
T	T	T

- ❖ Operasi  $\neg$  dan  $\wedge$  saja cukup untuk mengekspresikan *semua* tabel kebenaran Boolean!

# *Operator Disjungsi*

Operator biner disjungsi “ $\vee$ ” (*OR*) menggabungkan dua proposisi untuk membentuk logika disjungsinya

$p$  = “Mesin mobil saya rusak”

$q$  = “Karburator mobil saya rusak”

---

$p \vee q$  = “Mesin atau karburator mobil saya rusak.”

## Tabel Kebenaran Disjungsi

❖ Perhatikan bahwa  $p \vee q$  berarti  $p$  benar, atau  $q$  benar, **atau keduanya** benar!

❖ Jadi, operasi ini juga disebut *inclusive or*, karena mencakup kemungkinan bahwa *both*  $p$  dan  $q$  keduanya benar.

❖ “ $\neg$ ” dan “ $\vee$ ” keduanya membentuk operator universal.

$p$	$q$	$p \vee q$
F	F	F
F	T	<b>T</b>
T	F	<b>T</b>
T	T	T

Lihat  
bedanya  
dengan  
AND

# Proposi Bertingkat

- ❖ Gunakan tanda kurung untuk mengelompokkan *sub-ekspresi*:  
“Saya baru saja bertemu teman lama, dan anaknya sudah dua atau tiga.” =  $f \wedge (g \vee s)$ 
  - $(f \wedge g) \vee s$  artinya akan berbeda
  - $f \wedge g \vee s$  artinya akan ambigu
- ❖ Menurut perjanjian, “ $\neg$ ” presedensinya lebih tinggi dari “ $\wedge$ ” dan “ $\vee$ ”.
  - $\neg s \wedge f$  artinya  $(\neg s) \wedge f$  , **bukan**  $\neg (s \wedge f)$

# Latihan

Misalkan  $p$ ="Tadi malam hujan",  
 $q$ ="Tukang siram tanaman datang tadi malam,"  
 $r$ ="Pagi ini kebunnya basah."

Terjemahkan proposisi berikut dalam bahasa Indonesia:

$\neg p$  = "Tadi malam tidak hujan."

$r \wedge \neg p$  = "Pagi ini kebunnya basah dan tadi malam tidak hujan."

$\neg r \vee p \vee q$  = "Pagi ini kebun tidak basah, atau tadi malam hujan, atau tukang siram tanaman datang tadi malam."

# *Operator Exclusive OR*

Operator biner *exclusive-or* “ $\oplus$ ” (*XOR*)  
menggabungkan dua proposisi untuk membentuk  
logika “exclusive or”-nya

$p$  = “Saya akan mendapat nilai A di kuliah ini,”

$q$  = “Saya akan *drop* kuliah ini,”

$p \oplus q$  = “Saya akan mendapat nilai A atau saya  
akan drop kuliah ini (tapi tidak dua-duanya!)”

## Tabel Kebenaran Exclusive OR

❖ Perhatikan bahwa  $p \oplus q$  berarti  $p$  benar, atau  $q$  benar tapi **tidak keduanya benar!**

❖ Disebut *exclusive or*, karena tidak memungkinkan  $p$  dan  $q$  keduanya benar

❖ “ $\neg$ ” dan “ $\oplus$ ” tidak membentuk operator universal

$p$	$q$	$p \oplus q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	<b>F</b>

# *Bahasa Alami sering Ambigu*

❖ Perhatikan bahwa kata “atau” dapat bermakna *ambigu* berkenaan dengan kasus keduanya benar.

❖ “Tia adalah penulis atau Tia adalah aktris.” -

$p$	$q$	$p$ "or" $q$
-----	-----	--------------

F	F	F
---	---	---

❖ “Tia perempuan atau Tia laki-laki” –

F	T	T
---	---	---

T	F	T
---	---	---

T	T	?
---	---	---

❖ Perlu diketahui konteks pembicaraannya!

