



PEMBINAAN MENGHADAPI OLIMPIADE MATEMATIKA TINGKAT SMA

Disajikan dalam Workshop MGMP Matematika SMA/MA se-Kabupaten Bantul
di MAN Lab UIN Banguntapan Bantul,
16 Februari 2012

Oleh :

Nikenasih Binatari, M.Si

Dosen Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Universitas Negeri Yogyakarta

2012

PEMBINAAN MENGHADAPI OLIMPIADE MATEMATIKA TINGKAT SMA

1. Apa itu OLIMPIADE MATEMATIKA

Olimpiade matematika menjadi topik yang hangat dibicarakan oleh kalangan siswa maupun pendidik mulai tahun 2002. Hal ini bermula sejak Pemerintah melalui Departemen Pendidikan Nasional yang sekarang menjadi Kementrian Pendidikan Nasional menyelenggarakan Olimpiade Sains Nasional dengan matematika sebagai salah satu bidangnya.

Berbeda dengan ajang perlombaan matematika lainnya, olimpiade matematika mempunyai ciri tersendiri dalam hal tipe soal serta tehnik penilaian. Soal-soal yang sering dimunculkan lebih cenderung bersifat *tricky*. Untuk dapat menyelesaikan soal-soal olimpiade matematika, lebih diperlukan ide matematika yang kreatif daripada kemampuan dan kecepatan komputasi. Wiworo menyatakan bahwa ciri utama dari soal olimpiade matematika adalah bersifat non-rutin dan menekankan pada pemecahan masalah (*problem solving*). Oleh karena itu, soal-soal olimpiade matematika jarang ditemui didalam kelas.

2. Silabus OSN Matematika SMA

Terdapat 4 (empat) materi yang diujikan dalam OSN bidang Matematika, yaitu :

2.1 Teori Bilangan

- a. Bilangan bulat
- b. Keterbagian
- c. FPB
- d. KPK
- e. Faktorisasi Prima
- f. Persamaan Linear Diophantine
- g. Kongruensi
- h. Fungsi tangga

2.2 Aljabar

- a. System persamaan
- b. System pertidaksamaan
- c. Nilai mutlak
- d. Suku banyak

2.3 Geometri

- a. Trigonometri
- b. Segitiga

- c. Segiempat
- d. Lingkaran

2.4 Kombinatorik

- a. Prinsip pencacahan
- b. Prinsip rumah merpati
- c. Paritas

3. Tehnik Penyelesaian Masalah

Jika diperhatikan dengan seksama, soal-soal olimpiade mempunyai tipe yang berbeda dengan soal-soal yang biasa dipelajari di bangku sekolah. Soal-soal olimpiade biasanya cenderung membutuhkan trik, intuisi atau logika. Bagi di yang sudah lama tertarik dengan tipe soal-soal seperti tersebut di atas, tentunya tidak kesukaran dengan trik apa saja yang biasa digunakan. Bahkan, dapat pula dikerjakan dengan ide atau trik di sendiri. Lain halnya bagi siswa yang masih baru, hal ini tentu merupakan kesulitan besar bagi di. Berikut ini beberapa trik atau strategi memecahkan masalah-masalah soal olimpiade.

A. Tehnik melihat pola

Tehnik pertama yang dibahas di sini adalah tehnik melihat pola. Tehnik ini biasa digunakan untuk suatu percobaan berulang.

Contoh : Berapakah digit terakhir dari $3^{1001} \cdot 7^{1002} \cdot 13^{1003}$.

Pembahasan : Perhatikan bahwa bentuk di atas dapat ditulis pula dengan $(3 \cdot 7 \cdot 13)^{1001} \cdot 7 \cdot 13^2$.

Untuk mencari digit terakhir, kita hanya perlu memperhatikan perdi digit terakhir dari masing-masing bilangan. Oleh sebab itu kita hanya perlu menghitung operasi untuk digit terakhirnya saja.

$$3 \times 7 = 21 \text{ (digit terakhir 1)}$$

$$1 \times 13 = 13 \text{ (digit terakhir 3)}$$

Dari sini diperoleh bahwa $3 \times 7 \times 13$ menghasilkan digit terakhir 3. Hal ini berarti digit terakhir dari $(3 \times 7 \times 13)^{1001}$ merupakan digit terakhir dari 3^{1001} .

Selanjutnya, perhatikan pola berikut ini.

$$3$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = \dots 3$ (digit terakhir kembali ke 3 lagi, sehingga terjadi pengulangan)

Jadi, digit terakhir $(3 \times 7 \times 13)^{1001}$ merupakan digit terakhir untuk sisa pangkat atas pembagian 4.

