

**Bahan Seleksi Olimpiade Sains Terapan Bidang Matematika**  
**Tingkat SMK se DIY**



**Disusun oleh :**

**DWI LESTARI, M.Sc.**

**Jurusan Pendidikan Matematika**

**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

**Universitas Negeri Yogyakarta**

**2014**

## I. Pendahuluan

Kegiatan Olimpiade Sains Terapan Tingkat Daerah Istimewa Yogyakarta merupakan media untuk mengapresiasi kemampuan siswa SMK dalam bidang sains terapan yang sangat berguna bagi mereka untuk beradaptasi terhadap perkembangan teknologi dan perkembangan ekonomi yang sangat cepat. Selain itu, OST juga dapat digunakan sebagai salah satu cara untuk memotivasi semangat belajar siswa dibidang sains sehingga dapat menjadi calon pekerja yang cerdas, adaptif, dan kreatif.

Siswa SMK selain dibekali kemampuan produktif sesuai dengan kompetensi keahlian yang diikuti, juga dibekali ilmu matematika, fisika, kimia dan biologi Materi tersebut umumnya sudah dipelajari sejak masih duduk di SMP, MTS. Hanya saja, dalam perkembangan selanjutnya, mata pelajaran matematika dan sains tersebut lebih lekat dengan siswa SMA, sehinggakesannya, siswa SMK tidak lagi membutuhkan matematika dan sains

Fakta tersebut telah menggugah kesadaran dari Dinas Pendidikan Pemuda dan Olahraga DI. Yogyakarta dalam hal ini Seksi PendidikanSMK untuk segera merevitalisasi pengajaran matematika dan sains di SMK untuk meningkatkan mutu dan daya saing lulusan SMK. Matematika dan sains adalah dua jenis mata pelajaran yang menjadi dasar bagi perkembangan kecerdasan anak. Itu sebabnya disisi lain penting untuk menunjang ketrampilan kerja, sisi lainnya untuk lebih mencerdaskan siswa SMK.

Olimpiade Sains Terapan (OST)DI. Yogyakarta ini merupakan bagian untuk mendorong dan merangsang siswa kejuruan agar dapat berinovasi, berkreasi, dan memiliki keunggulan akademis yang dapat membuat mereka menjadi sumber daya manusia unggul.

OST DI.Yogyakarta ke 3 tahun 2014 ini melombakan 5 (lima) bidang lomba yaitu **matematika teknologi, matematika non teknologi, fisika terapan, kimia terapan dan biologi terapan**. Berikut ini merupakan bahan seleksi OST bidang matematika untuk siswa SMK Non Teknologi.

## II. Tujuan

1. Meningkatkan motivasi dan kemampuan peserta didik SMK dalam penguasaan bidang matematika dan Sains Terapan.
2. Meningkatkan kepercayaan masyarakat terhadap keberadaan dan potensi SMK sebagai tempat pendidikan dan latihan yang berkualitas.
3. Meningkatkan Citra Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) melalui unjuk kemampuan dalam bidang sains terapan.
4. Memantau peta kualitas dan kemampuan SMK di seluruh kabupaten/kota dalam bidang sains teknologi sebagai sarana promosi kepada DU/DI sebagai calon pengguna tenaga kerja.

5. Memberikan kesempatan dan motivasi kepada peserta didik untuk berkompetisi secara positif, dan menumbuhkan kebanggaan pada bidang keahlian yang ditekuninya, juga kebanggan bagi sekolah dan daerah/kabupaten
6. Mempererat tali persahabatan antar Peserta Didik khususnya di Daerah Istimewa Yogyakarta

SESI I:

**Petunjuk menjawab soal nomor 1 – 20 :**

- a. Lingkari jawaban yang Anda pilih pada lembar jawaban yang sudah disediakan.
  - b. Jika akan mengganti jawaban cukup dicoret kemudian tulis jawaban yang benar.
  - c. Setiap soal dengan jawaban **benar** mendapat **skor +4**, dan jika **salah** diberikan **skor -1** dan jika soal **tidak menjawab** diberikan **skor 0**.
- 

