Pembelajaran Modul e-Learning

e-Learning MEKANIKA TEKNIK 01

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
faqih_maarif07@uny.ac.id
+6285643395446

Penelitian ini dibiayai oleh DIPA BLU Universitas Negeri Yogyakarta Tahun 2012 Sesuai dengan Surat Perjanjian Pelaksanaan Penelitian Dosen Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta Tahun 2012
Nomor Kontrak: 1407.15/H34.15/PL/2012 Tanggal 02 Mei 2012

JURUSAN PENDIDIKAN TEKNIK SIPIL DAN PERENCANAAN
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
TAHUN 2012

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke Hadirat Allah S.W.T. karena berkat Rahmat dan Hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan Modul e Learning Mekanika Teknik ini. Dalam penyusunannya, Penulis mendapatkan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, Penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberi bantuan dalam pelaksanaan penulisan ini.
2. Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan FT UNY terutama Bapak dan Ibu Dosen, serta mahasiswa yang terlibat dalam penulisan ini.
3. Berbagai pihak yang belum tersebut di sini

Dengan menyadari bahwa "Tiada gading yang tak retak", maka Penulis mengharapkan saran dan kritikan yang membangun guna penyempurnaan Modul ini.

Akhirnya penulis berharap semoga Modul e-learning ini memberikan manfaat bagi kita semua. Amin

Yogyakarta, Desember 2012

Penulis

DAFTAR ISI

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

DAFTAR GAMBAR

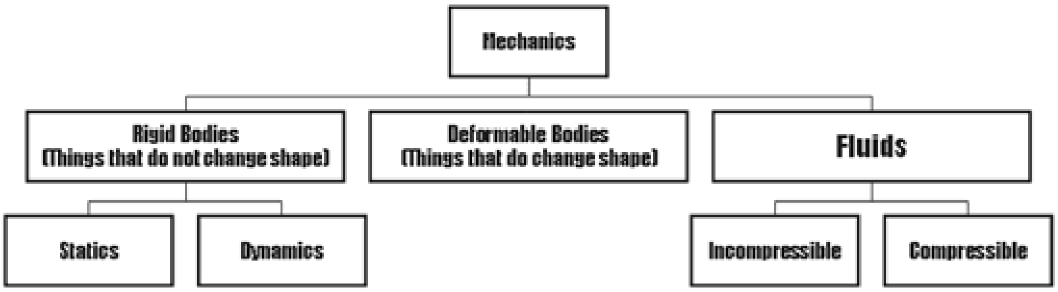
Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

01 Konsep Dasar

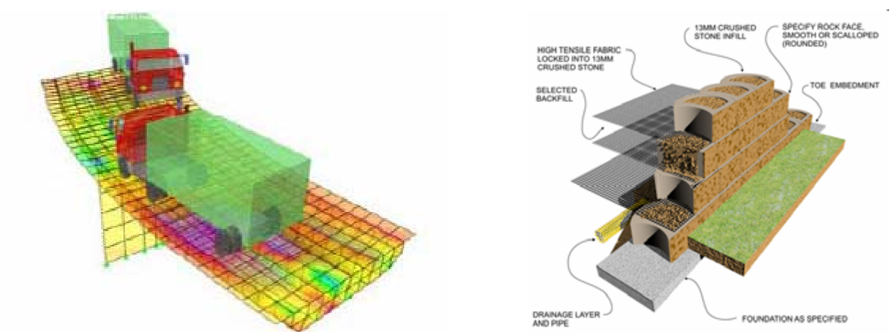
A. Konsep Dasar

Cabang Ilmu Fisika yang berbicara tentang keadaan diam atau geraknya benda-benda yang mengalami kerja atau aksi gaya



Gambar 7. Bagan cabang Ilmu Mekanika Teknik I

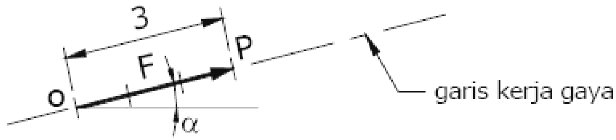
Suatu kendaraan yang terletak di atas suatu jembatan. Beban Roda Pada Jembatan Tersebut adalah suatu beban atau gaya.



Gambar 8. Contoh daya dalam pada struktur Jembatan dan turap

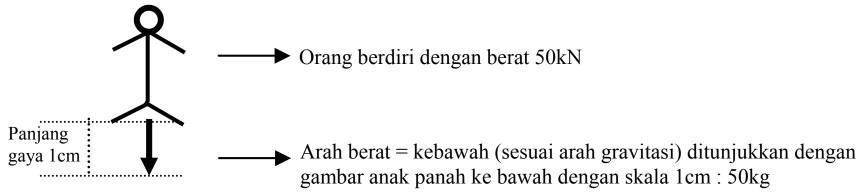
Gaya adalah sesuatu yang menyebabkan deformasi pada suatu struktur. Gaya mempunyai besaran dan arah, digambarkan dalam bentuk vektor yang arahnya ditunjukkan dgn anak-panah, sedangkan panjang vektor digunakan untuk menunjukkan besarannya.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta



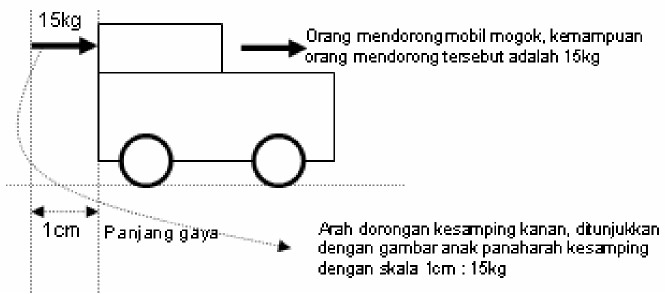
Gambar 9. Gaya yang mempunyai sudut kemiringan α

Apabila terdapat bermacam-macam gaya bekerja pada suatu benda, maka gaya-gaya tersebut dapat digantikan oleh satu gaya yang memberi pengaruh sama seperti yang dihasilkan dari bermacam-macam gaya tersebut, yang disebut sebagai resultan gaya. Gaya adalah VEKTOR yang mempunyai besar dan arah. Penggambaranya biasanya Berupa Garis dengan panjang sesuai dengan skala yang di tentukan.

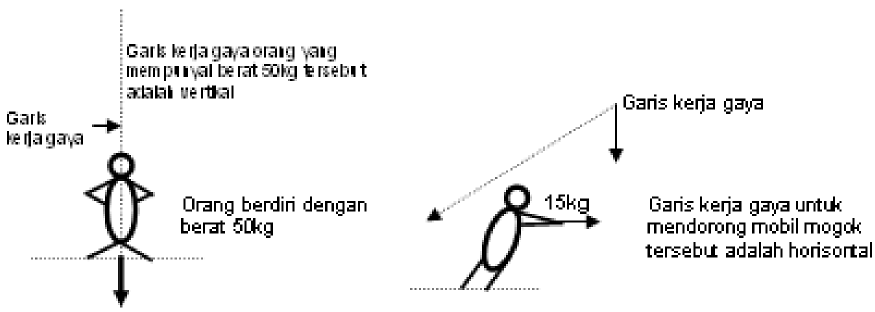


Gambar 10. Analogi gaya pada manusia

Jadi, 50 kN adalah gaya yang diakibatkan oleh orang berdiri tersebut dengan arah gaya ke bawah yang diwakili sebagai gambar anak panah dengan panjang 1 cm, karena panjang 1cm setara dengan berat 50kN.



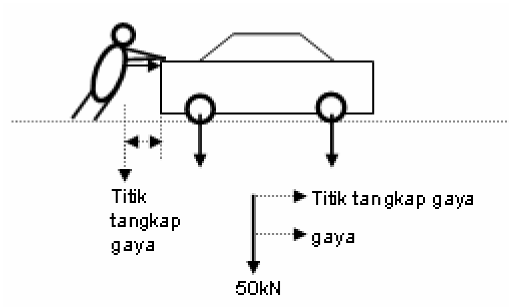
Gambar 11. Garis kerja gaya adalah garis lurus yang melewati gaya



Gambar 12. Analogi garis kerja gaya

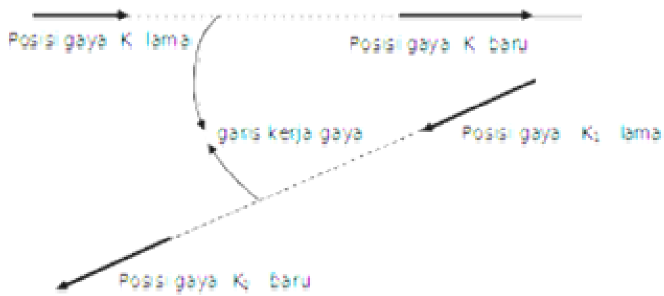
Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Titik tangkap gaya adalah titik awal bermulanya gaya tersebut. Mobil mogok di atas jembatan, roda mobil serta tumpuan tangan orang yang mendorong adalah merupakan titik tangkap gaya.



Gambar 13. Analogi gaya dan titik tangkap gaya

Gaya dan titik tangkap bisa dipindah-pindah, asal masih dalam daerah garis kerja gaya, seperti disajikan pada Gambar 8 di bawah ini.



Gambar 14. Perpindahan gaya dan titik tangkap gaya

B. Macam Gaya

Dalam ilmu analisis struktur, gaya dibagi menjadi 3 (tiga), diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Gaya Koplanar adalah bila gaya-gaya bekerja dalam garis kerja yang satu bidang datar.
2. Gaya Konkuren adalah bila gaya-gaya yang kerjanya berpotongan pada sebuah titik.
3. Gaya Kolinier adalah bila gaya-gaya mempunyai garis kerja dalam satu garis lurus.

Dalam Mekanika Teknik, hanya dibahas gaya yang terletak dalam satu bidang (*Koplanar*).

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

C. Vektor Resultan

Sejumlah gaya yang bekerja pada suatu struktur dapat direduksi menjadi satu resultan gaya, maka konsep ini dapat membantu di dalam menyederhanakan permasalahan. Menghitung resultan gaya tergantung dari jumlah dan arah dari gayagaya tersebut.

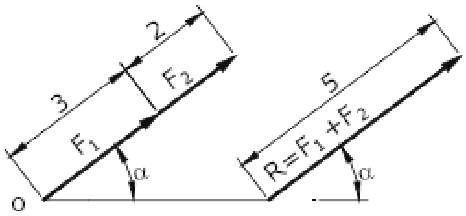
Beberapa cara atau metode untuk menghitung resultan gaya, yaitu:

1. Metode penjumlahan dan pengurangan vektor gaya.
2. Metode segitiga dan segi-banyak vektor gaya.
3. Metode proyeksi vektor gaya.

Untuk lebih jelasnya, berikut diuraikan masing-masing komponen tentang metode/cara untuk mencari resultan gaya.

1. Metode penjumlahan dan pengurangan vektor gaya

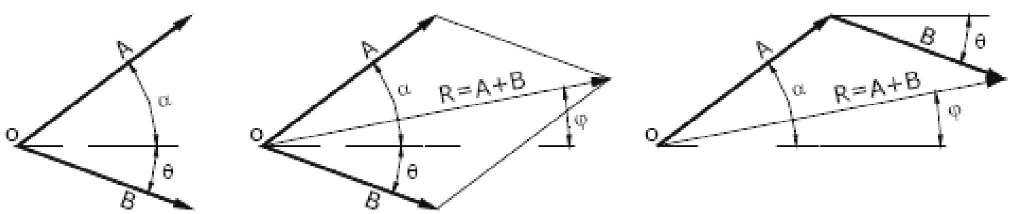
Metode ini menggunakan konsep bahwa dua gaya atau lebih yang terdapat pada garis kerja gaya yang sama (segaris) dapat langsung dijumlahkan (jika arah sama/searah) atau dikurangkan (jika arahnya berlawanan).



Gambar 15. Penjumlahan vektor searah dan segaris menjadi resultan gaya R

2. Metode segitiga dan segi-banyak vektor gaya

Metode ini menggunakan konsep, jika gaya-gaya yang bekerja tidak segaris, maka dapat digunakan cara Paralellogram dan Segitiga Gaya. Metode tersebut cocok jika gaya-gayanya tidak banyak.

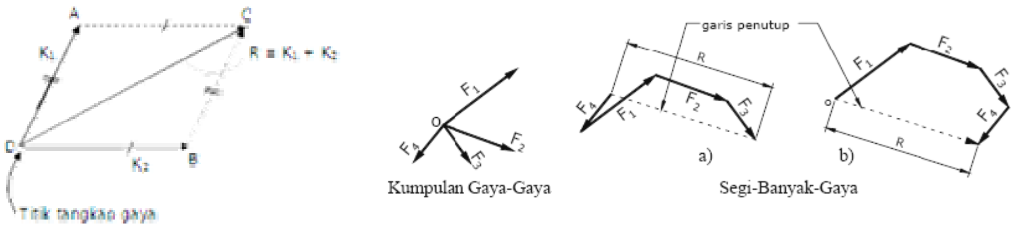


Gambar 16. Resultan dua vektor gaya yang tidak segaris.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Namun jika terdapat lebih dari dua gaya, maka harus disusun suatu segibanyak (poligon) gaya. Gaya-gaya kemudian disusun secara berturutan, mengikuti arah jarum jam.

3. Metode segitiga dan segi-banyak vektor gaya

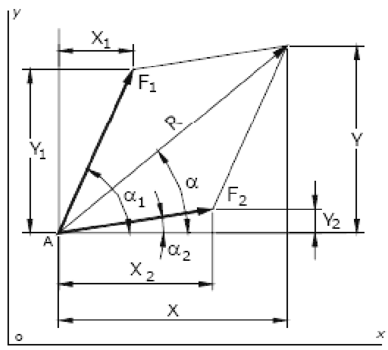


Gambar 17. Resultan dari beberapa vektor gaya yang tidak searah.

Jika telah terbentuk segi-banyak tertutup, maka penyelesaiannya adalah tidak ada resultan gaya atau resultan gaya sama dengan nol. Namun jika terbentuk segibanyak tidak tertutup, maka garis penutupnya adalah resultan gaya.

4. Metode proyeksi vektor gaya

Metode proyeksi menggunakan konsep bahwa proyeksi resultan dari dua buah vektor gaya pada setiap sumbu adalah sama dengan jumlah aljabar proyeksi masing-masing komponennya pada sumbu yang sama. Sebagai contoh dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 18. Proyeksi Sumbu

Xi dan *X* adalah masing-masing proyeksi gaya *Fi* dan *R* terhadap sumbu x. sedangkan *Yi* dan *Y* adalah masing-masing proyeksi gaya *Fi* dan *R* terhadap sumbu y. dimana

Xi = Fi. Cos α_i; X = R. cos α_i; maka X $= \Sigma X_i$

Yi = Fi. Sin α_i; Y = R. sin α_i; maka Y $= \Sigma Y_i$

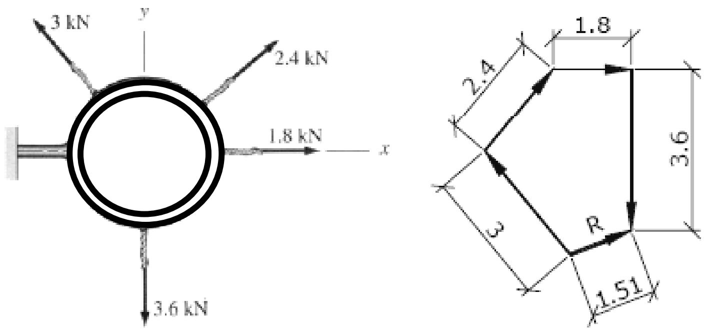
Dengan demikian metode tersebut sebenarnya tidak terbatas untuk dua buah vektor gaya, tetapi bisa lebih. Jika hanya diketahui vektor-vektor gaya dan akan dicari resultan gaya, maka dengan mengetahui jumlah kumulatif dari komponen proyeksi sumbu, yaitu X dan Y, maka dengan rumus pitagoras dapat dicari nilai resultan gaya (R), dimana:

$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ dan $\alpha = arc\ \tan \frac{X}{Y}$

D. Contoh Soal dan Penyelesaian

1. Soal Pertama

Contoh pertama, diketahui suatu benda dengan gaya-gaya seperti terlihat pada Gambar 8 sebagai berikut. Ditanyakan : Tentukan besar dan arah resultan gaya dari empat gaya tarik pada besi ring.



Gambar 19. Contoh soal pertama.

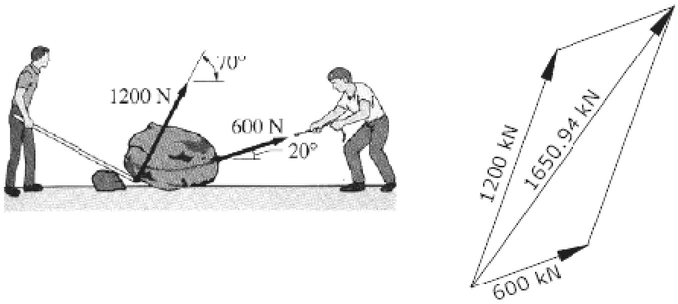
2. Soal Kedua

Contoh kedua, diketahui dua orang seperti terlihat pada Gambar 9, sedang berusaha memindahkan bongkahan batu besar dengan cara tarik dan ungkit.

Ditanyakan:

Tentukan besar dan arah gaya resultan yang bekerja pada titik bongkah batu akibat kerja dua orang tersebut.

Jawaban:



Gambar 20. Contoh soal kedua.

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

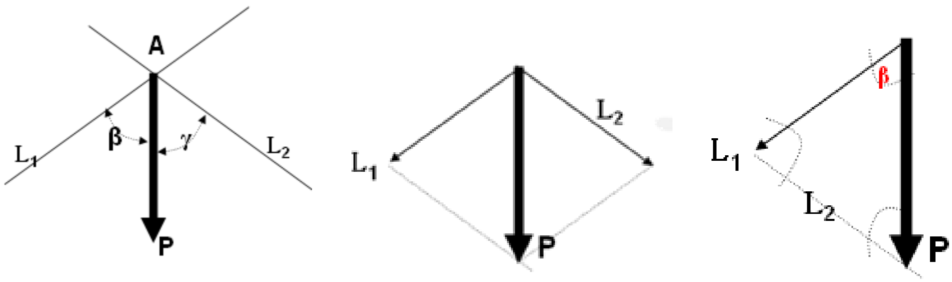
Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

□□□□□ 02
Penguraian Gaya

A. Metode penguraian gaya batang dengan cara grafis

1. Membagi sebuah gaya menjadi dua buah gaya yang konkruen

Secara grafis dapat dilakukan dengan jajaran genjang gaya atau segitiga gaya.



Gambar 21. Pembagian gaya dengan jajaran genjang dan segitiga

Secara analitis dapat dirumuskan sebagai berikut ini:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

bila salah satu sisinya (gaya yang akan dibagi) diketahui besarnya dan besar sudut dalam diketahui, maka panjang (besarnya) sisi yang lain dapat diketahui.

2. Contoh Soal dan penyelesaian

Diketahui gaya P = 10kN akan dibagi menjadi dua gaya yang bergaris kerja L_1 dan L_2 seperti pada Gambar XXX di bawah ini. Diminta menentukan besar dan arah gaya komponen (P_1 dan P_2)

Penyelesaian:

Perhitungan cara grafis dapat dilihat pada Gambar XXX di bawah. Besarnya gaya komponen P1 dan P2 dapat dihitung dengan mengalikan panjang garis masing-masing terhadap skala gaya 4kN : 1cm.

Diperoleh P_1 = 1,9. 4 = 7,2kN; P_2 = 2,4. 4 = 9,2kN.

Cara analitis:

$$\frac{P_1}{\sin\beta} = \frac{P_2}{\sin\gamma} = \frac{P}{\sin\alpha}$$

$\beta = 45^O$; $\gamma = 90^O - 30^O = 60^O$

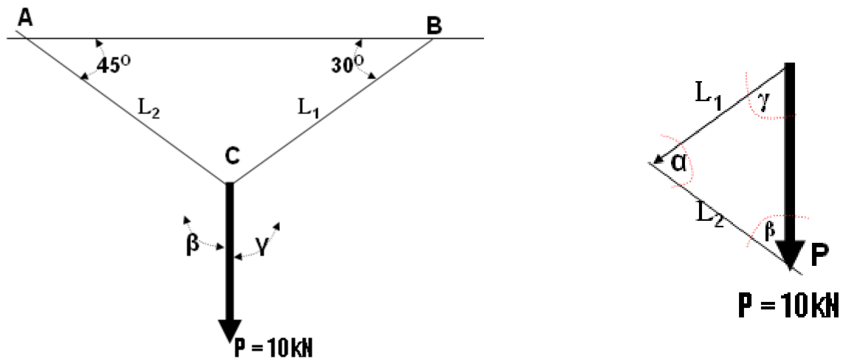
$\alpha = 180^O - 45^O - 60^O = 75^O$

Menghitung P_1

$$\frac{P_1}{\sin 45^O} = \frac{P}{\sin 75^O} \rightarrow P_1 = \frac{\sin 45^O}{\sin 75^O}$$

Menghitung P_2

$$\frac{P_2}{\sin 60^O} = \frac{P}{\sin 75^O} \rightarrow P_2 = \frac{\sin 60^O}{\sin 75^O}.10 = 8{,}97kN$$



Gambar 22. Membagai gaya dengan cara grafis

B. Membagi sebuah gaya menjadi dua buah gaya yang tidak konkruen

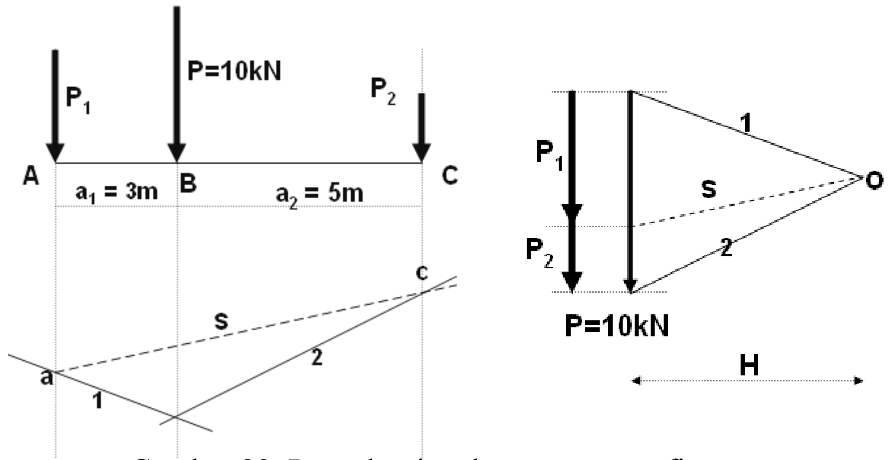
Gaya sebesar 10kN seperti pada Gambar 22 di bawah ini akan dibagi menjadi P_1 dan P_2, yang garis kerjanya masing-masing melalui A dan C.

Penyelesaian dengan cara Grafis:

1. Gambarlah garis verja gaya P, P1 dan P2 dengan skala jarak antar garis kerja yang tertentu, misalnya dibuat skala 1cm : 1m.
2. Gambar gaya P = 10kN dengan skala tertentu juga, misalkan 1cm: 4kN; tentukan titik kutub O (sembarang). Usahakan jarak kutub itu sedemikian rupa sehingga lukisan poligon batang nantinya tidak terlalu tumpul dan tidak terlalu runcing.
3. tarik garis 1 melalui pangkal gaya P = 10kN dan melalui titik O.
4. lukis garis I sejajar garis 1, yang memotong garis verja gaya P_1 dan gaya P.

5. lukis garis 2 melalui ujung P = 10kN dan melalui titik O
6. lukis garis II sejajar garis 2, yang melalui perpotongan garis I dan garis verja P, dan melalui garis verja P_2.
7. lukis garis S yang melalui titik potong antara garis kerja P_1 dan garis I, dan melalui titik potong antara garis P_2 dan garis 2.
8. lukis garis S sejajar garis S yang melalui titik kutub dan memotong gaya P =10kN.

setelaha selesai langkah lukisan di atas, selanjutnya hádala mengukur panjang garis yang menyatakan besarnya P_1 dan P_2. besarnya P_1 diukur dari pangkal gaya P = 10kN sampai dengan perpotongan garis S dengan gaya P sampai dengan ujung gaya P. hasil pengukuran tersebut kemudian dikalikan dengan skala gaya yang digunakan. Dalam persoalan ini diperoleh gaya P_1 = 1,5.4 = 6kN; dan gaya P2 = 1. 4 = 4kN.



Gambar 23. Penyelesaian dengan cara grafis.

Cara Analitis

Dengan menggunakan statis momen, "momen resultan = jumlah momen komponennya"

Statis Momen Terhadap TITIK A.

P. a_1 = P_2. L $\quad P_2 = \dfrac{P.a_1}{L} = \dfrac{10.3}{8}\ 3{,}75\ kN$

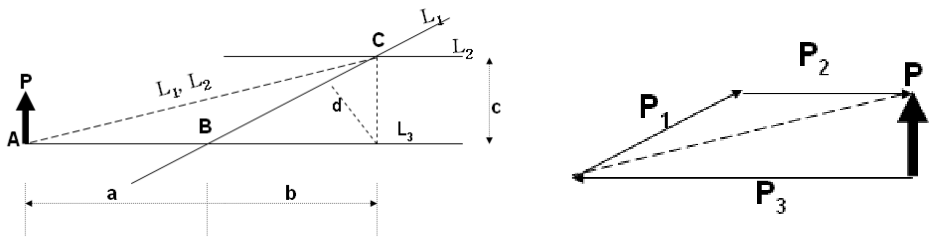
Statis momen terhadap titik C.

P. a_2 = P_1. L $\quad P_2 = \dfrac{P.a_2}{L} = \dfrac{10.5}{8}\ 6{,}25\ kN$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

C. Membagi atau mengganti sebuah gaya menjadi tiga buah gaya yang tidak konkruen

Misalnya gaya P akan diganti menjadi gaya P1, P2 dan P3 yang telah ditentukan garis kerjanya.



Gambar 24. Pembagian gaya menjadi tiga buah gaya yang tidak konkruen

Usaha pertama adalah membuat gaya-gaya tersebut menjadi konkruen. Dalam membuat konkruen tidak dapat dilakukan sekali, tetapi harus dilakukan dua kali. Dalam hal ini, carilah lebih dahulu titik-titik pertemuan antara garis verja gaya yang diganti dengan salah satu garis verja gaya pengganti, misalnya titik petemuannya di A. kemudian agar diperoleh titik tangkapyang konkruen, maka dua garis kerja gaya pengganti yang lain disatukan menjadi sebuah garis verja (garis kerja persekutuan)., misalnya titik pertemuan antara dua gaya pengganti tersebut di C. garis yang menghubungkan titik A dengan titik C merupakan garis verja persekutuan yang dimaksud di atas, dan membuat gaya diganti dengan ketiga gaya penggantinya yang konkruen. Dari tiga garis verja gaya yang konkruen inilah dapat dilukis penggantian P3 dan sebuah gaya persekutuan (Panduan P_1 dan P_2). Selanjutnya gaya persekutuan ini diganti menjadi gaya P1 dan P2. jadi, ketiga gaya pengganti telah diketahui semuanya, besarnya tinggal mengukur pajang garisnya dikalikan dengan skala gaya yang digunakan.

Mengganti atau membagi sebuah gaya menjadi tiga buah gaya yang tidak konkruen ini merupakan dasar ***metode cullman*** dalam menghitung besarnya gaya batang pada konstruksi rangka.

Cara analitis

Karena gaya-gayanya tidak konkruen, maka untuk menghitung gaya yang Belem diketahui, digunakan “Status Momen”. Pemilihan titik yang dipakai pusat momen harus diperhatikan sedemikian sehingga dalam sebuah persamaan hanya mengandung sebuah bilangan yang Belem diketahui. Pada persoalan di atas, dipilih dahulu titik C sebagai pusat momen, sehingga dapat dihitung gaya P_3 (bila dipilih titik A sebagai pusat momen, maka ada dua bilangan yang Belum diketahui, yaitu P_1 dan P_2).

Statis momen terhadap titik C.

P. (a+b) = -P_3. c → P_3 dimisalkan arañilla ke kanan

$P_3 = \dfrac{P(a+b)}{c}$ → berarti arah P_3 sebenarnya ke kiri.

Statis momen terhadap titik B.

P. a = P_2. c → P_2 dimisalkan arahnya ke kanan

$P_2 = \dfrac{P.a}{c}$ → Berarti arah P_2 yang benar ke kanan

Statis momen terhadap titik D,

P (a+b) = P_2. c + P_1 . d → P_1 dimisalkan arahnya ke atas.

