

**LAPORAN PENELITIAN BIDANG STUDI/ILMU/KEAHLIAN  
TANUN ANGGARAN 2011**

***PENDEKATAN THREE BODY PROBLEMS THEORY UNTUK  
MENSIMULASIKAN EFEK JUPITER TERHADAP GERAKAN  
ORBIT BUMI***



Oleh:  
Supardi, M.Si dkk

**JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA  
TAHUN 2011**

**HALAMAN PENGESAHAN LAPORAN PENELITIAN**  
**BIDANG STUDI/ILMU/KEAHLIAN**

1	Judul	Pendekatan <i>Three Body Problems Teory</i> Untuk Mensimulasikan Pengaruh Planet Jupiter Terhadap Lintasan Orbit Bumi
2	a. Bidang Ilmu b. Bidang Kajian	Fisika Simulasi dan Komputasi Fisika
3	Ketua Peneliti a. Nama lengkap dan Gelar b. Pangkat, Golongan, NIP / NIK c. Fakultas/Jurusan f. Perguruan Tinggi g. Alamat (Surat)  Nomor Telepon/HP E-mail	Supardi, Msi Penata, IIIc/ 19711015 199802 1 001  FMIPA/Jurusan Pendidikan Fisika Universitas Negeri Yogyakarta Jurdik Fiska, FMIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, Kampus Karangmalang Yogyakarta, 55281
4	Nama anggota	Denny Darmawan, M.Sc
5	Waktu	6 Bulan
6	Biaya yang diperlukan a. Sumber dari Ditjen Dikti b. Sumber lain, sebutkan  Jumlah	<b>Rp 4.000.000,00 (empat juta rupiah)</b> - <b>Rp 4.000.000,00 (empat juta rupiah)</b>

Yogyakarta, Nopember 2011

Mengetahui,  
Dekan FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Ketua Pelaksana

Dr. Hartono  
NIP. 19

Supardi, M.Si  
NIP 19711015 199802 1 001

# KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Alloh swt yang telah memberikan rahmat dan hidayahNya, sehingga pada saat ini kami dapat menyelesaikan dan melaporkan hasil penelitian yang berjudul “Pendekatan *Three Body Problems Teory* Untuk Mensimulasikan Pengaruh Planet Jupiter Terhadap Lintasan Orbit Bumi”. Melalui penelitian ini diharapkan dapat meningkatkan kualitas penelitian di bidang komputasi di Jurusan Fisika Universitas Negeri Yogyakarta.

Penelitian ini dapat dilakukan dan diselesaikan dengan baik atas bantuan beberapa pihak yang secara keseluruhan tidak dapat kami sebutkan satu persatu, untuk itu pada kesempatan ini peneliti ingin menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada :

1. Bapak Dekan FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta, yang telah memberikan kesempatan dan fasilitas kepada peneliti.
2. Bapak Ketua Jurusan Pendidikan Fisika FMIPA UNY yang telah memberikan dorongan untuk terus melakukan penelitian.
3. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Pendidikan Fisika yang telah memberikan masukan-masukan demi sempurnanya laporan penelitian ini.

Peneliti berharap semoga hasil penelitian ini bermanfaat bagi pengembangan ilmu Fisika khususnya pada bidang komputasi.

Yogyakarta, Nopember 2011

Supardi, M.Si

# DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN LAPORAN PENELITIAN.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI.....	iv
DAFTAR GAMBAR.....	v
ABSTRAK.....	vi
BAB I.....	1
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Rumusan Masalah.....	2
1.2 Tujuan Penelitian.....	3
1.3 Sistematika Penelitian.....	3
BAB 2.....	5
KAJIAN PUSTAKA.....	5
2.1 Hukum 1 Kepler.....	6
2.2 Hukum Kepler II.....	8
2.3 Hukum III Kepler.....	8
2.4 Three Body Problems dan Efek Jupiter pada Bumi.....	10
2.5 Resonansi dalam Tatasurya.....	12
BAB III.....	14
METODE PENELITIAN.....	14
BAB IV.....	16
HASIL DAN PEMBAHASAN.....	16
BAB V.....	25
Kesimpulan.....	25
DAFTAR PUSTAKA.....	26
LISTING PROGRAM 1.....	27
LISTING PROGRAM 2.....	29

