

KETIDAKPASTIAN PENGUKURAN

Rita Prasetyowati
Fisika FMIPA UNY
2013

2. Obyek

Obyek memberikan kesalahan hasil pengukuran karena saat dilakukan pengukuran obyek mengalami perubahan atau obyek tidak sesuai dengan yang dikehendaki.

Contoh :

- Obyek dipengaruhi oleh lingkungan luar

Misalnya: pengukuran panjang besi pada suhu yang berbeda, mengukur tekanan udara pada suhu yang berbeda, pengukuran intensitas bunyi pada kondisi yang bising, pengukuran panjang gelombang warna sinar tidak pada ruangan yang gelap.

- Obyek tidak unifrom atau tidak merata

Misalnya : pengukuran muai panjang logam pada logam yang tidak homogen atau tidak sama massa jenisnya sehingga masing-masing bagian kecepatan rambat panasnya tidak sama, pengukuran tekanan udara luar pada daerah panas dan teduh atau ketinggian daerah tidak sama.

- Obyek dipengaruhi oleh alat ukur

Misalnya mengukur panjang busa dengan mikrometer skrup atau jangka sorong maka busa akan tertekan sehingga mengalami pemendekan.

3. Alat-alat eksperimen/pengukuran

- alat-alat pendukung eksperimen
misalnya: lensa, statif (alat penyangga), kabel
- alat ukur
misal : kesalahan kalibrasi skala alat ukur, alat
- ukur dipengaruhi kondisi luar.
- alat ukur mempunyai watak yang non liner.
Skala alat ukur belum tentu memiliki jarak skala satu dengan yang lainnya sama.

4. Metode yang digunakan pada saat pengukuran

- Teori terlalu sederhana

Misalnya: pengukuran besar variabel tegangan (V), arus (I), hambatan (R) tedar memperhitungkan hambatan dalam sumber tegangan dan hambatan dari kabel.

- Pembulatan hasil perhitungan.

Agar efek pembulatan kecil terhadap hasil ukur sebaiknya pembulatan dilakukan pada akhir perhitungan

- Rumus yang digunakan

Menggunakan rumus-rumus pendekatan yang mengabaikan suku-suku yang lebih.misal: percobaan ayunan harmonik sederhana menggunakan pendekatan $\sin =$ pada saat mendekati 0

- Teknik penggunaan alat ukur

Cara menuliskan ketidakpastian dalam pengukuran

Hasil pengukuran sering dituliskan dalam bentuk :

$$(\bar{X} \pm S_x)$$

Nilai terbaik ditunjukkan dengan \bar{X} dan ketidakpastian atau ralat ditunjukkan dengan S_x .

Hasil pengukuran dituliskan :

1. $(\bar{x} \pm s_x)$ satuan,
2. S_x (ralat) hanya mengandung satu angka penting
3. Penulisan $(\bar{x} \pm s_x)$ memiliki makna nilai pengukuran berada pada rentang $(\bar{x} - s_x)$ sampai dengan $(\bar{x} + s_x)$.

- Prosedur penulisan hasil pengukuran:
1. tentukan nilai ketidakpastiannya
 2. sesuaikan nilai pengukuran terbaiknya dengan nilai ketidakpastiannya
- ✓ satuan keduanya (nilai pengukuran terbaik dan nilai ketidakpastian) harus sama
 - ✓ orde keduanya (nilai pengukuran terbaik dan nilai ketidakpastian) harus sama

Contoh :

Suatu pengukuran massa sebuah benda diperoleh hasil

$$X = 7,8345 \text{ kg dan } S_x = 0,321 \text{ g.}$$

Penulisan hasil ukur yang baik adalah

$$(\bar{x} \pm s_x) = (7834,5 \pm 0,3) \text{ g}$$

Menentukan Ketidakpastian dalam Pengukuran

1. Pengukuran Tunggal

- Pengukuran tunggal merupakan pengukuran yang hanya dilakukan sekali saja,
- Besarnya ralat/ketidakpastian pada pengukuran tunggal adalah $0,5 \text{ NST}$ (nilai skala terkecil).

2. Pengukuran berulang

- a. Pengukuran yang diulang beberapa kali saja
- Misalkan dilakukan tiga kali pengukuran dengan hasil x_1 , x_2 dan x_3 , maka hasil yang dilaporkan adalah $x = \bar{x} \pm \Delta x$
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$
 dengan $|\delta_1| = |x_1 - \bar{x}|$ dan seterusnya.
 - Δx yang kita pilih adalah nilai terbesar dari $|\delta_n| = |x_n - \bar{x}|$ atau dapat juga dengan merata-rata nilai dari $|\delta_n| = |x_n - \bar{x}|$
 - Misalkan nilai $x_1=10,1$ $x_2 = 9,7$ dan $x_3 = 10,2$ maka nilai rata-ratanya adalah 10,0 dan nilai $|\delta_n| = |x_n - \bar{x}|$ terbesarnya 0,3, sedangkan nilai rata-rata $|\delta_n| = |x_n - \bar{x}|$ adalah 0,2.
 - Dengan kedua cara tersebut disimpulkan bahwa tidak semua nilai x hasil pengukuran memenuhi interval $(\bar{x} - \Delta x)$ dan $(\bar{x} + \Delta x)$

Mengapa ada ketidakpastian dalam pengukuran?

Pengukuran selalu memperoleh hasil yang memiliki nilai bukan sebenarnya.

Hasil pengukuran hanya memiliki nilai terbaik → mendekati sesungguhnya

Nilai sebenarnya tidak pernah diperoleh dari hasil pengukuran karena adanya keterbatasan skala terkecil dari alat ukur → ketidakpastian atau ralat dalam pengukuran

- b. Pengukuran yang dilakukan cukup sering (≥ 10 kali).
 Misalkan dari pengukuran diperoleh data $x_1 \dots x_n$
 maka hasil yang dilaporkan adalah $x = \bar{x} \pm \Delta x$

dengan
$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

dan
$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Atau
$$\Delta x = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n-1}}$$

$$\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

$$\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Nilai Δx harus lebih kecil dari nilai 0,5 NST alat yang dipergunakan.

3. Perambatan Ralat

- Pada kenyataannya banyak besaran yang tidak dapat ditentukan secara langsung tetapi harus dihitung dari berbagai besaran-besaran yang diukur secara langsung.
- Misalkan besaran z merupakan suatu fungsi dari besaran x dan y sehingga dinyatakan sebagai $z = z(x,y)$.
- Hasil pengukuran z harus dilaporkan sebagai $z = z_0 \pm \Delta z$
- Dengan

$$\Delta z = \left(\frac{\delta z}{\delta x} \right)_{x_0, y_0} \Delta x + \left(\frac{\delta z}{\delta y} \right)_{x_0, y_0} \Delta y$$