Jelas bahwa 1000 habis dibagi 4, akibatnya sisa pembagian 1001 atas 4 yaitu 1. Jadi, digit terakhir untuk $(3 \times 7 \times 13)^{1001}$ adalah 3. Kemudian $3 \times 7 \times 13 \times 13$ menghasilkan digit terakhir 9.

B. Tehnik mendata

Untuk melakukan tehnik mendata, sangat diperlukan ketelitian. Terkadang tehnik ini mempermudah di dalam menyelesaikan soal jika di tidak mengingat rumus penyelesaian. Akan tetapi, perlu diperhatikan pula bahwa tehnik mendata, untuk beberapa kasus tertentu, justru menyita waktu mengerjakan soal.

Contoh :

Dalam penjumlahan berikut, tiap huruf menyatakan angka yang berbeda dengan H tak nol.

Menyatakan angka berapakah H , A dan E

$$\begin{array}{r} H E \\ H E \\ H E \\ \hline H E \\ A H \end{array} +$$

Pembahasan : Karena $4 \times HE < 100$ maka $HE < 25$.

Kemungkinan H yang memenuhi adalah 1 dan 2.

Untuk $H = 1 \rightarrow$ tidak mungkin. Alasannya karena satuan dari $4 \times E$ adalah H sedangkan tidak ada angka sehingga $4 \times$ bilangan tersebut memuat nilai satuan 1.

Jadi $H = 2$.

Selanjutnya dicari angka E sedemikian hingga 4 kalinya memuat digit terakhir 2.

$E = 3$ dan $E = 8$.

Untuk $H = 2$ dan $E = 3$ didapatkan $4 \times 23 = 92$. Jadi $A = 9$

Untuk $H = 2$ dan $E = 8$ tidak mungkin, alasannya syarat awal $HE < 25$.

C. Tehnik menggunakan variable

Dengan menggunakan variable, kita akan memperoleh lebih mudah memahami permasalahan. Hal ini dikarenakan, kita seolah-olah sudah mendapatkan jawabannya. Biasanya

bentuk soal yang menggunakan teknik ini adalah soal *counting*(menghitung) atau menentukan suatu bilangan.

Contoh :

Jika 2006 dapat dinyatakan dalam penjumlahan beberapa bilangan asli berurutan, tentukan bilangan terbesarnya.

Pembahasan : Misalkan ada sebanyak n buah bilangan dengan bilangan pertama a , maka beberapa bilangan asli tersebut adalah

$$a, a+1, a+2, \dots, a+n-1$$

Diketahui 2006 merupakan jumlahan bilangan-bilangan asli tersebut, maka dengan menggunakan rumus jumlahan deret aritmatika diperoleh

$$2006 = \frac{n}{2}(2a + n - 1)$$

Dari sini diperoleh bahwa n merupakan faktor dari 4012. Jadi, nilai n yang memenuhi adalah 1, 2, 4, 1003, 2006 dan 4012. Selanjutnya, karena bilangan-bilangan tersebut merupakan bilangan asli, maka a adalah bilangan bulat yang lebih besar dari 0.

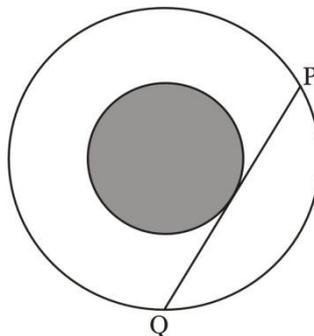
Jadi nilai untuk n yang memenuhi adalah 4 sehingga diperoleh $a = 500$. Bilangan-bilangan tersebut adalah 500, 501, 502 dan 503. Bilangan terbesarnya adalah 503.

D. Teknik menggunakan definisi, sifat atau dalil

Hal pertama yang dilakukan dalam menggunakan teknik ini yaitu mendata apa saja yang di ketahui dari soal. Dari definisi atau sifat-sifat yang di ketahui, kemudian tentukan manakah definisi atau sifat sesuai atau yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan.

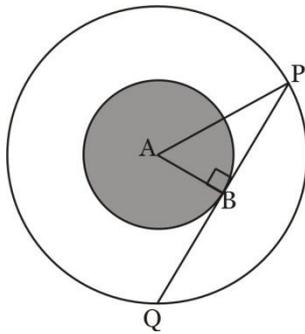
Contoh :

Pada gambar di bawah ini, jika $PQ = 8$ cm, carilah luas daerah yang tidak diarsir.



Pembahasan :

Perhatikan gambar berikut ini.



Dengan menggunakan teorema Pythagoras berlaku sifat

$$(AP)^2 - (AB)^2 = (BP)^2$$

Luas daerah yang tidak diarsir adalah luas lingkaran besar – lingkaran kecil.

