DIFERENSIAL DERET

Suatu deret pangkat dapat didiferensialkan suku demi suku di dalam lingkaran konvergensinya

$$\frac{d}{dz}\left[\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z-z_0)^n\right] = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{d}{dz}\left[a_n(z-z_0)^n\right]$$

contoh soal:

1. Gunakan penguraian deret untuk $\sin z$ untuk mendapatkan deret Maclaurin untuk $cos\, z$ dengan menggunakan diferensisasi suku demi suku.

   Jawab :

   deret Maclaurin untuk $\sin z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} z^{2n+1}$

   sehingga

   $$\cos z = \frac{d}{dz}(\sin z)$$
   $$= \frac{d}{dz}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}z^{2n+1}\right]$$
   $$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{d}{dz}\left[\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}z^{2n+1}\right]$$
   $$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n!}z^{2n}$$

2. Gunakan diferensiasi suku demi suku untuk mendapatkan deret Maclaurin bagi fungsi $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2}$

   Jawab :

   Deret Maclaurin untuk $\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$

   sehingga

   $$\frac{1}{(1-z)^2} = \frac{d}{dz}\left(\frac{1}{1-z}\right)$$

$$= \frac{d}{dz}\sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dz}(z^n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} nz^{n-1}$$

Teorema

misalkan $f(z)$ *adalah fungsi kompleks yang didefinisikan oleh sebuah deret pangkat* $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$, *yang konvergen di cakram:* $D_R(0)$ *dengan*

$$R = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} \sup |C_k|^{1/k}}$$

maka f memiliki turunan

$$f'(z) = \sum_{n=0}^{\infty} nC_n z^{n-1}$$

yang konvergen pada cakram yang sama: $D_R(0)$

Sumber Pustaka:

Brown, J. W., and R. C. Churchill. *"Complex Variables and Applications,"* 7th ed. 2003. New York: McGraw-HillCompanies, Inc.

Paliouras, J. D. "*Peubah Kompleks untuk Ilmuwan dan Insinyur*". 1975. Jakarta: Erlangga