Beberapa fungsi dan persamaan diferensialnya

No	$z(x,y)$	Δz	$\Delta z/z$
1	$z=x \pm y$	$\Delta x \pm \Delta y$	$(\Delta x \pm \Delta y)/(x+y)$
2	$z=xy$	$y \Delta x \pm x \Delta y$	$(\Delta x/x) + (\Delta y/y)$
3	$Z=x/y$	$(\Delta x/y) - (x\Delta y/y^2)$	$(\Delta x/x) - (\Delta y/y)$
4	$z = a x^n$	$nax^{n-1}\Delta x$	$n \Delta x/x$
5	$z = a e^x$	$a e^x \Delta x$	Δx
6	$Z = a \ln x$	$a \Delta x/x$	$\Delta x/(x \ln x)$
7	$z = x^m y^n$	$my^n x^{m-1}\Delta x + n x^m y^{n-1}\Delta y$	$(m\Delta x/x) + (n\Delta y/y)$

Aturan penerapan persamaan (Δz)

- Jika Δx dan Δy ditentukan dari NST maka

$$\Delta z = \left| \frac{\delta z}{\delta x} \right|_{x_0 y_0} |\Delta x| + \left| \frac{\delta z}{\delta y} \right|_{x_0 y_0} |\Delta y|$$

- Jika Δx dan Δy ditentukan dari deviasi standar maka

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\delta z}{\delta x} \right)_{x_0 y_0}^2 s_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{\delta z}{\delta y} \right)_{x_0 y_0}^2 s_{\bar{y}}^2}$$

dengan $s_{\bar{x}}$ dan $s_{\bar{y}}$ menyatakan deviasi standar rata-rata.

- Jika Δx ditentukan dari NST sedangkan Δy ditentukan dari deviasi standar maka makna statistik keduanya berbeda sehingga sebelumnya harus disamakan terlebih dahulu, misalnya membuat jaminan Δx dari 100% menjadi 68%.
- Adapun persamaan yang dipakai adalah :

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\delta z}{\delta x}\right)_{x_0 y_0}^2 \left(\frac{2}{3} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\delta z}{\delta y}\right)_{x_0 y_0}^2 (\Delta y)^2}$$

Contoh 1 :

Panjang, lebar dan tinggi suatu balok diukur sekali dengan data sbb.

$P = (4,0 \pm 0,05) \text{ cm}$, $l = (3,0 \pm 0,05) \text{ cm}$ dan $t = (2,0 \pm 0,05) \text{ cm}$.

Tentukan $V \pm \Delta V$!

Solusi

- $V = plt = 4,0 \times 3,0 \times 2,0 = 24,0 \text{ cm}^3$
- $\Delta V = lt \Delta p + pt \Delta l + pl \Delta t$
 $= (3,0 \times 2,0 \times 0,05) + (4,0 \times 2,0 \times 0,05) + (4,0 \times 3,0 \times 0,05)$
 $= 0,3 + 0,4 + 0,6$
 $= 1,3 \text{ cm}^3$

Sehingga $V = (24,0 \pm 1,3) \text{ cm}^3$

Contoh 2:

Panjang, lebar dan tinggi suatu balok diukur beberapa kali dengan data sbb. $P = (4,00 \pm 0,02)$ cm, $l = (3,00 \pm 0,03)$ cm dan $t = (2,00 \pm 0,04)$ cm. Tentukan $V \pm \Delta V$!

- Solusi

$$V = plt = 4,00 \times 3,00 \times 2,00 = 24,00 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V = \sqrt{l^2 t^2 (\Delta p)^2 + p^2 t^2 (\Delta l)^2 + p^2 l^2 (\Delta t)^2}$$

$$\Delta V = \sqrt{(3,00)^2 (2,00)^2 (0,02)^2 + (4,00)^2 (2,00)^2 (0,03)^2 + (4,00)^2 (3,00)^2 (0,04)^2}$$

$$\Delta V = 0,5817$$

$$\text{Sehingga } V = (24,00 \pm 0,58) \text{ cm}^3$$

Ralat Grafik

- Hasil praktikum adakalanya dinyatakan dalam bentuk grafik fungsi dari variabel-variabel yang digunakan
- Besaran yang akan kita peroleh pun adakalanya merupakan perilaku kurva kemiringan (gradien) dari grafik tersebut
- Bagaimana teori ketidakpastiannya?

Teori kesalahan dengan menggunakan grafik yang akan digunakan hanya untuk grafik **fungsi linear dan menggunakan metode garis sejajar**, persamaan yang digunakan umumnya bersifat :

$$y = mx + c$$

Ketika demonstrasi bandul sederhana . . .

- jika panjang tali (l) berubah dan diukur sebanyak 10 kali

No	l_i (cm)
1	50
2	48
3	46
4	44
5	42
6	40
7	38
8	36
9	34
10	32

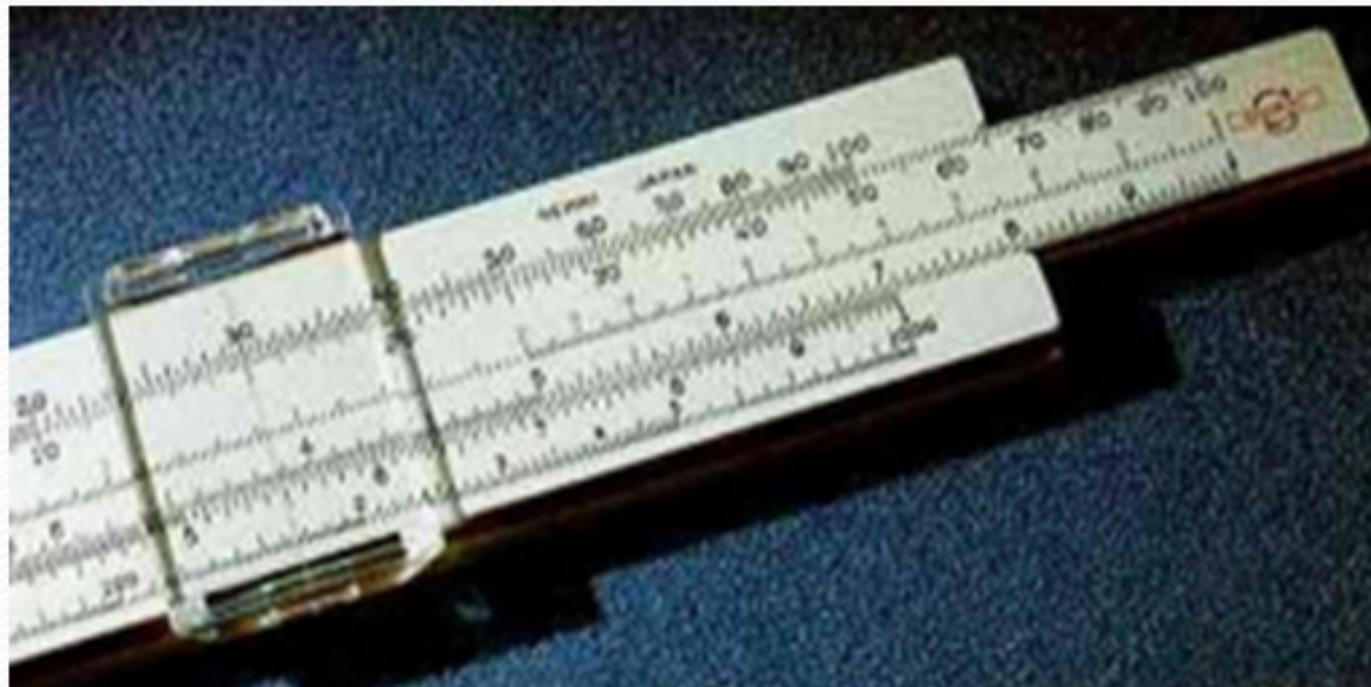
- Maka setiap l memiliki periode (T) berbeda

No	T_i (s)
1	1,48
2	1,45
3	1,42
4	1,38
5	1,35
6	1,32
7	1,29
8	1,25
9	1,22
10	1,18

- Maka percepatan gravitasi dapat ditentukan juga dengan metode grafik yaitu . . .