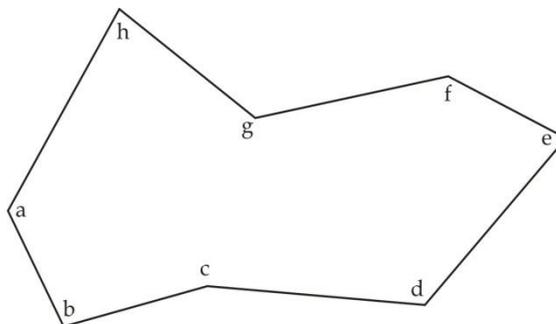
$$\begin{aligned} &= \pi(AP)^2 - \pi(AB)^2 \\ &= \pi((AP)^2 - (AB)^2) \\ &= \pi(BP)^2 \\ &= \pi 4^2 \\ &= 16\pi \end{aligned}$$

E. Teknik menggunakan bantuan

Bantuan yang dimaksud disini dapat berupa garis atau fungsi. Bantuan ini dimaksudkan untuk mempermudah menyelesaikan permasalahan. Berikut contoh soal yang dapat mudah diselesaikan dengan menggunakan bantuan garis.

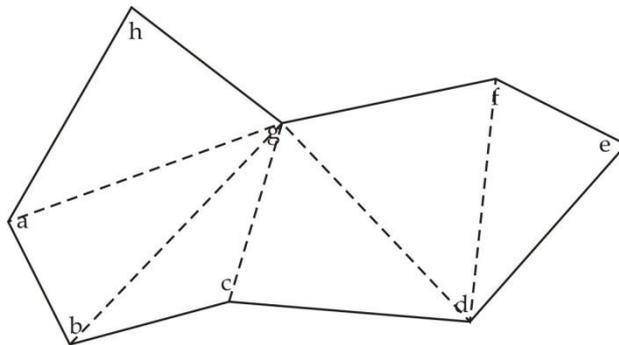
Contoh :

Hitunglah berapa jumlah sudut dalam bidang datar berikut ini.



Pembahasan :

Akan mudah menyelesaikan permasalahan di atas jika kita bentuk garis bantuan seperti di bawah ini.



Dari sini diperoleh bahwa jumlah kedelapan sudut bidang datar tersebut ekuivalen dengan jumlah sudut ke enam segitiga. Jadi, diperoleh $a + b + c + d + e + f + g + h = 6 \times 180^0 = 1080^0$.

Secara umum, jumlah sudut dalam bidang datar segi- n adalah $(n - 2) \times 180^0$.

F. Tehnik menerka atau coba-coba

Strategi yang akan kita bahas di sini adalah strategi menggunakan tehnik menerka atau coba-coba. Untuk lebih memahami tehnik ini, coba di perhatikan contoh berikut :

Contoh :

Suatu fungsi memenuhi persamaan berikut $\frac{10}{f(x-3)} + \frac{3}{f(10-x)} = \frac{130}{x^2}$. Berapakah nilai $f(7)$.

- a. -3 b. $-\frac{1}{3}$ c. $\frac{20}{313}$
d. $\frac{90}{139}$ e. tidak ada pembahasan yang benar.

Untuk dapat menyelesaikan permasalahan dengan jenis soal seperti ini, hal yang di lakukan biasanya adalah mencari persamaan fungsi tersebut. Akan tetapi, hal tersebut akan menjadi pekerjaan yang membutuhkan waktu yang lama dan bahkan tidak akan membantu di menyelesaikan soal tersebut. Sekarang, coba perhatikan pembahasan dengan tehnik menerka atau coba-coba berikut :

Pembahasan : Pada soal contoh 1.A.1 di atas, yang ditanyakan adalah berapakah nilai $f(7)$ bukan berapakah $f(x)$. Jadi, asalkan kita mendapatkan hasil $f(7)$ tanpa mengetahui bagaimanakah persamaan fungsinya, hal itu tentu tidak menjadi masalah.

ide . memunculkan $f(7)$ pada persamaan di atas.

