Pertemuan 1

HIMPUNAN

1.3.1. Definisi

a.Himpunan Kosong $\acute{\emptyset}$ adalah himpunan yang mempunyai nol anggota(tidak mempunyai elemen.)

b. Misalkan nϵN

Himpunan S dikatakan mempunyai n anggota jika ada suatu fungsi bijektif dari $N_n = \{1,2,3,..n\}$ ke S

c. Himpunan S dikatakan finite(hingga) jika S adalah himpunan kosong atau S mempunyai n anggota untuk suatu bilangan asli n.

d. Himpunan S dikatakan tak terhingga (infinite) jika S bukan merupakan berhingga

Hal 18

1.3.6. Definisi

a. Himpunan S dikatakan terbilang (denumerable) jika ada suatu fungsi bijektif dari N ke S.

b. Himpunan S dikatakan terhitung jika S hingga atau terbilang.

c. Himpunan S dikatakan takterhitung (uncountable)

jika S bukan himpunan terhitung

Contoh Bilangan hIngga

Z,N,Q,C,P,G,BILANGAN TAK HINGGA bilangan asli adalah bilangan tak hingga, bilangan genap, *HAND OUT Kuliah Analisis Nyata*

N bilangan terbilang.

N ke z

N ke bilangan Genap

N ke bilangan Ganjil

Himpunan Singleton himpunan yang memiliki satu anggota.

Perenungan berfikir serius atau ngantuk ya????

APAKAH SETIAP HIMPUNAN YANG TERBILANG MERUPAKAN HIMPUNAN TERHITUNG

JAWAB

Ya jelas definisi

Apakah setiap himpunan tak terbilang merupakan himpunan tak terhitungtidak ex himpunan kosongtak terbilanng tapi hingga jd terhitung

Apakah himpunan tak terhitung merupakan himpunan tak terbilang

Ya

APAKAH SETIAPHIMPUNAN TAK HINGGA MERUPAKAN HIMPUNNAN TAK TERBILANG

APAKAH SETIAP HIMPUNAN TAK TERHITUNG APAKAH DIA TAK HINGGA

YA

APAKAH YANG TAK HINGGA DIA TAK TERHITUNG

CONTOH HIMPUNAN **TAK TERHITUNG** ADALAH **R** DAN **I tak terhingga dan tak terbilang**

Tak terbilang bisa hingga bisa tak hingga.

1.3.13. Teorema Cantor's (matematikawan yg idenya tidak disetujui pembimbing, justru setelah meninggal idenya disetujui) tidak ada fungsi bijektif dari A ke P(A) /semua subset A

Jika A adalah sembarang himpunan maka jika ada surjektif A onto P(A) YAITU semua subset A

A=$\{1,2\}$ P(A)={himpunan kosong,1,2,A}

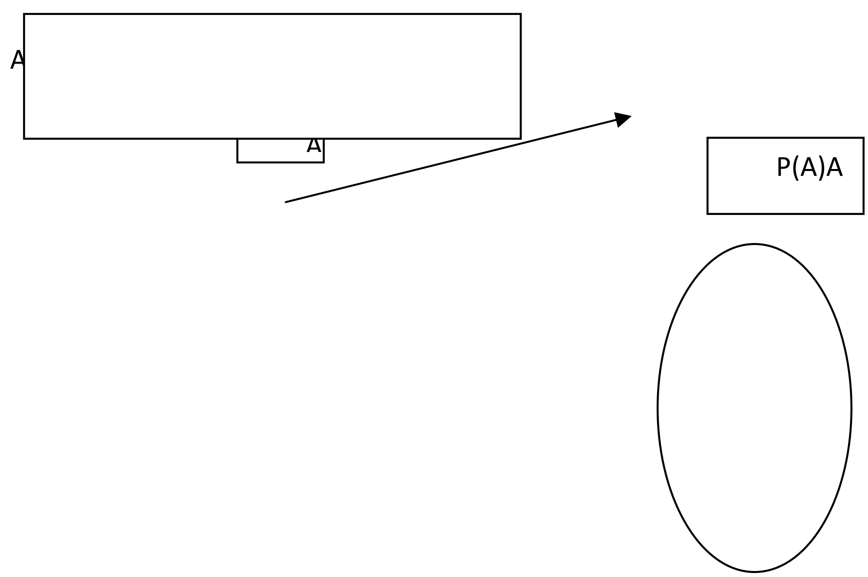
$$banyak\ anggota\ himpunan\ bagian = 2^n$$