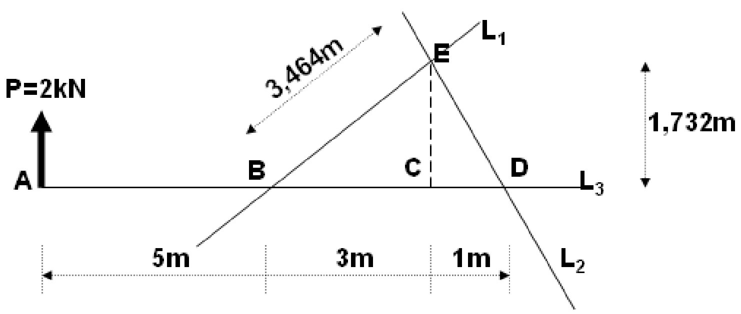
$$P_1 = \frac{P.(a+b) - P_2.c}{d}$$

$P_1 = \dfrac{P.a + P.b - P.a}{d} = \dfrac{P.b}{d}$ → berarti arah P_1 sebenarnya ke atas

Hitungan cara analitis ini merupakan dasar dari metode ***Ritter*** untuk mencari besarnya gaya batang pada konstruksi rangka batang. Untuk lebih mendalami sebuah gaya menjadi tiga buah gaya yang tidak konkruen, baik secara grafis ataupun analitis, berikut disajikan contoh soal dan penyelesaiannya.

Contoh;

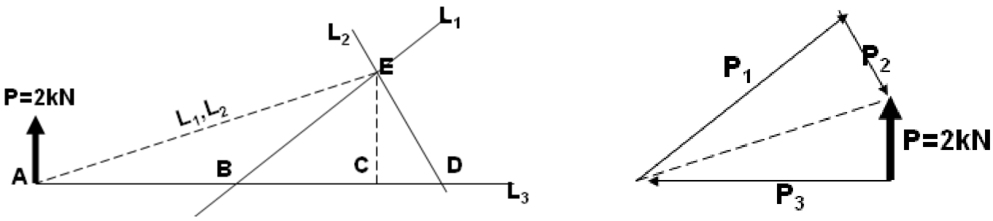
Hitunglah gaya pengganti P_1, P_2 dan P_3 dari sebuah gaya P = 2kN, yang masing-masing garis kerjanya L_1, L_2 dan L_3 seperti pada Gambar di bawah ini.



Gambar 25. Metode grafis untuk mencari besarnya gaya pengganti

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Skala gaya yang digunakan 1cm : 2kN; skala jarak 1cm: 1m; lukisan untuk menghitung gaya pengganti adalah seperti pada Gambar 26 di bawah ini.



Gambar 26. Lukisan gaya pengganti dengan cara grafis

Cara analitis:

Statis momen terhada titik E.

P . 8 = -P_3. 1,732 $\rightarrow$ P_3 dimisalkan ke kanan

$$P_3 = -\frac{P.8}{1,732} = \frac{2.8}{1,732} = -9,24kN \qquad \rightarrow P_3 \text{ ke kiri}$$

Statis momen terhadap titik D.

P. 9 = P_1. 2 $\rightarrow$ P_1 dimisalkan ke atas

$$P_1 = \frac{P.9}{2} = \frac{2.9}{2} = 9kN \qquad \rightarrow P_3 \text{ ke atas}$$

Statis momen terhadap titik B

P. 5 = - P_2. 3,464 $\rightarrow$ P_2 dimisalkan ke atas

$$P_2 = -\frac{2.5}{3,464} = -2,89kN \qquad \rightarrow P_2 \text{ ke bawah}$$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Latihan SOAL

Gambar 27. Gelagar balok dengan beban terpusat lebih dari satu

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

03
Konsep Dasar Tumpuan, SFD, BMD, NFD

A. Konsep Dasar Tumpuan, SFD, BMD, NFD

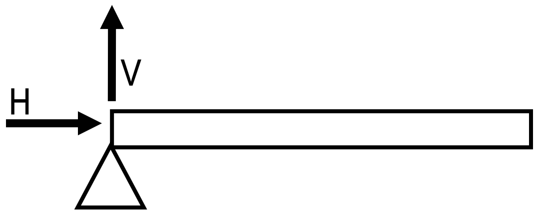
Tumpuan adalah tempat bersandarnya suatu konstruksi & tempat bekerjanya reaksi. Masing-masing mempunyai karakteristik berbeda.

1. Tumpuan sendi
2. Tumpuan rol
3. Tumpuan jepit
4. Tumpuan gesek
5. Tumpuan bidang datar
6. Tumpuan tali
7. Pendel
8. Tumpuan titik

Untuk lebih jelasnya, berikut dijelaskan masing-masing karakteristik tumpuan pada bidang Mekanika Teknik atau Analisis Struktur.

1. Tumpuan sendi

Tumpuan sendi adalah tumpuan yang dapat menerima gaya dari segala arah, akan tetapi tidak mampu menahan momen



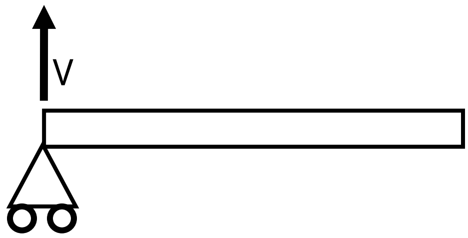
Gambar 28. Pemodelan tumpuan sendi

Gambar 29. Aplikasi tumpuan sendi pada struktur jembatan

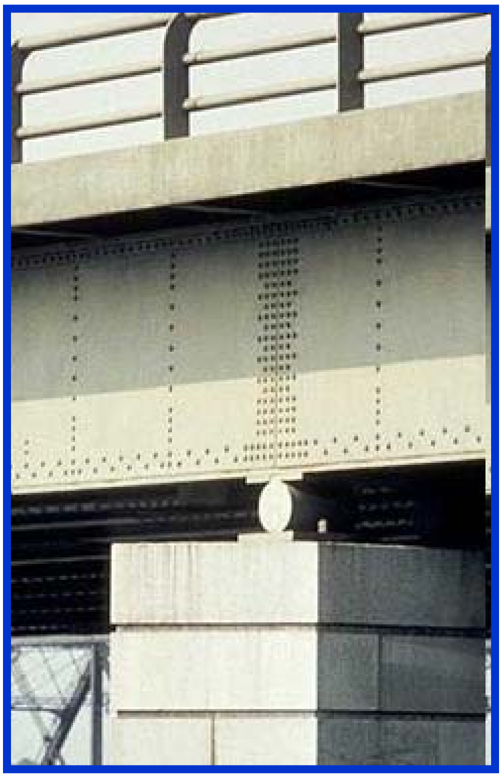
Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

2. Tumpuan ROL

Tumpuan Rol adalah tumpuan yang hanya dapat menahan gaya bekerja tegak lurus (*vertical*) dan tidak dapat menahan momen.



Gambar 30. Pemodelan tumpuan rol

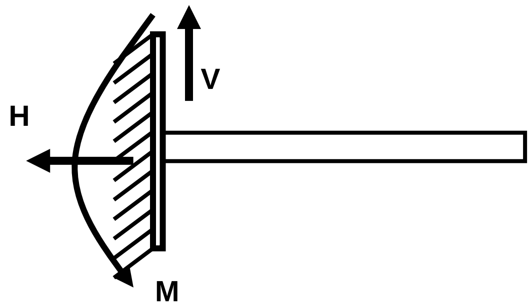


Gambar 31. Aplikasi tumpuan rol pada struktur atas jembatan

3. Tumpuan Jepit

Tumpuan jepit adalah tumpuan yang dapat menahan gaya dalam segala arah dan dapat menahan momen.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta



Gambar 32. Pemodelan tumpuan jepit

Gambar 33. Aplikasi jepit sempurna pada bangunan gedung berlantai banyak

4. JENIS KONSTRUKSI

Ada dua jenis konstruksi yaitu konstruksi statis tertentu dan konstruksi statis tertentu. Pada konstruksi statis tak tentu, besarnya reaksi dan momen dapat ditentukan dengan persamaan keseimbangan. Sedangkan pada persamaan konstruksi statis tak tentu, tidak dapat diselesaikan dengan persamaan keseimbangan. Untuk mempermudah dan mempercepat dalam menentukan jenis konstruksi, dapat digunakan persamaan:

R = B+2

R = Jumlah Reaksi yang akan ditentukan

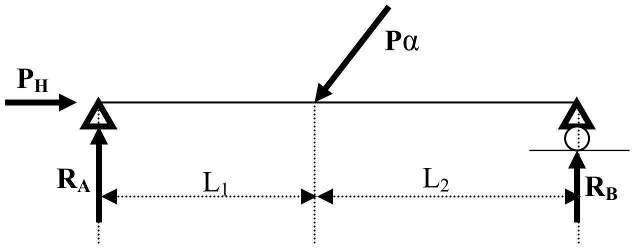
B = Jumlah Batang

<u>Bila R > B+2,</u> berarti konstruksi statis tak tentu

Contoh:

Suatu konstruksi sederhana (tumpuan sendi rol) seperti Gambar 20 di bawah ini. Tentukanlah jenis konstruksinya.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta



Gambar 34. Konstruksi dengan tumpuan sederhana (sendi rol)

Jawab:

Pada Konstruksi sendi dan rol, terdapat tiga buah gaya yang harus ditentukan, sedang jumlah batang =1. menurut persamaan di atas, maka:

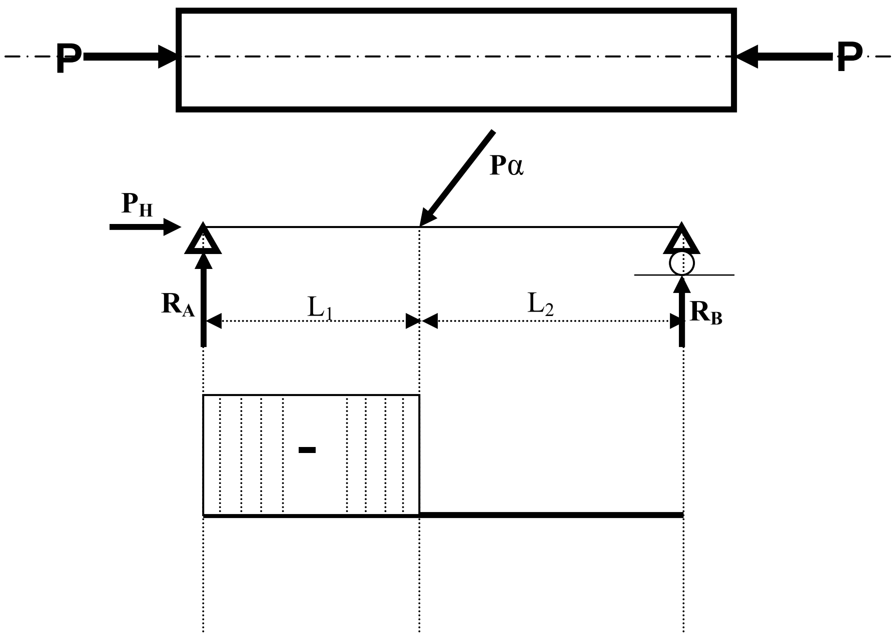
R = B + 2 = 1+2 = 3

R = 3 → Sesuai

Jadi konstruksi dengan tumpuan sederhana (sendi-rol) di atas termasuk jenis konstruksi Statis tertentu.

5. GAYA NORMAL (*Normal Forces Diagram*)

Gaya normal adalah suatu gaya yang garis kerjanya berimpit/sejajar dengan sumbu batang.



Gambar 35. Penggambaran *normal forces diagram* (NFD) cara grafis

Notasi:

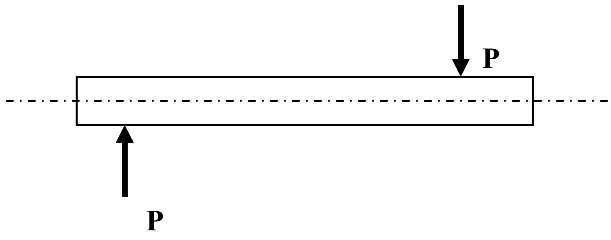
a. Positif Jika gaya normal tarik

b. Negatif Jika gaya normal tekan

Pada gambar di atas menunjukkan bahwa adanya gaya normal diakibatkan oleh adanya beban sebesar Pα, yang apabila diuraikan gayanya menjadi gaya vertikal dan horisontal. Selanjutnya, gaya arah horisontal (arah ke kiri) akan dilawan oleh gaya P_H (arah ke kanan). Sehingga timbulah gaya normal takan (negatif) karena serat pada balok tersebut tertekan (memendek).

6. Gaya Lintang (*Shear Force Diagram*)

Gaya normal (*shear forces diagram*) adalah susunan gaya yang tegak lurus dengan sumbu batang.

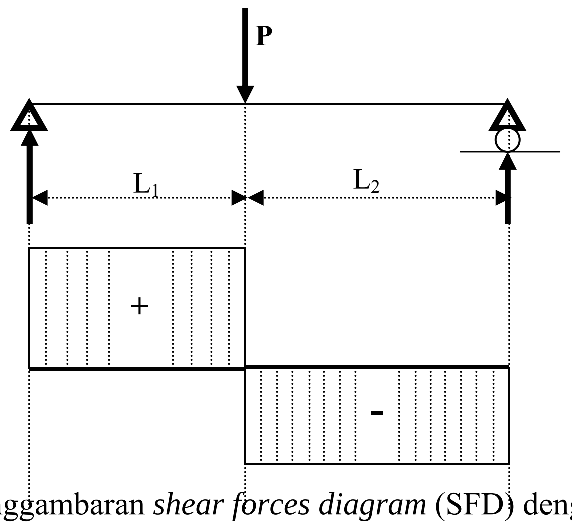


Gambar 36. Konsep SFD pada struktur balok

Notasi:

Positif jika searah dengan jarum jam

Negatif jika berlawanan arah dengan jarum jam



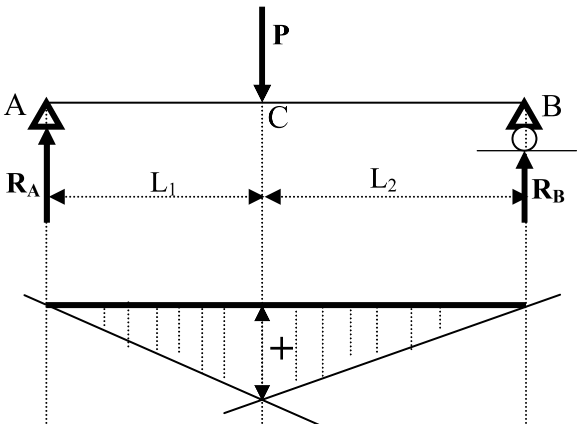
Gambar 37. Penggambaran *shear forces diagram* (SFD) dengan cara grafis.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Pada Gambar 37 di atas menunjukkan bahwa nilai gaya lintang akan positif apabila perputaran gaya yang bekerja searah dengan jarum jam, dan diarsir tegak lurus dengan sumbu batang yang menerima gaya melintang. Sebaliknya, bila perputaran gaya yang bekerja berlawanan arah dengan perputaran jarum jam, diberi tanda negatif dan diarsir sejajar dengan sumbu batang.

7. Momen *(Bending Moment Diagram)*

Momen adalah hasil kali antara gaya dengan jarak (jarak garis lurus terhadap garis kerjanya)



Gambar 38. Penggambaran *bending moment diagram* (BMD) dengan cara grafis.

Momen adalah hasil kali antara gaya dengan jaraknya. Jarak disini adalah jarak tegak lurus dengan garis kerja gayanya. Dalam Gambar 38 di atas berarti bahwa pada titik C terjadi momen sebesar:

$Mc = R_A . L_1$

Bidang momen diberi tanda positif jika bagian bawah atau bagian dalam yang mengalami tarikan. Bidang momen positif diarsir tegak lurus sumbu batang yang mengalami momen.

Sebaliknya, apabila yang mengalami tarikan pada bagian atas atau luar bidang momen, maka diberi dengan tanda negatif. Bidang momen negatif diarsir sejajar dengan sumbu batang. Perlu diketahui bahwa momen yang berputar ke kanan belum tentu positif dan momen yang berputar ke kiri belum tentu negatif. Oleh karena itu, perjanjian tanda perlu diperhatikan dengan teliti.

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

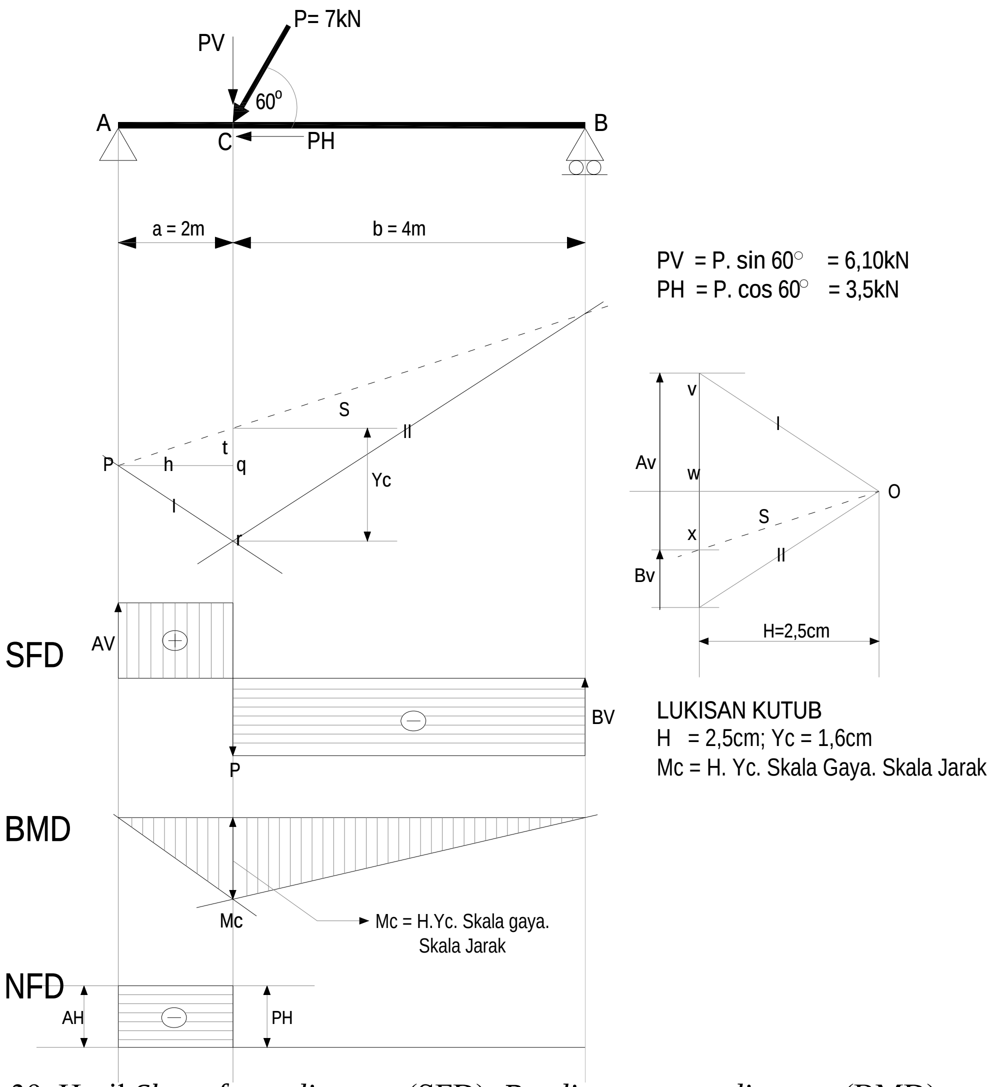
04
Konstruksi Balok Sederhana (KBS)

A. Konstruksi Balok Sederhana

Konstruksi balok sederhana adalah konstruksi yang ditumpu pada dua titik tumpu, yang masing-masing berupa sendi dan rol. Jenis konstruksi ini adalah statis tertentu, yang dapat diselesaikan dengan persamaan keseimbangan.

1. Konstruksi balok sederhana dengan sebuah beban terpusat

   Untuk dapat menggambar bidang SFD, NFD dan BMD terlebih dahulu harus dihitung reaksi arah vertikal. Sedangkan untuk menghitung besarnya reaksi, dapat dilakukan secara grafis ataupun analitis.



Gambar 39. Hasil *Shear force diagram* (SFD), *Bending moment diagram* (BMD), dan *Normal force diagram* (NFD) hasil perhitungan dengan cara grafis

Cara grafis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan skala jarak dan skala gaya (Misalkan skala jarak 1cm: 1m) dan skala gaya (1cm : 2kN).
2. Menggambar konstruksi balok dengan skala yang telah ditentukan dan memperpanjang garis kerja gaya Pv, Av, serta Bv.
3. Uraikan gaya menjadi Pv dan Ph.
4. Lukislah lukisan kutub dan poligon batangnya sehingga diperoleh besarnya Av dan Bv.
5. Besarnya reaksi adalah sama dengan panjang garisnya dikalikan dengan skala gayanya.
6. Besarnya momen adalah sama dengan panjang kutub (II) dikalikan dengan tinggi ordinat pada poligon batang (y) dikalikan dengan skala gaya dan skala jarak. (M = H.y. skala gaya. Skala jarak).

Untuk membuktikan besarnya M = H. Y, berikut disajikan penjelasannya. Lihat Gambar 25 di atas, segitiga prt (dalam poligon batang) sebangun dengan segitiga Owx (pada lukisan kutub), maka diperoleh hubungan:

Segitiga prt (dalam poligon batang)

$$\frac{Pt}{rt} = \frac{ox}{vx}$$

$$Pt = \frac{ox}{vx}.rt$$

$$Pt = \frac{ox}{Av}.\,Yc \quad \text{...(1)}$$

Segitiga pqt (dalam poligon batang)

$$\frac{pt}{pq} = \frac{ox}{ow}$$

$$pt = \frac{pq}{ow}.ox$$

$$pt = \frac{a}{H}.ox \quad \text{...(2)}$$

Persamaan (1) dan (2)

$$\frac{ox}{Av}.\,Yc = \frac{a}{H}.ox$$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

$$\frac{Yc}{Av} = \frac{a}{H}$$

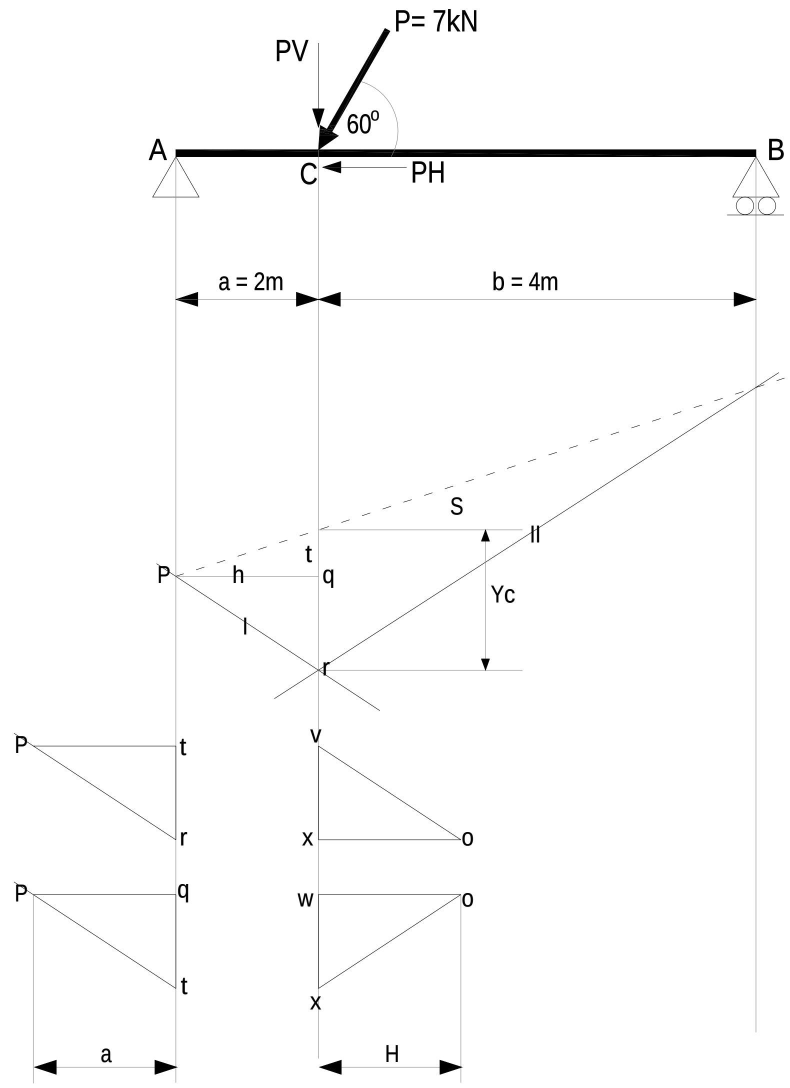
Av. a = H. Yc

M = H. Yc

Dalam kasus di atas, H= 2,5cm; Yc=1,6cm; maka:

Mc = H. Yc. Skala gaya. Skala jarak

= 2,5. 1,6. 1. 2 = 8 kNm



Gambar 40 Metode pembuktian momen dengan cara grafis

Cara Analitis

$$\sum M_A = 0$$

$$Pv.a - Bv.L = 0 \rightarrow Bv = \frac{Pv.a}{L}$$

$$Bv = \frac{6{,}1.2}{6} = 2{,}03 kN \ (ke\,atas)$$

$$\sum M_B = 0$$

$$Av.L - Pv.b = 0 \longrightarrow Av = \frac{Pv.b}{L}$$

$$Av = \frac{6{,}1.4}{6} = 4{,}07 kN \ (ke\,atas)$$

$$\sum Gh = 0$$

Ah – Ph = 0

Ah = Ph =3,5kN

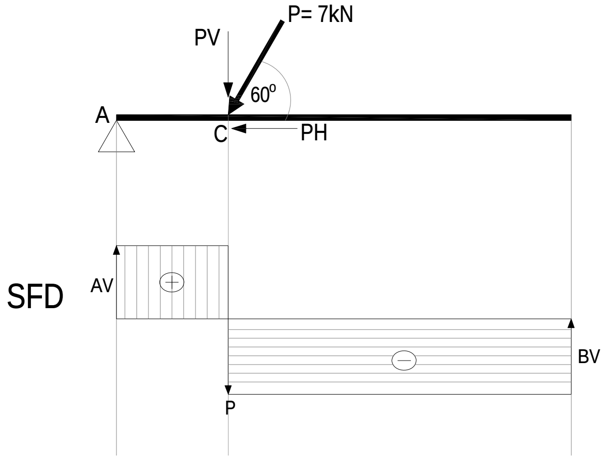
MOMEN

MA = 0 ---------Karena A adalah tumpuan sendi

MB = 0 --------- Karena B adalah tumpuan rol

***Bending Moment diagram* (BMD)**
Mc = Av.2 = 4,07. 2 = 8,14 kNm

***Shear forces diagram* (SFD)**
Merupakan gaya yang tegak lurus dengan sumbu batang



Gambar 41. *Shear forces diagram* (SFD) dengan beban Pα

Luas bidang D positif = Luas Bidang D Negatif

Av. a = Bv. b

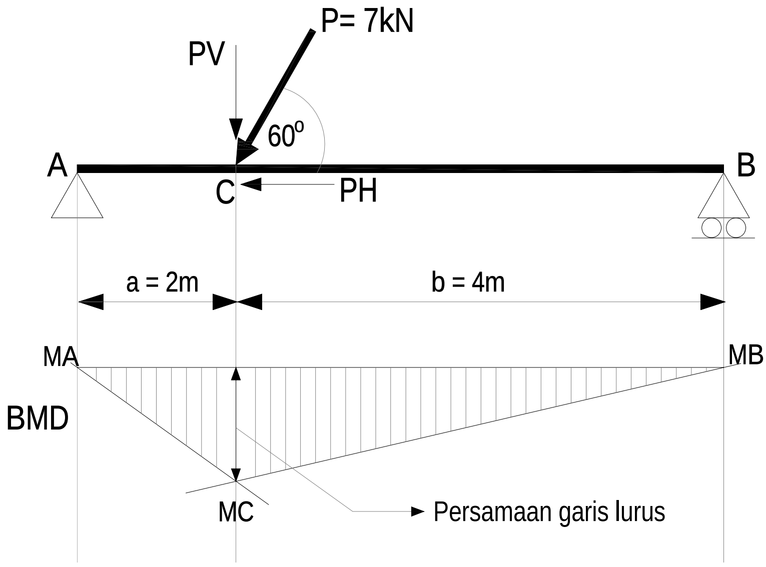
4,07. 2 = 2,03. 4

8,14kN = 8,12kN

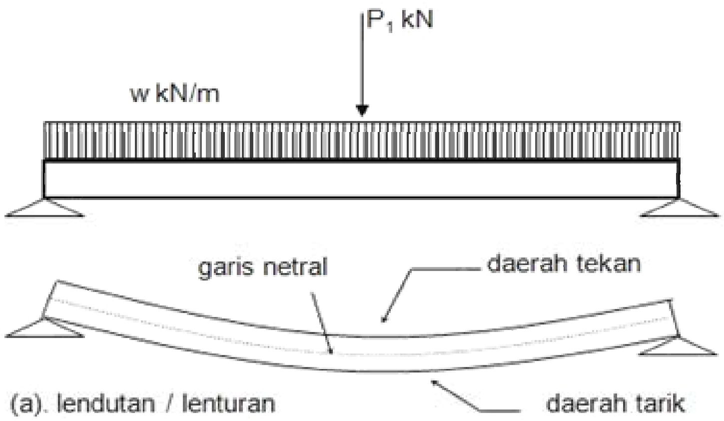
Selisih hasil 0,245%

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Momen (*bending moment diagram*)



Gambar 42. Bending momen diagram akibat beban Pα



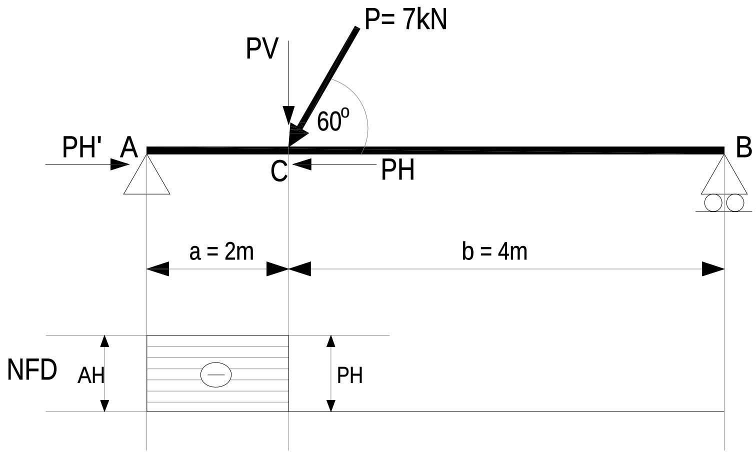
Gambar 43. Mekanisme lentur pada balok beton bertulang akibat beban merata dengan tumpuan sederhana.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

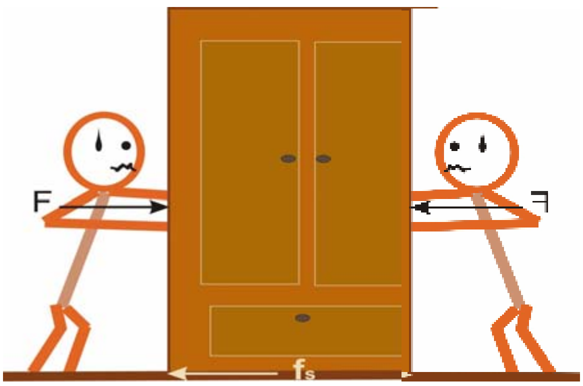
Gambar 44. Aplikasi pengujian lentur pada balok bamboo laminasi

Gambar 45. Aplikasi struktur rangka di lapangan.