**Soal Pilihan Ganda**

1. Jumlah semua bilangan asli antara 1 dan 150 yang habis dibagi 3 tetapi tidak habis dibagi 5 adalah . . . .  
A. 675      B. 2000      C. 2575      D. 3000      E. 3675
2. Misalkan  $x$  dan  $y$  adalah bilangan tak nol yang memenuhi  $xy = \frac{x}{y} = x - y$ . Nilai  $(x+y)^2 = \dots$   
A.  $\frac{3}{2}$       B. 2      C.  $\frac{9}{4}$       D.  $\frac{11}{2}$       E. 6
3. Bilangan bulat positif terbesar yang membagi semua bilangan  $1^5 - 1, 2^5 - 2, 3^5 - 3, \dots, n^5 - n$  adalah . . . .  
A. 30      B. 27      C. 24      D. 23      E. 20
4. Suku tengah suatu barisan aritmatika 25. Jika beda dan  $U_5$  barisan tersebut adalah 4 dan 21, maka  $S_n = \dots$   
A. 175      B. 189      C. 275      D. 295      E. 375
5. Setiap dong adalah ding, dan beberapa dung juga dong.  
X : Terdapat dong yang juga ding sekaligus dung  
Y : Beberapa ding adalah dung  
Z : Terdapat dong yang bukan dung.

- A. Hanya X yang benar  
 B. Hanya Y yang benar  
 C. Hanya Z yang benar  
 D. X dan Y keduanya benar  
 E. X, Y dan Z semuanya salah
6. Misalkan  $x, y, z$  tiga bilangan asli berbeda. Faktor persekutuan terbesar ketiganya adalah 12, sedangkan kelipatan persekutuan terkecil ketiganya adalah 840. Nilai terbesar  $x + y + z$  adalah.....  
 A. 1024      B. 1248      C. 1284      D. 1332      E. 1496
7. Peluang menemukan di antara tiga orang ada paling sedikit dua orang yang lahir dalam bulan yang sama adalah ...  
 A.  $\frac{17}{72}$       B.  $\frac{33}{72}$       C.  $\frac{39}{72}$       D.  $\frac{48}{72}$       E.  $\frac{55}{72}$
8. Diketahui  $M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  dan determinan dari matriks  $M.N = K$ . Jika garis  $3x + 2y = 2$  dan  $2x - y = 8$  berpotongan di titik  $P$ , maka persamaan garis yang melalui  $P$  dan bergradien  $K$  adalah ...  
 A.  $20x - y = 36$   
 B.  $-20x + y = 36$   
 C.  $20x + y = 36$   
 D.  $x + 20y = 36$   
 E.  $x - 20y = 36$
9. Jika  $\tan \alpha = 1$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{3}$  dengan  $\alpha$  dan  $\beta$  sudut lancip, maka  $\sin (\alpha + \beta) = \dots$  (UN 2008)  
 A.  $\frac{2}{3}\sqrt{5}$       B.  $\frac{1}{3}\sqrt{5}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{2}{5}\sqrt{5}$       E.  $\frac{1}{5}$
10. Untuk setiap bilangan real  $x$  berlaku  $\frac{\tan^2 x + \cos^2 x}{\sin x + \sec x} = \dots$   
 A.  $\sec x + \sin x$   
 B.  $\sec x - \sin x$   
 C.  $\cos x - \csc x$   
 D.  $\cos x - \csc x$