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. Grafik simulasi lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disapu untuk planet bumi.....	2
Gambar 2. Lintasan planet berupa ellips.....	6
Gambar 3. Posisi matahari dan planet dalam lintasan ellips.....	7
Gambar 4: Luas daerah yang disapu oleh garis antara matahari dengan planet.....	8
Gambar 5: Distribusi asteroid oleh Kirkwood. Jurang menandakan tidak ada asteroid yang beda pada jarak tersebut.....	13
Gambar 6: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 1 Mj.....	16
Gambar 7: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 10 Mj.....	18
Gambar 8: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 70 Mj.....	19
Gambar 9: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 700 Mj.....	20
Gambar 10: Energi kinetik, potensial dan energi total yang dialami oleh gerak planet bumi.....	21
Gambar 11: Grafik simulasi lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disapu untuk planet bumi.....	21
Gambar 12: Resonansi yang dialami asteroid 2 pada gap 2/1 karena pengaruh Jupiter.....	23
Gambar 13: Resonansi yang dialami asteroid 1 dan 3 pada gap 2/1 karena pengaruh Jupiter.....	23

# ABSTRAK

## PENDEKATAN *THREE BODY PROBLEMS THEORY* UNTUK MENSIMULASIKAN EFEK JUPITER TERHADAP GERAKAN ORBIT BUMI

Supardi, dkk

Penelitian tentang simulasi pengaruh planet Jupiter terhadap gerak orbit bumi dengan pendekatan *Three Body Problems Theory* telah dilaksanakan. Penelitian ini bertujuan untuk mensimulasikan gerak bumi dengan mempertimbangkan pengaruh planet Jupiter dan matahari sebagai pusat orbit. Simulasi ini tidak lagi didasarkan pada hukum Kepler II tentang *hukum Kuadrat Terbalik*, melainkan didasarkan pada sebuah teori yang disebut dengan *Three Body Problems*.

Mengingat persamaan gerak bumi merupakan persamaan diferensial orde 2, maka dalam penelitian ini digunakan metode Euler-Cromer. Metode Euler-Cromer termasuk metode beda hingga dengan ketelitian hingga orde 2. Dengan ketelitian ini, akurasi hasil simulasi dapat dicapai sehingga diperoleh gambaran lengkap gerakan planet bumi mengitari matahari.

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini menunjukkan bahwa Jupiter tidak berpengaruh terhadap orbit bumi. Pengaruh Jupiter baru terasa ketika massa Jupiter diambil 70 Mj yang ditunjukkan dengan ketakstabilan lintasannya. Ketika massa Jupiter menjadi 700 Mj, maka keberadaannya sangat mengganggu mengingat massa yang demikian sudah sangat dekat dengan massa matahari. Hasil lain diperoleh melalui simulasi yang didasarkan pada prediksi Kirkwood tentang adanya resonansi pada asteroid karena pengaruh Jupiter. Gap Kirkwood yang diambil adalah gap  $2/1$  dan diambil tiga asteroid. Dapat ditunjukkan bahwa asteroid 1,2 dan 3 mengalami resonansi.

*Kata kunci: simulasi, Jupiter, Bumi, asteroid, gap Kirkwood, metode Euler-Cromer, Three Body Problems.*