Perhatikan letak tumpuan sendi dan rolnya. Tumpuan rol tidak dapat menahan gaya horisontal. Gaya normal bekerja pada titik A sebesar Ah sejauh titik C. gaya normal bernilai tekan (-).



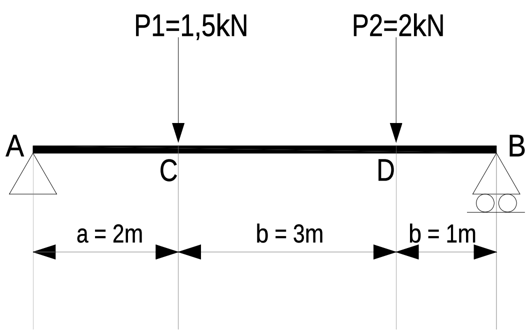
Gambar 46. *Normal force diagram* (NFD)



Gambar 47. Analogi bidang gaya normal tekan.

B. Contoh soal dan penyelesaian

Diketahui suatu struktur balok seperti pada Gambar 34 berikut ini:



Gambar 48. Balok tumpuan sederhana dengan 2 beban terpusat.

Ditanyakan besarnya Reaksi (RA, RB, *bending moment diagram* (BMD), *shear force diagram* (SFD).

$\sum MB = 0$; (semua gaya-gaya diasumsikan ke titik B).

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

$R_A.8 - 1{,}5.\,(6) - 2.(3) = 0$

$R_A = \dfrac{1{,}5.(6) + 2.(3)}{8} = \dfrac{15}{8} = 1{,}875\,kN$

$\sum M_A = 0$; (semua gaya-gaya diasumsikan ke titik A).

$-R_B.8 + 2.\,(5) + 1{,}5.(2) = 0$

$R_B = \dfrac{2.(5) + 1{,}5.(2)}{8} = \dfrac{13}{8} = 1{,}625\,kN$

Kontrol :

$P_1 + P_2 = R_A + R_B$

1,5 + 2 = 1,875 + 1,625

3,50 kN = 3,5 kN

Momen pada tiap titik (BMD)

$M_A = M_B = 0$

$M_C = R_A.\ a$ = 1,875 . 2 = 3,75 kNm (+)

$M_D = R_A.\ b - P_1.\ (b-a)$

= 1,875. 5 – 1,5. 3 = 4,975 kNm (+)

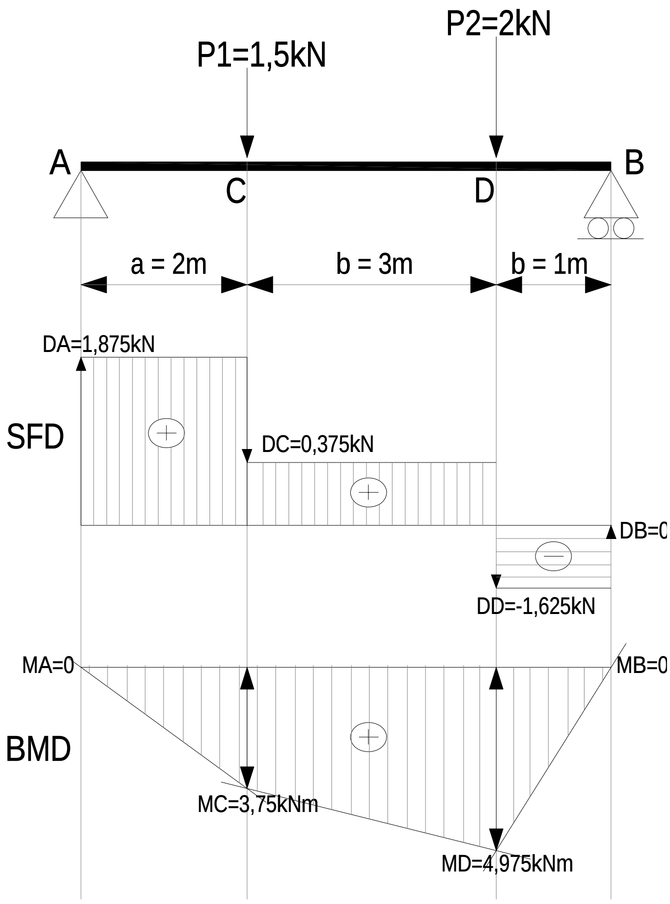
Bidang gaya lintang (SFD)

$D_A = R_A$ = 1,875 kN

$D_C = R_A - P_1$ = 1,875 – 1,50 = 0,375 kN (+)

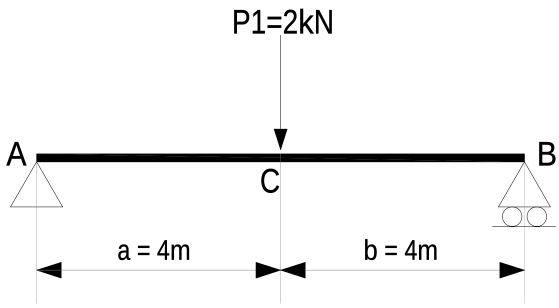
$D_D = D_C - P_2$ = 0,375 – 2 = -1,625 kN (-)

$D_B = D_D + R_B$ = -1,625 + 1,625 = 0



Gambar 49. Hasil *Shear force diagram* (SFD), *Bending moment diagram* (BMD), dan *Normal force diagram* (NFD) hasil perhitungan dengan cara analitis.

HOME WORK



Gambar 50. Konstruksi balok sederhana dengan beban terpusat pada tengah bentang (1/2L).

Ditanyakan:

Besarnya R_A, R_B, *Shear force diagram* (SFD), *Bending moment diagram* (BMD) dengan cara grafis dan analitis.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

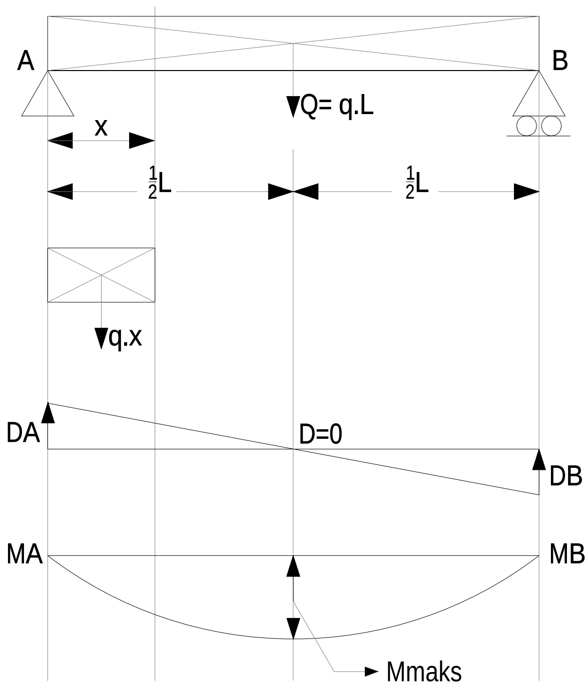
Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

05
KBS dengan B. Merata & Kombinasi

A. KBS dengan beban merata dan KBS dengan beban kombinasi

Untuk menghitung dan menggambar bidang BMD dan bidang SFD pada pembebanan merata, dapat dilakukan dengan metode Grafis dan analitis. Pada cara grafis, beban merata ditransfer menjadi beban terpusat. Dengan adanya transfer beban ini, Gambar bidang M dan bidang N akan sedikit berbeda apabila dihitung tanpa transfer beban. Perbedaan ini tergantung pada transfer bebanya, semakin kecil elemen beban yang ditransfer menjadi beban merata, maka hasilnya akan semakin teliti (mendekati sebenarnya). Dengan kata lain, cara grafis kurang teliti bila dibandingkan dengan cara analitis. Oleh karena itu, dalam pembahasan kali ini tidak dijelaskan cara menghitung dan menggambar secara grafis.



Gambar 51. *Simple beam* dengan beban merata

Pada Gambar 51 di atas, apabila dihitung dengan menggunakan cara analitis, maka akan mendapatkan nilai maksimum dengan bentuk kurva parabolik, disebabkan adanya beban merata pada struktur balok tersebut.

Berikut disajikan tata cara perhitungan analitis dengan referensi Gambar XXX di atas.

1. **Menghitung Reaksi perletakan R_A dan R_B**

   RA = RB = ½. q. L

2. **Menghitung SFD (*Shear forces diagram*)**

   Gaya Lintang

   Dx = RA – q.x.

   = **½. q.L – q.x**

   x = ½.L maka Dx = 0

   Mx = RA.x – qx. ½.x

   Mx = ½.q.l.x. – ½. $q.x^2$

   x = ½.l maka Mx = Mmaks

   Max = ½.q.l. ½.l – ½.q $(½.l)^2$

   M_{max} = $1/8.q.l^2$

3. **Menghitung BMD (*Bending Momen diagram*)**

   Dengan Persamaan Diferensial di dapatkan hasil sebagai berikut:

$$Dx = -\int qx.dx \;\rightarrow\; Dx = -qx + C_1$$

$$x = 0 \qquad \rightarrow\; Dx = DA = \frac{1}{2}.q.l$$

$$Jadi,\; C_1 = \frac{1}{2}.q.l;\;\; Sehingga\;\; Dx = -q.x + \frac{1}{2}.q.l$$

$$Dx = \frac{1}{2}.q.l - q.x \;\rightarrow\; Dx = q.\left(\frac{1}{2}.l - x\right)$$

$$Mx = \int Dx.dx \;\rightarrow\; Mx = \int q.\left(\frac{1}{2}.l - x\right).dx \;\rightarrow\; Mx = q.\left[\int \frac{1}{2}.l.dx - \int x.dx\right]$$

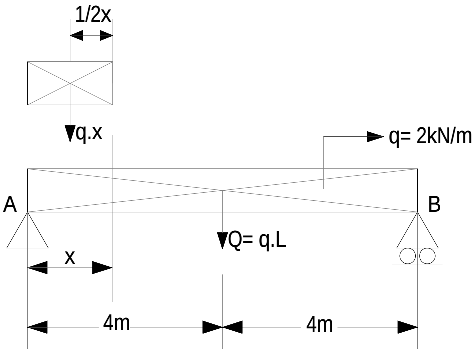
$$Mx = q\left[\frac{1}{2}.l.x - \frac{1}{2}.x^2\right] + C_2 \qquad \rightarrow Mx = 0;\; Maka\, H\arg a\; C_2 = 0$$

$$M_{maks} = Jika\; \frac{dM_x}{d_x} = D_x = 0 \qquad \rightarrow x = \tfrac{1}{2}.l$$

$$M_{maks} = q.\left[\frac{1}{2}.l.\frac{1}{2}.l - \frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}.l\right)^2\right] \;\rightarrow\; M_{maks} = 1/8.q.l^2$$

B. **Contoh soal Balok sederhana**

1. Balok sederhana dengan Beban merata



Gambar 52. Beban merata pada tumpuan sederhana

a. Mencari Reaksi Tumpuan

ΣMB = 0

Av. L – (q.L). 0,5 L = 0

Av = 0,5. q. L

Av = 0,5. 2. 8 = 8 kN

Karena Simetri, maka Bv = Av = 8 kN

b. Mencari Persamaan *Shear Forces Diagram* (SFD)

Tinjauan pada titik X dg Jarak -x- m dari A

Dx = Av – q.x

Untuk x = 0; Dv = DA= Av-0 = 8 kN

Untuk x = 4; Dv = DA= Av- q. 4 = 8 – 2. 4 = 0 kN

Untuk x = 8; Dv = Dc= Av- q. 8 = 8 – 2. 8 = -8 kN

c. Mencari Persamaan Garis Bending Momen Diagram (BMD)

Mx = ½. q. L. x – ½. q. x^2

x = 0; Mx = MA = 0

x = 4; Mx = Mc = ½. 2. 8. 4 – ½. 2. 4^2 = 32-16 = 16 kNm

x = 8; Mx = MB = ½. 2. 8. 8 – ½. 2. 8^2 = 0 kNm

Hubungan BMD dan SFD

Mx = Av. x – ½. q. x2 dideferensialkan :

$$\frac{dM_x}{d_x} = Av - q.x \quad \rightarrow \quad \frac{dM_x}{d_x} = D_x$$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Momen Ekstrem

Terjadi Pada Dx = 0 atau $\frac{dM_x}{d_x} = 0$

Jadi, $0 = \text{Av q.x} \rightarrow x = \frac{A_v}{q} = \frac{1/2.q.L}{q} = 1/2.L$

Jadi, momen maksimum terjadi pada jarak 1/2L dari A

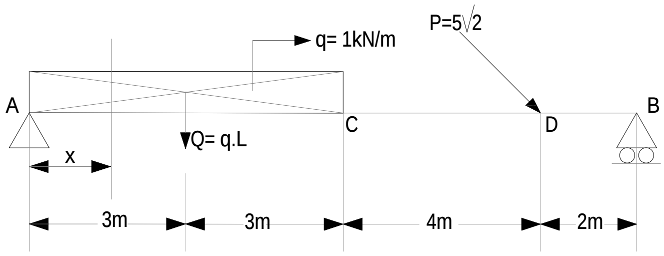
Momen Maksimum

M_{maks} = Av. x – ½.q. L. ½.L – ½ q. $(1/2L)^2$

M_{maks} = 1/8. q. L^2

$$M_{maks} = \frac{q.L^2}{8} = \frac{2.8^2}{8} = 16\,kNm$$

2. Konstruksi balok sederhana dengan beban kombinasi



Gambar 53. Konstruksi balok sederhana dengan beban kombinasi

a. Reaksi Tumpuan

$\Sigma M_B = 0$;

A_V. L – q.a(1/2.a+b+c) - P.sin α. c = 0

A_V. 12 – 1.6 (1/2.6 +4+2) – 5√2. 1/2√2.2 = 0

$$A_v = \frac{6.9 + 5.2}{12} = \frac{54 + 10}{12} = 5{,}33\,kN$$

ΣGV = 0;

AV+ BV – q.a – P.sin α = 0

5,33 + Bv – 1.6 - 5√2. ½. √2 = 0

BV = 6+5 - 5,33 = 5,67 kN

ΣGH = 0;

AH+ P.cos α = 0

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

b. ***Shear Force Diagram*** **(SFD)**

$D_A = A_V = 5{,}33$ kN

$D_C = Av - q.a = 5{,}33 - 1.6 = -0{,}67$ kN

$D_{Dkiri} = D_C = -0{,}67$ kN

$D_{Dkanan} = A_V - q.a - P.\sin\alpha = 5{,}33 - 6 - 5 = -5{,}67$ kN

c. ***Bending Momen Diagram*** **(BMD)**

$M_A = 0,\ M_B = 0$

$M_C = A_V.\ a - q.a.\ ½.a = 5{,}33.\ 6 - 1.\ 6.\ ½.\ 6 = 31{,}98 - 18 = 14$ kNm

$M_D = B_V\ .\ C = 5{,}67\ .\ 2 = 11{,}34$ kNm

Momen Ekstrem Pada D = 0

$Dx = Av - q.\ x$

$0 = 5{,}33 - 1.\ x$-------- -------$x = 5{,}33$m

$M_{maks} = Av.x - q.x.\ 1/2.x$

$M_{maks} = 5{,}33.\ 5{,}33 - 1.\ 5{,}33.\ ½.\ 5{,}33 = 14{,}20$ kNm

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

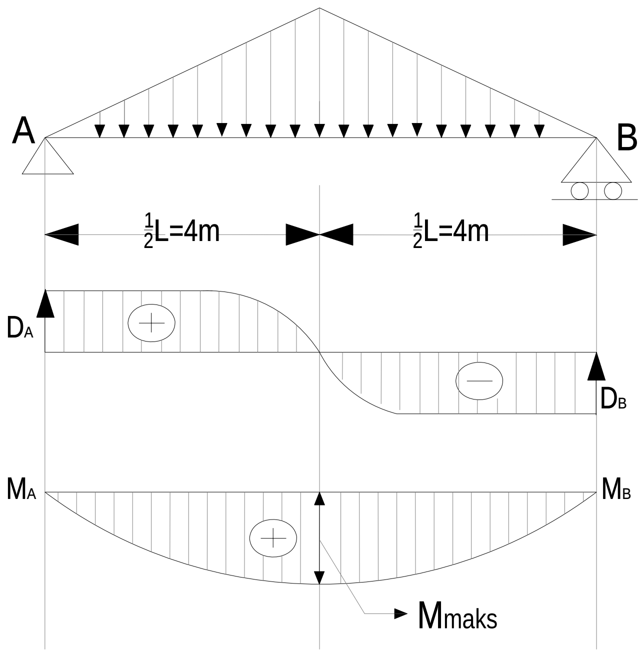
Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

06
K.B.S. Beban Segitiga

A. Konstruksi Balok dengan beban segitiga simetri

Besarnya beban pada setiap tempat dinyatakan dalam satuan kN/m. Berikut disajikan tata cara perhitungan konstruksi balok dengan beban segitiga simetri.



Gambar 54. Konstruksi balok sederhana dengan beban segitiga

1. Menghitung Reaksi Perletakan

ΣMB = 0

Av. L – ½ L. q. ½ L = 0

Av. L – ¼ q. L2 = 0

Av = ¼ q. L

Karena Bebannya Simetris, Maka:

Av = Bv = ¼ q.L

Untuk q = 2 kNm; dan L = 8; diperoleh:

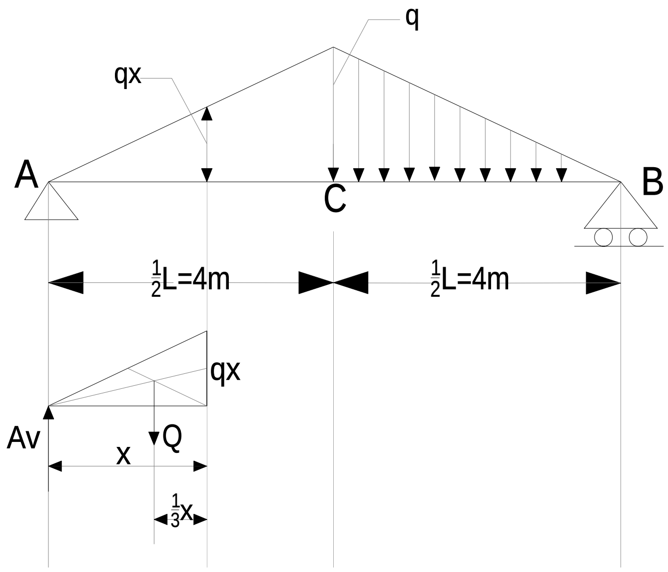
Av = Bv = ¼ .2 . 8

Av = 4 kN (ke atas)

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

2. Menghitung Momen

Tinjau titik X sejauh dari A, dimana 0 ≤ x ≤ ½ L (setelah jarak ½ L garis beban berubah)



Gambar 55. Konsturksi balok sederhana dengan beban segitiga

Mencari beban yang ditinjau dari titik (X).

$$\frac{q_x}{x} = \frac{q}{1/2.L}$$

$$q_x = \frac{2.q_x}{L}$$

Qx = Luas segitiga sepanjang x

$$Q_x = 1/2x.\ q.x = 1/2\,x\frac{2qx}{L}$$

$$Q_x = \frac{qx^2}{L}$$

Menghitung Momen

$$M_x = A_v.x - Q_x.\frac{x}{3}$$

$$M_x = \tfrac{1}{4}q.\ L.x - \frac{q.x^3}{L}.\frac{x}{3}$$

$M_x = \tfrac{1}{4}qL.x - \dfrac{qx^3}{3L}$ **Merupakan Garis Lengkung**

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Momen Ekstrem terjadi pada dMx/dx = 0

$$\frac{dM_x}{dx} = \tfrac{1}{4}qL - \frac{3.q.x^2}{3L}$$

$$0 = \tfrac{1}{4}.q.L - \frac{3.q.x^2}{3L} \rightarrow \frac{q.x^2}{L} = \tfrac{1}{4}qL \rightarrow x^2 = \tfrac{1}{4}L^2 \rightarrow x = \pm\tfrac{1}{2}L$$

Jadi, Momen Ekstrem terjadi pada ½ L yg besarnya:

Menghitung BMD

$$M_{maks} = \tfrac{1}{4}q.L.x - \frac{qx^3}{3L} = \tfrac{1}{4}qL.\left(\tfrac{1}{2}L\right) - \frac{q\left(\tfrac{1}{2}L\right)^3}{3L}$$

$$M_{maks} = \frac{qL^2}{8} - \frac{qL^2}{24}$$

$$M_{maks} = \frac{q.L^2}{12} \quad untuk\ \ soal\ \ di\ atas,\ \ maka: M_{maks} = \frac{q.L^2}{12} = \frac{2.8^2}{12} = 10{,}67\,kNm$$

Menghitung SFD

Dx = Av - qx

$$D_x = \tfrac{1}{4}qL - \frac{q.x^2}{L}$$

Untuk x = 0; ....► $D_x = D_A = \tfrac{1}{4}qL = \tfrac{1}{4}.2.8 = 4kN$

Untuk x = ½ L..........►

$$D_x = D_C = \tfrac{1}{4}qL - \frac{qx^2}{L}$$

$$D_x = D_C = \tfrac{1}{4}.2.8 - \frac{2.4^2}{8} = 0$$

Pada struktur beton, pelimpahan beban pelat sering diperhitungkan dengan beban segitiga. Beban yang berbentuk segitiga ini ditransfer menjadi beban merata di seluruh bentangnya (beban segitiga menjadi beban merata). Dasarnya adalah momen maksimum yang terjadi pada balok ditengah-tengah bentang. Momen maksimum pada segitiga sebesar 1/12.q.L2 sedangkan momen pada beban merata adalah 1/8.q.L2. sehingga diperoleh persamaan:

$$\frac{qL^2}{12} = \frac{q_m.L^2}{8} \rightarrow q_m = \frac{2q}{3} \rightarrow q_m = beban\ merata;\ \ q = beban\ segitiga$$

Apakah dengan qm momennya lebih aman? Yang jelas, pada momen ekstremnya sama, baik dengan beban merata/segitiga. Kita akan mencoba pada jarak 1/4L. yaitu jarak tengah-tengah antara momen = 0 dan momen maksimum Mx dengan beban segitiga:

$$Mx = \frac{1}{4}.q.L.x - \frac{q.x^3}{3.L}$$

untuk x = ¼.L

$$Mx = \frac{1}{4}.q.L..\frac{1}{4}.L - \frac{q.\left(\frac{1}{2}.L^3\right)}{3.L} = \frac{q.L^2}{16} - \frac{q.L^2}{192}$$

$$Mx = \frac{11.q.L^2}{192}$$

Mx dengan beban merata (qm)

Mx = Av. x – ½. qm. x2

Untuk x = ¼.L

Mx = ½ qm. L. ¼ qm. (¼.L)2

$$M_x = \frac{q.L^2}{8} - \frac{q_m.L^2}{32} \rightarrow q_m = \frac{2q}{3}$$

$$M_x = \frac{3.q_m.L^2}{32} = \frac{3}{32}.\frac{2}{3}.q.L^2$$

$$M_x = \frac{q.L^2}{16}$$

Selisih besarnya momen antara beban merata dan beban segitiga adalah sebesar:

$$\frac{q.L^2}{16} - \frac{11.qL^2}{192} = \frac{q.L^2}{192}$$

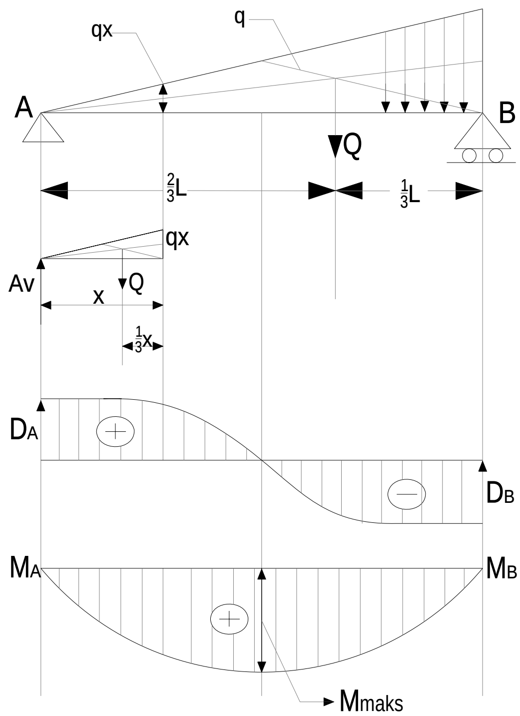
Berdasarkan perhitungan di atas, ternyata momen pada beban qm lebih besar dari momen beban segitiga. Jadi, transfer beban segitiga menjadi beban merata akan lebih **AMAN**.

3. Aplikasi kasus dilapangan untuk beban merata segitiga

Gambar 56. Aplikasi pelat lantai pada bangunan rumah tinggal
(Sumber: hollow6.jpg)

B. Konstruksi Balok Sederhana dengan beban segitiga sehadap

Pada pembahasan beban segitiga sehadap, prinsip dasar pengerjaannya sama dengan beban merata. Berikut disajikan tata cara perhitungan beban segitiga sehadap pada balok sederhana.