MISTAR

- Mistar digunakan untuk mengukur suatu panjang benda mempunyai batas ketelitian 0,5 mm.



- Dari persamaan percepatan gravitasi pada eksperimen bandul sederhana :

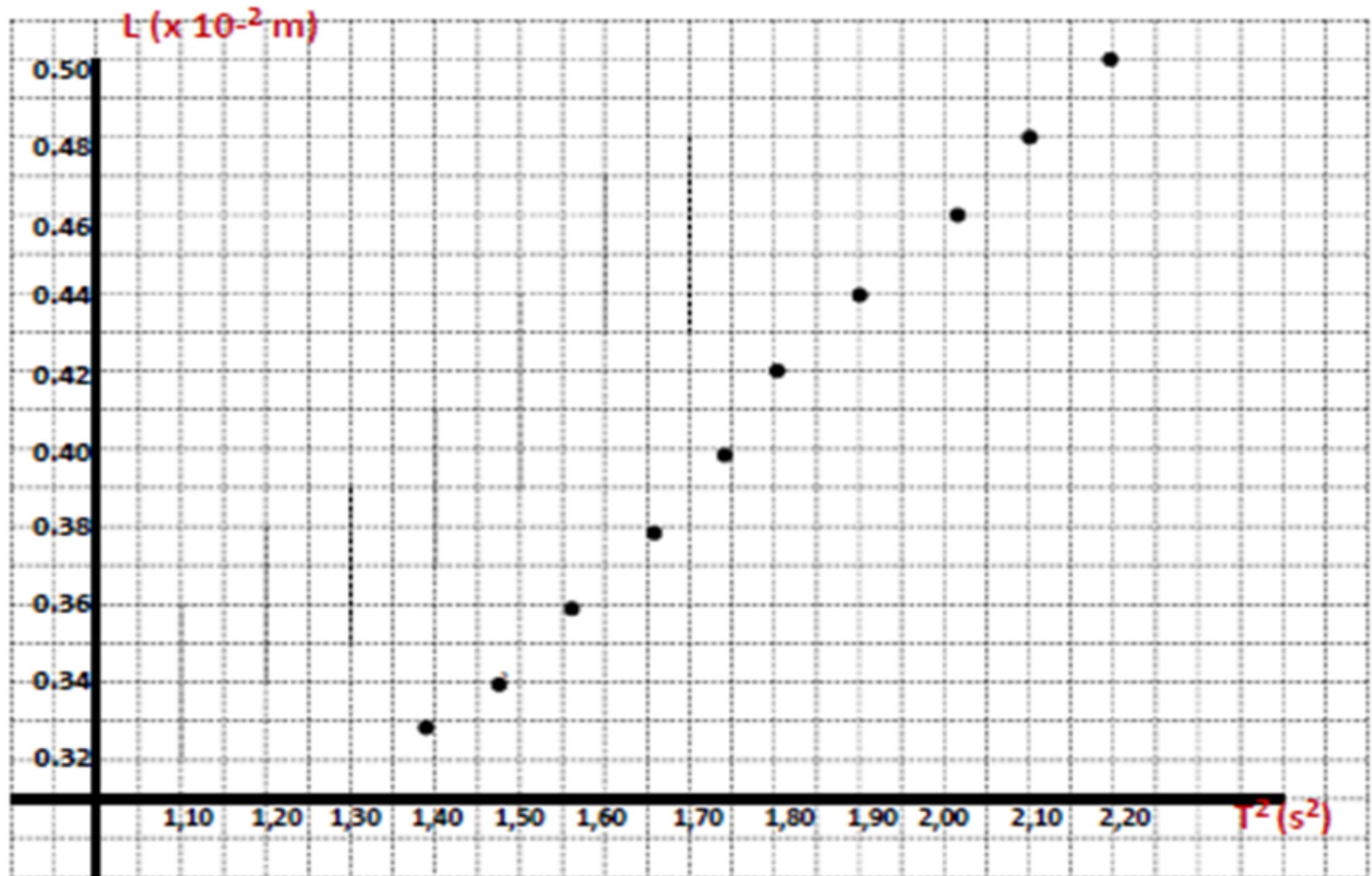
The diagram shows a simple pendulum with a vertical axis labeled 'Sumbu-y' pointing upwards and a horizontal axis labeled 'Sumbu-x' pointing downwards. A vertical line represents the string of the pendulum, with a red circle containing the letter 'l' representing the length. At the end of the string is a red circle containing the letter 'T' with a superscript '2', representing the period squared. To the left of the pendulum, the word 'konstanta' has an arrow pointing to the term '4π' in the formula $g = 4\pi \frac{l}{T^2}$. The '4π' is enclosed in an oval, and both 'l' and 'T²' are enclosed in red circles.