E.  $\cos x + \sin x$

11. Transpos dari matriks  $M$  adalah  $M^t$ . Jika matriks  $A = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = [1 \ 2]$ , dan  $C = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

memenuhi  $A^{-1}B^t = C$ , maka nilai  $x - 2y = \dots$

A. -3            B. -2            C. -1            D. 0            E. 1

12. Nilai  $m$  yang memenuhi pertidaksamaan  $2m^2 + 3m - 9 > 0$  adalah . . .

A.  $m < -3$  atau  $m > \frac{3}{2}$

B.  $m < -\frac{3}{2}$  atau  $m > 3$

C.  $m < -3$  atau  $m > 6$

D.  $3 < m < 6$

E.  $-6 < m < 3$

13. Jika  $(a + 2)$ ,  $(a - 1)$ ,  $(a - 7)$ , . . . membentuk barisan geometri, maka rasionya adalah . .

A. -5

B. -2

C.  $-\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{2}$

E. 2

14. Sebuah peluru ditembakkan ke atas. Ketinggian yang dicapai peluru dinyatakan dalam  $h(t) = 42t - t^2$ . Waktu yang dibutuhkan peluru itu agar berada pada ketinggian lebih dari 325 meter adalah .....

A.  $16 < t < 20$

B.  $17 < t < 20$

C.  $17 < t < 25$

D.  $t < 17$  atau  $t > 25$

E.  $t < 17$  atau  $t > 35$

15. Diketahui  $a + (a+1) + (a+2) + \dots + 50 = 1139$ . Jika  $a$  bilangan positif, maka  $a = \dots$

- A. 12      B. 13      C. 15      D. 16      E. 17

16. Jika dalam suatu barisan geometri,  $U_1 + U_3 = a$  dan  $U_2 + U_4 = b$ , maka  $U_1 = \dots$

- A.  $\frac{b^3}{a^2 + b^2}$   
 B.  $\frac{a^3}{a^2 + b^2}$   
 C.  $\frac{b^2}{a^2 + b^2}$   
 D.  $\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2}$   
 E.  $\frac{a^2 + b^3}{a^2 + b^2}$

17. Sebuah segitiga samasisi, sebuah lingkaran dan sebuah persegi memiliki keliling yang sama. Diantara ketiga bangun tersebut, yang memiliki luas terbesar adalah .....

- A. Lingkaran  
 B. Persegi  
 C. Segitiga samasisi  
 D. Persegi dan lingkaran  
 E. Segitiga samasisi dan persegi

18. Di dalam suatu lingkaran L1 berjari-jari 1 dan berpusat di titik asal dilukis lingkaran L2 yang bersinggungan dengan lingkaran L1, dan sumbu X dan sumbu Y positif. Jari-jari lingkaran L2 adalah...

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\sqrt{2} - 1$       D.  $\frac{1}{2}$       E.  $2\sqrt{2}$

19. Bentuk sederhana dari  $\left(\frac{p^{-2}q}{q^{-1}}\right)^4 : p^{-6}q^2$  adalah ...

- A.  $\frac{p^3}{q}$       B.  $\frac{q^6}{p^2}$       C.  $\frac{p^6}{q^3}$       D.  $p^2q^6$       E.  $pq$

20. Di antara lima orang gadis, Arinta, Elsi, Putri, dan Venny, dua orang memakai rok dan tiga orang memakai celana panjang. Arinta dan Putri mengenakan jenis pakaian yang sama. Jenis pakaian Putri dan Elsi berbeda, demikian pula dengan Elsi dan Rita. Kedua gadis yang memakai rok adalah ...
- A. Elsi dan Putri
  - B. Elsi dan Venny
  - C. Putri dan Venny
  - D. Arinta dan Elsi
  - E. Arinta dan Venny
21. Misalkan  $f$  suatu fungsi yang memenuhi  $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = 2x$  untuk setiap bilangan real  $x \neq 0$ . Nilai  $f(2) = \dots$
- A.  $\frac{9}{2}$
  - B. 3
  - C.  $\frac{16}{3}$
  - D. 4
  - E. 5
22. Koordinat titik balik maksimum grafik  $y = -2x^2 - 4x + 5$  adalah . . . . .
- A. (1,5)
  - B. (1,7)
  - C. (-1,5)
  - D. (-1,7)
  - E. (0,5)
23. Persamaan parabola yang memotong sumbu  $Y$  di titik (0,3) dan mencapai puncak di titik (1,1) adalah  $y = \dots$
- A.  $4x^2 - 8x + 3$
  - B.  $4x^2 + 8x + 3$
  - C.  $-4x^2 + 8x - 3$
  - D.  $2x^2 + 4x - 3$
  - E.  $2x^2 - 4x + 3$
24. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $\sqrt{x-3} > 5-x$ , adalah . . .
- A.  $4 < x < 7$
  - B.  $3 < x < 7$
  - C.  $x > 4$
  - D.  $x \geq 4$
  - E.  $3 \leq x \leq 5$