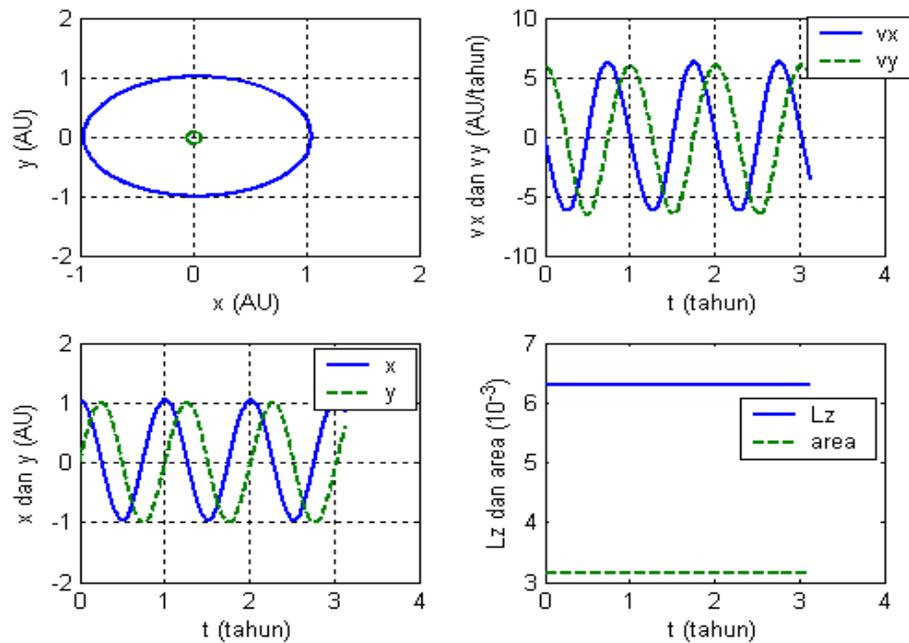
# BAB I

## PENDAHULUAN

Penelitian yang ini merupakan kelanjutan dari penelitian yang dilaksanakan tahun sebelumnya. Penelitian sebelumnya didasarkan pada hukum Kepler ke II tentang Kuadrat Terbalik (*invers square law*) dan tidak diperhitungkan efek dari planet lainnya. Pengabaian terhadap hadirnya planet Jupiter dalam tatasurya mengakibatkan hasil yang diperoleh kurang akurat, meskipun tidak terlalu signifikan. Sudah jelas, bahwa dengan pengabaian ini persoalan menjadi jauh lebih sederhana karena dapat ditarik ke dalam masalah *two body problems* yang mana secara analitik dapat diselesaikan. Jadi, *two body* yang dimaksud dalam penelitian tahun lalu adalah *Matahari – bumi* atau mengabaikan efek planet lain di dalam tatasurya.

Kesederhaan pendekatan pada penelitian tahun lalu menyebabkan peran metode numerik hanya sebagai komplemen saja, karena dengan kecanggihan software matematika dapat diselesaikan dengan cukup mudah. Akan tetapi, dengan penambahan pengaruh dari salah satu planet yang terdapat di dalam tatasurya mengakibatkan masalah menjadi rumit. Kerumitan ini mengharuskan hadirnya metode numerik tertentu sebagai alat penyelesaiannya.

Ternyata, hingga akhir tahun ini sangat sedikit hasil eksak yang telah diperoleh, meskipun kajian terhadap efek Jupiter sudah dipeleajari berabad-abad. Hal ini memang *three body problem* atau lebih umum lagi disebut *n-body problems* merupakan masalah dari *Mekanika Keletial*. Artinya, kini masalah menjadi sangat kompleks sehingga membutuhkan metode numerik tertentu untuk menyelesaikannya.



Gambar 1. Grafik simulasi lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disapu untuk planet bumi

Sekedar mereview hasil penelitian tahun lalu, dari hasil pengkajian dengan pendekatan *two body problems* telah diperoleh hasil simulasi lintasan orbit bumi termasuk kecepatan, posisi dan luasan yang disapu pada setiap saat. Dari hasil running program diperoleh data tambahan yaitu panjang sumbu mayor: 2.014386, sumbu minor :2.012576 dan esentrisitas :0.042382. Harga esentrisitas yang diperoleh ini masih berbeda dengan referensi yaitu  $e = 0.017$  atau masih terdapat selisih 0.025382 dari hasil eksperimen. Perbedaan ini diduga karena *pengabaian terhadap efek planet lain* di dalam tatasurya.

Selanjutnya, di dalam penelitian ini efek yang akan dikaji adalah hadirnya planet Jupiter. Alasan ini sangat masuk akal mengingat planet Jupiter menempati posisi yang sangat signifikan karena ukuran dan massanya yang jauh lebih besar dibandingkan planet lainnya. Dengan demikian efek yang ditimbulkannya relatif sangat signifikan disamping efek yang ditimbulkan oleh matahari sendiri.