$$g = 4\pi \frac{l}{T^2}$$

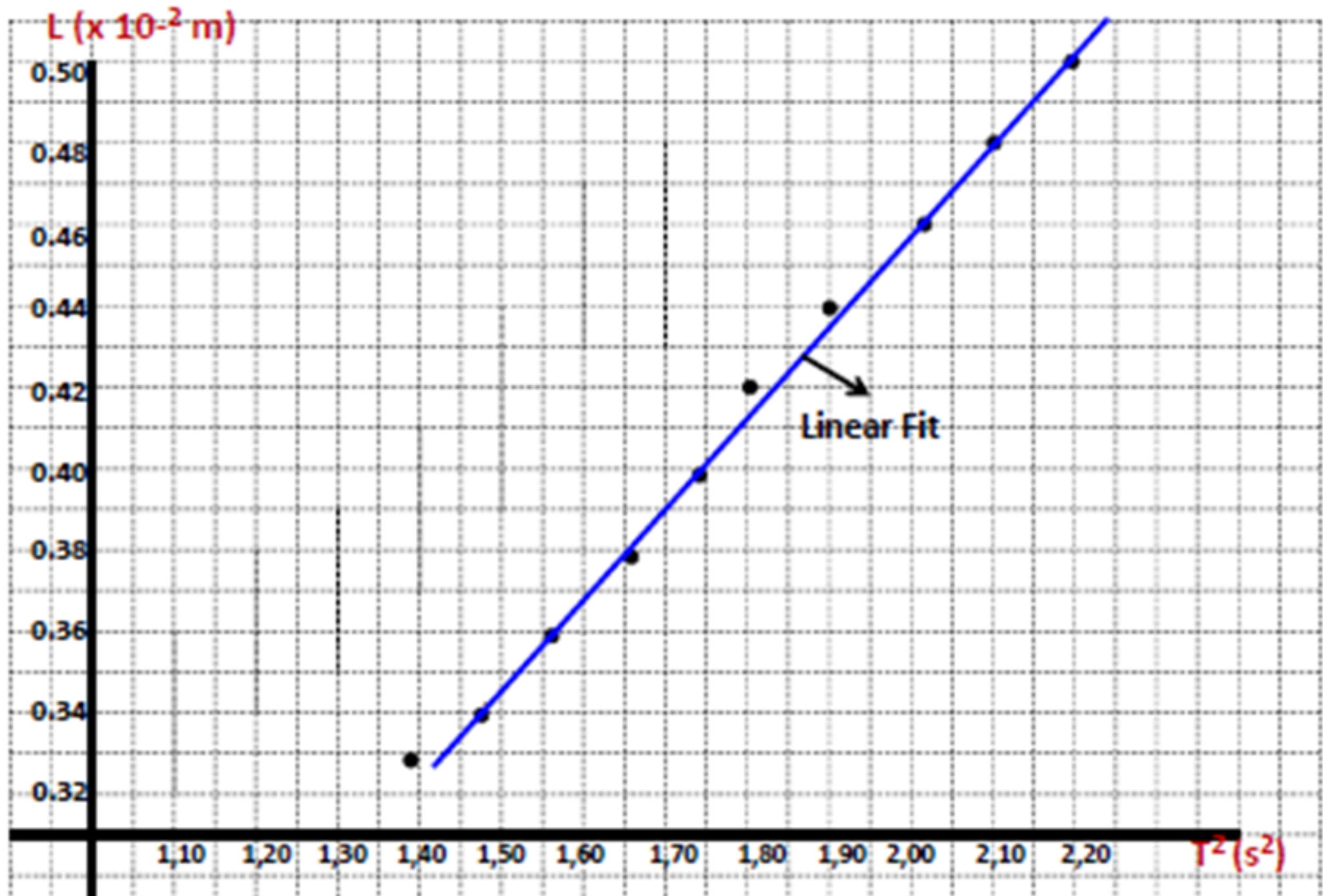
- Maka dibuat dalam kertas milimeter block dengan skala yang cukup . . .

Metode Garis Sejajar

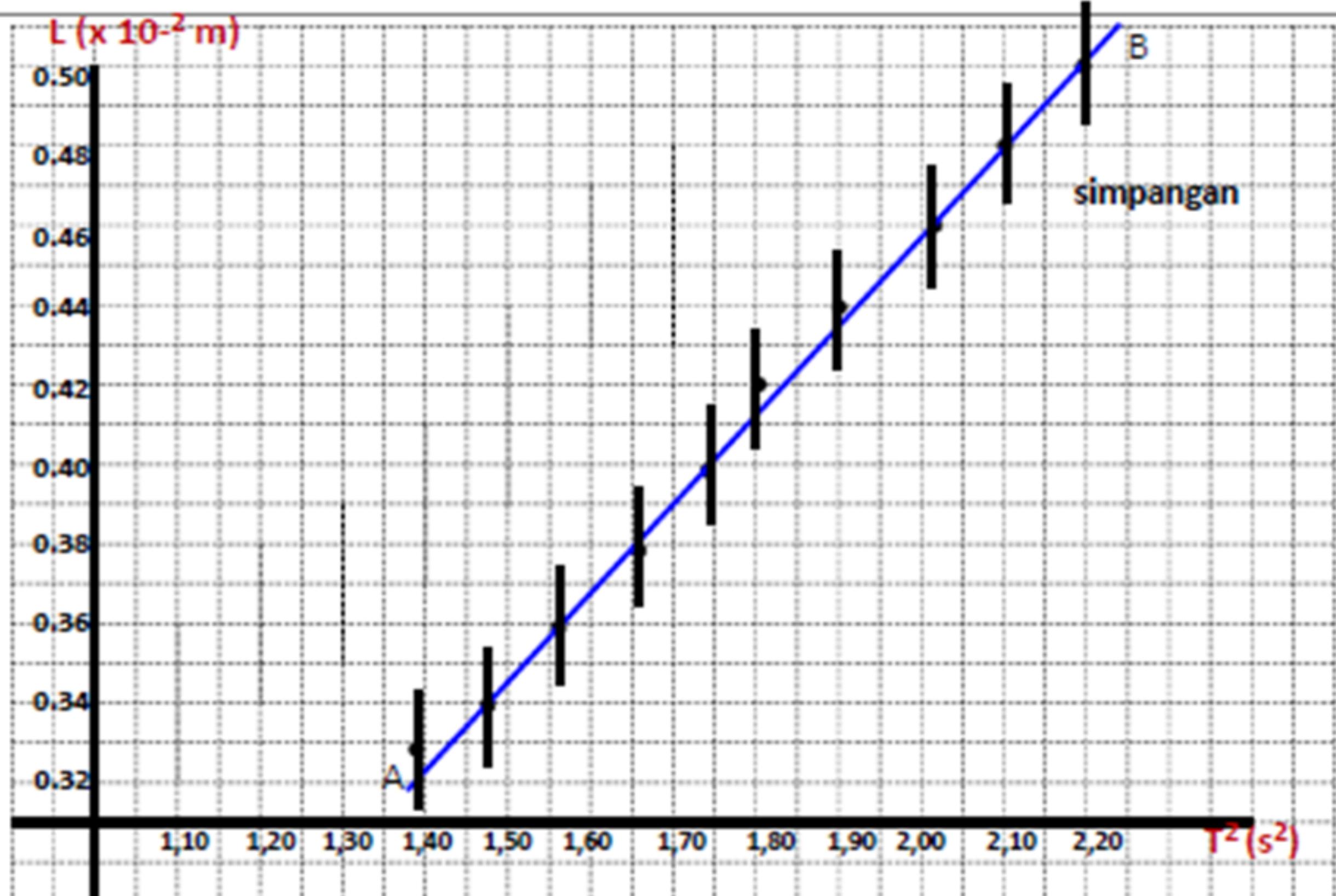
1. Plot tiap titik dengan menghubungkan data yang ada pada sumbu x dan sumbu y
2. Perhatikan skala dan satuan yang digunakan