A=N, P(N),tidak ada fungsi SURJEKTIF dari A ke P(A), OTOMATIS TIDAK bijektif dari A ke P(A)

P(N) himpunan tak HINGGA

Tak hingga yg paling sedikit N

BUKTI TIDAK LANGSUNG/REDUCTIO ASD ABSORDUM



I ELEMEN PSI(i) buikti

Andaikan ada fungsi psi dari A ke P(A) yang surjektif

A P(A)

a PSI (a) psi (a)subset A

a0 D=PSI (a0)

a ada 2 kemungkinan

1. a anggota subset psi (a)
2. a bukan anggota subset psi (a)

D =$D = \left\{ a \in \frac{A}{abukan} elemen\ psi\ a \right\}$,D subset A

Karena psi surjektif maka ada a0 elemen A SEDEMIKIAN SEHINGGA PSI a0=D

Q a0 ADA 2 KEMUNGKINAN

1. aoelemen D makaa0 elemen psi a0 maka a0 bukan elemen D
2. a0 bukan elemen D maka a0 bukan elemen psi a0 maka a0 elemen D

   a0 elemen D ekuivalen a0 bukan elemen D, a0 bukan elemen d maka a0 elemen d jadi kontradiksi

   jadi **pengandaian salah** TIDAK ADA FUNGSI SURJEKTIF DARI

PERTEMUAN 2

Hal 12

2.1.1.Sifat kealjabaran dari R

a. (R,+) merupkan grup komutatif

b. (R-{0},.) merupakan grup komutatif

c. Sifat distributive penjumlahan terhadap kali

Hal 25

2.1.5. Sifat Urutan darI R

Ada suatu subset dari R yaitu P+ tidak sama dgn 0, P=bilangan Prima,

Yang disebut himpunan bilangan2 Riil POSITIP YANG MEMENUHI sifat:

1.jika a,b elemen P positip maka a+b elemen P positip(BILANGAN Riil POSITIP)

2. jika a,b elemen positip maka a.b elemen p positip

3.sifat trikotomi

Jika a anggota R maka hanya tepat satu dari pernyataan berikut yang berlaku

a anggota P positip, a=0,-a anggota P positip

2.1.6.Definisi

Misalkan a,b anggota R

Jika a-b anggota P positip maka ditulis a>b atau b<a

A a anggota P+ jika hanya jika a-0 anggota P + jika hanya jika a>0

Bilangan real dikonstruksi dari bilangan asli, bilangan asli mengkonstruksi bilangan rasional, bilangan rasional dilengkapkan dengan bilangan irasional shg membentuk bilangan Riil

R=Q digabung I, (R,+)GRUP

APAKAH (Q,+) masih grup? Ya iyalah yaaw

(I,+)apakah masih grup? BUKAN LAH YOU, ELEMEN IDENTITA S YAITU 0 BUKAN ELEMEN I

(I,.)apakah masih grup?bukan elemen identitas 1 bkn elemen 1, tdk tertutup trhdp operasi kali . I kali I belum tentu I, $\sqrt{2}.\sqrt{2}=2$