# Operator Implikasi

- ❖ Implikasi  $p \rightarrow q$  menyatakan bahwa  $p$  mengimplikasikan  $q$ .
- ❖  $p$  disebut *antecedent* dan  $q$  disebut *consequent*
- ❖ Jika  $p$  benar, maka  $q$  benar; tapi jika  $p$  tidak benar, maka  $q$  bisa benar - bisa tidak benar
- ❖ Contoh :

$p$  = Nilai ujian akhir anda 80 atau lebih

$q$  = Anda mendapat nilai A

---

$p \rightarrow q$  = “Jika nilai ujian akhir anda 80 atau lebih, maka anda mendapat nilai A”

## *Implikasi $p \rightarrow q$*

- (a) Jika  $p$ , maka  $q$                       (*if  $p$ , then  $q$* )
- (b) Jika  $p$ ,  $q$                                 (*if  $p$ ,  $q$* )
- (c)  $p$  mengakibatkan  $q$                   ( *$p$  implies  $q$* )
- (d)  $q$  jika  $p$                                  ( *$q$  if  $p$* )
- (e)  $p$  hanya jika  $q$                         ( *$p$  only if  $q$* )
- (f)  $p$  syarat cukup agar  $q$               ( *$p$  is sufficient for  $q$* )
- (g)  $q$  syarat perlu bagi  $p$               ( *$q$  is necessary for  $p$* )
- (i)  $q$  bilamana  $p$                          ( *$q$  whenever  $p$* )

# Tabel Kebenaran Implikasi

- ❖  $p \rightarrow q$  salah hanya jika  $p$  benar tapi  $q$  tidak benar
- ❖  $p \rightarrow q$  tidak mengatakan bahwa hanya  $p$  yang menyebabkan  $q$ !
- ❖  $p \rightarrow q$  tidak mensyaratkan bahwa  $p$  atau  $q$  harus benar!
- ❖ *Cth.* “ $(1=0) \rightarrow$  kucing bisa terbang” BENAR!

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
F	F	T
F	T	T
T	F	<b>F</b>
T	T	T

Satu-satunya kasus SALAH!

## *Contoh Implikasi*

- ❖ “Jika saya rajin kuliah hari ini, matahari akan bersinar esok hari” *True* / *False*?
- ❖ “Jika hari ini Selasa, maka saya adalah seekor penguin.” *True* / *False*?
- ❖ “Jika  $1+1=6$ , Maka SBY adalah presiden.” *True* / *False*?
- ❖ “Jika bulan dibuat dari keju, maka saya lebih kaya dari Bill Gates.” *True* or *False*?

# *Converse, Inverse & Contrapositive*

Beberapa terminologi dalam implikasi  $p \rightarrow q$ :

- ❖ *Converse*-nya adalah:  $q \rightarrow p$ .
- ❖ *Inverse*-nya adalah:  $\neg p \rightarrow \neg q$ .
- ❖ *Contrapositive*-nya adalah:  $\neg q \rightarrow \neg p$ .
- ❖ Salah satu dari ketiga terminologi di atas memiliki makna yang sama (memiliki tabel kebenaran yang sama) dengan  $p \rightarrow q$ . Bisa Anda sebutkan yang mana?

## *Contrapositive*

# Bagaimana Menunjukkannya?

Membuktikan equivalensi antara  $p \rightarrow q$  dan contrapositive-nya dengan tabel kebenaran:

$p$	$q$	$\neg q$	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
F	F	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T
<del>T</del>	<del>F</del>	<del>T</del>	<del>F</del>	F	F
T	T	F	F	T	T

# *Operator Biimplikasi*

- ❖ Operator biimplikasi  $p \leftrightarrow q$  menyatakan bahwa  $p$  benar *jika dan hanya jika (jikka)*  $q$  benar
- ❖  $p =$  “SBY menang pada pemilu 2004”
- ❖  $q =$  “SBY akan menjadi presiden mulai tahun 2004.”
- ❖  $p \leftrightarrow q =$  “Jika dan hanya jika SBY menang pada pemilu 2004 maka dia akan menjadi presiden mulai tahun 2004.”