Untuk $x = 10$, didapatkan $\frac{10}{f(10-3)} + \frac{3}{f(10-10)} = \frac{130}{10^2}$. Diperoleh $\frac{10}{f(7)} + \frac{3}{f(0)} = \frac{130}{100}$ (1)

Untuk $x = 3$, kita dapatkan $\frac{10}{f(3-3)} + \frac{3}{f(10-3)} = \frac{130}{3^2}$. Diperoleh $\frac{10}{f(0)} + \frac{3}{f(7)} = \frac{130}{9}$ (2)

Dari Persamaan (1) dan Persamaan (2) di atas, kita dapatkan dua buah persamaan atas $f(0)$ dan $f(7)$. Langkah selanjutnya dengan menggunakan Metode Eliminasi yaitu kalikan Persamaan (1) dengan 10 dan kalikan Persamaan (2) dengan 3.

$$\frac{10}{f(7)} + \frac{3}{f(0)} = \frac{130}{100} \left(\begin{array}{l} \times 10 \\ \times 3 \end{array} \right) \Rightarrow \frac{100}{f(7)} + \frac{30}{f(0)} = \frac{1300}{100} \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{10}{f(0)} + \frac{3}{f(7)} = \frac{130}{9} \left(\begin{array}{l} \times 10 \\ \times 3 \end{array} \right) \Rightarrow \frac{30}{f(0)} + \frac{9}{f(7)} = \frac{390}{9} \dots\dots\dots(4)$$

Bagi yang belum memahami metode Eliminasi, pada Bab III.F akan dipelajari apa yang dimaksud dengan metode Eliminasi.

Selanjutnya, jika Persamaan (3) dikurdigitn dengan Persamaan (4) didapatkan

$$\frac{100}{f(7)} - \frac{9}{f(7)} = \frac{1300}{100} - \frac{390}{9}. \text{ Diperoleh } \frac{91}{f(7)} = \frac{130}{10} - \frac{130}{3} = -\frac{390-1300}{30} = -\frac{910}{30} = -\frac{91}{3}.$$

Jadi, $f(7) = -3$. (A)

Nah, setelah mengenal beberapa tehnik yang digunakan, apakah di sudah mendapat kemudahan dalam mengerjakan soal-soal olimpiade. Apabila di masih kebingungan, tehnik manakah yang sesuai dengan soal yang di kerjakan, hal tersebut tidak perlu dirisaukan. Saran pertama yang perlu di lakukan adalah, cobalah mengerjakan soal (yang sudah ada pembahasannya) sebanyak-banyaknya. Semakin banyak referensi soal yang pernah di kerjakan, pemilihan tehnik yang tepat akan terbangun dengan sendirinya.

LATIHAN

1. Jika $15B2B$ habis dibagi 3 maka hasil kali semua bilangan B yang mungkin adalah
2. Nilai-nilai a, b dan c memenuhi persamaan-persamaan berikut ini $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{2}, \frac{bc}{b+c} = \frac{1}{3}, \frac{ac}{a+c} = \frac{1}{7}$. Tentukan nilai dari $(a-c)^b$.
3. Berapakah nilai dari $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2007}{2008!}$.

Keberhasilan siswa dalam suatu ajang olimpiade tentu saja tidak lepas dari peran serta guru atau pendampingnya.

A. Peran Guru

1. Menanamkan kemampuan dasar matematika
2. Menanamkan sikap dan kebiasaan
3. Mengidentifikasi siswa potensial
4. Memelihara potensi siswa

B. Hal-hal penting bagi guru sebagai pembina olimpiade

1. Harus mempunyai sikap ‘jangan bertindak sebagai guru’
2. Sebaiknya memposisikan diri sebagai pembina/pelatih
3. Harus dapat berperan sebagai motivator dan fasilitator

C. Kriteria Pembina Olimpiade

1. Mempunyai pengalaman dengan matematika dalam tingkat kecanggihan yang tinggi
2. Harus dapat memberikan masukan dan umpan balik ke siswa
3. Memiliki komitmen yang tinggi untuk membina

D. Beberapa kiat untuk berhasil dalam olimpiade

1. Manajerial
 - a. Mengerti sistem kompetisi olimpiade
 - b. Membentuk tim olimpiade sekolah
 - c. Membuat jadwal pembinaan
 - d. Membuat anggaran khusus untuk kegiatan pembinaan
 - e. Diperlukan kerja sama antara tim olimpiade, sekolah, komite sekolah, orang tua siswa, instansi terkait dan para pakar (perguruan tinggi)
2. Teknik
 - a. Mengerti materi yang diujikan dalam olimpiade
 - b. Penjaringan siswa berpotensi yang akan dibina harus pas
 - c. Melakukan pembinaan secara kontinu
 - d. Komitmen yang tinggi dari pembina (guru) dan peserta (siswa)
 - e. Pembina harus aktif menambah wawasan keilmuan matematika

- f. Siswa harus didorong untuk aktif mencari materi sendiri dari berbagai sumber (internet, buku, dll)
- g. Usahakan dalam pembinaan terjadi diskusi antara siswa dan pembina mengenai materi yang sedang dibahas