## **1.1 Rumusan Masalah**

Berdasarkan pendahuluan di atas maka dapat dirumuskan beberapa masalah, antara lain:

1. Bagaimana menentukan besaran-besaran fisika antara lain kecepatan dan posisi setiap saat planet *bumi* saat mengorbit mengelilingi matahari dengan memperhitungkan efek Jupiter atau pendekatan *three body problems theory* diterapkan untuk memperoleh besaran-besaran fisis tersebut.
2. Bagaimana menerapkan metode numerik Euler-Cromer untuk memperoleh besaran-besaran fisis yang diteliti.
3. Bagaimana mendapatkan energi planet bumi meliputi energi kinetik, energi potensial dan energi totalnya beserta momentum gerakannya.
4. Bagaimana menentukan esentrisitas dari planet Bumi dengan memperhitungkan efek kehadiran planet Jupiter.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diidentifikasi, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengaplikasikan metode numerik Euler-Cromer untuk menentukan besaran-besaran fisika antara lain kecepatan dan posisi setiap saat planet *bumi* saat mengorbit mengelilingi matahari dengan memperhitungkan efek Jupiter atau dengan pendekatan *three body problems theory*.
2. Menentukan energi bumi saat mengelilingi matahari yang meliputi energi kinetik, energi potensial dan energi totalnya beserta momentum yang dimilikinya.
3. Menentukan esentrisitas dari planet Bumi dengan memperhitungkan efek kehadiran planet Jupiter.

### **1.3 Sistematika Penelitian**

Penelitian ini diawali dengan pengkajian literatur yang tersedia termasuk buku dan jurnal untuk memperoleh data eksperimen yang akan dijadikan sebagai referensi hasil simulasi numerik. Selanjutnya, sebelum dilakukan penelitian akan dipersiapkan terlebih dahulu sarana dan prasarana yang akan digunakan meliputi perangkat lunak dan perangkat keras serta pengkajian terhadap metode numerik Euler-Cromer yang akan diaplikasikan dalam memperoleh besaran-besaran fisis yang dicari. Selanjutnya, pembuatan program simulasi diperkirakan membutuhkan waktu sekitar 2 (dua) bulan. Setelah hasil simulasi diperoleh, maka akan dilakukan analisis dan membutuhkan sekitar satu bulan. Di akhir penelitian akan dilakukan pelaporan hasil dan seminar yang akan dilaksanakan di Jurusan pendidikan Fisika.

## BAB 2

### KAJIAN PUSTAKA

Di dalam astronomi, tiga hukum Kepler tentang gerak planet adalah: (1) Setiap planet bergerak dengan lintasan ellips dan matahari berada di salah satu fokusnya, (2) Luas daerah yang disapu pada selang waktu yang sama akan selalu sama dan (3) Periode kuadrat suatu planet berbanding dengan pangkat tiga jarak rata-ratanya dari matahari.

Ketiga hukum di atas dikemukakan oleh seorang ahli matematika dan astronomi dari Jerman bernama Johannes Kepler (1571-1630) yang menjelaskan gerak planet di dalam tatasurya. Hukum di atas menjabarkan gerakan dua benda yang saling mengorbit.

Karya Kepler sebagian dihasilkan dari data hasil pengamatan yang dikumpulkan oleh Tycho Brahe mengenai posisi planet-planet dalam gerakannya di luar angkasa. Hukum ini telah dicetuskan Kepler setengah abad sebelum Newton mengajukan ketiga hukumnya tentang gerak dan gravitasi universal. Sekitar tahun 1605 Kepler menyimpulkan bahwa data posisi planet hasil observasi Brahe mengikuti rumusan matematika yang cukup sederhana.

Hukum Kepler mempertanyakan kebenaran astronomi dan fisika warisan zaman Aristoteles dan Ptolomeus. Ungkapan Kepler bahwa bumi beredar sekeliling berbentuk ellips dan bukan *epycicle* dan membuktikan bahwa kecepatan gerak planet bervariasi, mengubah astronomi dan fisika. Hampir seabad kemudian Isaac Newton mendeduksi hukum Kepler dari rumusan hukum karyanya, hukum gerak dan hukum gravitasi Newton dengan menggunakan euclidian geometri klasik.