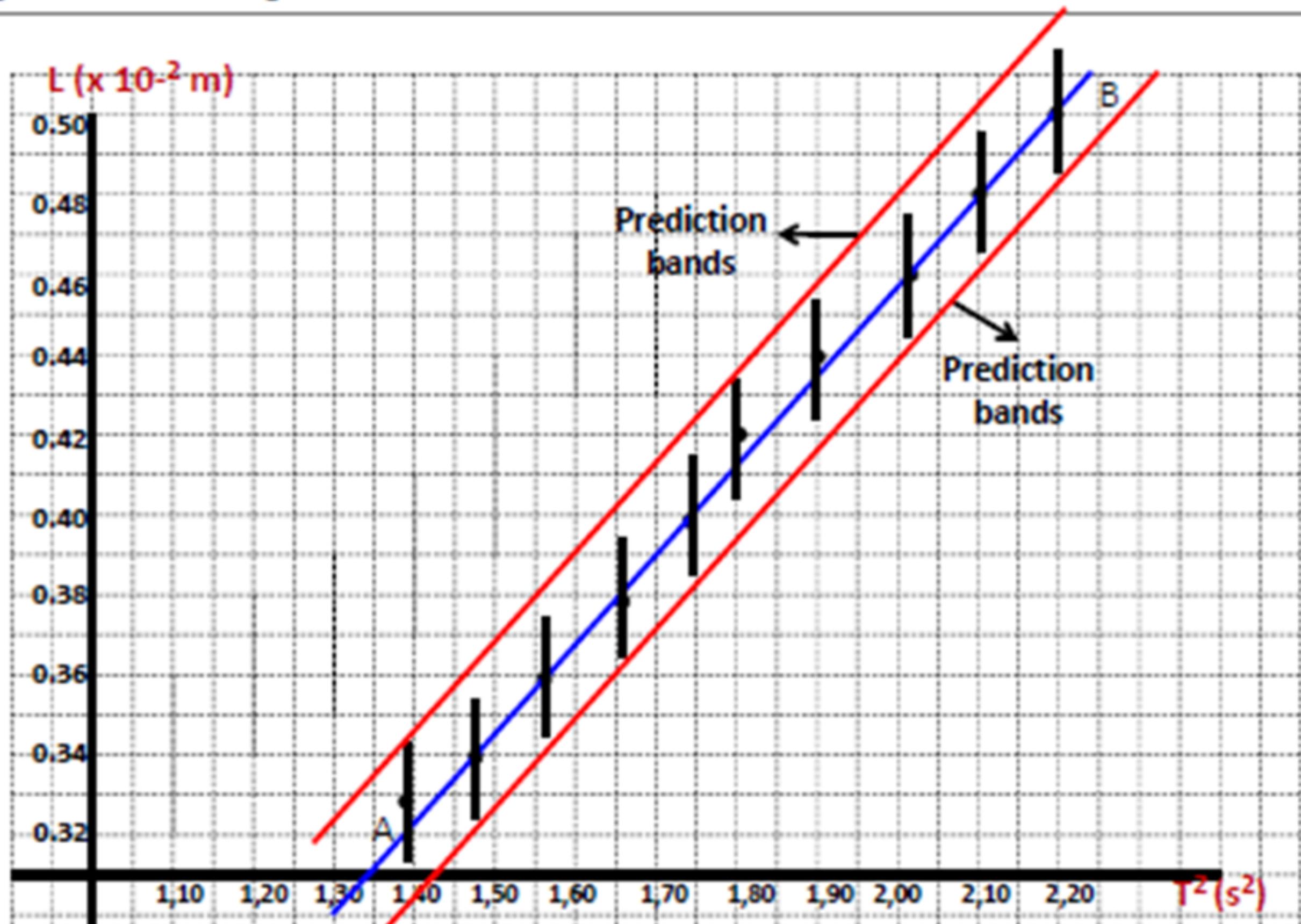
Tariklah satu garis linear yang menghubungkan titik terbanyak yang mungkin dalam grafik itu



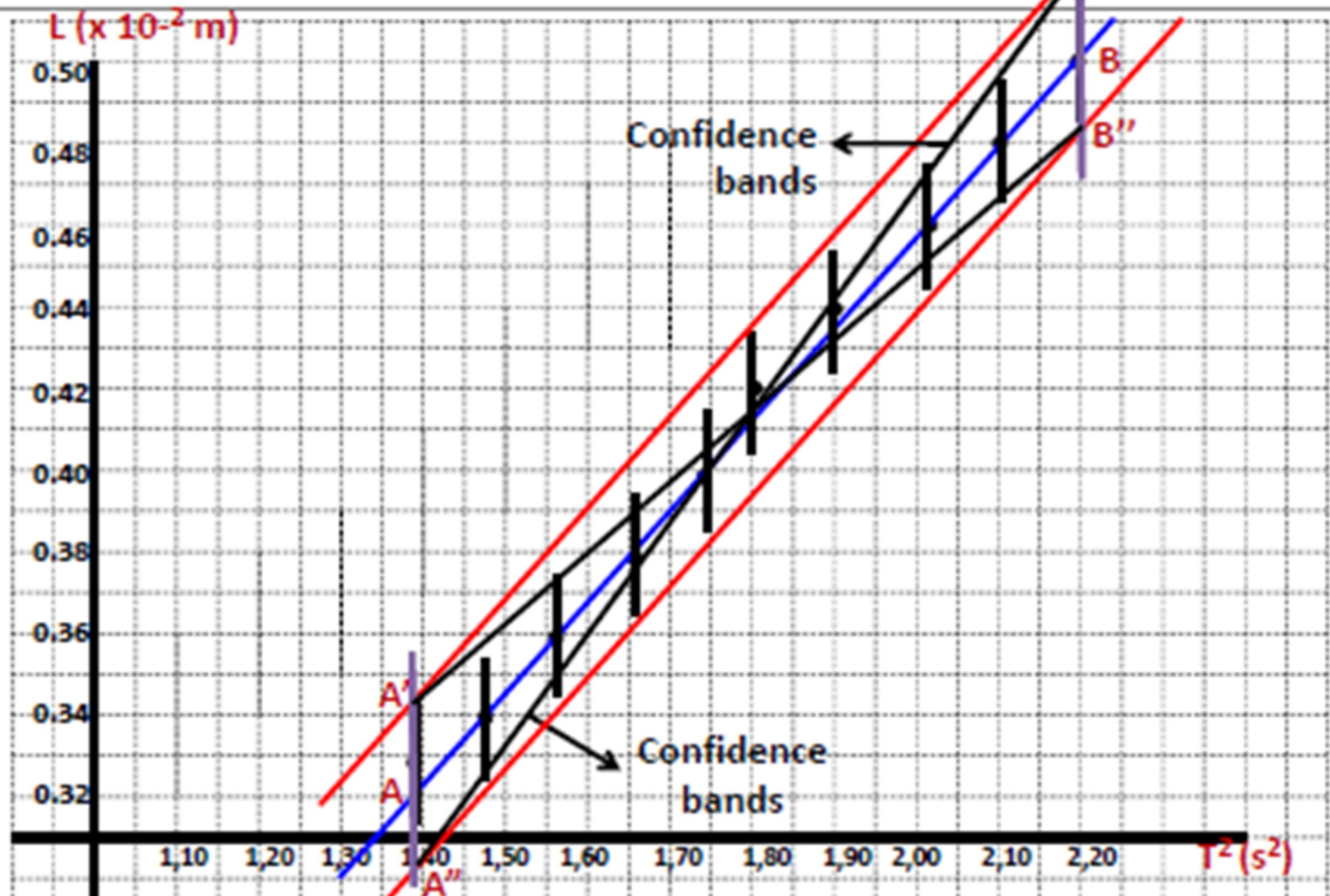
Buatlah simpangan pada setiap titik data. Simpangan disepakati pada 2 skala besar di milimeter block (jadi ke atas 1 skala dan ke bawah 1 skala. 1 skala di milimeter block adalah 10 skala kecil).