Gambar 57. Gambar beban segitiga simetri dengan tumpuan sederhana

1. **Menghitung Reaksi Perletakan**

ΣM$_B$ = 0

$$A_v.L - Q.\frac{L}{3} = 0$$

$$Av = \frac{q}{3}$$

$$A_v = \frac{\frac{1}{2}.q.L}{3} = \frac{qL}{6}$$

ΣM$_A$ = 0

-Bv. L + Q. (2L/3) = 0

$$Bv = \frac{2.Q}{3} = \frac{2.\frac{1}{2}.qL}{3}$$

$$Bv = \frac{qL}{3}$$

2. **Mencari *Bending momen diagram* (BMD) ----- Tinjau titik X sejauh x dari titik A**

$$\frac{q_x}{q} = \frac{x}{L} \rightarrow q_x = \frac{q.x}{L}$$

Beban Segitiga sepanjang x adalah:

$$Qx = \tfrac{1}{2}qx.x$$

$$M_x = Av.x - Qx.\frac{x}{3}$$

$$M_x = \frac{qLx}{6} - \tfrac{1}{2}qx.x.\frac{x}{3}$$

$$M_x = \frac{qLx}{6} - \tfrac{1}{2}\frac{qx}{L}.x.\frac{x}{3}$$

$$M_x = \frac{qLx}{6} - \frac{qx^3}{6L}$$

Letak Momen Ekstrem,

Momen Ekstrem terjadi pada Dx=0 atau dMx/dx =0

$$\frac{dM_x}{dx} = \frac{qL}{6} - \frac{3qx^2}{6L}$$

$$0 = \frac{qL}{6} - \frac{3qx^2}{6L}$$

$$\frac{qx^2}{2L} = \frac{qL}{6} \rightarrow x^2 = \frac{L^2}{3} \rightarrow x = \frac{L\sqrt{3}}{3} \longrightarrow$$ **Letak Momen Maksimum**

Besarnya Momen Maksimum

$$M_{maks} = \frac{qLx}{6} - \frac{qLx^3}{6} = \frac{qL}{6}.\frac{L\sqrt{3}}{3} - \frac{q}{6L}.\frac{\left(L\sqrt{3}\right)^3}{\left(3\right)^3}$$

$$M_{maks} = \frac{qL^2\sqrt{3}}{27};$$

$$M_{maks} = 0{,}06415.q.L^2$$

3. **Menghitung *Shear Forces Diagram (SFD)***

Tinjauan titik X sejauh x dari titik A, dengan 0≤ x ≤ L

$$D_x = A_v - Q_x = \frac{qL}{6} - \tfrac{1}{2}q_x.x \rightarrow q_x = \frac{qx}{L}$$

$$D_x = \frac{qL}{6} - \tfrac{1}{2}\frac{q.x}{L}.x$$

$$D_x = \frac{qL}{6} - \frac{qx^2}{2L} \rightarrow Merupakan\ \ garis\ \ lengkung\ \ parabolik$$

$$untuk\ \ x=0; \rightarrow D_x = \frac{qL}{6} - 0 = \frac{qL}{6} = D_A$$

$$untuk\ \ x=L; \rightarrow D_x = \frac{qL}{6} - \frac{qL^2}{2L} = \frac{qL}{6} - \frac{qL}{2} \rightarrow D_x = \frac{qL}{6} = D_B$$

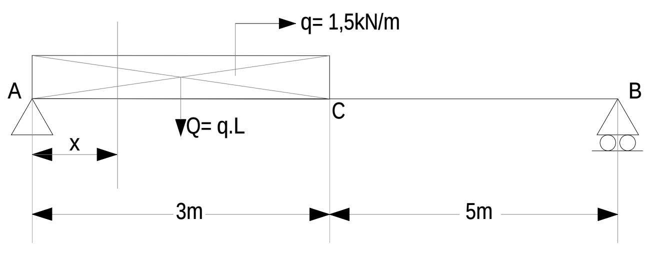
Diatas telah dicari Dx = 0 pada jarak; $x = \frac{L.\sqrt{3}}{3}$

Dengan tiga buah titik yang dilewati garis SFD tersebut, dapat dilukis garis SFD sepanjang balok AB yang berupa garis lengkung parabol.

C. *Home Work* Beban merata dan beban kombinasi

Hitunglah besarnya Reaksi perletakan (RA & RB), Shear forces diagram (SFD), Bending moment diagram (BMD) dari struktur balok sederhana (tumpuan sendi rol) di bawah ini.

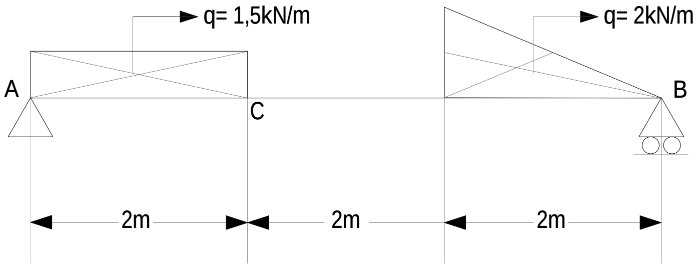
1. Konstruksi balok sederhana dengan beban merata



Gambar 58. Konstruksi balok sederhana dengan beban merata

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

2. Konstruksi balok sederhana dengan beban kombinasi



Gambar 59. Konstruksi balok sederhana dengan beban kobinasi
(merata dan segitiga)

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

Nama Mata Kuliah	: Mekanika Teknik I
Hari/Tanggal	: 22 Oktober 2012
Waktu	: 90 Menit
Sifat Ujian	: Open Book
Dosen Penguji	: Faqih Ma'arif, M.Eng.

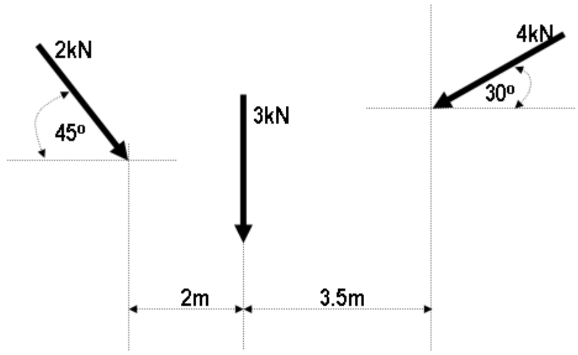
==

Kerjakanlah Soal di bawah ini dengan baik dan benar!

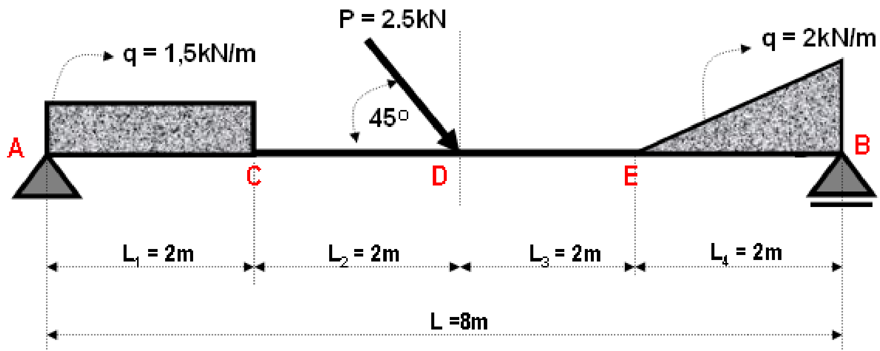
1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan:
   a. Tumpuan sendi
   b. Tumpuan Rol
   c. Tumpuan Jepit
   d. Tumpuan Bebas

   Deskripsikan contoh masing-masing tumpuan tersebut di lapangan. **(Bobot 10)**

2. Diketahui soal seperti gambar di bawah ini. Hitunglah besarnya reaksi tumpuan, BMD, SFD, NFD dengan cara grafis dan analitis. **(Bobot 20)**



3. Hitunglah besarnya BMD, SFD, NFD dari gambar struktur di bawah ini. **(Bobot 70)**



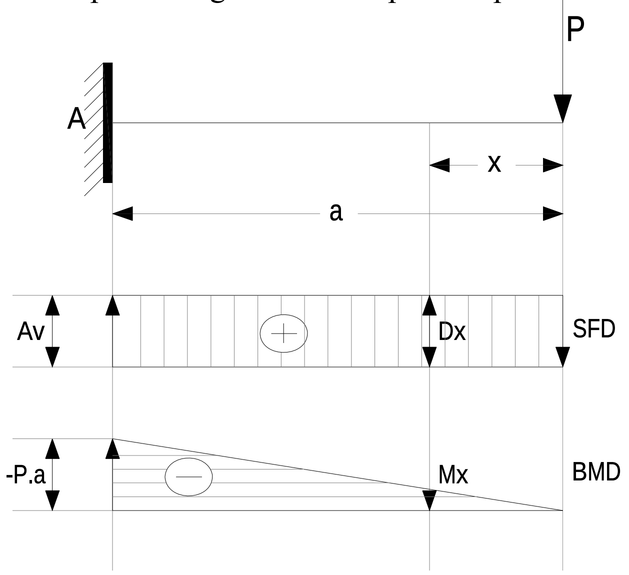
Selamat Mengerjakan

08
Konstruksi Balok Beroverstek

A. Konstruksi Balok Beroverstek

1. Konstruksi balok terjepit satu tumpuan dengan beban terpusat.

Berikut disajikan tata cara perhitungan konstruksi balok beroverstek tipe terjepit satu tumpuan dengan beban terpusat seperti Gambar 60 di bawah ini.



Gambar 60. Konstruksi balok beroverstek dengan beban terpusat

a. Menghitung reaksi tumpuan

ΣGV = 0

Av – P = 0

Av = P

b. Persamaan *shear forces diagram* (SFD)

Tinjauan titik X sejauh x dari B

Dx = P → Merupakan garis lurus sejajar sumbu balok

c. Persamaan *bending moment diagram* (BMD)

Mx = -P. x → Merupakan garis lurus miring

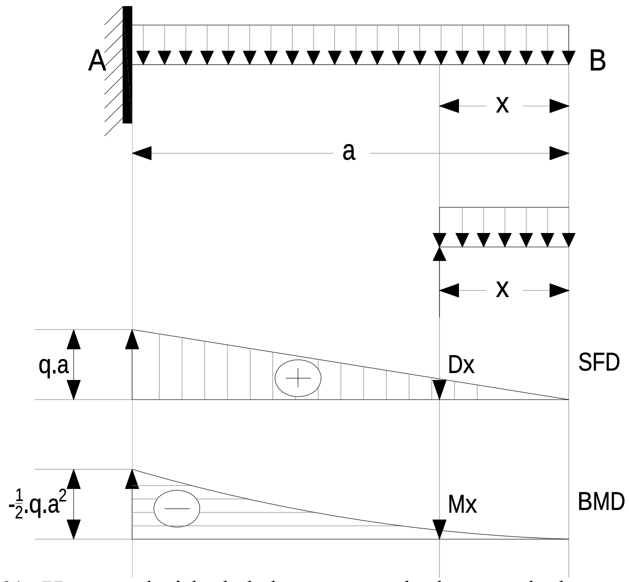
Untuk x = a; Mx = MA = -P.a

Untuk x = 0; Mx = MB = 0

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

2. Konstruksi balok terjepit satu tumpuan dengan beban terpusat.

Berikut disajikan tata cara perhitungan konstruksi balok beroverstek tipe terjepit satu tumpuan dengan beban merata seperti Gambar 61 di bawah ini.



Gambar 61. Konstruksi balok beroverstek dengan beban merata

a. Menghitung reaksi tumpuan

ΣGV = 0

Av – q.a = 0

Av = q.a

b. Persamaan shear forces diagram (SFD)

Tinjauan titik X sejauh x dari B

D = q. x

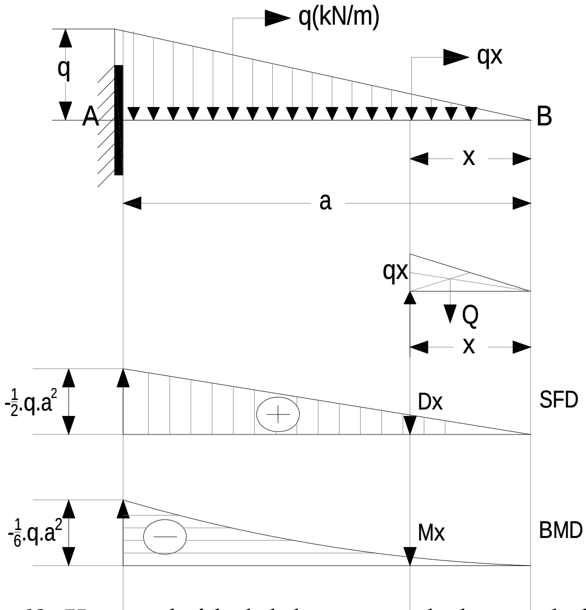
c. Persamaan bending moment diagram (BMD)

Mx = -q. x. ½ x = -1/2 qx^2

Persamaan Garis Lengkung Parabol

3. Konstruksi balok terjepit satu tumpuan dengan beban segitiga.

Berikut disajikan tata cara perhitungan konstruksi balok beroverstek tipe terjepit satu tumpuan dengan beban segitiga seperti Gambar 62 di bawah ini.



Gambar 62. Konstruksi balok beroverstek dengan beban segitiga

a. Menghitung reaksi tumpuan

Potongan X sejauh x dari B

$$\frac{qx}{q} = \frac{x}{a} \rightarrow qx = \frac{q.x}{a}$$

Qx = luas beban segitiga sepanjang x

$$Q_x = \tfrac{1}{2}\,x.qx = \tfrac{1}{2}\,x.\frac{qx}{a}$$

$$Q_x = \tfrac{1}{2}.\frac{q.x^2}{a}$$

Mencari Reaksi

ΣGV = 0

Av – Q = 0

Av = ½. q . a

b. Persamaan shear forces diagram (SFD)

Dx = +**Qx** ⟶ $Dx = \dfrac{qx^2}{2a}$ Merupakan Garis Lengkung Parabol

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

c. Persamaan bending moment diagram (BMD)

$$Mx = -Q_x . \frac{q}{3} = -\tfrac{1}{2}\frac{q.x^2}{a}.\frac{x}{3}$$

$$Mx = -\frac{qx^3}{6a}$$

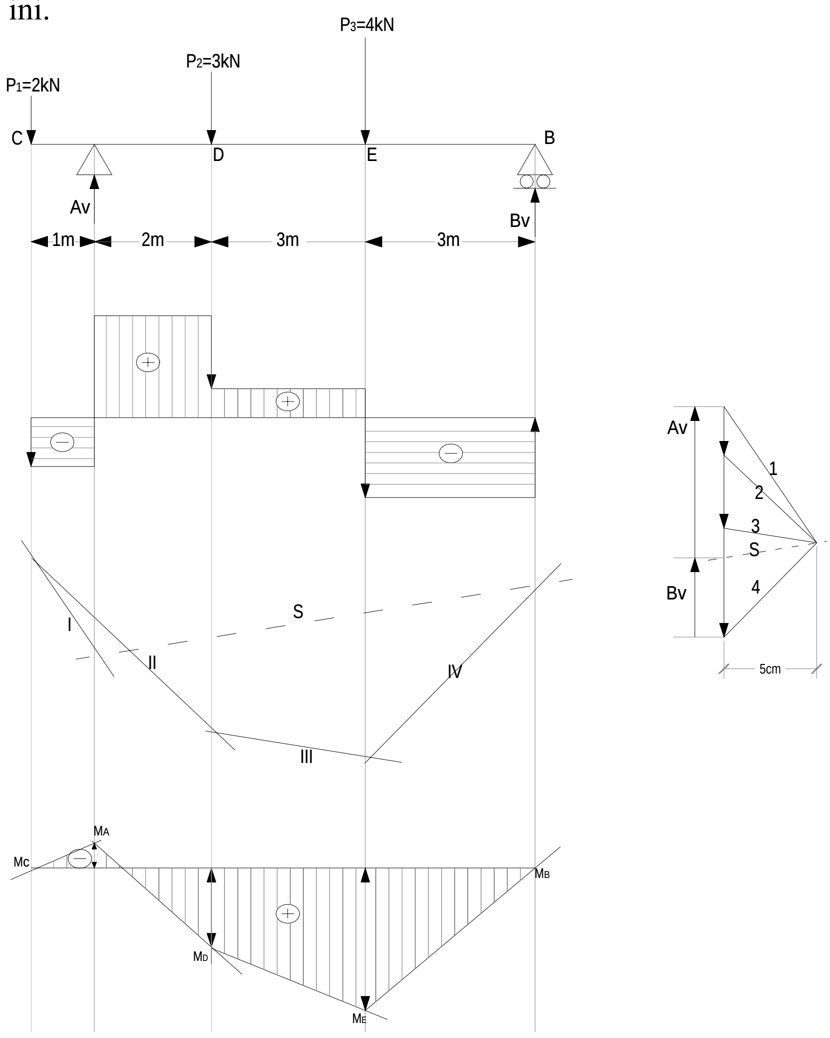
Merupakan Garis Lengkung Pangkat tiga

Untuk x =0; Mx = MB = 0

Untuk x = a; Mx = MA = -(q.a^3)/6a = -(qa^2/6)

4. Konstruksi Balok Overstek tunggal dengan beban terpusat

Berikut disajikan tata cara perhitungan konstruksi balok beroverstek tipe terjepit satu tumpuan dengan beban segitiga seperti Gambar 63 di bawah ini.



Gambar 63. Konstruksi balok overstek dengan beban terpusat

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Tata cara penggambaran dengan metode Grafis

a. Tentukan skala gaya dan jarak, serta perpanjang garis kerja P_1, P_2, P_3, Av dan Bv.

b. Lukislah gaya P1, P2 dan P3, tentukan jarak kutub. Pilihlah jarak kutub sedemikian rupa sehingga poligon batang tidak terlalu tumpul atau terlalu tajam. (misalkan dalam hal ini dipilih jarak kutub = 5cm).

c. Lukislah garis 1,2,3 dan 4 melalui titik kutub 0.

d. Lukislah garis I, II, III, dan IV pada poligon batang, yang masing-masing sejajar garis 1,2,3 dan 4.

e. Hubungkan titik potong garis I-Av dengan titik potong garis IV-Bv, berilah tanda pada garis tersebut dengan notasi S.

f. Lukislah garis $\bar{S}$ pada lukisan kutub, yang sejajar garis S.

CARA GRAFIS

a. Mencari besarnya Reaksi tumpuan

Av = 6 (dikalikan dengan skala gy)

Av = 6.1 = 6kN

Bv = 3cm (dikalikan dg skala gy)

Bv = 3.1 = 3kN

b. Besarnya bending moment diagram (BMD)

M_A = H.YA . Skala gy. Skala Jarak

M_A = 5.(-0,4). 1.1 = -2kNm

M_D = H. Y. 1. 1

= 5. 1,2. 1. 1 = 6kNm

M_E = H. Y. 1. 1

= 5. 1,8. 1. 1 = 9kNm

CARA ANALITIS

a. Mencari besarnya reaksi tumpuan

$\Sigma MA = 0$

-BV. 8 + P3.5+ P2. 2 – P1.1 = 0

BV = 24 / 8 = 3 kN (Ke atas)

$\Sigma GV = 0$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

$AV + BV - P1 - P2 - P3 = 0$

$AV = 6kN$ (Ke atas)

b. Menghitung bending moment diagram (BMD)

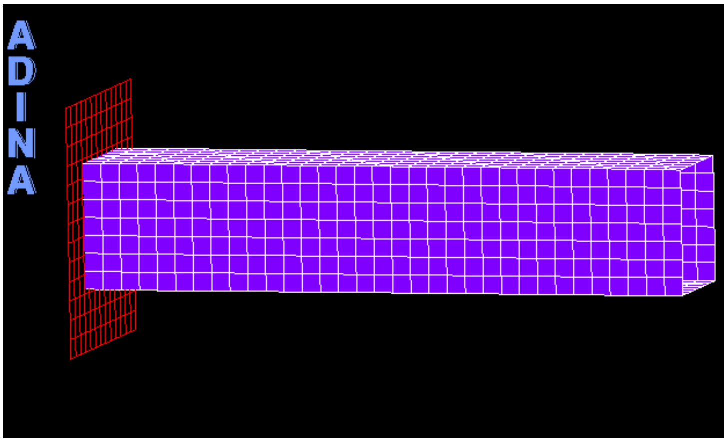
$M_A = -P1.\ 1 = -2\ .\ 1 = -2$ kNm

$M_D = A_{V}.\ 2 - P1.\ 3 = 6.2 - 2.3 = 6$ kNm

$M_E = B_V.\ 3 = 3.\ 3 = 9$ kNm (menghitung moment dari kanan)

B. Aplikasi Konstruksi Balok beroverstek di lapangan

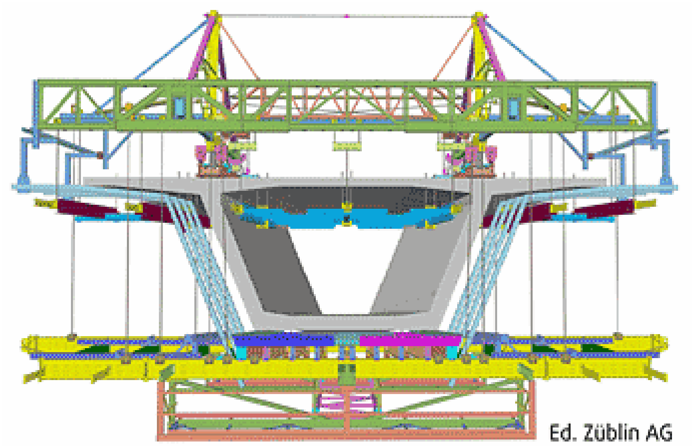
Persoalan balok overstek dilapangan dapat dijumpai pada konstruksi balok kantilever (cantilever beam). Dalam perkembangannya, tata cara perhitungan lebih mendetail mengenai analisis tegangan dan regangan pada struktur tersebut, dapat dilakukan dengan menggunakan software finite elemen, salah satu contohnya adalah ADINA.



Gambar 64. *Meshing element* pada konstruksi balok beroverstek dengan menggunakan program Analisis Numerik ADINA (Analysis Dynamic Non-linear) (Sumber: www.adina.co.id)

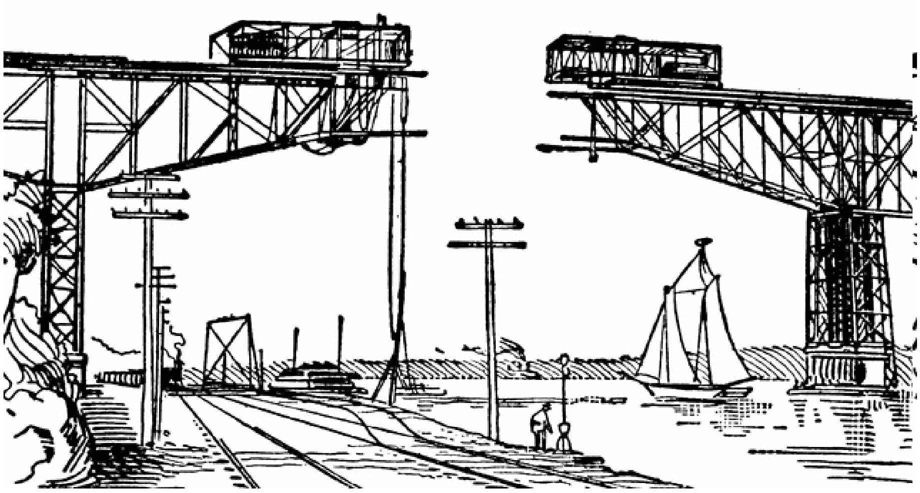
Sedangkan pada aplikasi struktur jembatan, seperti pada Gambar 65 di bawah ini, merupakan salah satu metode menggunakan *balance cantilever*, dimana pelaksanaan pekerjaan struktur dilapangan dilakukan pada kedua sisi pilar jembatan dan hasil akhirnya ditemukan pada salah satu titik di tengah bentang.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta



Gambar 65. Pelaksanaan balance traveler pekerjaan jembatan
(Sumber: graitec.com **Cantilever** carriage for Saadiyat **Bridge** Abu Dhabi, United Arab Emirates)

Selanjutnya untuk pelaksanaan metode balance cantilever di sajikan pada Gambar 66 di bawah ini.



Gambar 66. Pelaksanaan metode konstruksi *balance cantilever* pada struktur jembatan

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

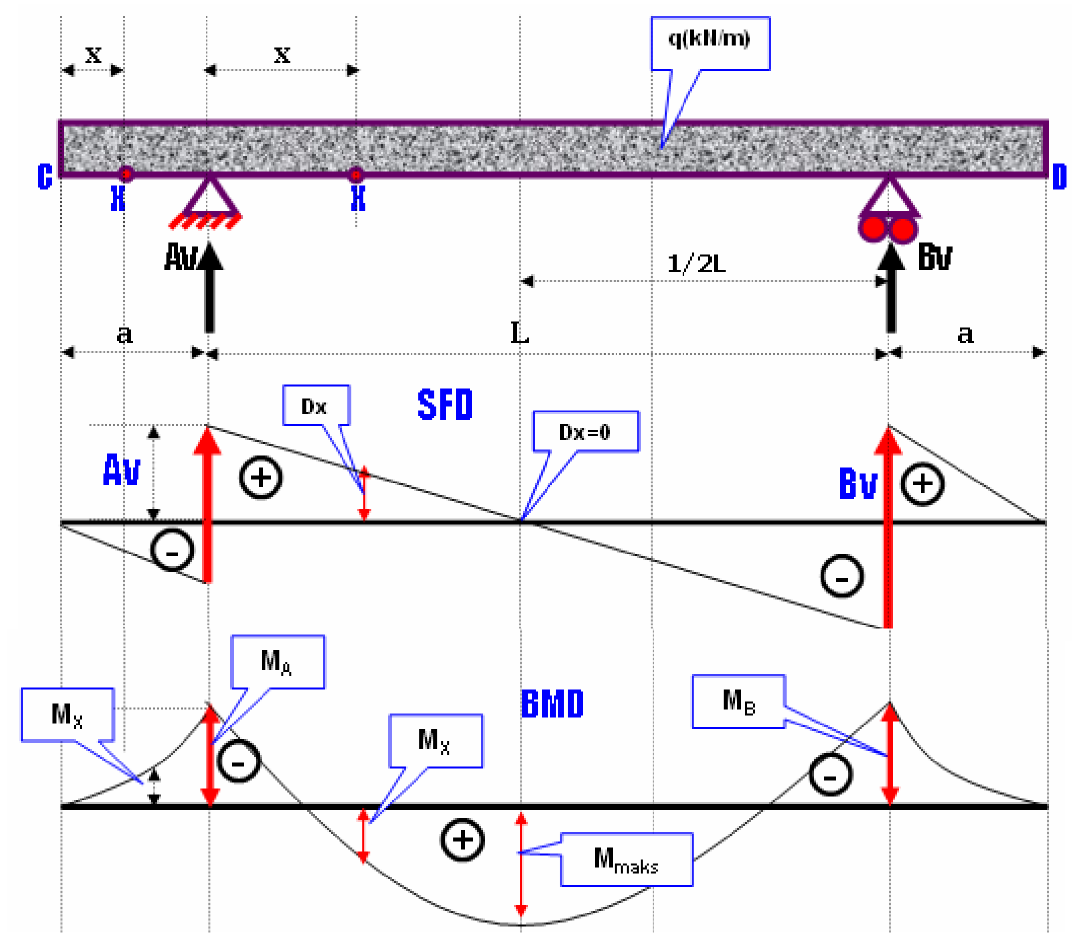
Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

09
K.B.O. dengan Variasi Beban

A. Konstruksi balok overstek dengan beban merata



Gambar 67. Konstruksi balok beroverstek

1. Mencari reaksi perletakan

∑MB = 0;

Av. L – q . (a+L+a). ½. L = 0

Av = ½ . q (L+2a)

Konstruksi maupun bebannya simetri, maka Bv = Av

2. Mencari bending moment diagram (BMD)

Moment antara CA

Ditinjau titik X^1 sejauh x^1 dari titik C; $0 \leq x^1 \leq a$

$Mx^1 \quad = -qx^1 . \frac{1}{2}x^1 \quad = -1/2.q. (x^1)^2$

Untuk $\quad x^1 \quad = a; \qquad Mx^1 = M_A = -1/2. q. a.^2$

Karena simetri, maka momen antara BD sama dengan momen antara CA, dengan $M_A = M_B = -1/2. q. a^2$

Momen antara AB,

Ditinjau titik X sejauh x dari titik A, dengan $0 \leq x \leq L$

$M_A = A_v. x – qx. 1/2x – qa. (1/2a+x)$

Mencari reaksi perletakan

Momen ekstrem terjadi pada $Dx = 0$, atau pada $\frac{dMx}{dx} = 0$

$Mx = Av. x– qx. \frac{1}{2}q. a (1/2a+x)$

$Mx = Av. x– \frac{1}{2}. qx^2 – \frac{1}{2}qa – qa.x$

$$\frac{dMx}{dx} = Av - qx - qa$$

$0 \quad = Av – qx – qa \rightarrow qx = Av – qa$

$qx \quad = \frac{1}{2}q (L+2a) – qa$

$\quad = \frac{1}{2}qL + qa –qa$

$x \quad = \frac{1}{2} L$

Jadi, letak momen maksimum pada jarak ½L dari titik A.