Pada era modern, hukum Kepler digunakan untuk aproksimasi orbit satelit dan benda-benda yang mengorbit matahari (contoh: planet luar dan asteroid). Hukum-hukum ini menjabarkan gerakan dua benda yang mengorbit satu sama lainnya. Massa dari kedua benda ini hampir sama, sebagai contoh Charon-Pluto (~1:10) sebagai proporsi yang kecil, Bulan-Matahari (~1:100), sebagai proporsi

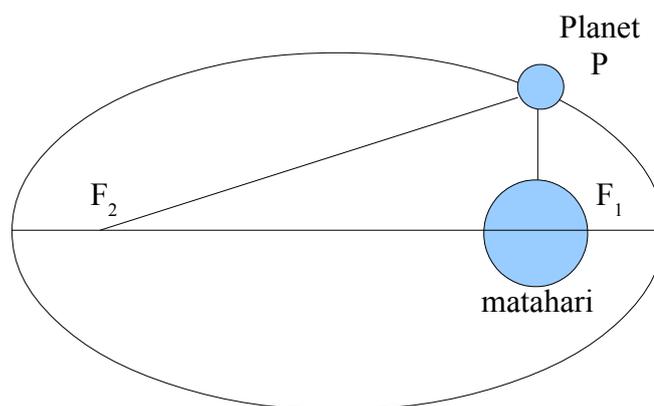
yang besar adalah Merkurius – Matahari (~1:10.000.000).

Dalam semua contoh di atas kedua benda mengorbit mengelilingi satu pusat massa (*barycenter*) dan tidak satupun berdiri secara sepenuhnya di atas fokus ellips. Namun kedua orbit itu adalah ellips dengan satu titik fokus di *barycenter*. Jika rasio massanya besar, sebagai contoh planet mengelilingi matahari, *barycenter*-nya terletak jauh di tengah objek yang besar dekat di titik massanya.

Karya Kepler sebagian dihasilkan dari data hasil pengamatan yang dikumpulkan dari Ticho Brahe mengenai posisi planet-planet dalam gerakannya di luar angkasa. Hukum ini telah disampaikan oleh Kepler setengah abad sebelum Newton mengajukan ketiga hukumnya tentang gerak dan hukum gravitasi universal. Di antara karya Kepler, terdapat tiga penemuan yang sekarang kita kenal dengan “*Hukum Kepler Tentang Gerak Planet*”.

## 2.1 Hukum 1 Kepler

Hukum 1 berbunyi “*Lintasan planet ketika mengelilingi matahari berbentuk ellips, dimana matahari terletak pada salah satu fokusnya*”

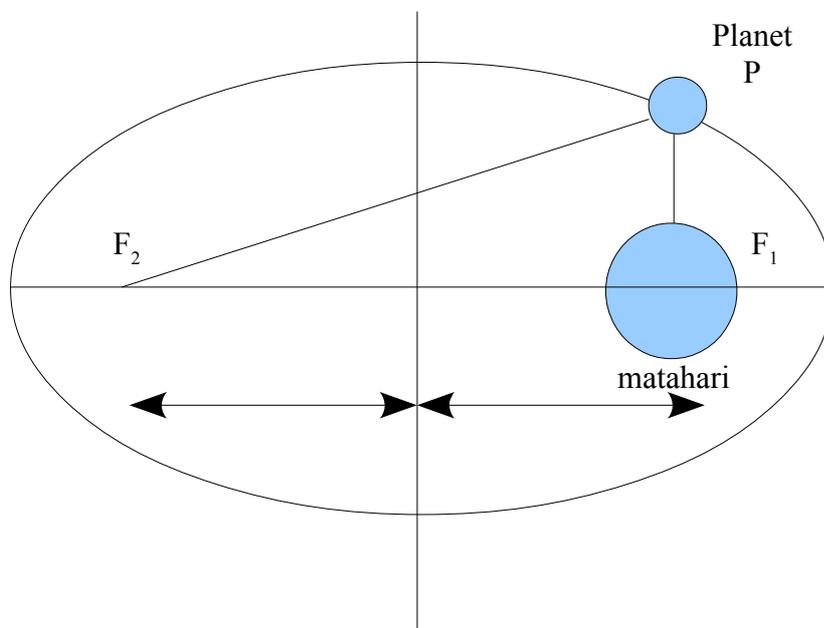


Gambar 2. Lintasan planet berupa ellips

Kepler tidak mengetahui alasan mengapa planet bergerak dengan cara demikian. Ketika mulai tertarik dengan gerak planet-planet, Newton menemukan