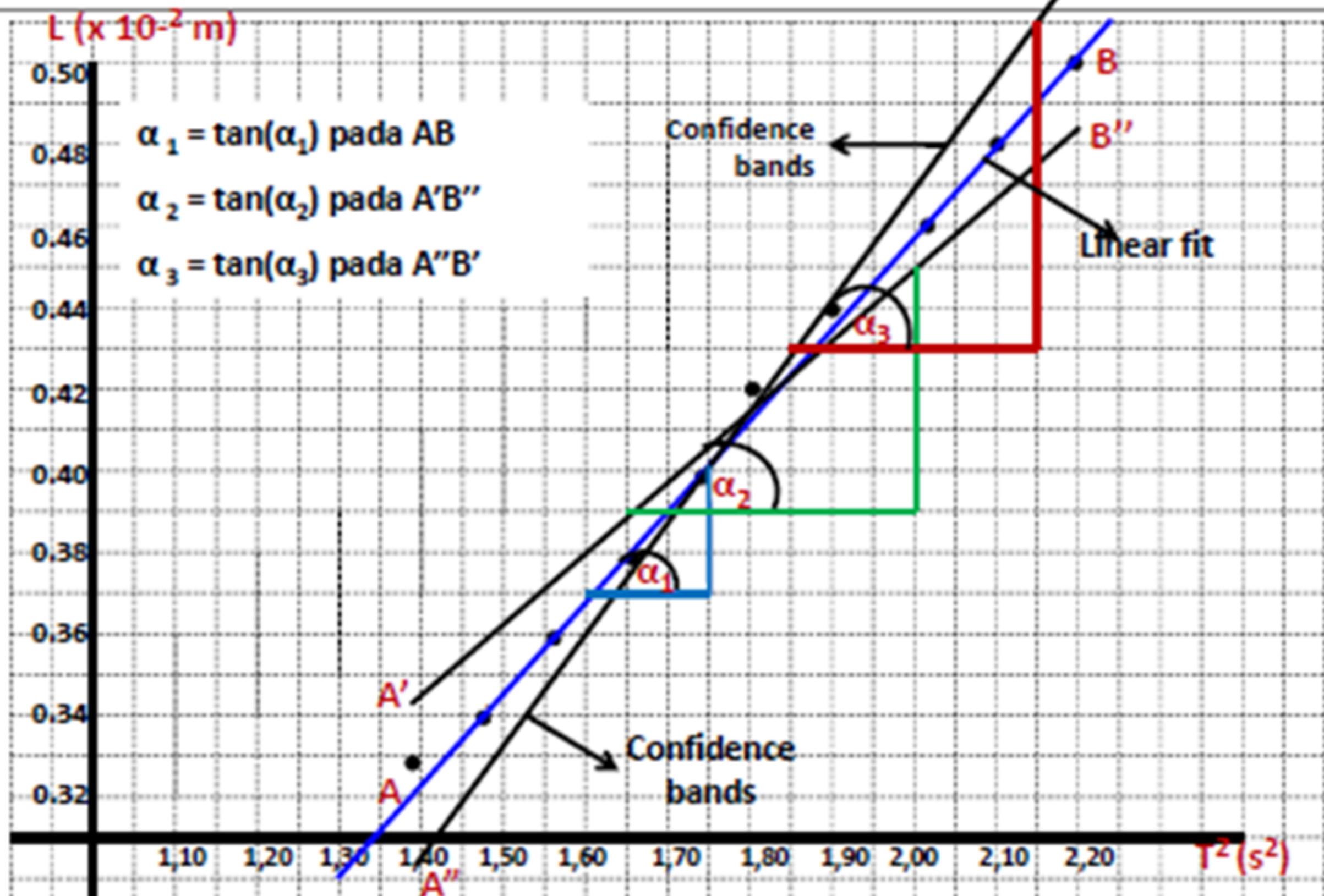
Selanjutnya tariklah garis sejajar yang menghubungkan simpangan terluar dari bagian atas dan bagian bawah fit linear



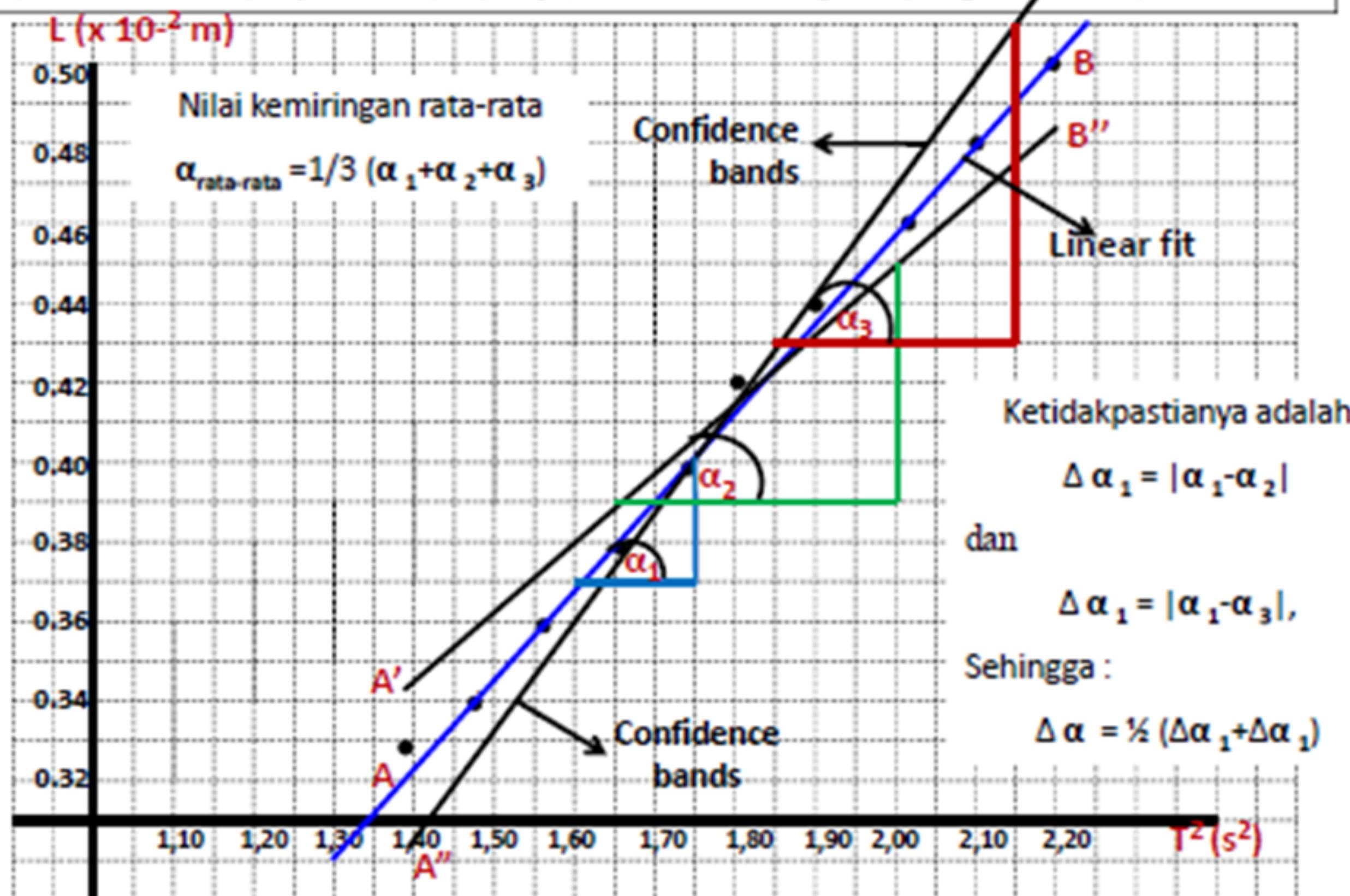
Kemudian dari garis sepanjang sumbu-y yang sama tariklah garis yang menghubungkan titik bawah dan titik atas antara prediction bands. Ingat, acuan ini harus mencakup semua data yang dilewati linear fit