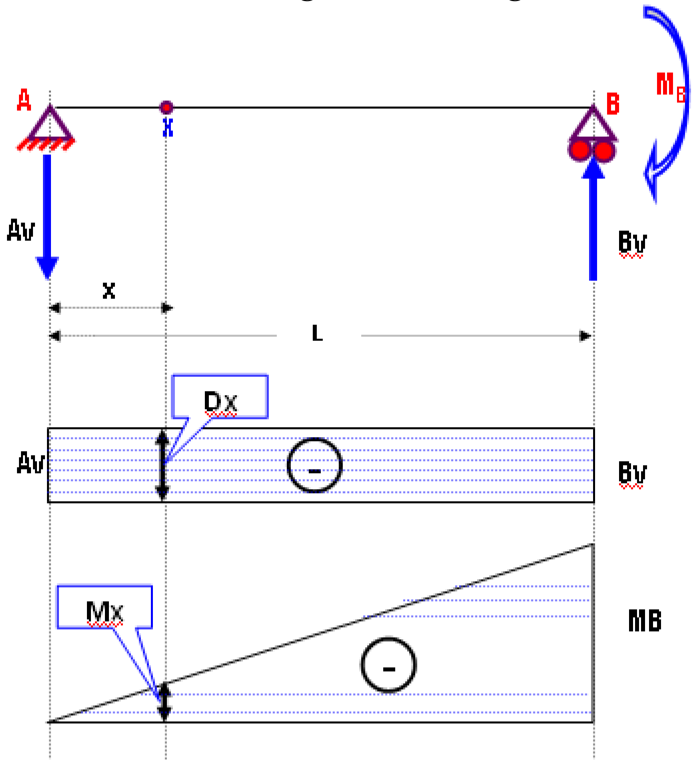
$M_{maks} \quad = Av. x– \frac{1}{2}q. x^2 – \frac{1}{2}.qa^2 – qax$

$\quad = \frac{1}{2}q (L+2a). \frac{1}{2}L – \frac{1}{2}q (\frac{1}{2}L)^2 – \frac{1}{2}qa^2 – qa. \frac{1}{2}L$

$\quad = \frac{1}{4}L^2 + \frac{1}{2}qLa – \frac{1}{2} – \frac{1}{4}qL^2 – \frac{1}{2}qa^2 – \frac{1}{2}qaL$

$M_{maks} \quad = (1/8. qL^2) – \frac{1}{2}qa$

B. **Konstruksi Balok Overstek Dengan Momen Negatif Dikedua Ujungnya**



Gambar 68. Konstruksi balok sederhana dengan beban momen negatif pada salah satu ujungnya

REAKSI

ΣMB = 0

AV.L+ MB = 0

Av = -MB / L (ke bawah)

ΣMA = 0

-BV.L+ MB = 0

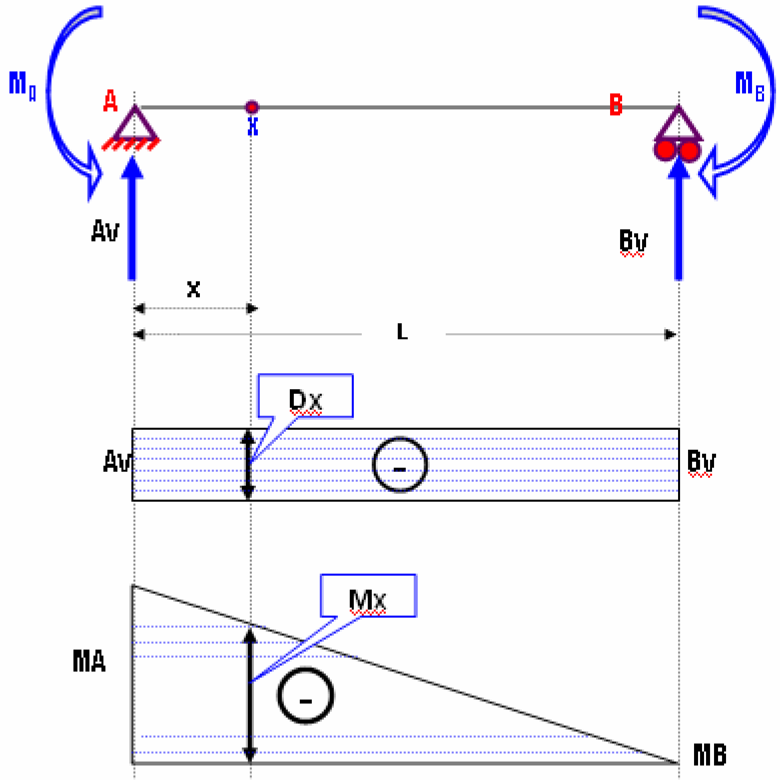
Bv = MB / L (ke atas) → Persamaan garis lurus miring

Mx = Av. x

Dx = dMx / dx = Av. x → Persamaan garis lurus mendatar

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

C. KBS dengan beban momen (-) (MA > MB)



Gambar 69. Konstruksi balok sederhana dengan beban momen negatif pada kedua ujungnya

REAKSI

ΣMB = 0

$$Av.L - M_A + M_B = 0$$

$$Av = \frac{M_A}{L} - \frac{M_B}{L}$$

ΣMA = 0

$$-Bv.L + M_B - M_A = 0$$

$$B_v = \frac{M_B - M_A}{L}$$

Tinjauan pada titik x (0 ≤ x ≤ L)

Mx = Av. X - MA

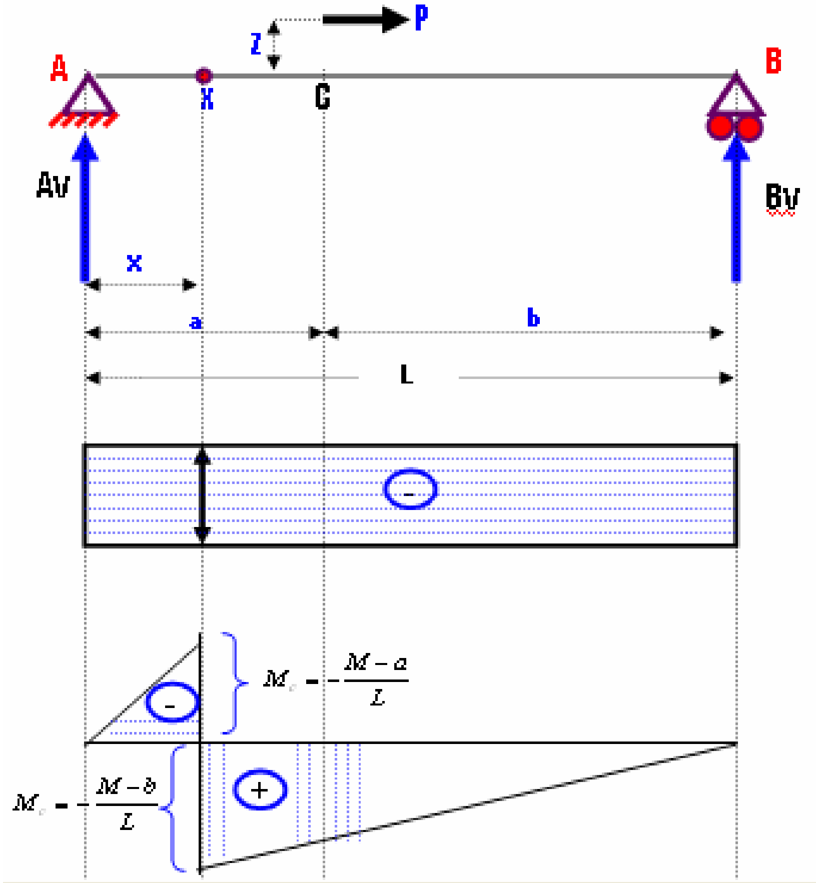
$$Mx = \left(\frac{M_A - M_B}{L}\right).x - MA \qquad \rightarrow \text{Pers. grs. lrs miring}$$

$$Dx = \frac{dMx}{dx} = \frac{M_A - M_B}{L}$$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

→ Pers. grs. lrs // sb. batang

D. Konstruksi Balok Sederhana dengan beban momen diantara tumpuan



Gambar 70. Konstruksi balok sederhana dengan momen diantara tumpuan

REAKSI

ΣMB = 0

Av.L – P. Z = 0

$$A_v = -\frac{P.Z}{L} = -\frac{M}{L}$$

ΣMA = 0

-Bv.L + P. Z = 0

$$B_v = -\frac{P-Z}{L} = \frac{M}{L}$$

Tinjauan titik x (0 ≤ x ≤ a)

Mx = Av. x

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

Persamaan grs lrs miring

$$D_x = \frac{dMx}{dx} = Av$$

Persamaan grs lrs // sb btg

Untuk x = a
Mc = Av. a

$$M_c = -\frac{M-a}{L}$$

Tinjauan titik x ---------a ≤ x ≤ L

Mx = Av. X – M

$$M_x = -\frac{M}{L}.x + M$$ → Pers. Grs. Lrs miring

x = a

$$M_C = -\frac{M}{L}.a + M$$

$$= -\frac{M.a + M.L}{L} = -\frac{M.a + M(a+b)}{L}$$

$$= -\frac{M.a + M.c + M.b}{L}$$

$$Mc = \frac{M.b}{L}$$

x = L

$$M_B = -\frac{M}{L}.a + M$$

$$= -\frac{M}{L}.L + M$$

$$= -M + M$$

MB = 0

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

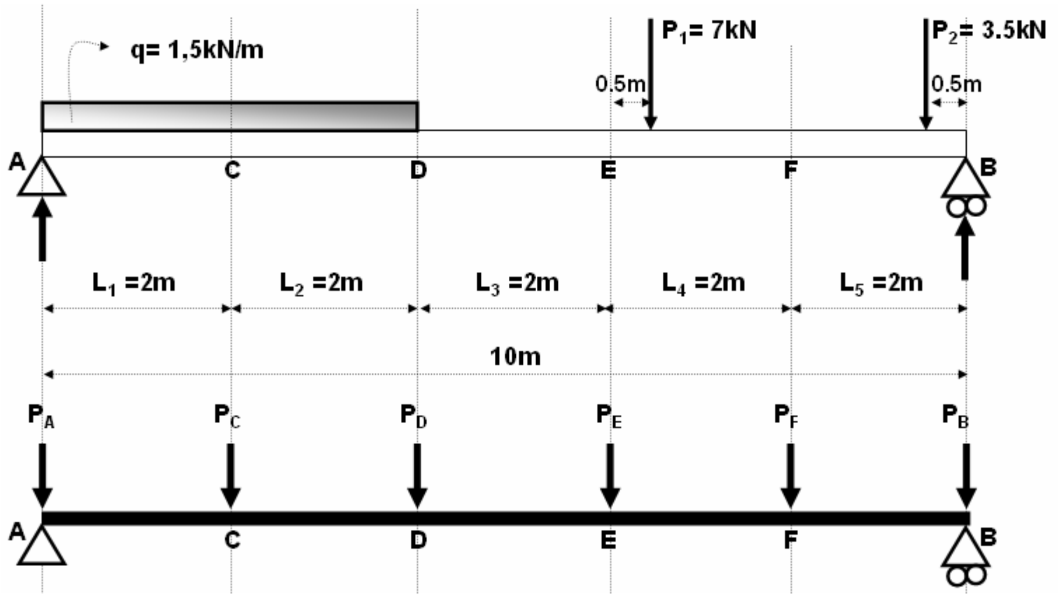
Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

10
K.B. Beban tidak Langsung & Miring

A. Konstruksi balok dengan beban tidak langsung

Konstruksi balok dengan beban tidak langsung dapat diambil suatu contoh kasus pada struktur atap rumah, dimana posisi penempatan gording tidak tepat berada pada titik buhul. Hal yang menarik dari kasus tersebut adalah adanya transfer beban gording yang menjadi beban titik, harus berada tepat pada titik buhul. Asumsi demikian ditentukan karena pada konsep dasar analisis struktur, suatu beban pada truss harus bekerja pada titik buhulnya, sehingga apabila ada suatu beban yang tidak tepat berada pada titik buhul, harus dimodifikasi sedemikian rupa agar beban yang bekerja dapat tepat di titik buhul. Berikut ini akan dijelaskan tata cara perhitungan konstruksi balok dengan beban tidak langsung.



Gambar 71. Transfer beban ke titik buhul pada suatu gelagar balok

1. Menghitung Reaksi Perletakan

ΣMB =0;

Av.10 – (1,5.4).8 – 7.3,5 – 3,5.0,5 = 0

Av = (74,25/10) = 7,425 kN

ΣGV =0;

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

AV + BV – q.4 – P1 – P2 =0

BV = 6+7+3,5 – 7,425 = 9,075 kN

2. **Menghitung Momen**

M_C = AV.2 – q. 2. ½. 2 = 11,85 kNm

M_D = Av.4 – q. 4. 2 = 17,7 kNm

M_G = BV.3,5 – P1.3 = 21,2625 kNm

M_H = Bv . 0,5 = 4,5375 kNm

Gambarlah momen hasil perhitungan di atas, kemudian hasilnya dikorelasikan dengan bmd perhitungan cara ke-02.

BMD koreksi yaitu hasil perhitungan cara ke-02 (hasil transfer beban yang tepat di balok lateral atau arah melintang).

B. Cara 02, melimpahkan beban kepada balok melintang (arah lateral)

Balok melintang A menerima pelimpahan beban sebesar:

P_A = ½.q. L_1 = ½. 1,5. 2 = 1,5 kN

Balok melintang C menerima pelimpahan beban sebesar:

Pc = ½. q. L_1 + ½.q.L_2 = 1,5 + 1,5 = 3,0 kN

Balok melintang d menerima pelimpahan beban sebesar:

P_D = ½. q. L2 = 1,5 kN

Balok melintang E menerima pelimpahan beban sebesar:

P_E = (7.1,5)/ L3 = 5,25 kN

Balok melintang f menerima pelimpahan beban sebesar:

P_F = (7.1,5/2) + (3,5.1,5/2) = 4,375 kN

Balok melintang b menerima pelimpahan beban sebesar:

P_B = (3,5.1,5)/2 = 2,625 kN

1. **Menghitung reaksi perletakan**

ΣM = 0;

A_V. L – P_A.L – P_C. 4L – P_D. 3L - P_E.. 2L - P_F.L = 0

A_V. 10 = 1,5.10 + 3.4.2 – 1,5. 3.2 – 5,25.2.2 – 2,625.2

Av = (74,25/10) = 7,425 kN

ΣGv = 0;

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

$Av + Bv - P_A - P_C - P_D - P_E - P_F - P_B = 0$

$Bv = 16,5 - 7,425 = 9,075$ kN

2. ***Bending moment diagram* (BMD)**

$M_C = A_V. L - P_A.L = 7,425.2 - 1,5.2 \quad = 11,85$ kNm

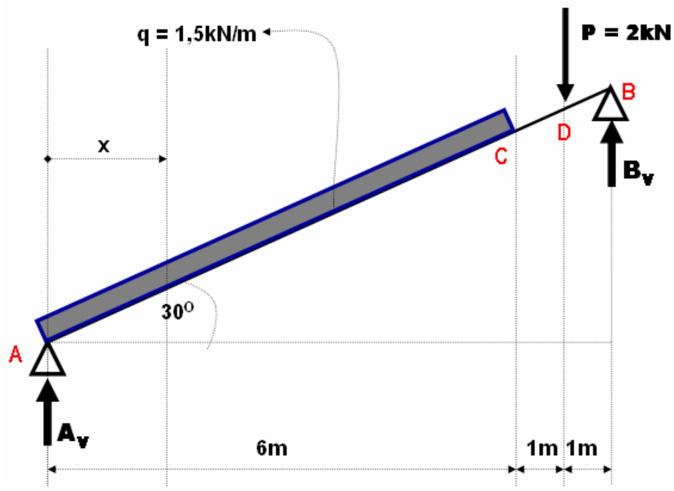
$M_D = (A_V - P_A).2L - PC.L = (7,425 - 1,5).2.2 \quad = 17,7$ kNm

$M_E = (A_V - P_A).3 - P_C. 2L - P_D.L = 35,55 - 12 - 3 \quad = 20,55$ kNm

$M_F = (Bv - P_1).L = (9,075 - 2.625).2 \quad = 12,9$ kNm

C. Konstruksi balok miring

Pada kasus balok miring ini, biasanya dijumpai pada kasus tangga suatu struktur bangunan yang lebih dari satu lantai. Berikut disajikan tata cara perhitungan untuk kasus tangga.



Gambar 72. Konstruksi balok miring dengan kombinasi beban merata dan terpusat

1. **Menghitung reaksi perletakan**

$\Sigma M_B = 0$

$A_V. 8 - q. 6. 5 - P_1.1 = 0$

$Av = 5,9$ kN (ke atas)

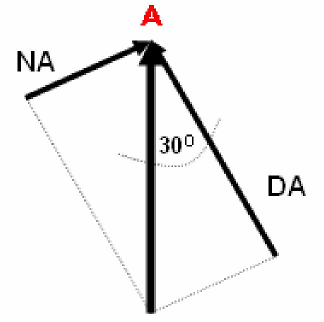
$\Sigma G_V = 0$

$A_V - q. 6 - P + B_V = 0$

$Bv = 5,1$ kN (ke atas)

2. Menghitung *Shear forces diagram* (SFD) dan *Normal forces diagram* (NFD)

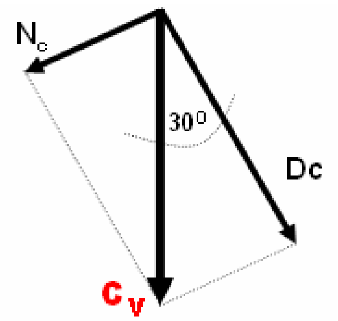
SFD and NFD Pada TITIK A



$D_A = A_V.\cos 30o = 5{,}9.\cos 30^O = 5{,}11$ kN

$N_A = -A_V.\sin 30o = 5{,}9.\sin 30o = -2{,}95$ kN

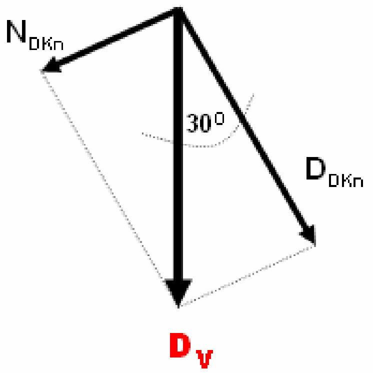
SFD and NFD pada TITIK C



DC = -Cv. Cos 30o = -3,1.cos 30o = -2,95 kN

NC = 3,1 . Sin 30° = 1,55 kN

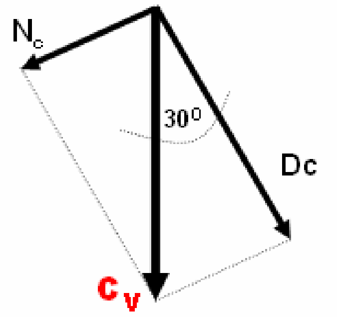
SFD and NFD pada TITIK D



$D_{Dkn} = -Dv.\cos 30^o = -5{,}1.\cos 30^o = -4{,}42$ kN

$N_{Dkn} = 5{,}1\ .\ \sin 30^o = 2{,}55$ kN

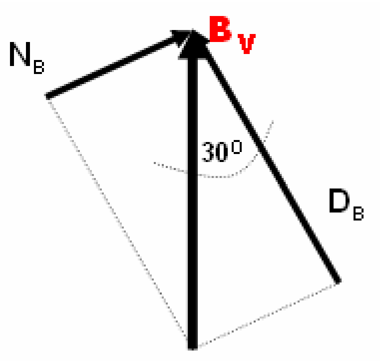
SFD and NFD pada TITIK C



DC = -Cv. Cos 30° = -3,1.cos 30° = -2,95 kN

NC = 3,1 . Sin 30° = 1,55 kN

***Shear forces diagram* (SFD) and *Normal forces diagram* (NFD) pada titik B.**



$D_B = D_{Dkn}$ = -4,42 kN

$N_B = N_{Dkn}$ = 2,55 kN

***Bending moment diagram* (BMD) pada titik A & B**

$M_A = M_B = 0$

$M_C = B_V. 2 – P.1$ = 5,1. 2 – 2.1 = 8,2 kNm

$M_D = B_V. 1$ = 5,1. 1 = 5,1 kNm

Momen ekstrem terjadi pada saat DX = 0

Dx = Av- q.x

0 = Av – q.x → x = (Av/q) = (5,9/1,5) = 3,93m dari titik A

M_{maks} = Av. 3,93 – q. 3,93. (½ . 3,93)

= 5,9. 3,93 – 1,5. ½. (3,932)

M_{maks} = 23,187 – 11,584 = 11,603 kNm

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

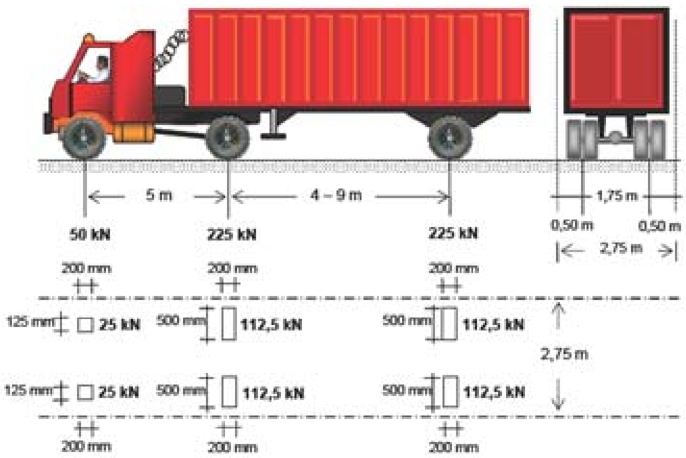
Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

11 Garis Pengaruh

A. Garis pengaruh

Digunakan sebagai metode untuk menghitung Respon Struktur Akibat adanya beban bergerak pada jembatan.



Gambar 73. Pembebanan truk pada jembatan (RSI T-05 2005)

Garis pengaruh reaksi tumpuan

Beban bergerak sejarak X dari tumpuan A, maka reaksi tumpuan dapat dihitung sebesar BEBAN dikalikan dengan **ORDINATNYA**.

R = P. y……………………………………………………………..………..(1)

keterangan:

R = Reaksi Tumpuan

P = Beban

y = Ordinat grafik

1. Garis Pengaruh RA

Muatan bergerak P, biasanya diasumsikan dengan P = 1kN; Bila beban P terletak di tumpuan B, maka:

$\sum MB = 0;$

RA. L = 0; maka RA = 0.. **(2)**

$\sum MA = 0;$

-RB. L + P. L = 0; maka RB = P..**(3)**

2. Garis Pengaruh RB

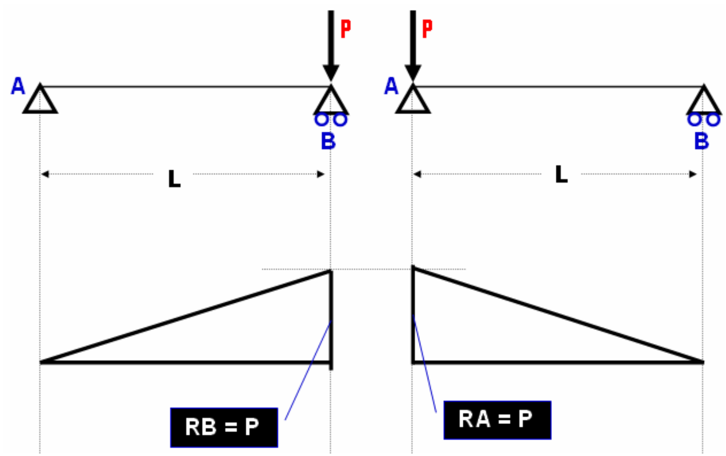
Muatan bergerak P, biasanya diasumsikan dengan P = 1kN; Bila beban P terletak di tumpuan A, maka:

$\sum MB = 0;$

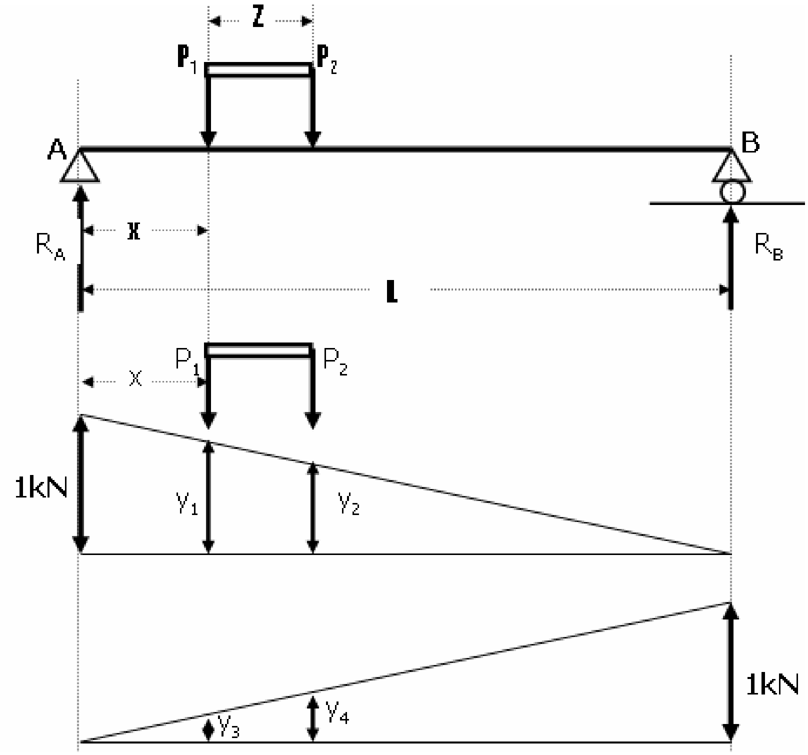
RA. L – P. L= 0; maka RA = P...**(4)**

$\sum MA = 0;$

-RB. L = 0; maka RB = 0..**(5)**



Gambar 74. Garis pengaruh akibat reaksi R_A dan R_B



Gambar 75. Garis Pengaruh Reaksi Tumpuan

Berdasarkan muatan yang melewati balok sejarak x dari tumpuan A, maka RA dan RB dinyatakan dengan:

$R_A = P_1 . y_1 + P_2 . y_2$..**(6)**

$R_B = P_1 . y_3 + P_2 . y_4$... ....**(7)**

Contoh

Sebuah balok AB panjang 8m, diberi beban bergerak P1 = 2kN dan P2 = 1kN (Jarak P_1 dan P_2 adalah 2m). Jarak dari tumpuan A sebesar 2m.

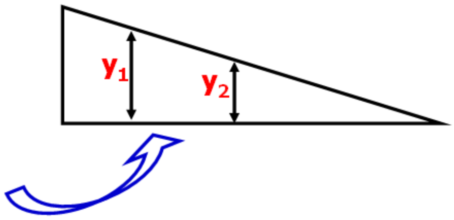
Hitunglah reaksi Tumpuan RA dan RB dengan menggunakan cara garis pengaruh.