(Q-0,.)masih grup

APAKAH SETIAP BILANGAN RASIONAL TIDAK BULAT JIKA DIKALIKAN RASIONAL TDK BULAT PASTI RASIONAL TDK BULAT?BELUM TENTU

5/6.6/5=1.DIKALI INVERS NYA

TIDAK BULAT DIKALI BULAT HASILNYA TIDAK BULAT?TIDAK SELALU

½ .1=1

TIDAK BULAT DIKUADRATKAN HASILNYA SELALU TIDAK BULAT?YA

BILANGAN BULAT APAKAH KUADRAT DARI BILANGAN BULAT,TIDAK SEMUA

EX=3. KUADRAT DARI AKAR 3

MKHLUK YG DIKUADRATKAN = 2 PASTI BUKAN BIL RASIONAL

2.1.4 TIDAK ADA BILANGAN RASIONAL r SEDEMIKIAN HINGGA r kuadrat=2

BUKTI

Andaikan ada bilangan rasional r dgn sifat rkuadrat=2

Karena r rasional maka ada p danq elemen Z sdmkn hingga r=p/q

Asumsi r>0

Karena r rasional maka ada p,q elemen bilanagan asli,sdmkn hingga r=p/q dan p,q relative prima(faktornya hanya bilangan itu sendiri dan 1)

ALGORITMA TABU SERACH PEWARNAAN

(p/q)kuadrat=pkuadrat/q kuadrat=2 maka pkuadrat=2qkuadrat,pkuadrat genap maka p genap

Dketahui

P genap ,p dan q relative prima maka q harus ganjil krn p genap,p relative prima

P genap maka ada k elemen N sdmkn shg p=2k

Pkuadrat=(2k)kuadtra=4k kuadrat

Pkuadrat=2qkuadrat maka

4k kuadrat =2qkuadrat sehingga qkuadrat genap maka q genap.

Pertemuan besok membahas

½ lebih besar dari 0

No 20 hal 30

No 21 hal 30

Well ordering property

Pertemuan 4 hal 35

Definisi Misalkan S himpunan bagian dari R dan S tidaks ama dengan himpunan kosong

Himpunan S dikatakan terbatas atas (bawah)jika ada bilangan real u(w) sedemikan sehingga s<= u ,s>=w untuk semua s elemen S.

Bilangan2 real yg bersifat seperti u disebut batas atas dari s

S={xelemen R/6<=x<12}

Batas atas =12 karena s<=12untuk semua s anggta S shg 12 batas atas,12 jg batas atas terkecil,(tdk hrs jd anggta s)

Supremum=batas atas terkecil

Anggota terbesar s yaitu maksimum

Apakah 11,9999999999999999????????

Bukan

Makhluk terbesar tidak ada

Maksimum pasti supremum

Tapi supremum belum tentu maksimum

2.3.6 HAL 37

SIFAT KELENGKAPAN R

Setiap himpunan yang terbatas atas mempunyai supremum di R

REMARK

$$\boldsymbol{T} \coloneqq \{\boldsymbol{r} \in \boldsymbol{Q} / \boldsymbol{-0} \leq \boldsymbol{r}, \boldsymbol{r^2} < 2\}$$

$$\boldsymbol{sup\ T}$$

$$= \boldsymbol{AKAR}\ 2, \boldsymbol{BUKAN\ ELEMN\ Q}, \boldsymbol{TAPI\ ELEMEN\ IMAKA\ SIFAT\ KLENGKAPAN\ TDK\ BERLAKU\ DI\ Q\ TETAPI\ DI\ R}$$

2.3.2.a. u=sup S

(1) u=b.a

Hari kamis

2.3.no 2. Dan no 5. h

Barisan Monoton

Contoh: n/n+1 monoton naik konvergen ke 1 ex:1/2,2/3,3/4,4/5,…

1/n monoton turun yang konvergen ke 0 ex 1,1/2,1/3,1/4,…

Carilah barisan yang monoton turun tapi tidak konvergen

-n

monoton naik tidak konvergen : 2n

Barisan Xn dikatakan monoton naik jika hanya jika xn<xn+1,untuk setiap n elemen bilanagan asli

Barisan Xn dikatakan monoton turun jika hanya jika xn>xn+1,untuk setiap n elemen bilanagan asli

Bukti:

Xn=n/n+1

Xn+1=n+1/n+2

n+1/n+2/n/n+1

$$\frac{\boldsymbol{n+1}}{\boldsymbol{n+2}} : \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{n+1}} =$$

$$\frac{\boldsymbol{n+1}}{\boldsymbol{n+2}} \boldsymbol{x} \frac{\boldsymbol{n+1}}{\boldsymbol{n}} = \frac{\boldsymbol{n^2+2n+1}}{\boldsymbol{n^2+2n}} > 1$$