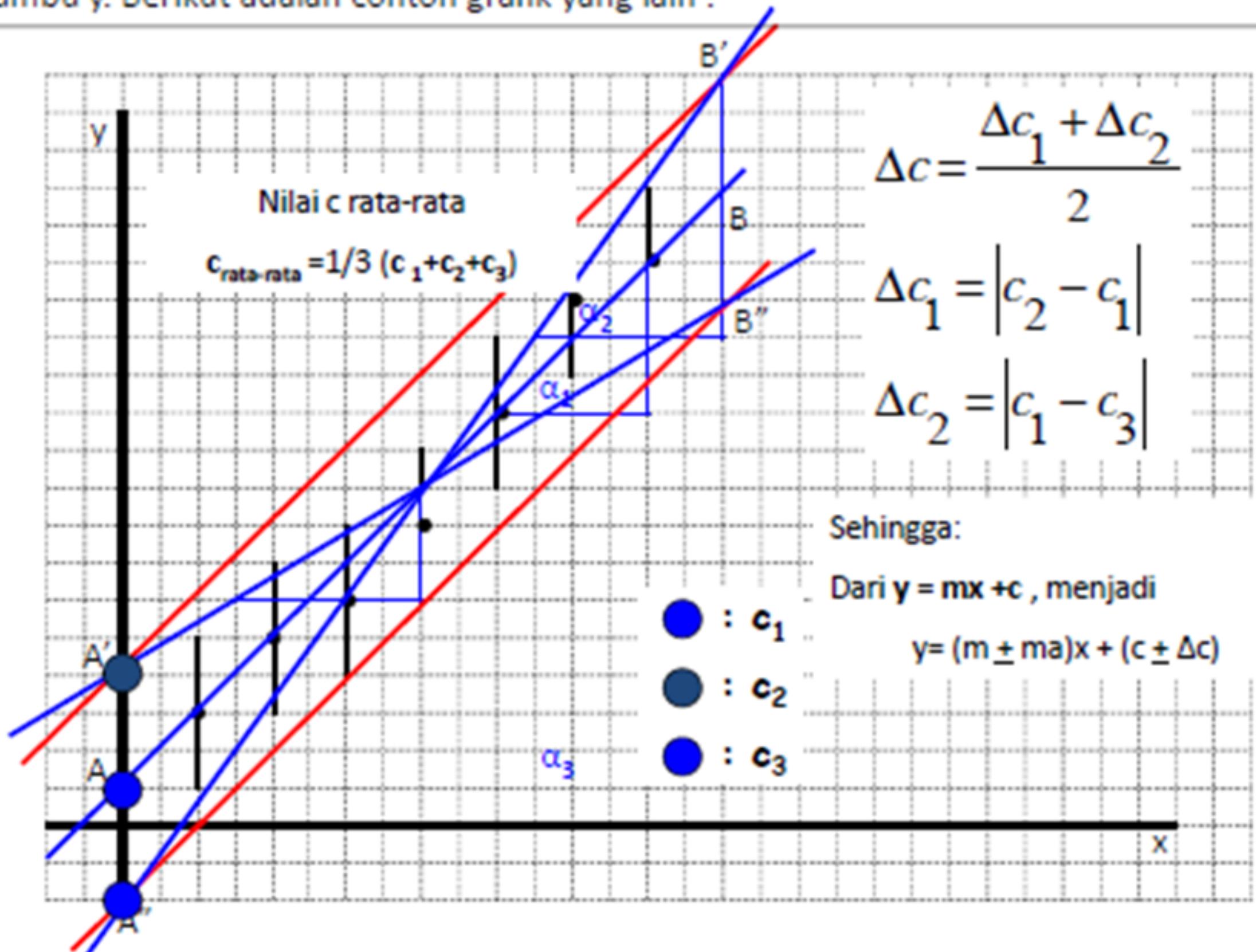
Menentukan harga α_1 , α_2 , dan α_3 yang merupakan sudut kemiringan dari setiap confidence bands dan linear fit yang terbentuk. Dalam gambar penghapusan garis hanya untuk memperjelas display saja, bukan berarti garis yang lain di hapus



Menentukan harga α_1 , α_2 , dan α_3 yang merupakan sudut kemiringan dari setiap confidence bands dan linear fit yang terbentuk. Dalam gambar penghapusan garis hanya untuk memperjelas display saja, bukan berarti garis yang lain di hapus