Jawab:

Ordinat y_1 dan y_2

$\frac{y_1}{6} = \frac{1}{8};\quad maka \quad y_1 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

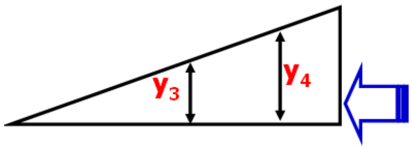
$\frac{y_2}{4} = \frac{1}{8};\quad maka \quad y_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$



Ordinat y_3 dan y_4

$\frac{y_3}{2} = \frac{1}{8};\quad maka \quad y_3 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$\frac{y_4}{4} = \frac{1}{8};\quad maka \quad y_4 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$



1. **Menghitung reaksi tumpuan;**

$R_A = P_1 . y_1 + P_2 . y_2$

$$R_A = 2.\frac{3}{4} + 1.\frac{1}{2}$$

$$R_A = \frac{6}{4} + \frac{1}{2} = \frac{6+2}{4} = 2kN$$

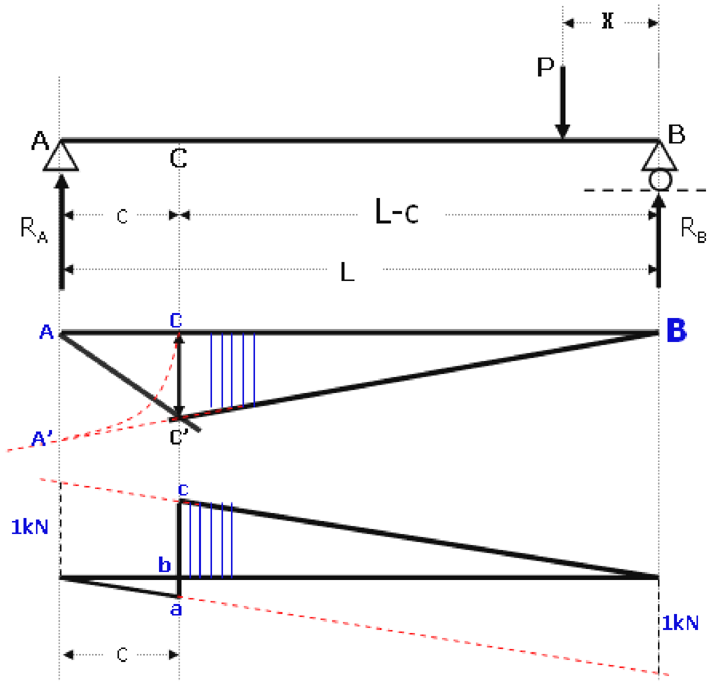
$R_B = P_1 . y_3 + P_2 . y_4$

$$R_B = 2.\frac{1}{4} + 1.\frac{1}{2}$$

$$R_B = \frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2+2}{4} = 1kN$$

2. **Garis pengaruh momen dan gaya lintang**

Dalam penyelesaian kasus momen dan gaya lintang pada balok dengan cara garis pengaruh, dapat dilakukan seperti pada Gambar di bawah ini. Untuk melukis garis pengaruh momen, dilakukan dengan membuat busur menggunakan jangka pusat titik A dengan jari-jari AC dari titik C ke titik A. Kemudian tarik garis dari titik A' ke titik B sehingga didapat titik C' selanjutnya tarik garis dari titik A ke C' maka diperoleh ΔABC' yang disebut dengan garis pengaruh MC dengan ordinat Y berupa C-C'.



Gambar 76. Garis pengaruh momen dan gaya lintang akibat beban terpusat

a. Garis Pengaruh Momen dan Gaya Lintang

Beban sebesar P diletakkan pada balok AB sejarak X dari tumpuan B, maka reaksi tumpuan di A sebesar:

Tinjauan terhadap titik A, maka:
∑MB = 0;

$$R_A = \frac{P.X}{L} \quad \text{.....(8)}$$

$$M_C = \frac{P.X}{L}.\,c \quad \text{.....(9)}$$

Momen pada **titik C** merupakan garis lurus karena fungsi X berpangkat satu.

Untuk **x =(L – c);** maka.

$$M_C = \frac{P.X}{L}.c$$

$$M_C = \frac{P.\,(L-c)}{L}.\,c \quad \text{.....(10)}$$

untuk P = 1; maka

$$M_C = \frac{1.(L-c)}{L}.c$$

$$M_C = \frac{(L-c)}{L}.\,c \quad \text{.....(11)}$$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

terhadap titik B, maka:

∑MA = 0

$$R_B = \frac{P.(L-X)}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

$$M_C = R_B\,(L-c)$$

$$Mc = \frac{P.(L-X)}{L}.\,(L-c) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

Momen pada titik C juga merupakan garis lurus, karena fungsi X berpangkat satu. Untuk x = (L – c) maka:

$$Mc = \frac{P\,(L-X)}{L}.(L-c)$$

$$Mc = \frac{P\,\{L-(L-c)\}}{L}.(L-c)$$

$$Mc = \frac{P.c}{L}(L-c) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

Untuk P = 1, maka:

$$Mc = \frac{P.c}{L}.(L-c)$$

$$Mc = \frac{c}{L}.(L-c) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15)$$

Ordinat y dapat diselesaikan dengan perbandingan segitiga pada ΔABC’ sehingga diperoleh persamaan:

$$\frac{CC'}{AA'} = \frac{(L-c)}{L} \; untuk\; CC' = y \;\; maka$$

$$y = \frac{AA'.(L-c)}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

Pada garis pengaruh Gaya Lintang di titik C, dilukiskan dengan cara membuat garis netral di atas titik A dengan menarik garis 1kN atau 1 meter pada bagian atas garis netral, kemudian pada bagian titik B dilukiskan hal yang sama 1kN atau 1m di bawah garis netral dan dari masing-masing titik tersebut di tarik garis ke arah titik A atau titik B.

Apabila perletakan beban P berada pada bagian pada bagian CB dari balok AB, maka gaya lintang DC sebesar RA maka garis pengaruh RA diambil sampai sampai batas BC. Garis pengaruh RA dan RB sampai batas titik C. Dalam penyelesaian garis pengaruh gaya lintang maka ordinat ac dan bc, dapat diselesaikan dengan cara perbandingan segitiga. Dari **Gambar di atas** dapat di cari ordinat **ab** berdasarkan segitiga bagian bawah.

$$\frac{ab}{1} = \frac{c}{L}$$

$$ab = \frac{c}{L} \quad \text{...(17)}$$

Ordinat bc berdasarkan segitiga bagian atas maka:

$$\frac{bc}{1} = \frac{(L-c)}{L}$$

$$bc = \frac{(L-c)}{L} \quad \text{..(18)}$$

B. Contoh soal dan penyelesaian

Contoh 1;

Sebuah balok AB panjang 10m, diberi beban bergerak dengan P1 = 3,5kN dan P2 = 2kN (jarak P1 dan P2 adalah 2m) sejarak 4m dari tumpuan A (Seperti tergambar). Hitung momen dan Gaya Lintang dengan menggunakan cara Garis Pengaruh.

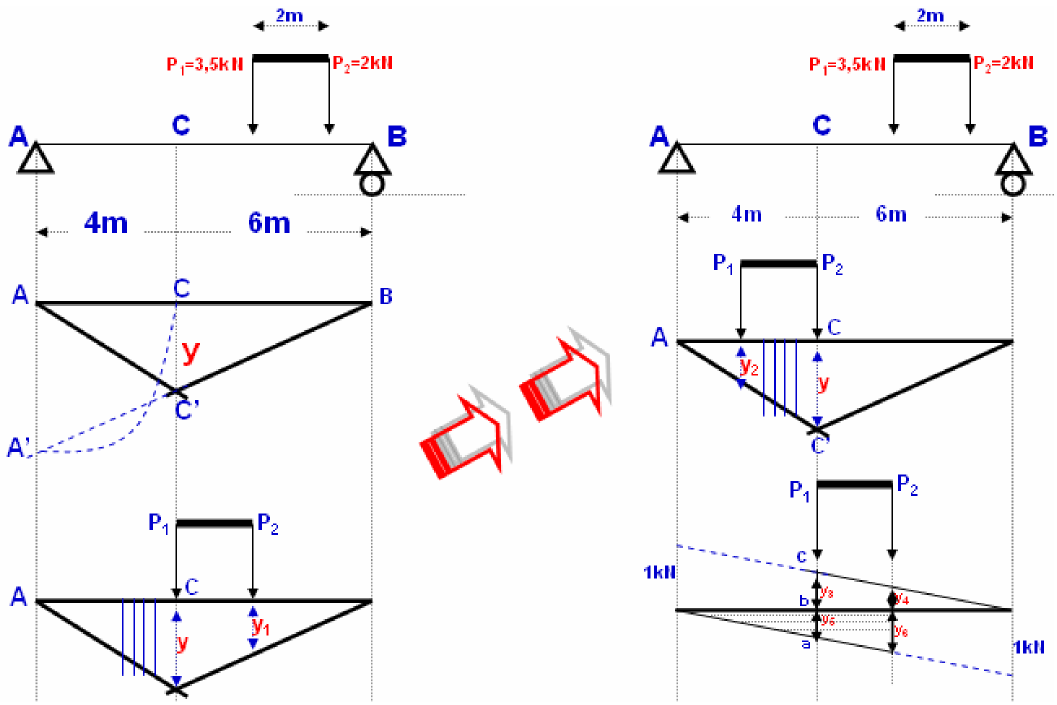
Penyelesaian:

Dari soal di atas dapat digambarkan sebagai berikut:

Langkah pertama dilakukan adalah melakukan garis pengaruh Momen pada titik C (MC) dengan cara:

1. Buat busur dengan menguraikan jangka dari titik C ke titik A' dengan jari-jari AC dengan pusat lingkaran (busur) adalah titik A.
2. Kemudian tarik garis dari titik A' ke titik B sehingga diperoleh titik C'.
3. Selanjutnya tarik garis dari titik A ketitik C'. Sehingga diperoleh sebuah ∆ABC' dan segitiga ini disebut dengan garis pengaruh Mc.

Untuk memperoleh MC maksimum maka "Beban terbesar diletakkan pada titik C dan akan didapatkan 2 buah kemungkinan yaitu kedudukan 1 dan kedudukan II, kemudian diselesaikan masing-masing kedudukan secara satu persatu selanjutnya dipilih nilai momen yang terbesar.



Gambar 77. Garis pengaruh akibat dua beban terpusat

1. **Pada kedudukan I**

Di cari dahulu ordinat y berdasarkan rumus 16

$$y = \frac{AA'.(L-c)}{L}$$

$$y = \frac{4.(10-4)}{10} = 2,4m$$

untuk ordinat y_1:

$$\frac{y_1}{y} = \frac{4}{6} \quad \rightarrow \quad y_1 = \frac{4}{6}.\,2,4 \quad \rightarrow y_1 = 1,6m$$

Maka momen maksimum yang terjadi sebesar:

M_{cmaks} = P_1. y + P_2. y

M_{cmaks} = 3,5. 2,4 + 2. 1,6

M_{cmaks} = 11,6kNm

Pada Kedudukan II

$$y = \frac{4(10-4)}{10} = 2,4m;$$

untuk ordinal y_2:

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

$$\frac{y_2}{y} = \frac{2}{4}; \Rightarrow y2 = \frac{2}{4}.y = \frac{2}{4}.2,4 \Rightarrow y = 1,2m$$

maka momen maksimum yang terjadi sebesar:

$M_{Cmaks} = P_1.\ y + P_2.\ y_2$

$M_{Cmaks} = 3,5.\ 2,4 + 2.\ 1,2$

$M_{Cmaks} = 10,8kNm$

Dari kedua kedudukan di atas, maka diperoleh momen maksimum pada titik C diambil hasil yang terbesar, hádala pada Kedudukan I yaitu M_{Cmaks} = 11,6kNm.

2. **Mencari gaya lintang DC maksimum dan Dc minimum**

   Dilukiskan terlebih dahulu gambar garis pengaruh DC dengan cara sebagai berikut :

   a. tarik garis 1kN atau 1m pada bagian atas garis netral di bawah titik A.
   b. hubungkan titik tersebut ke titik B, kemudian letakkan beban di atas garis pengaruh tersebut sesuai dengan kedudukan momen maksimum (dalam hal ini sama dengan kedudukan I)
   c. buatlah garis ordinat di bawah beban P_1 dan P_2
   d. lakukan hal yang sama dengan membuat garis 1kN atau 1m di bawah titik B
   e. hubungkan titik tersebut ke titik A (perletakan beban sama pada keadaan di atas)
   f. Buatlah garis ordinat di bawah beban P1 dan P2

Mencari ordinat y3, y4, y5 dan y6 berdasarkan rumus 17 dan rumus 18; maka diperoleh:

$$ab = \frac{c}{L} \;\; pada \;\; ab = y_5;\ maka \;\; y_5 = \frac{c}{L};\ sehingga: y_5 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Ordinal bc berdasarkan segitiga bagian atas, maka:

$$bc = \frac{(L-c)}{L} \;\; pada \;\; ab = y_3;\ maka \;\; y_3 = \frac{(L-c)}{L};\ sehingga: y_3 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Berdasarkan kedua ordinat di atas, dicari ordinat y4 dan y6 dengan perbandingan segitiga berikut ini:

$$\frac{y_4}{y_3}=\frac{4}{6} \quad \rightarrow y_4=\frac{4}{6}.y_3 \ =\frac{4}{6}.\frac{3}{5}$$

$$y_4 = \frac{2}{5}m$$

$$\frac{y_6}{y_5}=\frac{6}{4} \quad \rightarrow y_6=\frac{6}{4}.y_5 \ =\frac{6}{4}.\frac{2}{5}$$

$$y_6 = \frac{3}{5}m$$

Garis pengaruh DC maksimum menjadi:

D_{cmaks} $= P_1.\ y_3 + P_2.\ y_4$

D_{Cmaks} $= 3{,}5.\frac{3}{5}+2.\frac{2}{5}$

D_{Cmaks} $= 2{,}9kN$

Garis pengaruh Dcminimum menjadi:

D_{Cmin} $= P_1.\ y_5 + P_2.y_6$

D_{Cmin} $= 3{,}5.\frac{3}{5}+2.\frac{3}{5}$

D_{Cmaks} $= 2{,}6kN$

Contoh 2;

Sebuah balok jajaran ABC panjang 10m dengan rincian panjang AB 8m dan panjang BC 2m, diberi beban bergerak dengan P=3kN. Apabila pada suatu potongan pada titik D sejarak 3m dari tumpuan A (seperti tergambar) maka hitunglah momen dan gaya lintang pada potongan D tersebut dengan menggunakan cara garis pengaruh.

Jawab

1. **Garis Pengaruh R_A**
   a. Beban P diletakkan pada bagian BC di titik X_1, maka:

      ΣMB = 0;

      $R_A.\ L_1 + P.\ (L_2 – X_1) =0$

      $$R_A=\frac{-P.(L_2-X_1)}{L_1}=\frac{P.(L_2-X_1)}{L_1}\ (-)$$

      untuk X_1=0; (beban P pada titik C), maka:

$$R_A = \frac{P.(L_2 - 0)}{L_1} = \frac{P.L_2}{L_1}\ (-)$$

$$R_A = \frac{3.2}{8} = \frac{6}{8} kN\,(-)$$

untuk $X_1 = L_2$ (Beban P pada titik B), maka:

$$R_A = \frac{P.(L_2 - L_1)}{L_1} = 0$$

b. Beban P diletakkan pada bagian AB di titik X_2, maka:

$\sum M_B = 0$;

$R_A.\ L_1 - P.\ X_2 \quad = 0$

$$R_A = \frac{P.\ X_2}{L_1}$$

untuk X_2 = L1 – X = 8 -3 =5 (beban P pada titik D, maka:

$$R_A = \frac{P.\ X_2}{L_1}$$

$$R_A = \frac{3.\ 5}{8} = \frac{15}{8} kN$$

untuk $X_2 = L_1$ (beban P pada titik A), maka:

$$R_A = \frac{P.\ L_1}{L_1} = P = 3kN$$

2. Garis Pengaruh RB:

a. Beban P diletakkan pada bagian BC di titik X_1, maka:

$\Sigma M_A = 0$;

$-R_B.\ L_1 + P.\ \{L_1 + (L_2 - X_1)\}$

$$R_B = \frac{P.\{L_1 + (L_2 - X_1)\}}{L_1}$$

untuk X1 = 0, beban P pada titik C; maka:

$$R_B = \frac{P.\{L_1 + (L_2 - 0)\}}{L_1} = \frac{P.(L_1 + L_2)}{L_1}$$

$$R_B = \frac{3.(8+2)}{8} = \frac{30}{8} kN\,(+)$$

untuk $X_1 = L_2$; (beban P pada titik B, maka):

$$R_B = \frac{P.\{L_1 + (L_2 - L_1)\}}{L_1} = P$$

$$R_B = 3kN\,(+)$$

b. Beban P diletakkan pada bagian AB di titik X_2, maka:

$\Sigma M_B = 0$;

$R_B.\ L_1 - P.\ (L_1 - X_2) = 0$;

$$R_B = \frac{P.(L_1 - X_2)}{L_1}$$

untuk $X_2 = L_1 - X = 8 - 3 = 5$(Beban P di titik D), maka:

$$R_B = \frac{P.(L_1 - X_2)}{L_1} = \frac{3.(8-5)}{8} = \frac{9}{8}kN$$

untuk X2 = L1 (Beban P pada titik A); maka:

$$R_B = \frac{P.(L_1 - L_1)}{L_1} = 0kN$$

c. Garis pengaruh Momen MD

$$Y = \frac{3.5}{8} = \frac{15}{8} = 1{,}875m$$

$$\frac{Y_1}{Y} = \frac{2}{5} = 0{,}4m$$

Kedudukan I:

M_{maks} = P. Y = 3. 1,875 = 5,625kNm (+)

Kedudukan II:

Mmaks = P. Y1 = 3. 0,4 = 1,2kNm (+)

Dari kedua kedudukan di atas, maka yang diambil adalah nilai yang paling besar, yaitu nilai Mdmaks = P. Y = 3. 1,875 = 5,625kNm (+).

d. Garis pengaruh gaya lintang DD

$$\frac{Y_2}{1} = \frac{5}{8} = \ maka\ \ Y_2 = \frac{5}{8} = 0{,}625m$$

$$\frac{Y_3}{1} = \frac{3}{8} = \ maka\ \ Y_3 = \frac{3}{8} = 0{,}375m$$

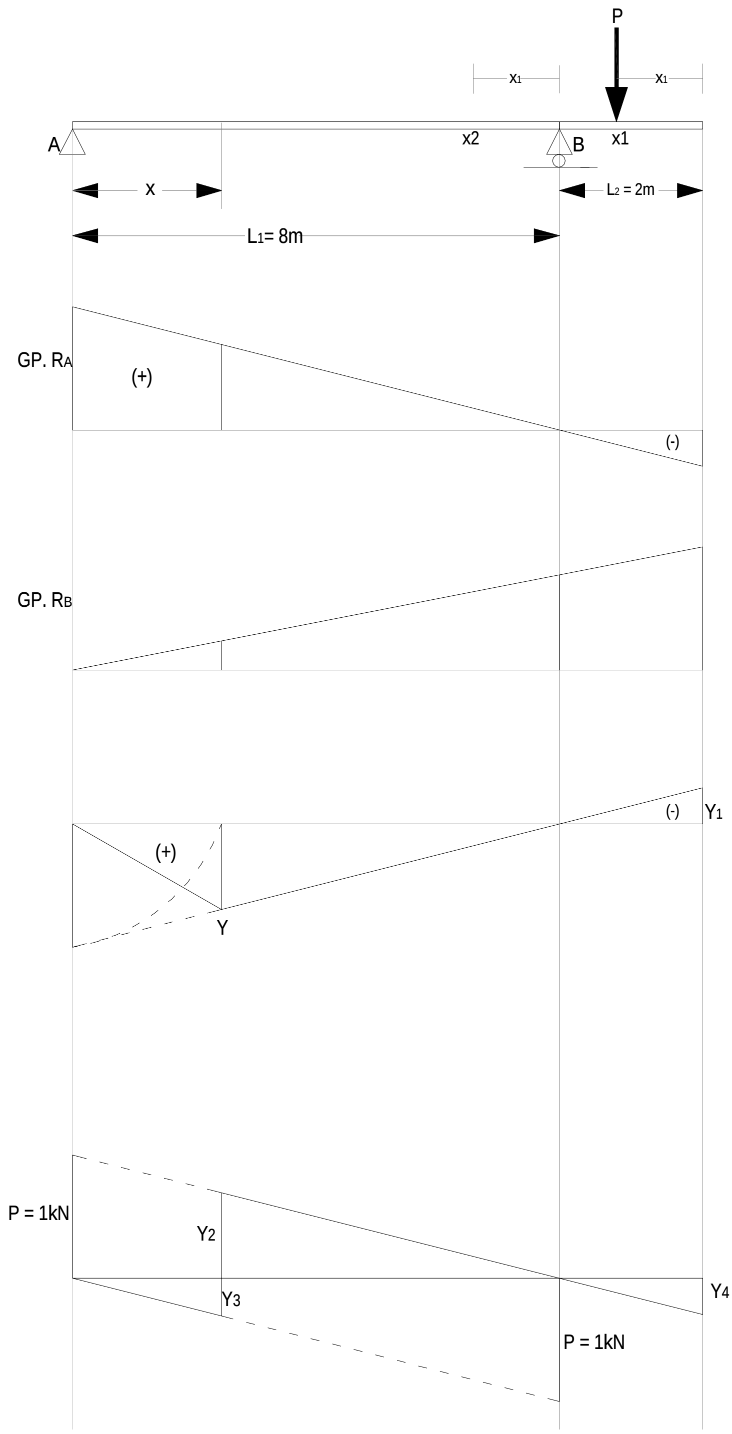
$$\frac{Y_4}{1} = \frac{2}{8} = \ maka\ \ Y_4 = \frac{5}{8} = 0{,}25m$$

maka dapat dihitung garis pengaruh gaya lintang:

D_{Dmaks} = P. Y_2= 3. 0,625 = 1,875kN (+)

D_{Dmin} = P. Y_4= 3. 0,25 = 0,275kN (-)

D_{Dmin} = P. Y_3= 3. 0,375 = 1,125kN (+)



Gambar 78. Garis pengaruh dengan balok overstek beban terpusat

Contoh 3;

Sebuah balok AB akan dilewati oleh muatan bergerak, panjang balok AB adalah 10m dengan rincian panjang AC 4m dan panjang BC 7m. Beban bergerak yang melewati balok AB masing-masing P1=kN; P2=2kN; P3=3kN dan P4=3kN. Jarak masing-masing P1=2m. Hitungah momen maksimum, gaya lintang maksimum dan gaya lintang minimum pada potongan C tersebut dengan menggunakan cara garis pengaruh.

Terdapat 2 buah beban terbesar yaitu P_3 dan P_4 beban masing-masing 3kN, maka ada 4 kedudukan yang harus dicari dan hasil yang terbesar dari ke 4 kedudukan tersebut disebut disebut dengan $M_{cmaksimum}$.

1. Garis Pengaruh MC

Mencari ordinat y

$$y = \frac{U.V}{L} \rightarrow y = \frac{4.6}{10} = \frac{24}{10} = 2{,}4m$$

$$\frac{y_1}{y} = \frac{1}{4} \rightarrow y_1 = \frac{y}{4} = \frac{2{,}4}{4} = 0{,}6m$$

$$\frac{y_2}{y} = \frac{2}{4} \rightarrow y_2 = \frac{2y}{4} = \frac{2.2{,}4}{10} = 1{,}2m$$

$$\frac{y_3}{y} = \frac{3}{4} \rightarrow y_3 = \frac{3y}{4} = \frac{3.2{,}4}{4} = 1{,}8m$$

$$\frac{y_4}{y} = \frac{5}{6} \rightarrow y_4 = \frac{5y}{6} = \frac{5.\ 2{,}4}{6} = 2{,}0m$$

$$\frac{y_5}{y} = \frac{4}{6} \rightarrow y_5 = \frac{4y}{6} = \frac{4.\ 2{,}4}{6} = 1{,}6m$$

$$\frac{y_6}{y} = \frac{3}{6} \rightarrow y_6 = \frac{3y}{4} = \frac{3.2{,}4}{6} = 1{,}2m$$

Pada kedudukan I

Mcmaks $= P_1.\ y_2 + P_2.\ y_3 + P_3.\ y + P_4.\ y_4$

Mcmaks $= 2.\ 1{,}2 + 2.\ 1{,}8 + 3.\ 2{,}4 + 3.2$

$= 19{,}20$kNm

Pada kedudukan II

Mcmaks $= P_1.\ y_1 + P_2.\ y_2 + P_3.\ y_3 + P_4.\ y$

Mcmaks $= 2.0{,}6 + 2.\ 1{,}2 + 3.1{,}8 + 3.2{,}4$

$= 16{,}20$kNm

Pada kedudukan III

Mcmaks = $P_1 . y_5 + P_2 . y_4 + P_3 . y + P_4 . y_3$

Mcmaks = 2.1,6 + 2.2,0 + 3.2,4 + 3.1,8

= 19,8 0kNm

Pada kedudukan IV

Mcmaks = $P_1 . y_6 + P_2 . y_5 + P_3 . y4 + P_4 . y$

Mcmaks = 2.1,2 + 2.1,6 + 3.2,0 + 3.2,4

= 18,8 0kNm

Dari ke 4 buah kedudukan, di atas, maka dapat disimpulkan bahwa Besarnya Momen maksimum pada titik C (M_{Cmaks}) berada pada kedudukan III yaitu sebesar M_{Cmaks} = 19,80kNm

2. Garis Pengaruh DD

Kedudukan dari Garis Pengaruh DD tergantung dari M_{Cmaks} yang diperoleh yaitu pada kedudukan III.

Mencari ordinat y

$$\frac{y_7}{1} = \frac{7}{10} \rightarrow y_7 = \frac{7}{10} = 0{,}7m$$

$$\frac{y_8}{1} = \frac{6}{10} \rightarrow y_8 = \frac{6}{10} = 0{,}6m$$

$$\frac{y_9}{1} = \frac{5}{10} \rightarrow y_9 = \frac{5}{10} = 0{,}5m$$

$$\frac{y_{10}}{1} = \frac{4}{10} \rightarrow y_{10} = \frac{4}{10} = 0{,}4m$$

$$\frac{y_{11}}{1} = \frac{2}{10} \rightarrow y_{11} = \frac{2}{10} = 0{,}2m$$

$$\frac{y_{12}}{1} = \frac{3}{10} \rightarrow y_{12} = \frac{3}{10} = 0{,}3m$$

$$\frac{y_{13}}{1} = \frac{4}{10} \rightarrow y_{13} = \frac{4}{10} = 0{,}4m$$

$$\frac{y_{14}}{1} = \frac{5}{10} \rightarrow y_{14} = \frac{5}{10} = 0{,}5m$$

Gaya lintang maksimum

D_{Dmaks} = $P_1 . y_{10} + P_2 . y_9 + P_3 . y_8 + P_4 . y_7$

D_{Dmaks} = $P_1 . y_{10} + P_2 . y_9 + P_3 . y_8 + P_4 . y_7$

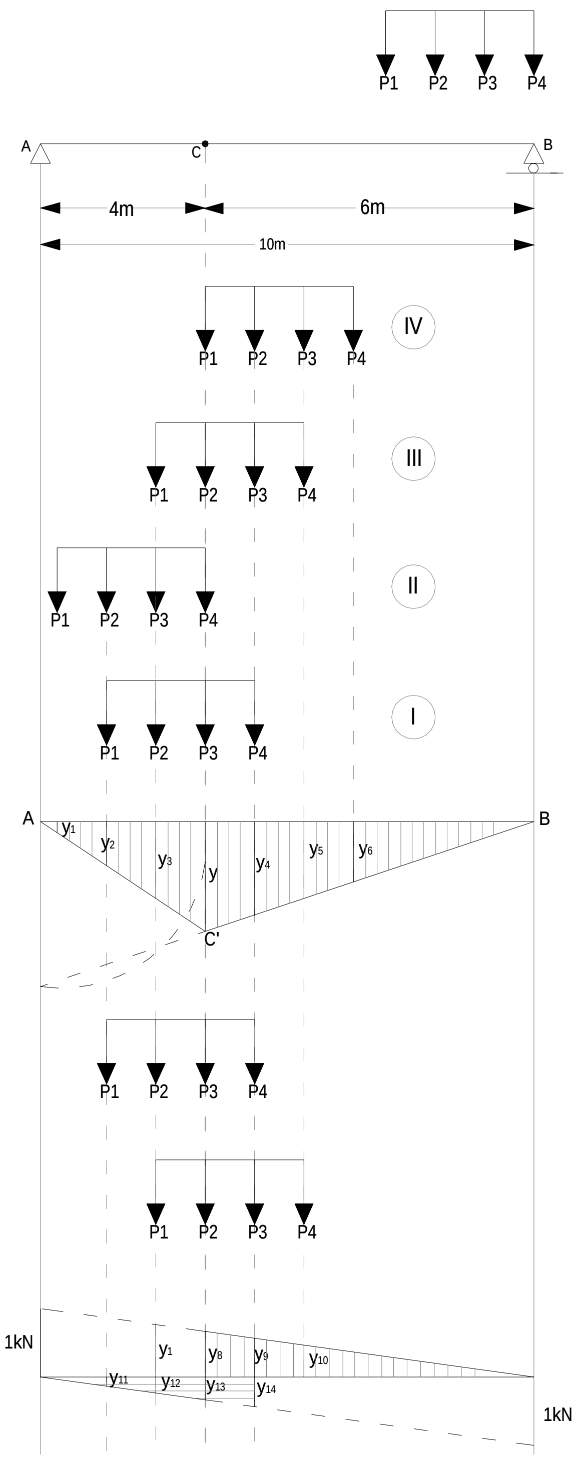
= 5,7kN

Gaya Lintang Minimum

$D_{Dmin} \quad = P_1.\ y_{11} + P_2.\ y_{12} + P_3.\ y_{13} + P_4.\ y_{14}$

$D_{Dmin} \quad = 2.\ 0{,}2 \ + 2.\ 0{,}3 \ + 3.\ 0{,}4 \ + 3.\ 0{,}5$

$= 3{,}7 kN$



Gambar 79. Garis pengaruh akibat beban merata

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

12
Garis Pengaruh Momen & Gaya Lintang pada Beban terbagi Rata

A. Garis pengaruh momen & gaya lintang

Apabila pada sebuah balok yang ditumpu oleh dua tumpuan akan tetapi balok tersebut dilewati oleh muatan bergerak terbagi rata, maka dapat diselesaikan momen dan gaya lintang pada sebuah titik di sepanjang balok tersebut dengan memperhitungkan luas bidang pada area yang dilewati oleh muatan bergerak tersebut. Untuk hal di atas, maka perlu dipahami dan dimengerti tentang luas bidang-bidang seperti luas trapesium, luas segitiga, agar memudahkan penyelesaian persoalan di atas.