bahwa ternyata hukum-hukum Kepler ini bisa diturunkan secara matematis dari hukum grafitasi universal dan hukum gerak Newton. Newton juga menunjukkan bahwa di antara kemungkinan yang masuk akal mengenai hukum grafitasi, hanya satu yang berbanding terbalik dengan kuadrat jarak yang konsisten dengan hukum Kepler.

Perhatikan orbit ellips yang dijelaskan pada hukum I Kepler. Sumbu panjang pada orbit ellips disebut sumbu mayor alias sumbu utama, sedangkan sumbu pendek dikenal dengan sumbu semi utama atau semimayor.



*Gambar 3. Posisi matahari dan planet dalam lintasan ellips*

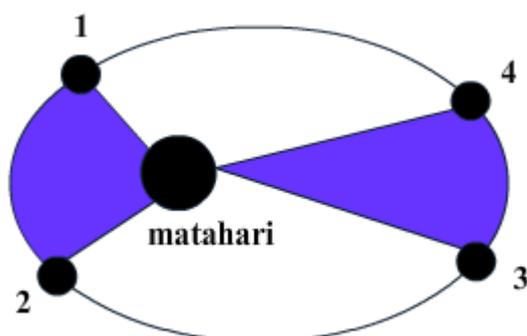
$F_1$  dan  $F_2$  adalah titik fokus. Matahari berada pada  $F_1$  dan planet berada pada P. tidak ada benda langit lainnya berada pada  $F_2$ . Total jarak dari  $F_1$  dan  $F_2$  ke sama untuk semua titik dalam kurva ellips. Jarak pusat ellips O dan titik fokus ( $F_1$  dan  $F_2$ ) adalah  $ea$ , dimana  $e$  merupakan angka tak berdimensi yang besarnya berkisar antara 0 dan 1 disebut eksentrisitas. Jika  $e=0$  maka ellips berubah menjadi lingkaran. Kenyataannya, orbit planet berupa ellips alias mendekati lingkaran. Dengan demikian besar eksentrisitas tidak pernah sama dengan nol. Nilai  $e$  untuk

orbit planet bumi adalah 0.017. Perihelion merupakan titik terdekat dengan matahari, sedangkan titik terjauh disebut aphehelon.

Pada persamaan hukum grafitasi Newton, telah dipelajari bahwa gaya tarik grafitasi berbanding terbalik dengan kuadrat jarak ( $1/r^2$ ), dimana hal ini hanya bisa terjadi pada orbit yang berbentuk ellipsis atau lingkaran saja.

## 2.2 Hukum Keppler II

Hukum Kepler ke II mengatakan “*Luas daerah yang disapu oleh garis antara matahari dengan planet adalah sama untuk setiap periode waktu sama*”.



Gambar 4: Luas daerah yang disapu oleh garis antara matahari dengan planet

Pada selang waktu yang sangat kecil, garis yang menghubungkan matahari dengan planet melewati sudut  $d\theta$ . Garis tersebut melewati daerah yang diarsir yang berjarak  $r$ , dan luas  $dA = \frac{1}{2}r^2 d\theta$ . Laju planet ketika melewati daerah itu

adalah  $\frac{dA}{dt}$  disebut dengan kecepatan sektor (bulan vektor). Hal yang paling utama dalam hukum Kepler II adalah kecepatan sektor mempunyai harga yang sama pada semua titik sepanjang orbit yang berbentuk ellipsis. Ketika planet berada di perihelion nilai  $r$  kecil, sedangkan  $\frac{d\theta}{dt}$  besar. Ketika planet berada di aphehelion

nilai  $r$  besar, sedangkan  $\frac{d\theta}{dt}$  kecil.

### 2.3 Hukum III Kepler

Hukum ketiga Kepler mengatakan bahwa “Kuadrat waktu yang diperlukan oleh planet untuk menyelesaikan satu kali orbit sebanding dengan pangkat tiga jarak rata-rata planet-planet tersebut dari matahari”.