## Biimplikasi $p \leftrightarrow q$

(a)  $p$  jika dan hanya jika  $q$ .

*( $p$  if and only if  $q$ )*

(b)  $p$  adalah syarat perlu dan cukup untuk  $q$ . ( *$p$  is necessary and sufficient for  $q$* )

(c) Jika  $p$  maka  $q$ , dan sebaliknya.

*(if  $p$  then  $q$ , and conversely)*

(d)  $p$  jikka  $q$

*( $p$  iff  $q$ )*

# Tabel Kebenaran Biimplikasi

❖  $p \leftrightarrow q$  benar jika  $p$  dan  $q$  memiliki nilai kebenaran

❖ yang sama.

❖ Perhatikan bahwa tabelnya

❖ adalah *kebalikan* dari tabel

❖ exclusive or  $\oplus$ !

–  $p \leftrightarrow q$  artinya  $\neg(p \oplus q)$

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	T
F	T	F
T	F	F
T	T	T

# Perhatikan

Nyatakan pernyataan berikut dalam ekspresi logika : “**Anda tidak dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu jika anda berusia di bawah 17 tahun kecuali kalau anda sudah menikah**”

**Misalkan :**

**$p$  : Anda berusia di bawah 17 tahun.**

**$q$  : Anda sudah menikah.**

**$r$  : Anda dapat terdaftar sebagai pemilih dalam Pemilu.**

**maka pernyataan di atas dapat ditulis sebagai**

$$(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$$

# Ringkasan

$p$	$q$	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T	F
T	F	F	F	T	T	F	F
T	T	F	T	T	F	T	T

# *Latihan - 1*

- ❖ Gunakan konstanta proposisional A untuk “Bowo kaya raya” dan B untuk “Bowo hidup bahagia”.Lalu ubahlah pernyataan-pernyataan berikut menjadi bentuk logika :
  - 1) Bowo tidak kaya raya
  - 2) Bowo kaya raya dan hidup bahagia
  - 3) Bowo kaya raya atau tidak hidup bahagia
  - 4) Jika Bowo kaya raya, maka ia hidup bahagia
  - 5) Bowo hidup bahagia jika dan hanya jika ia kaya raya

## *Latihan - 2*

- ❖ Berilah konstanta proposisional, dan ubahlah pernyataan-pernyataan berikut menjadi bentuk logika :
  - 1) Jika Bowo berada di Malioboro, maka Dewi juga berada di Malioboro
  - 2) Pintu rumah Dewi berwarna merah atau coklat
  - 3) Berita itu tidak menyenangkan
  - 4) Bowo akan datang, jika ia mempunyai kesempatan
  - 5) Jika Dewi rajin kuliah, maka ia pasti pandai

## *Latihan - 3*

- ❖ Jawablah dengan tabel kebenaran :
  - 1) Apakah nilai kebenaran dari  $(A \wedge A)$ ?
  - 2) Apakah nilai kebenaran dari  $(A \vee A)$ ?
  - 3) Apakah nilai kebenaran dari  $(A \wedge \neg A)$ ?
  - 4) Apakah  $(A \Rightarrow B)$  ekuivalen dengan  $(B \Rightarrow A)$ ?
  - 5) Apakah  $(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$  ekuivalen dengan  $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ ?

## *Latihan - 4*

❖ Buat tabel kebenaran untuk pernyataan berikut:

1)  $\neg(\neg A \wedge \neg A)$

2)  $A \wedge (A \vee B)$

3)  $((\neg A \wedge (\neg B \wedge C)) \vee (B \wedge C)) \vee (A \wedge C)$

4)  $(A \wedge B) \vee (((\neg A \wedge B) \Rightarrow A) \wedge \neg B)$

5)  $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$