25. Wawan memiliki dua koin. Ia akan melakukan prosedur berikut berulang-ulang selama ia masih memiliki koin: lempar semua koin yang dimilikinya secara bersamaan; setiap koin yang muncul dengan sisi angka akan diberikannya kepada Andi. Peluang bahwa Wawan akan mengulangi prosedur ini lebih dari tiga kali adalah.....

- A.  $\frac{1}{64}$
- B.  $\frac{3}{64}$
- C.  $\frac{12}{64}$
- D.  $\frac{15}{64}$
- E.  $\frac{18}{64}$

SESI II:

**Petunjuk menjawab soal nomor 1 – 20 :**

- d. Tulis pada lembar jawaban yang sudah disediakan dengan menulis jawaban akhir saja.
  - e. Jika akan mengganti jawaban cukup dicoret kemudian tulis jawaban yang benar.
  - f. Setiap soal dengan jawaban **benar** mendapat **skor +5**, dan jika **salah** atau **tidak menjawab** mendapat **skor 0**.
- 

**Soal Isian**

1. Jika  $a : b = 5 : 4$ , sehingga  $a$  dan  $b$  yang memenuhi persamaan matriks

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 145. \text{ Nilai } 2a+3b \text{ adalah } \dots$$

2. Irma selalu jujur pada hari Senin, Selasa, Rabu dan berkata tidak jujur pada hari-hari lainnya. Di lain pihak Beni selalu jujur pada hari Kamis, Jumat, Sabtu dan berkata tidak jujur pada hari-hari lainnya. Pada suatu hari terjadi percakapan berikut:

Irma : kemarin saya jujur

Beni : saya juga

Percakapan tersebut terjadi pada hari .....

3. Hasil penjumlahan akar-akar persamaan  $\left| \begin{matrix} x+2 & x+1 \\ 3 & mx-1 \end{matrix} \right| = 0$  adalah  $\frac{2}{3}$ , hasil kali akar-akarnya=.....
4. Kalimat  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r$  bernilai benar, jika  $q$  salah kebenaran  $p$  dan  $r$  adalah ...
5. Diketahui  $x$  dan  $y$  bilangan real yang memenuhi  $\frac{3}{x} - \frac{3}{y} = 2$  dan  $y - x = 5$ . Nilai  $(x + y)^2$  =.....
6. Empat buah bilangan positif membentuk barisan aritmetika. Jika perkalian bilangan pertama dan keempat adalah 81, dan perkalian bilangan kedua dan ketiga adalah 189, maka jumlah keempat bilangan tersebut adalah ....
7. Keliling sebuah persegi panjang sama dengan 34 cm. Jika lebarnya 1 cm lebih pendek dari panjangnya, luas persegi yang sisinya sama dengan panjang dari persegi panjang adalah .....
8. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut :
 