Jika  $T_1$  dan  $T_2$  menyatakan periode dua planet, dan  $r_1$  dan  $r_2$  menyatakan jarak rata-rata dari matahari, maka

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \quad (1)$$

Persamaan ini dapat kita tulis kembali menjadi

$$\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{T_2^2} \quad (2)$$

Ini berarti bahwa  $\frac{r^3}{T^2}$  harus sama untuk setiap planet. Tabel 1 ditunjukkan data planet yang digunakan pada hukum Kepler III.

Tabel 1. Data planet yang digunakan pada Hukum Kepler III

Planet	Jarak rata-rata dari matahari, $r$ ( $\times 10^6$ ) km	Periode, $T$ (tahun)	$r^3/T^2$ ( $10^{24}$ km <sup>3</sup> /th <sup>2</sup> )
Merkurius	57,9	241	3,34
Venus	108,2	615	3,35
Bumi	149,6	1,0	3,35
Mars	227,9	1,88	3,35
Jupiter	778,3	11,86	3,35
Saturnus	1.43	29,5	3,34

Newton menunjukkan bahwa Hukum Kepler III juga dapat diturunkan secara otomatis dari Hukum Gravitasi Universal dan Hukum Newton tentang gerak dan gerak melingkar. Sekarang, marilah kita tinjau Hukum Kepler III menggunakan pendekatan Newton. Terlebih dahulu kita tinjau orbit lingkaran yang merupakan kasus khusus dari orbit ellips.

Jika ditulis kembali persamaan Huku II Newton, yaitu

$$\sum F = ma \quad (3)$$

Pada kasus gerak melingkar beraturan, hanya terdapat percepatan sentripetal yang besarnya adalah

$$a_{orbit} = \frac{v^2}{r} \quad (4)$$

Jika ditulis kembali persamaan Hukum Gravitasi Newton

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (5)$$

Sekarang dimasukkan persamaan Hukum Gravitasi Newton dan percepatan sentripetal ke dalam persamaan Hukum II Newton (3) maka diperoleh

$$G \frac{m_1 m_{old}}{r^2} = m_1 \frac{v_1^2}{r_1} \quad (6)$$

dengan  $m_1$  adalah massa planet,  $m_M$  adalah mssa matahari,  $r_1$  adalah jarak rata-rata planet dari matahari dan  $v_1$  adalah laju rata-rata planet pada orbitnya.

Wartu yang diperlukan sebuah planet untuk menyelesaikan satu orbit adalah  $T_1$  dimana jarak tempuhnya sama dengan keliling lingkaran  $2\pi r$ .

Dengan demikian, besar  $v_1$  adalah

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1} \quad (7)$$

Dengan memasukkan persamaan (7) kedalam(6) maka akan diperoleh

$$G \frac{m_1 m_{old}}{r^2} = m_1 \frac{\left(\frac{2\pi r_1}{T_1}\right)^2}{r_1} \quad (8a)$$

$$G \frac{m_1 m_{old}}{r^2} = m_1 \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2}$$

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_{old}} \quad (8b)$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh

$$\frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_{old}} \quad (9)$$

## 2.4 Three Body Problems dan Efek Jupiter pada Bumi

Penggambaran mengenai gerak planet yang telah digunakan oleh Kepler di atas tidak memperhatikan adanya efek planet lain di sekitarnya. Atau dengan kata lain masalah hanya dibatasi pada *two body problems*. Hal ini tentunya kurang tepat, mengingat dalam kenyataannya tatasurya kita terdiri dari 8 (delapan) planet yang mengitari matahari. Oleh sebab itu, sudah waktunya menganggap beberapa hal yang dapat terjadi ketika 3 (tiga) atau lebih di dalam tatasurya.

Masalah dua benda yang berinteraksi seperti digambarkan oleh hukum kuadrat terbalik (5) dapat diselesaikan secara eksak. Akan tetapi, jika kita menambahkan satu lagi planet saja (selanjutnya dikenal dengan *three body problems*) maka secara analitik sangat sulit diselesaikan. Akibatnya, meskipun sudah dipelajari berabad-abad lamanya namun sangat sedikit hasil eksak dalam kasus ini. Dalam penelitian ini akan diambil kasus paling sederhana dari three body problems yaitu matahari dan dua planet yang dalam hal ini akan diambil Bumi dan Jupiter.