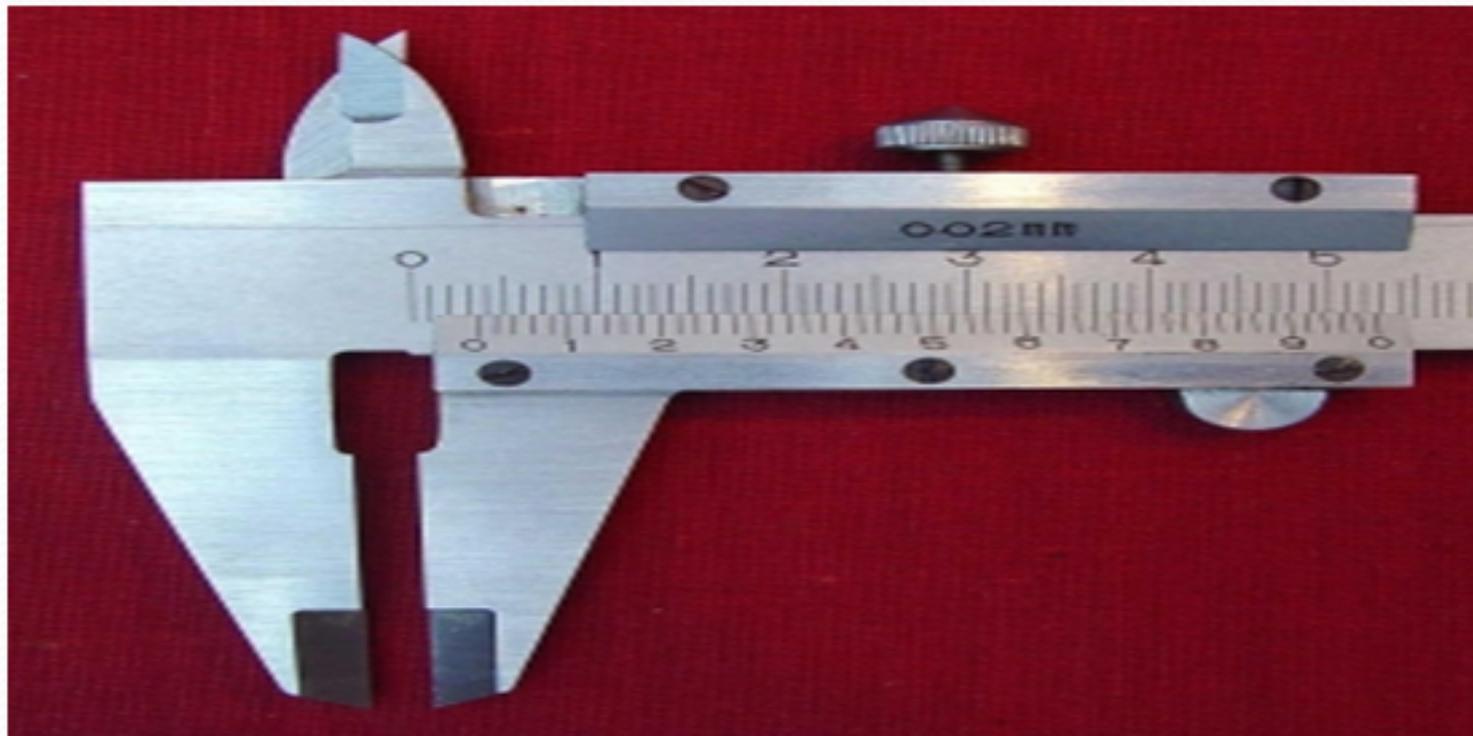


- Jika yang ingin di cari adalah titik potong dengan sumbu y, atau konstanta c dari persamaan $y = mx+c$, maka plot confidence bands dan linear fit hingga memotong sumbu y. Berikut adalah contoh grafik yang lain :



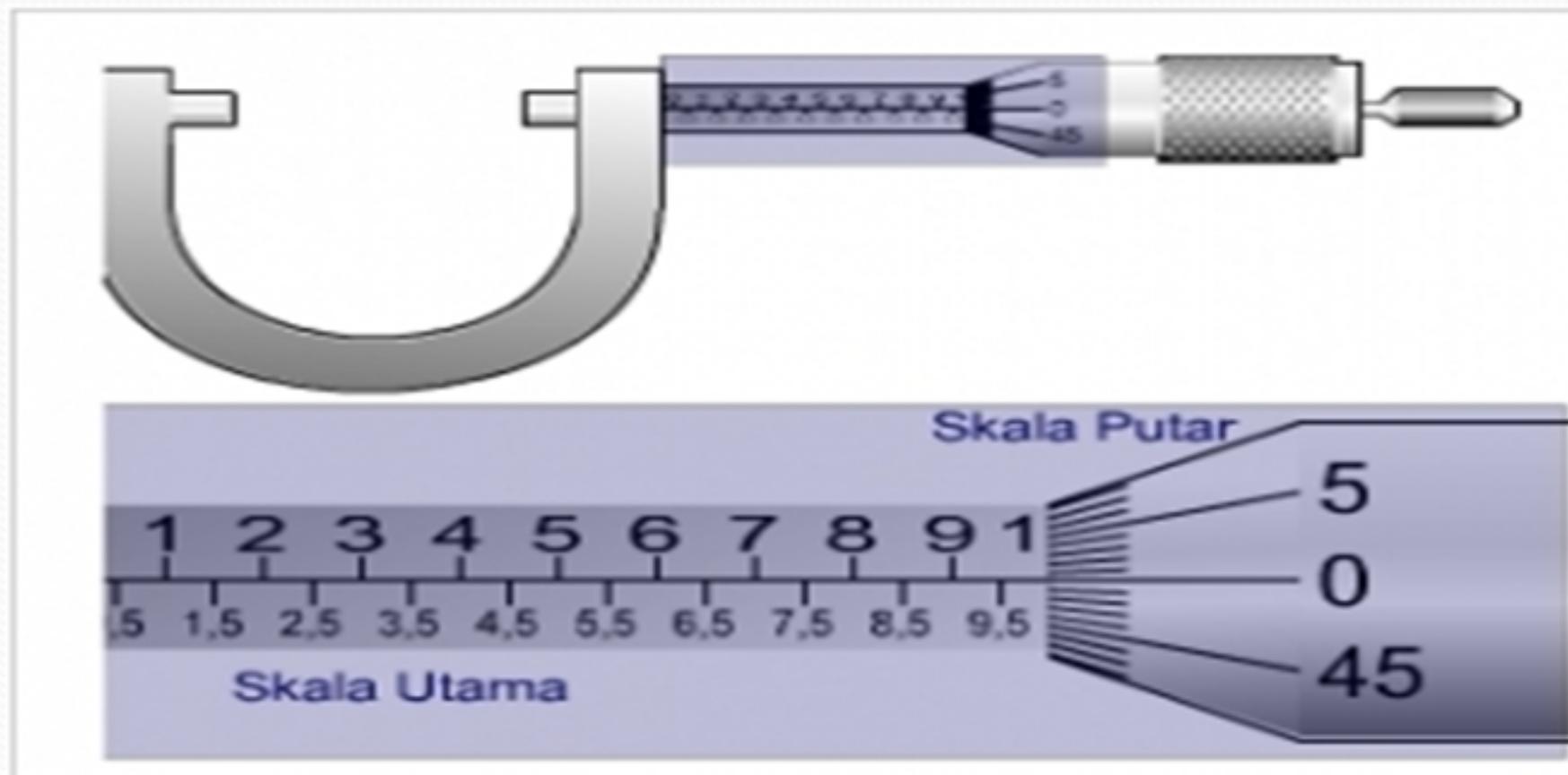
JANGKA SORONG

- Jangka sorong digunakan untuk mengukur suatu panjang benda mempunyai batas ketelitian 0,1 mm.



MIKROMETER SEKRUP

- Mikrometer sekrup digunakan untuk mengukur suatu panjang benda mempunyai batas ketelitian 0,01 mm.



Ralat didefinisikan sebagai ketidakpastian hasil pengukuran karena adanya keterbatasan ketelitian hasil pengukuran. Nilai terbaik terdiri dari nilai pasti dan nilai taksiran.

Nilai pasti ditunjukkan oleh angka yang tertera dalam alat ukur.

Nilai taksiran adalah angka hasil memperkirakan nilai pada skala alat ukur.

Darimana munculnya ketidakpastian atau ralat?

1. Ralat Sistematis

Ralat yang muncul dari serentetan pengukuran (pengukuran berulang) yang dilakukan dengan cara yang sama dan menghasilkan kesalahan yang sama.

Ralat sistematis muncul akibat keterbatasan dari alat ukur.

Ralat ini bisa dihilangkan dengan memperbaiki ketelitian skala alat ukur.

2. Ralat Random

Ralat yang terjadi akibat pengukuran berulang yang dilakukan dengan cara yang sama dan menghasilkan kesalahan yang berbeda-beda dari setiap pengukuran

Ralat random tidak bisa dihilangkan karena sumber ralatnya tidak hanya dari alat ukur.

Ralat random bisa diperkecil nilainya dengan cara meminimalkan pengaruh dari sumber ralat.

Ketelitian hasil ukur dipengaruhi oleh sumber-sumber ralat :

- 1. Subyek atau pengamat → ralat yang disebabkan oleh pelaku pengukuran atau penelitian.**
 - **Pembacaan skala alat ukur dengan cara yang salah.**
 - **Kondisi fisik pengamat**
 - **Efek psikologis.**
 - **Respon pengamat terhadap rangsang**