$$\frac{4x-1}{-2x+6} \leq 0$$
 adalah.....
9. Jika  $\sin A - \sin B = \frac{1}{2}\sqrt{2}$  dan  $\cos A + \cos B = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ , maka nilai  $\sin (A + B)$ =....
10. Tujuh tahun yang lalu umur ayah sama dengan 6 kali umur Budi. Empat tahun yang akan datang 2 kali umur ayah sama dengan 5 kali umur Budi ditambah 9 tahun. Umur ayah sekarang adalah ... tahun.
11. Diketahui dua bilangan yang berbeda. Kuadrat bilangan pertama sama dengan 3 kali bilangan kedua. Apabila bilangan pertama dikurangi 4 kemudian dikuadratkan, maka hasilnya 2 kurangnya dari bilangan kedua. Bilangan tersebut adalah .....
12. Himpunan penyelesaian dari  $(x^2 + 4x + 3)^{2x+1} = (x^2 + 4x + 3)^{3x-7}$  adalah.....
13. Tiga buah bilangan merupakan barisan geometri, yang jumlahnya = 26. Jika suku tengahnya ditambah 4, maka terjadi barisan aritmetika. Bilangan-bilangan tersebut adalah....
14. Jumlah deret geometri  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{63}{128}$ . Nilai  $n$  yang memenuhi adalah.....

15. Seorang siswa mempunyai dua celana berwarna biru dan abu-abu. Tiga kemeja berwarna merah muda dan kuning, serta dua pasang sepatu berwarna hitam dan coklat. Banyaknya siswa tersebut memakai pakaian dan sepatu adalah...
16. Andi, Nida, dan Dina pergi bersama – sama ke toko buah. Andi membeli 2 kg apel, 2 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 67.000,00. Nida membeli 3 kg apel, 1 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp 61.000,00. Dina membeli 1 kg apel, 3 kg anggur, dan 2 kg jeruk dengan harga Rp 80.000,00. Harga 3 kg apel, 1 kg anggur, dan 2 kg jeruk seluruhnya adalah ....
17. Pada sebuah trapesium dengan tinggi 4, kedua diagonalnya saling tegak lurus. Jika salah satu dari diagonal tersebut panjangnya 5, luas trapesium tersebut sama dengan .....
18. Nilai  $\sin^8 75^\circ - \cos^8 75^\circ = \dots$
19. Sebuah kelompok terdiri dari 2005 anggota. Setiap anggota memegang tepat satu rahasia. Setiap anggota dapat mengirim surat kepada anggota lain manapun untuk menyampaikan seluruh rahasia yang dipegangnya. Banyaknya surat yang perlu dikirim agar semua anggota kelompok mengetahui seluruh rahasia adalah ...
20. Dalam sebuah segitiga ABC siku-siku sama kaki, dibuat persegi PQRS : titik P pada sisi AB, titik Q pada sisi AC, sedangkan titik-titik R dan S pada sisi miring BC. Jika luas segitiga ABC adalah  $x$ , luas persegi PQRS=.....

SESI III:

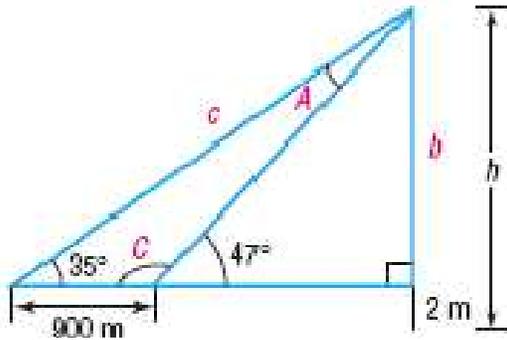
**Petunjuk:**

- a. Tulis pada lembar jawaban yang sudah disediakan dengan menulis pembahasan (uraian) langkah-langkah jawaban Anda.
- b. Anda cukup memilih **1 soal** dari masing-masing pasangan **soal 1 & 2, soal 3 & 4, soal 5 & 6, soal 7 & 8, serta soal 9 & 10**. Total soal yang dikerjakan adalah **5 soal**.
- c. Jika akan mengganti jawaban cukup dicoret kemudian tulis jawaban yang benar.
- d. Setiap butir soal essay diberikan **skor 0 sampai 10**.

