

Integral di sekeliling lingkaran satuan

Tujuan: Menyelesaikan integral kompleks di sekeliling lingkaran satuan.

Bentuk umum :
$$\int_0^{2\pi} f(\cos t, \sin t) dt$$

Dengan f fungsi rasional dalam $\cos t$ dan $\sin t$, untuk $0 \leq t \leq 2\pi$.

Langkah penyelesaian dengan substitusi

$$\cos t = \frac{z + z^{-1}}{2}; \quad \sin t = \frac{z - z^{-1}}{2i}; \quad dt = -\frac{i}{z} dz.$$

Latihan:

Buktikan hasil integral berikut:

1.
$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 t}{a + b \cos t} dt = \frac{2\pi}{b^2} (a - \sqrt{a^2 - b^2}) \quad , a > b > 0$$

2.
$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3t}{5 - 4 \cos 2t} dt = \frac{3}{8} \pi$$

3.
$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{(a + b \cos t)^2} dt = \frac{2a}{\sqrt{(a^2 - b^2)^3}} \pi \quad , a > b > 0$$

4.
$$\int_0^{2\pi} \sin^{2n} t dt = \frac{(2n)!}{(n! 2^n)^2} \pi \quad n \text{ bilangan bulat positif}$$

5.
$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{(a + b \cos^2 t)^2} dt = \frac{2a + b}{a^{3/2} \sqrt{(a + b)^3}} \pi \quad , a > b > 0$$

6.
$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 - 2p \cos t + p^2} dt = \frac{2}{1 - p^2} \pi \quad , 0 < p < 1$$

Dwi Lestari, M.Sc: Integral di sekeliling lingkaran satuan
Email: dwilestari@uny.ac.id

Sumber Pustaka:

Brown, J. W., and R. C. Churchill. "*Complex Variables and Applications*," 7th ed. 2003.
New York: McGraw-HillCompanies, Inc.

Paliouras, J. D. "*Peubah Kompleks untuk Ilmuwan dan Insinyur*". 1975. Jakarta: Erlangga