Langkah pertama muatan terbagi rata diletakkan sedemikian rupa sehingga ordinat:

$y_1 = y_2$ ....(19)

berdasarkan letak tersebut di atas, maka jarak muatan terbagi rata dari titik A adalah sejarak X, sementara jarak muatan terbagi rata dari titik B adalah sejarak (L-L1-X).

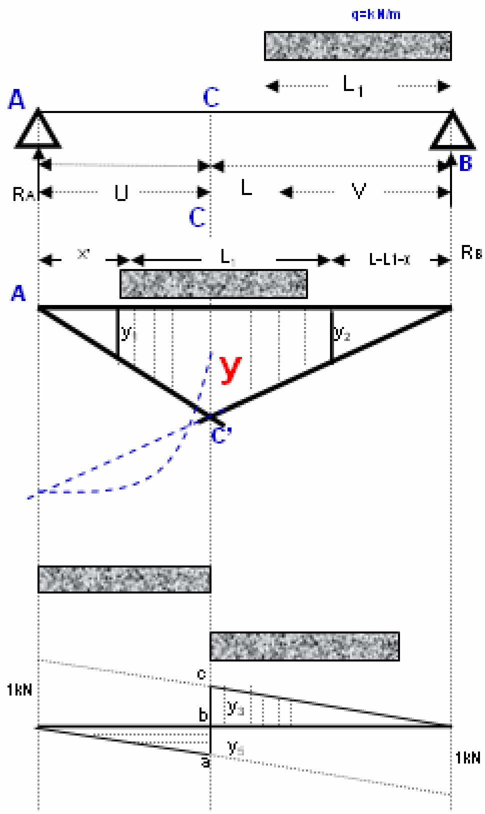
Langkah berikutnya adalah mencari ordinat y, y_1 dan y_2 berdasarkan perletakan tersebut di atas, ordinat tersebut adalah:

$$y = \frac{UV}{L} \quad \text{....................................}(20)$$

$$y_1 = \frac{X.y}{U} \quad \text{....................................}(21)$$

$$y_2 = \frac{(L - L_1 - X)y}{V} \quad \text{....................................}(22)$$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta



Gambar 80. Pengaruh momen dan gaya lintang pada beban terbagi merata.

Langkah selanjutnya mencari jarak x berdasarkan persamaan (19)

$y_1 = y_2$

subtitusikan nilai y_1 dan y_2 kedalam persamaan sehingga menjadi:

$$\frac{X.y}{U} = \frac{(L - L_1 - X).y}{V}$$

$$X.V = (L - L_1 - X).U$$

$$X = \frac{(L - L_1 - X).U}{V}$$

Selanjutnya disederhanakan menjadi:

$$X = \frac{UL}{V} - \frac{UL_1}{V} - \frac{UX}{V}$$

$$X + \frac{UX}{V} = \frac{UL}{V} - \frac{UL_1}{V}$$

$$X\left(1 + \frac{U}{V}\right) = \frac{UL - UL_1}{V}$$

$$X\left(\frac{V}{V} + \frac{U}{V}\right) = \frac{UL - UL_1}{V}$$

$$X\left(\frac{V + U}{V}\right) = \frac{UL - UL_1}{V}; \quad X(V + U) = UL - UL_1$$

$$X.L = UL - UL_1$$

Nilai x menjadi persamaan sebagai berikut:

$$X = \frac{UL - UL_1}{L} \quad \text{.......(23)}$$

Setelah nilai X diperoleh, selanjutnya dapat dihitung Momen maksimum pada titik C sebagai berikut:

M_{maks} = q. (F1+F2)

Dimana: (Luas trapesium)

$$F_1 = \frac{(y_1 + y).(U - X)}{2} \quad \text{.......(24)}$$

$$F_2 = \frac{(y_2 + y).[(V - (L - L_1 - X)]}{2} \quad \text{.......(25)}$$

Setelah momen maksimum pada titik C diperoleh, selanjutnya dapat dihitung gaya lintang maksimum dan gaya lintang minimum pada titik C sebagai berikut:

Mencari Ordinat.

$$y_3 = \frac{V}{L} \quad \text{.......(26)}$$

$$y_4 = \frac{V - L_1}{L} \quad \text{.......(27)}$$

$$y_5 = \frac{U}{L} \quad \text{.......(28)}$$

Selanjutnya dihitung gaya lintang maksimum dan minimum sebagai berikut:

D_{cmaks} = q. F_3 ....(29)

D_{cmin} = q. F_4 ....(29)

Dimana (Luas trapesium)

$$F_3 = \frac{(y_3 + y_4).[(V - (L - L_1 - X)]}{2} \quad \text{...(30)}$$

$$F_4 = \frac{y_5 .\ U}{2} \quad \text{.. ....(31)}$$

B. Contoh soal dan penyelesaian

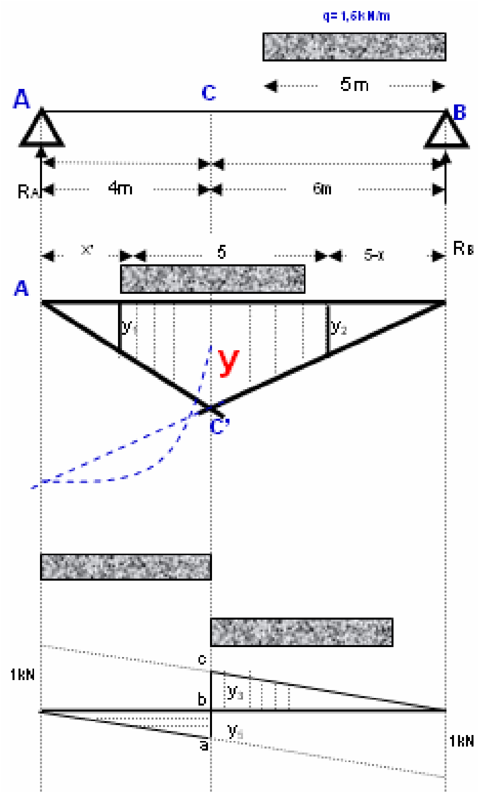
Contoh soal 01;

Sebuah balok AB ditumpu oleh 2 tumpuan mempunyai panjang 10m, dengan titik potong C sejarak 4m, akan dilewati oleh muatan bergerak terbagi rata sepanjang 5m dengan q = 1,5kN/m. Hitunglah momen maksimum, gaya lintang maksimum dan gaya lintang minimum pada potongan C tersebut dengan menggunakan cara garis pengaruh.

Jawab.

Muatan terbagi rata diletakkan sedemikian rupa dengan jarak dari titik A sejarak X dari ordinat.

$y_1 = y_2$



Gambar 81. Garis Pengaruh akibat beban terbagi merata

$$y = \frac{U.V}{L} \qquad \rightarrow y = \frac{4.6}{10} = \frac{24}{10} = 2{,}4m$$

$$y_1 = \frac{X.y}{U} \qquad \rightarrow y_1 = \frac{X.2{,}4}{10} = 0{,}6X$$

$$y_2 = \frac{(5-X).y}{6} \qquad y_2 = \frac{(5-X).2{,}4}{6}$$

$$y_2 = \frac{12-2{,}4X}{6} \qquad y_2 = 2-0{,}4X$$

Selanjutnya mencari jarak ”x” berdasarkan persamaan (19)

$y_1 = y_2$

0,6.X = 2-0,4.X

0,6X +0,4X = 2

X = 2

Sehingga nilai masing-masing y_1 dan y_2 sebagai berikut:

y_1 = 0,6X = 0,6. 2 = 1,2m

y_2 = 2-0,4X = 2-0,4.2 = 2-0,8 = 1,2m

Setelah nilai X diperoleh, selanjutnya dihitung momen maksimum pada titik C sebagai berikut:

$$M_{cmaks} = q.(F1+F2)$$

$$F_1 = \frac{(y_1+y).(U-X)}{2}$$

$$F_1 = \frac{(1{,}2+2{,}4).(4-2)}{2} = \frac{3{,}6.2}{2} = 3{,}6m^2$$

$$F_2 = \frac{(y_2+y).\,[V-(L-L_1-L)]}{2}$$

$$F_1 = \frac{(1{,}2+2{,}4).(6-(10-5-2))}{2} = \frac{3{,}6.3}{2} = 5{,}4m^2$$

Maka besar momen maksimum pada titik C diperoleh selanjutnya dihitung gaya lintang maksimum dan minimum pada titik C sebagai berikut:

Mencari ordinat:

$$y_3 = \frac{V}{L} = \frac{6}{10} = 0{,}6m$$

$$y_4 = \frac{V-L_1}{L} = \frac{6-5}{10} = \frac{1}{10}0{,}1m$$

$$y_5 = \frac{U}{L} = \frac{4}{10} = 0{,}4m$$

Selanjutnya dihitung gaya lintang maksimum dan minimum sebagai berikut:

$$F_3 = \frac{(y_3 + y_4).\,[V - (L - L_1 - X)]}{2}$$

$$F_3 = \frac{(0{,}6 + 0{,}1).\,[6 - (10 - 5 - 2)]}{2} = \frac{0{,}7.3}{2} = 1{,}05kN$$

$$F_4 = \frac{y_5.U}{2} = \frac{0{,}4.4}{2} = 0{,}8kN$$

Gaya lintang maksimum:

D_{cmaks} = q. F_3

D_{cmaks} = 1,5. 1,05 = 1,575kN

Gaya Lintang minimum:

D_{cmin} = q. F_4

D_{cmin} = 1,5.0,8 = 1,2 kN

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

13
Beban Bergerak

A. Umum

Dalam perencanaan struktur, sebelum analisisnya selalu meninjau beban-beban yang bekerja pada struktur. Di Indonesia informasi mengenai pembebanan untuk setiap jenis struktur dituangkan dalam peraturan-peraturan, antara lain :

1. Peraturan Muatan Jembatan Jalan Raya No. 12/1970
2. Peraturan Pembebanan Indonesia Untuk Gedung 1988
3. Peraturan Skema Beban Gandar Jembatan Jalan Rel Indonesia 1988 (Usulan)

Berdasarkan sifatnya beban struktur dapat dikategorikan sebagai berikut :

1. Beban Mati ialah semua beban yang diakibatkan oleh berat sendiri struktur atau unsur-unsur lain yang terikat secara permanen pada struktur. Besar dan kedudukannya dianggap tetap.
2. Beban Hidup ialah semua beban yang bekerja pada struktur selain beban mati. Berdasarkan sifatnya, beban hidup dapat dibedakan menjadi :
   a. Beban yang dapat dipindahkan *(moveable loads)*, yaitu beban yang dapat dipindahkan tanpa menimbulkan getaran dinamik.
   Contoh: beban orang, beban meubel, alat-alat kantor dan lain lain.
   b. Beban bergerak/dinamik *(moving loads)*, yaitu beban yang bergerak terus menerus pada struktur.
   Contoh: beban angin, beban gempa, beban kendaraan, beban kereta api dan lain lain.

B. Beban Bergerak

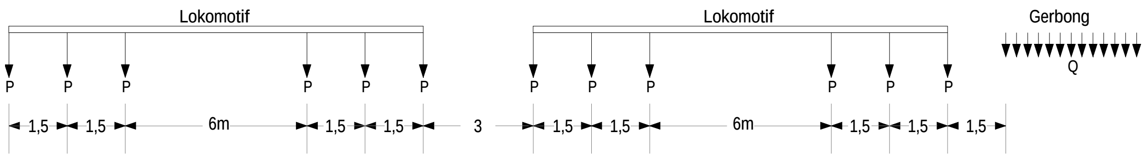
Beban bergerak harus diperhatikan dalam perencanaan struktur (terutama pada jembatan) sehingga dalam analisis dapat ditentukan pengaruh kedudukannya terhadap tegangan maksimum yang mungkin terjadi. Beban yang melintas pada struktur dapat berupa :

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

1. Beban orang, baik yang berupa berat sendiri (sebagai beban titik) maupun sekelompok orang (sebagai beban terbagi merata).
2. Beban kendaraan, merupakan rangkaian dari berbagai beban titik yang besar dan jaraknya tertentu.

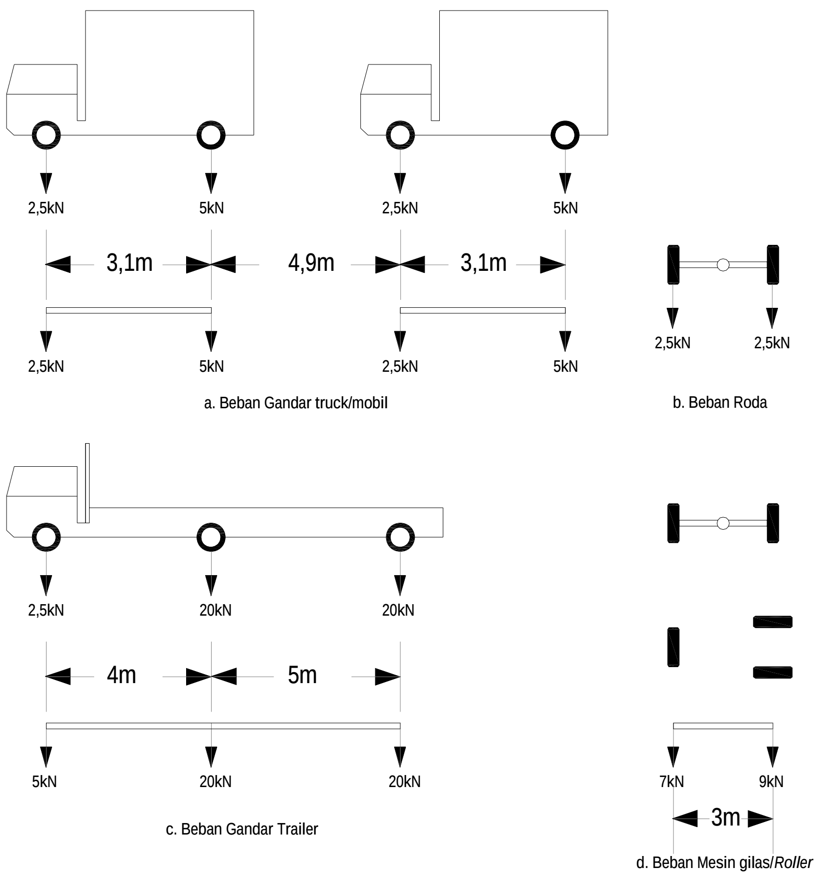
   Beberapa jenis beban kendaraan antara lain :

   a. Jalan Rel (Sesuai Skema Beban Gandar 1988 dapat dilihat pada Gambar 82 sampai dengan 83)



Gambar 82. Skema pembebanan jalan Rel

   c. Jalan Raya



Gambar 83. Konfigurasi beban gandar mobil

C. Rangkaian Beban Berjalan

Untuk rangkaian beban berjalan (contoh: Truk gandeng, Kereta api) dapat ditinjau harga-harga untuk :

1. Reaksi Tumpuan Maksimum
2. *Shearing Forc*e Maksimum (baik + maupun -)
3. *Bending Momen* Maksimum
4. Nilai ekstrim

D. Garis Pengaruh Beban Berjalan

1. Beban Titik Berjalan

Dari berbagai posisi beban dapat dihitung harga R_{AV}

a. Posisi 1

$R_A = P_{11}.\ Y_{11} + P_{21}.\ Y_{21} + P_{31}.\ Y_{31}$

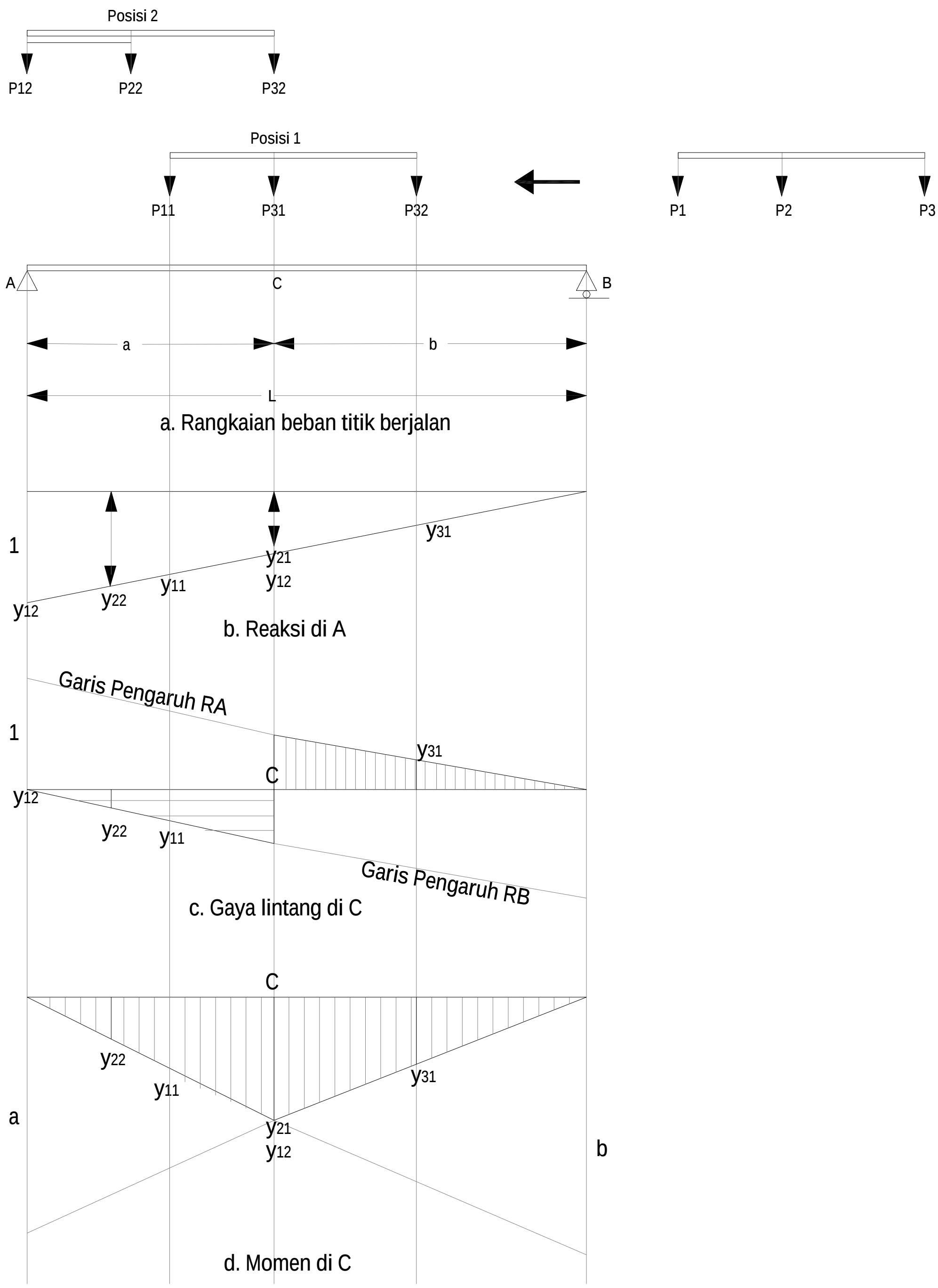
b. Posisi 2

$R_A = P_{12}.\ Y_{12} + P_{22}.\ Y_{22} + P_{32}.\ Y_{32}$

atau secara umum dapat ditulis :

$$R_A\ .\ \sum_{i=1}^{n} Pi.\ Yi$$

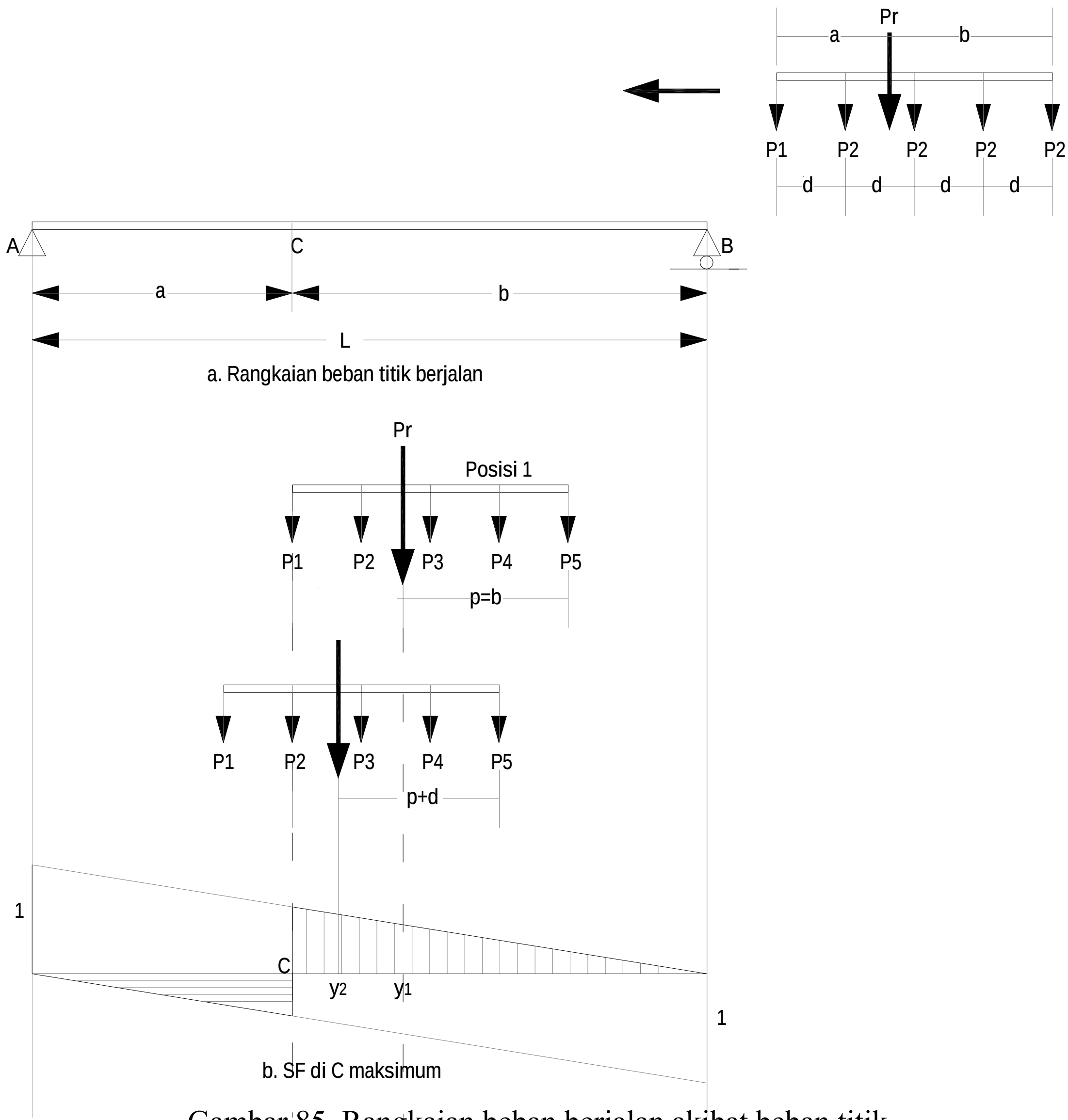
Dengan n = jumlah gandar yang masuk struktur



Gambar 84. Beban berjalan akibat beban titik

Untuk mendapatkan nilai R_A maksimum dengan cara trial, kemudian R_A maksimum yang terbesar dinamakan ekstrim.

1. S_{FC} = $P_1 . Y_{12} + P_2 . Y_{22} + P_3 . Y_{32}$
2. B_{MC} = $P_1 . Y_{12} + P_2 . Y_{22} + P_3 . Y_{32}$



Gambar 85. Rangkaian beban berjalan akibat beban titik

Untuk menentukan kedudukan resultante beban yang bekerja pada rangkaian beban berjalan dengan cara:

$\sum MP_1 = 0$

$(P_2.\ d) + (P_3.\ 2d) + (P_4.\ 3d) + (P_5.\ 4d) = (Pr.\ a)$

$$a = \frac{(P2.\ d) + (P3.\ 2d) + (P4.\ 3d) + (P5.\ 4d)}{Pr}$$

1. Posisi 1

$$\frac{y_1}{1} = \frac{P}{L}$$

$$y_1 = \frac{P}{L}$$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

$$SFc\ Posisi\ 1 = P_r .\ y_1\ = \frac{P_r .\ P}{L}$$

2. Posisi 2

$$\frac{y_2}{1} = \frac{(P+d)}{L}$$

$$y_2 = \frac{(P+d)}{L}$$

$$SFc\ \ posisi\ \ 2 = P_r . y_2 - P_1 = \frac{P_r\,(P+d)}{L} - P_1$$

Terdapat perubahan nilai SFc

ΔSFc = SFc2 – SFc1

$$= \frac{\Pr . P}{L} + \frac{\Pr . d}{L} - P_1 - \frac{\Pr . P}{L} = \frac{\Pr . d}{L} - P_1$$

Bila:

$$\frac{\Pr . d}{L} > P_1\ \ atau\ \ \frac{\Pr}{L} > \frac{P_1}{d};\ \ maka\ \ \ SF_{C2}\ >\ SF_{C1}$$

$$\frac{\Pr . d}{L} < P_1\ \ atau\ \ \frac{\Pr}{L} < \frac{P_1}{d};\ \ maka\ \ \ SF_{C2}\ <\ SF_{C1}$$

Syarat:

Jika tidak ada beban tambahan yang masuk struktur balok atau beban yang keluar struktur jembatan.