Jadi terbukti bahwa $X_{n+1} > Xn$ **jadi terbukti barisannya naik**

2.barisan Xn=1/n

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n}} = \frac{n}{n+1} < 1$$

$$\textit{terbukti} \quad x_{n+1} < x_n$$

ATAU DENGAN

$$x_{n+1} > x_n$$

JIKA NAIK MAKA $x_{n+1} - x_n > 0$

JIKA turun MAKA $x_{n+1} - x_n < 0$

Contoh:

Misalkan xn adalah barisan bilangan real yang didefinisikan sbb:

X1=8,$x_{n+1} = \frac{1}{2}xn + 2$ **untuk setiap n elemen N**

X1=8, x2=2 1/16, 2 +1/ 2 1/16

X3=2+16/33

X4=2+1/74/33=2+33/74

…

Jadi ….

Pembuktian dengan induksi matematika

Benar untuk k=1

X1=8< x2=1/

Barisan suatu fungsi ()

Himpunan{}, yang punya infimum dan suprimum

Barisan monoton turun terbatas konvergen ke infimum.

Xn konvergen ke x

Xn+1 konvergen ke x

½ xn konvergen ke ½ x

BARISAN DAN SUB BARISAN

BARISAN	**SUB BARISAN**
KONVERGEN	KONVERGEN
MONOTON	MONOTON
TERBATAS	TERBATAS
TIDAK KONVERGEN	- (BELUM TENTU)
TIDAK MONOTON	- BELUM TENTU
TIDAK TERBATAS	**BELUM TENTU**

"SETIAP BARISAN BILANGAN REAL YANG TIDAK MONOTON MEMPUNYAI SUATU SUB BARISAN TIDAK MONOTON" PERNYATAAN YANG BENAR ‘"

"SETIAP BARISAN BILANGAN REAL YANG TIDAK MONOTON MEMPUNYAI SUATU SUB BARISAN MONOTON" PERNYATAAN YANG BENAR ‘"

"SETIAP BARISAN BILANGAN REAL YANG MONOTON MEMPUNYAI SUATU SUB BARISAN TIDAK MONOTON" PERNYATAAN YANG BENAR ‘"

3.4.7. "SETIAP BARISAN BILANGAN REAL MEMPUNYAI SUATU SUB BARISAN TIDAK MONOTON" PERNYATAAN YANG BENAR ‘"

MISALKAN (Xn) adalah barisan bilangan real.suku ke-m yakni Xm dari barisan X disebut suatu puncak (peak) jhj

$X_m \geq X_n \;\; untuk\ semua\ n \geq m.$

Contoh

(1/n)=(1,1/2,1/3,1/4,1/5,…)

1 puncak dari semua barisan

½ jg puncak

1/3 juga puncaK

1/n mempunyai tak hingga banyak puncak ….

Mempunyai berhingga puncak…missal puncakny xr1,xr2,…,xrm

Barisan;

Mempunyai 2 puncak

Tidak mempunyai puncak

Mempunyai tak berhingga puncak…

Mempunyai berhingga puncak

Missal puncakny xr1,xr2,…,xrm.. maka suku ke rm+1 yaitu Xrm+1 bukan puncak shg ad bil asli v1>rm+1 dan

Xv1>xrm+1

BARISAN YANG PUNYA 2 PUNCAK

Xn=(2,1,-(i/n) kuadrtat)

Buka hal 84

3.5.7.barisan kontraktif

Hal 64

3.1.3.Barisan konvergen

Hal

Barisan konvergen jika hanya jika dia Cauchy

Barisan kontraktif maka Cauchy maka konvergen

$$\left|\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+1}\right| \leq c\left|\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}\right|$$

HAND OUT Kuliah Analisis Nyata

Kelas p.mat swa penilaian

Usip 1 dan usip 2 20 % , tugas 30% ,uas 40%