**BAHAN AJAR KALKULUS LANJUT**

**Oleh: ENDANG LISTYANI**

**Volume dengan Integral Rangkap dua**

Jika  pada R sehingga dapat kita tafsirkan integral lipat dua sebagai volume dari benda pejal dibawah permukaan gambar 1

V = , R = {.

R

b

a

a

b

Gb. 1

 Gambar 2

Dibuat Irisan pada benda pejal itu menjadi kepingan-kepingan sejajar terhadap bidang xz (gb. 3)

z

y

LA(y)

Gb. 2b

x

Gb. 3

y



Irisan bidang y = k, kepingan volume yang berpadanan ≈ A(y) 

Volume dari kepingan secara aproksimasi diberikan oleh ≈ A(y) , diintegralkan ,

V = , untuk y tetap kita hitung A(y) dengan integral tunggal biasa :

A(y) = , sehingga : V =  …….. (2)

Dari (1) dan (2) :

 =  begitu juga = 

Contoh

Hitung volume V dari benda pejal diatas yang dibatasi oleh z = 4 – x2 –y dan dibawah persegi panjang R = {

Jawab :

z

(0,0,4)

(0,2,2)

(1,0,3)

(1,2,1)

y

2

1

(1,2)

x

Jawab :

V = 

 =  = 

 = = 

 =  satuan volum

**Soal**

1. Misalkan R = {.

,,  , , 

Hitung 

2. Misalkan R = , }

 , }

 , }

 Jika  = 3, =5, = 2, tentukan :

1. 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. 

3. Hitung :

1. 

|  |
| --- |
|  |

1. 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

1. Hitung volume benda pejal yang diberikan benda pejal dibawah bidang z = x+y+1 diatas R = {

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Soal-soal

1. Hitung  jika R = {!

2. Hitung volume benda pejal yang diberikan benda pejal dibawah bidang z = 2x + 3y atas R = {