---

**Soal Essay**

1. Di sebuah kantin, Budi dan kawan-kawan membayar tidak lebih dari Rp 35.000,00 untuk 4 mangkok bakso dan 6 gelas es yang dipesannya, sedang Andi dan kawan-kawan membayar tidak lebih dari Rp 50.000,00 untuk 8 mangkok bakso dan 4 gelas es. Jika mereka memesan 5 mangkok bakso dan 3 gelas es, maka berapa maksimum yang harus mereka bayar?
2. Untuk menambah penghasilan, seorang ibu setiap harinya memproduksi dua jenis kue untuk dijual. Setiap kue jenis I modalnya Rp 2000,00 dengan keuntungan 40%, sedangkan setiap kue jenis II modalnya Rp 3000,00 dengan keuntungan 30%. Jika modal yang tersedia setiap harinya adalah Rp 1.000.000,00 dan paling banyak hanya dapat memproduksi 400 kue maka berapa keuntungan terbesar yang dapat dicapai ibu tersebut?
3. Sebuah sepeda motor baru dibeli dengan harga Rp. 15.000.000,00. Setelah digunakan selama 4 tahun, sepeda motor itu dijual dengan harga Rp. 12.000.000,00. Jika penyusutan harga sepeda motor tiap tahun besarnya sama maka tentukan harga jual sepeda motor tersebut setelah digunakan selama 8 tahun.
4. Suatu deposito sebesar Rp100.000,00 mendapatkan suku bunga efektif tahunan 6% untuk 3 tahun pertama. Pada tahun berikutnya mendapat suku bunga 5%, dan pada 3 tahun terakhir mendapat suku bunga 6% lagi. Berapakah nilai akumulasi tabungan tersebut setelah 8 tahun?
5. Segitiga ABC adalah segitiga samasisi dengan panjang sisi 1 satuan. Melalui B dibuat garis yang tegak lurus BC. Garis tersebut berpotongan dengan perpanjangan garis AC di titik D. berapakah panjang BD?
6. Segitiga ABC memiliki panjang sisi  $AB = 10$ ,  $BC = 7$ , dan  $CA = 12$ . Jika setiap sisi diperpanjang menjadi tiga kali panjang semula, maka segitiga yang terbentuk memiliki luas berapa kali luas segitiga ABC?
7. Sebuah mainan layang-layang dilihat oleh dua anak yang berhadapan yang berjarak 500 m dengan masing-masing sudut elevasi  $40^{\circ}$  dan  $35^{\circ}$ . Gambarlah ilustrasi masalah tersebut kemudian tentukan tinggi mainan layang-layang. (Ket:  $\sin 40^{\circ} = 0.64$ ,  $\cos 40^{\circ} = 0.77$ ,  $\tan 40^{\circ} = 0.84$ ,  $\sin 35^{\circ} = 0.57$ ,  $\cos 35^{\circ} = 0.82$ , dan  $\tan 35^{\circ} = 0.7$ )
8. Hitunglah nilai  $h$  pada gambar berikut:



(Ket:  $\sin 47^\circ = 0.73$ ,  $\cos 47^\circ = 0.68$ ,  $\tan 47^\circ = 1.07$ ,  $\sin 35^\circ = 0.57$ ,  $\cos 35^\circ = 0.82$ , dan  $\tan 35^\circ = 0.7$ )

9. Di dalam sebuah kotak terdapat 4 bola yang masing-masing bernomor 1,2,3 dan 4. Andi mengambil bola secara acak, mencatat nomornya dan mengembalikannya ke dalam kotak. Hal yang sama ia lakukan sebanyak 4 kali. Misalkan jumlah dari keempat nomor bola yang terambil adalah 12. Berapakah peluang bola yang terambil selalu bernomor 3 ?
10. Dari antara 6 kartu bernomor 1 sampai 6 diambil dua kartu secara acak. Berapakah peluang terambilnya dua kartu yang jumlah nomornya adalah 6 ?