Bila ada beban baru yang masuk atau keluar bentang struktur balok, rumus umum untuk mencari ΔSF ditunjukkan pada persamaan (2)

$$\Delta SF\ = \frac{\sum Pd_1}{L} + \frac{P'.e}{L} + \frac{P''\,f}{L} - P_1$$

Keterangan:

L : Bentang struktur

∑P : Jumlah beban yang bekerja pada bentang

d_1 : jarak beban terakhir yang melewati titik yang ditinjau diukur dari titik tersebut

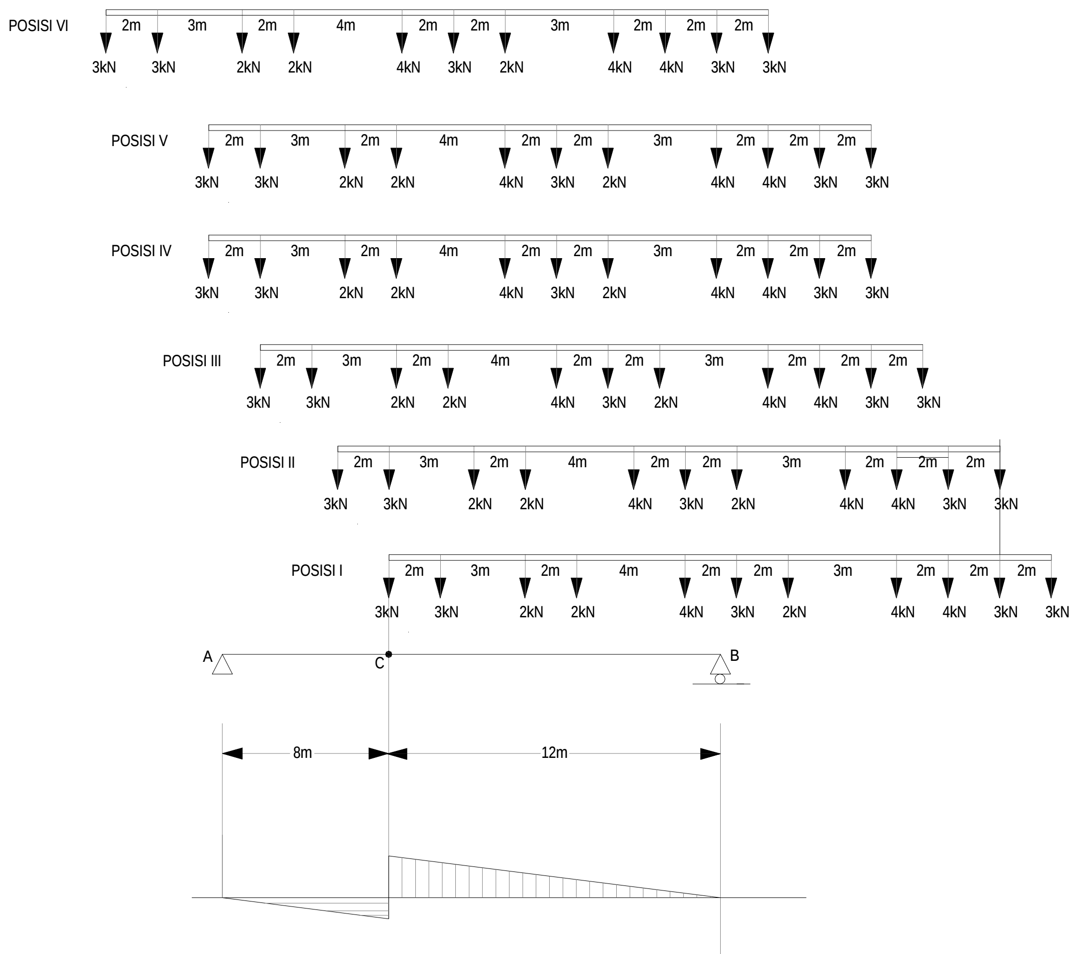
P’ : beban tambahan yang masuk bentang

P” : beban yang keluar dari bentang

P_1 : beban yang meninggalkan titik yang ditinjau

e : jarak beban tambahan dari dukungan yang dilewati

f : jarak beban yang keluar dari dukungan yang ditinggalkan



Garis Pengaruh SFc

Gambar 86. Berbagai konfigurasi beban berjalan pada gelagar balok

Dari Posisi I - II $\qquad \Delta SFc = \dfrac{(14).(2)}{20} + \dfrac{(3).(1)}{20} - 3 = -1{,}45$

Dari Posisi II - III $\qquad \Delta SFc = \dfrac{(17).(3)}{20} + \dfrac{(2).(2)}{20} - 3 = -0{,}25$

Dari Posisi III - IV $\qquad \Delta SFc = \dfrac{(19).(2)}{20} + \dfrac{(4).(1)}{20} - 2 = +0{,}10$

Dari Posisi IV - V $\qquad \Delta SFc = \dfrac{(23).(4)}{20} + \dfrac{(4).(1)}{20} + \dfrac{(3).(1)}{20} + \dfrac{(3).(1)}{20} + \dfrac{(3).(3)}{20} - 2 = +3{,}95$

Dari Posisi V - VI $\qquad \Delta SFc = \dfrac{(24).(2)}{20} + \dfrac{(3).(1)}{20} - 4 = -1{,}45$

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Siswadi, Wiryawan, Wigroho, Ervianto. 1999. Analisis struktur statis tertentu.Universitas Atma Jaya: Yogyakarta.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.

14
Beban Terbagi Rata Berjalan

A. Beban Terbagi Rata Berjalan

Beban terbagi rata pada dasarnya merupakan kumpulan beban titik dengan jarak yang sangat dekat.

Posisi I

R_A = (q). (luas bidang pengaruh)

= q. X. A

$$\frac{X_1}{L} = \frac{a}{L}$$

$$X_1 = \frac{a}{L}$$

R_A = q. (0,5. a. X_1)

R_A = q. (0,5. a. q/L)

Posisi I

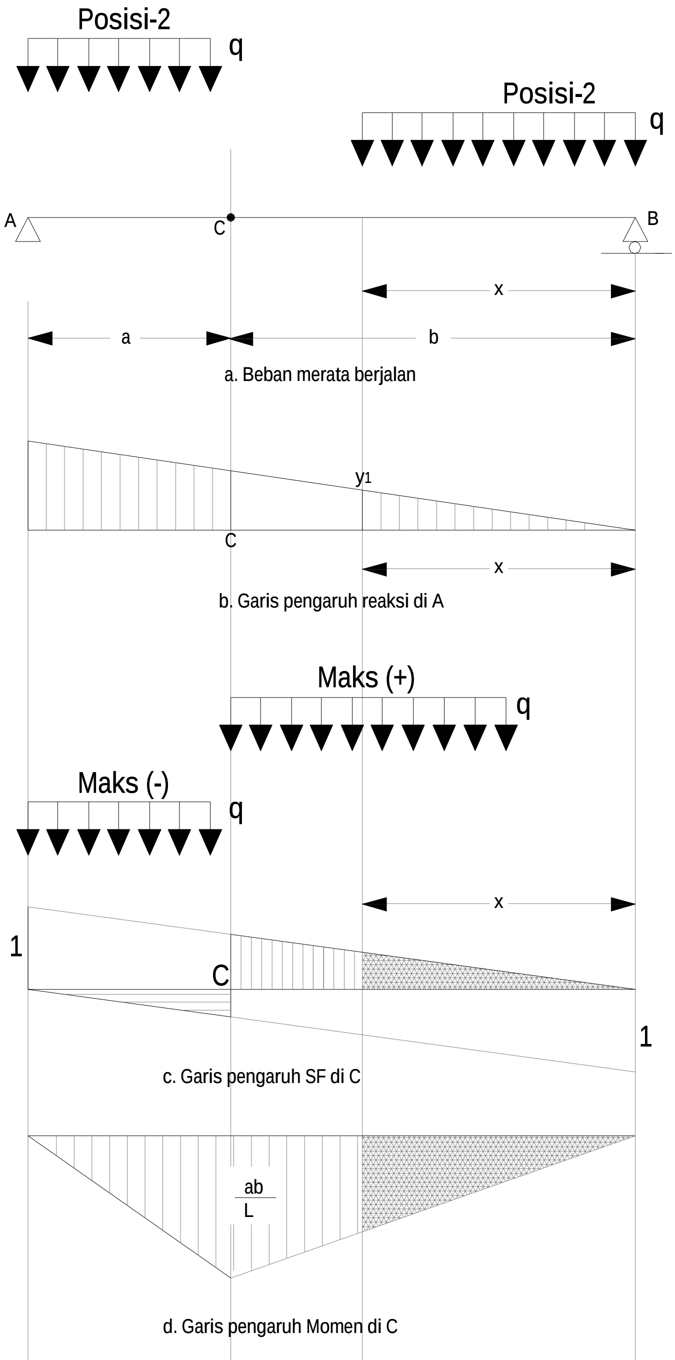
SFc = (q). (0,5. a. a/L)

BMc = (q). (luas bidang pengaruh)

Catatan:

SFc akan mempunyai nilai maksimum bila beban terbagi rata

Oleh:
Faqih Ma'arif, M.Eng.
Jurusan Pendidikan Teknik Sipil dan Perencanaan
Fakultas Teknik Universitas Negeri Yogyakarta

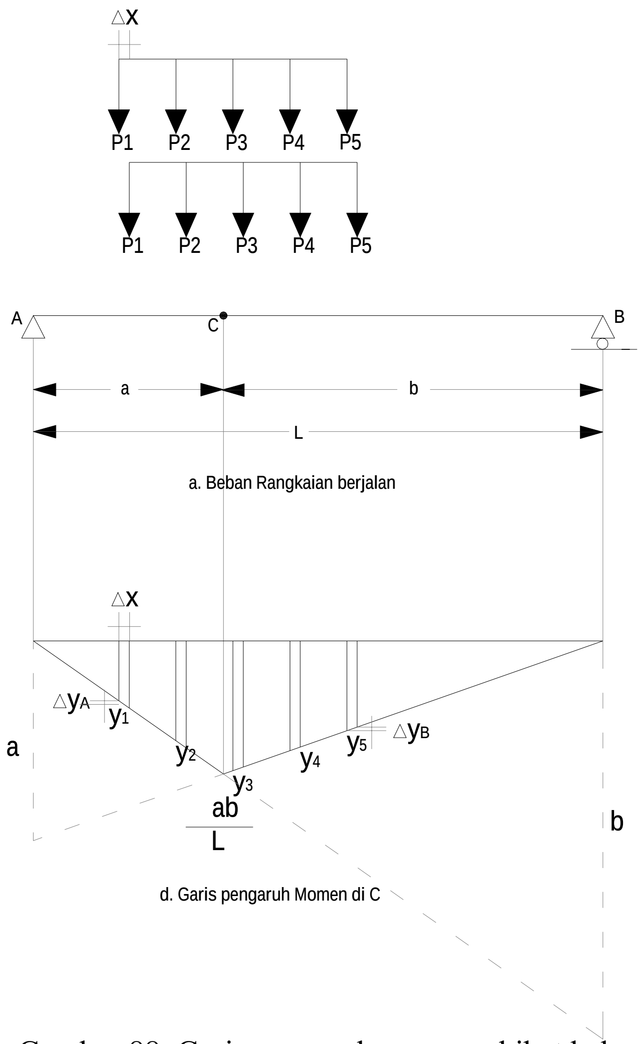


Gambar 87. Beban berjalan akibat beban merata

B. Garis Pengaruh Momen Maksimum

Rangkaian beban titik melintas pada struktur A-B dengan posisi P_1, P_2, berada di sebelah kiri titik C, sedangkan P_3, P_4 dan P_5 di sebelah kanan titik C. Secara umum rumus momen pada titik yang ditinjau ditunjukkan dengan persamaan (3).

$$BM = \sum_{i=1}^{n} Pi.\ yi$$



Gambar 88. Garis pengaruh momen akibat beban berjalan

Sehingga momen pada titik C yang terdapat dalam Gambar 74, dapat dihitung dengan persamaan (3) yaitu :

$$BMc = \sum_{i=1}^{n5} Pi.\ yi$$

Bila rangkaian beban bergeser Δx ke arah kanan, maka:

1. Ordinat di kiri C bertambah Δy_A
2. Ordinat di kanan C bertambah Δy_B

Bila beban di sebelah kiri C (P_1 dan P_2);

pertambahan ordinat menjadi:

$$\frac{a}{a.b/L} = \frac{\Delta x}{\Delta y_A} \quad atau \quad \Delta y_A = \frac{b}{L}.\ \Delta x$$

Penambahan BMc

$$\Delta BMc = P_1.\Delta y_A + P_2.\Delta y_A = \left(P_1 + P_2\right)\frac{b}{L}.\Delta x$$

Beban di sebelah kanan C (P_3 , P_4 dan P_5)

Pengurangan ordinat menjadi:

$$\frac{b}{a.b/L} = \frac{\Delta x}{\Delta y_B} \quad atau \quad \Delta y_B = \frac{a}{L}.\,\Delta x$$

Pengurangan BMc

$$\Delta BMc = P_3.\Delta y_B + P_4.\Delta y_B + P_5.\Delta y_B = \left(P_3 + P_4 + P_5\right)\frac{a}{L}.\Delta x$$

Bila resultante (P_1+P_2) = P_A

Resultante (P3+P4+P5) = P_B

$$\Delta BMc = P_A.\frac{b}{L}.\Delta x - P_B.\frac{a}{L}.\Delta x$$

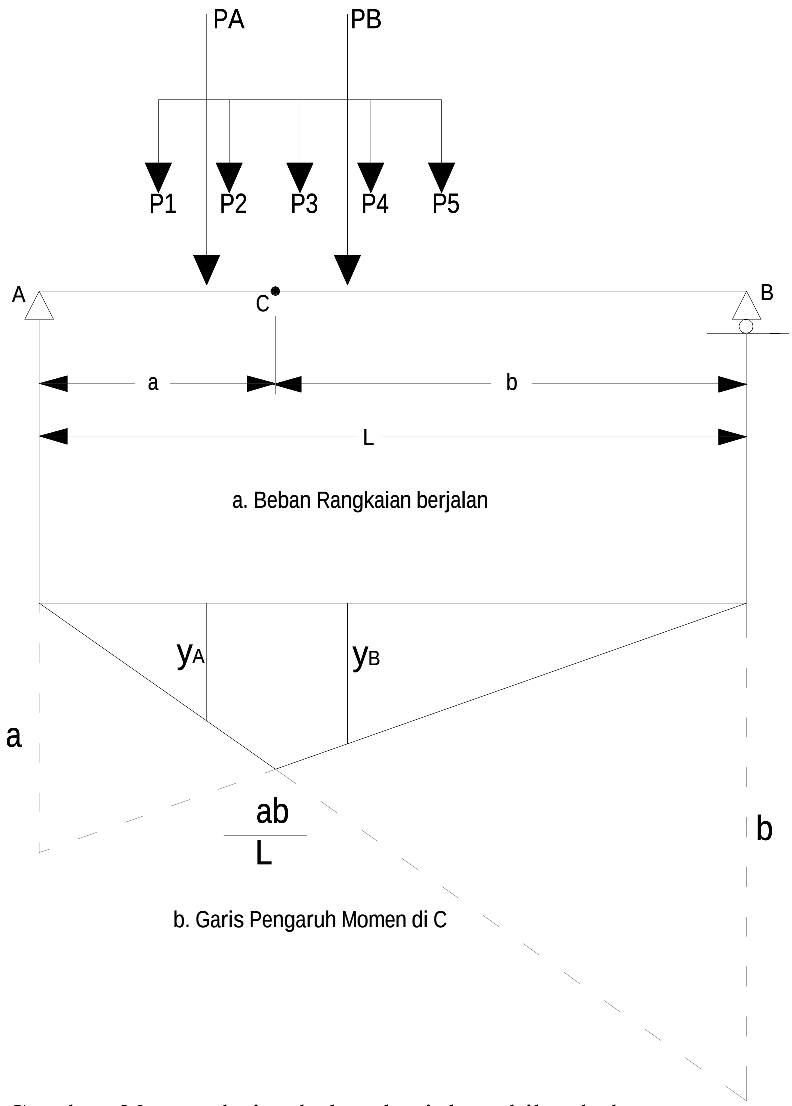
$$= \frac{a.b}{L}.\Delta x.\left(\frac{P_A}{a} - \frac{P_B}{b}\right)$$

$$= \frac{a.b}{L}.\Delta x.\left(q_A - q_B\right),\ nilai\ \ \Delta BMc\ dipengaruhi\ oleh\ q_A\ \ dan\ q_B$$

ΔBMc bernilai positif (+) bila $q_A > q_B$

Ditinjau titik C

Dengan penggeseran beban ke kanan sepanjang Δx, maka ΔBM_C akan bertambah. Bila pergeseran dilanjutkan, maka pada suatu saat tidak terjadi penambahan, bahkan mulai terjadi pengurangan, yaitu bila $q_A < q_B$. Penambahan beban akan mencapai maksimum bila P_2 di atas C, sehingga BM_C maksimum bila beban titik (terpusat) di atas titik C.



Gambar 89. rangkaian beban berjalan akibat beban merata

Dengan memperhatikan Gambar 89, maka resultante beban dapat ditunjukkan sebagai berikut.

1. P_A = resultante ($P_1 + P_2$)
2. P_B = resultante ($P_3 + P_4 + P_5$)

Menghitung BM_C maksimum:

$$\Delta BMc = \frac{a.b}{L}.\Delta x\left(\frac{P_A}{a} - \frac{P_B}{b}\right) atau,$$

$$\Delta BMc = \frac{a.b}{L}.\left(\frac{P_A}{a} - \frac{P_B}{b}\right)$$

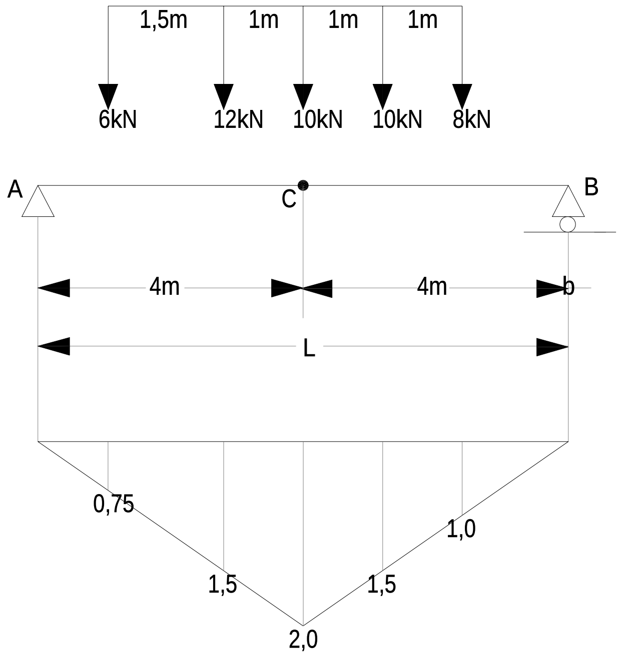
BM_C akan maksimum jika : $\frac{P_A}{a} = \frac{P_B}{b}$

Apabila : $\frac{P_A}{a} > \frac{P_B}{b}$; *maka beban digerakkan ke kanan*

$\frac{P_A}{a} < \frac{P_B}{b}$; *maka beban digerakkan ke kiri*

C. Contoh soal dan penyelesaian

Analisis struktur balok sederhana dengan rangkaian beban berjalan seperti ditunjukkan pada Gambar 90, dengan metode garis pengaruh.



b. Garis Pengaruh Momen di C

Gambar 90. Garis pengaruh akibat beban merata berjalan

$$\text{Analisis 1}: P_2 \ di \ kanan \ C: \frac{P_A}{a} = \frac{6}{4} = 1{,}5 < \frac{P_B}{b} = \frac{40}{4} = 10$$

$$P_2 \ di \ kiri \ C \quad : \frac{P_A}{a} = \frac{18}{4} = 4{,}5 < \frac{P_B}{b} = \frac{28}{4} = 7$$

$$\text{Analisis 2}: P_3 \ di \ kanan \ C: \frac{P_A}{a} = \frac{18}{4} = 4{,}5 < \frac{P_B}{b} = \frac{28}{4} = 7$$

$$P_3 \ di \ kiri \ C \quad : \frac{P_A}{a} = \frac{28}{4} = 7 < \frac{P_B}{b} = \frac{18}{4} = 4{,}5$$

$$\text{Analisis 3}: P_4 \ di \ kanan \ C: \frac{P_A}{a} = \frac{28}{4} = 7 < \frac{P_B}{b} = \frac{18}{4} = 4{,}5$$

$$P_4 \ di \ kiri \ C \quad : \frac{P_A}{a} = \frac{38}{4} = 9{,}5 < \frac{P_B}{b} = \frac{8}{4} = 2$$

Dari kondisi analisis pada Analisis 1 sampai dengan analisis 3, dapat diambil kesimpulan bahwa BMc maksimum apabila P3 terletak di titik C.

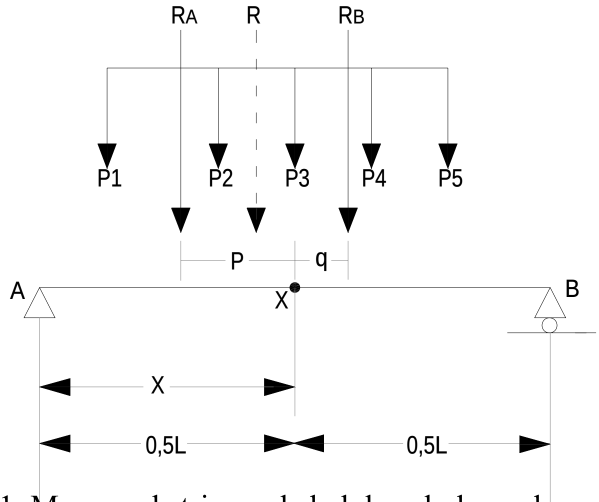
$BM_{maksimum}$ = (16). (0,75)+(12).(1,5)+(10).(2)+(10).(1,5)+(8).(1)

= 4,5 + 18 + 20 +15 + 8

= 65,50kNm

D. Momen Ekstrim Pada Balok Sederhana

Balok sederhana dengan beban berjalan seperti pada Gambar 91. Dari Gambar 91 akan di analisis momen ekstrim.



Gambar 91. Momen ekstrim pada balok sederhana dengan beban berjalan

1. R_a = resultante beban di sebelah kiri P_i (i = 1, 2, … , n)
2. R_b = resultante beban di sebelah kanan P_i(i = 1, 2, … , n)
3. R = resultante semua beban $(R_a + P_i + R_b)$

Misalkan di bawah beban P_3 yang berjarak x dari A terjadi SF = 0 yang berarti $M_{maksimum}$. Nilai x?

∑MA = 0;

$$R_B = \frac{Pi.x + Ra(x-p) + Rb(x+q)}{L}$$

$$BMx = RB(L-x) - Rb(q)$$

$$= \left(\frac{Pix}{L} + \frac{Ra.x}{L} - \frac{Ra.p}{L} + \frac{Rb.x}{L} + \frac{Rb.q}{L}\right).(L-x) - Rb.q$$

$$= \frac{Pi}{L}.(Lx - x^2) + \frac{Ra}{L}.(Lx - x^2 - L.p + p.x) + \frac{Rb}{L}(Lx - x^2 - qx)$$

BMx = f(x)

BMx maksimum akan terjadi apabila:

$$\frac{\partial BM_x}{\partial x} = 0$$

$$= \frac{Pi}{L}(L - x) + \frac{Ra}{L}(L - 2x + p) + \frac{Rb}{L}(L - 2x - q) = 0$$

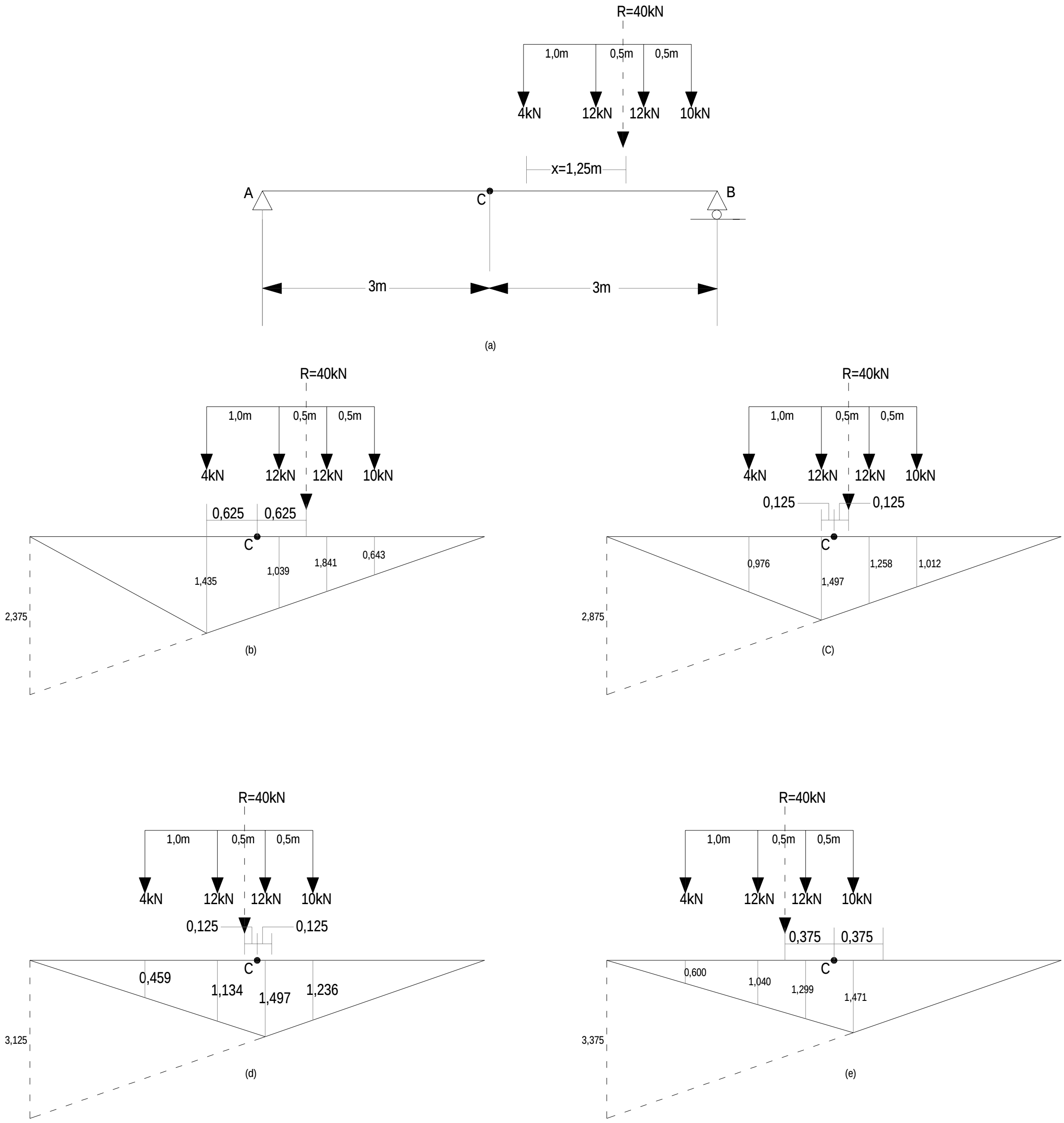
$$= L(Pi + Ra + Rb) + Ra.p - Rb.q = 2x(p + Ra + Rb)$$

$$2x = L + \frac{Ra.p - Rb.q}{R}$$

$$x = \frac{L + r}{2}$$

$M_{ekstrim}$ suatu balok sederhana akan terjadi pada suatu titik di bawah salah satu beban P, sehingga sumbu simetri balok terletak di tengah-tengah antara R dan P_i.

Contoh soal dan penyelesaian



Gambar 92. Momen ekstrim dengan rangkaian beban berjalan akibat empat beban terpusat

Titik tangkap resultante terhadap tepi kiri.

(6)(0) + (12)(1) + (12)(1,5) + (10)(2) = 40x

0 + 12 + 18 + 20 = 40x

x = 12,5 m

1. Analisis 1 ditunjukkan oleh gambar 6-34 (b) :

$BM_{ekstrim}$ = (6)(1,435) + (12)(1,039) + (12)(0,841) + (10)(0,643) = 37,6 kNm

2. Analisis 2 ditunjukkan pleh gambar 6-34 (c) :

   $B_{Mekstrim}$ = (6)(0,976) + (12)(1,497) + (12)(1,258) + (10)(1,018) = 49,096 kNm

3. Analisis 3 ditunjukkan pleh gambar 6-34 (d) :

   $B_{Mekstrim}$ = (6)(0,659) + (12)(1,138) + (12)(1,497) + (10)(1,236) = 47,934 kNm

4. Analisis 4 ditunjukkan pleh gambar 6-34 (e) :

   $B_{Mekstrim}$ = (6)(0,6) + (12)(1,04) + (12)(1,259) + (10)(1,477) = 45,958 kNm

PUSTAKA

Darma, Edifrizal, 2011. Prisip dasar Statika I. Pusat Pengembangan Bahan Ajar, Universitas Mercu Buana.

Suparman, 1985. Mekanika Teknik I. Jurusan Pendidikan Teknik Bangunan, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Yogyakarta.

Sardjono, 1985. Himpunan soal-soal dan penyelesaian, Mekanika Teknik Statis Tertentu: Surabaya.

Siswadi, Wiryawan, Wigroho, Ervianto. 1999. Analisis struktur statis tertentu.Universitas Atma Jaya: Yogyakarta.

Wesli. 2010. Mekanika Rekayasa. Graha Ilmu: Yogyakarta.