PD Linear Orde *n* Homogen dengan Koefisien Konstan

Bentuk umum

$$a_0 \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy}{dx} + a_n y = 0 \qquad (4.23)$$

dengan $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ konstanta real.

Diberikan operator diferensial

$$D = \frac{d}{dx}$$

$$Dy = \frac{dy}{dx}$$

$$D^2 y = DDy = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} y\right) = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$\vdots$$

$$D^n y = \frac{d^n y}{dx^n}$$

Jadi, PD (4.23) dapat ditulis menjadi

$$a_0 D^n y + a_1 D^{n-1} y + \ldots + a_{n-1} Dy + a_n y = 0$$

atau

$$\left(a_0 D^n + a_1 D^{n-1} + \ldots + a_{n-1} D + a_n\right) y = 0 \qquad (4.24)$$

Adakah suatu fungsi *f* sedemikian sehingga jika hasil penjumlahan dari *f* dan turunan-turunannya yang dikalikan dengan konstanta maka nilainya adalah nol???

Selanjutnya, untuk persamaan karakteristik PD (4.23) terdapat empat kemungkinan, yaitu:

1. Akar-akar persamaan karakteristik real dan berlainan

Katakan $m = m_1, m = m_2, \ldots, m = m_n$ adalah akar-akar real dan berlainan dari $f(m) = 0$.

PU dari (4.23) adalah $y = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x} + \ldots + c_n e^{m_n x}$.

Contoh: Selesaikan PD berikut

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 0.$$

2. Akar-akar persamaan karakteristik real dan ada yang sama

Katakan $m_1 = m_2, \ldots, m_k = m \neq m_{k+1} \neq m_{k+2} \neq \ldots \neq m_n$ adalah akar-akar dari $f(m) = 0$.

PU dari (4.23) adalah

$$y = (c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + \cdots + c_k x^{k-1})e^{mx} + c_{k+1} e^{m_{k+1} x} + \cdots + c_n e^{m_n x}.$$

Contoh: Tentukan PU dari PD

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 4\frac{d^2 y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 18y = 0.$$

3. Akar-akar persamaan karakteristik kompleks dan berlainan
4. Akar-akar persamaan karakteristik kompleks dan sama