Kita tahu bahwa tanpa adanya planet Jupiter orbit bumi adalah stabil dan tidak berubah terhadap waktu. Kita mengambil planet Jupiter mengingat planet ini berukuran paling besar diantara planet lain di dalam tatasurya. Untuk membawa ke dalam simulasi numerik yang akan dilakukan, pertama yang harus dimodifikasi adalah gaya gravitasi yang terjadi diantara mereka. Besarnya gravitasi yang terjadi antara Jupiter dan bumi sesuai dengan hukum kuadrat terbalik adalah

$$F_{E,J} = \frac{GM_J M_E}{r_{EJ}^2} \quad (10)$$

dimana  $M_E$  adalah massa Bumi dan  $M_J$  adalah massa Jupiter, sedangkan  $r_{EJ}$  merupakan jarak antara Bumi dan Jupiter. Jika dijabarkan ke dalam komponen x dan y, maka diperoleh

$$\begin{aligned} F_{EJ,x} &= \frac{GM_J M_E}{r_{EJ}^2} \cos \theta_{EJ} = \frac{GM_J M_E (x_e - x_j)}{r_{EJ}^3} \\ F_{EJ,y} &= \frac{GM_J M_E}{r_{EJ}^2} \sin \theta_{EJ} = \frac{GM_J M_E (y_e - y_j)}{r_{EJ}^3} \end{aligned} \quad (11)$$

dimana  $x_e, x_j, y_e$  dan  $y_j$  merupakan koordinat Bumi dan Jupiter dan Matahari

sebagai titik pusat. Selanjutnya gaya total yang bekerja pada Bumi adalah jumlahan dari gaya yang diakibatkan oleh Matahari dan Jupiter sehingga menghasilkan persamaan gerak dalam komponen x dan y

$$\begin{aligned} \frac{dv_{x,e}}{dt} &= -\frac{GM_S x_e}{r^3} - \frac{GM_J (x_e - x_j)}{r_{EJ}^3} \\ \frac{dv_{y,e}}{dt} &= -\frac{GM_S y_e}{r^3} - \frac{GM_J (y_e - y_j)}{r_{EJ}^3} \end{aligned} \quad (12)$$

## 2.5 Resonansi dalam Tatasurya

Tabel 2 diberikan jarak antara 8 (delapan) planet terhadap Matahari. Dari tabel juga ditampilkan prediksi dari seorang ahli astronomi bernama Titus-Bode (1800) yang memprediksi adanya planet pada jarak-jarak tertentu dari Matahari dengan mengikuti deretan bilangan integer

$$0, 3, 6, 12, 24, \dots \quad (13)$$

Tabel 2. Perbandingan panjang sumbu semimayor dari orbit planet antara hasil pengamatan dengan prediksi Titus-Bode

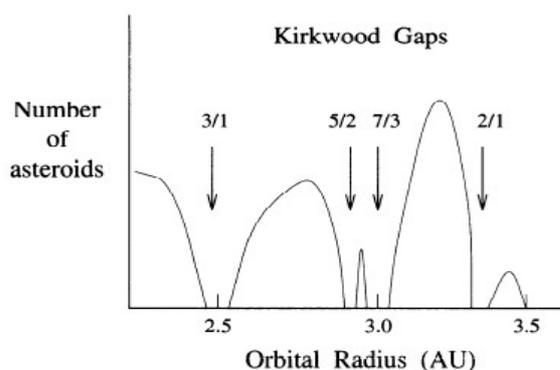
Planet	a (aktual) (AU)	Titus – Bode (AU)
Merkurius	0.39	0.40
Venus	0.72	0.70
Bumi	1.00	1.00
Mars	1.52	1.60
???	-	2.80
Jupiter	5.20	5.20
Saturnus	9.54	10.00
Uranus	19.19	19.60
Neptunus	30.06	38.80

Prediksi yang disampaikan oleh Titus-Bode tidak disertai alasan fisis, namun demikian prediksinya hampir mendekati kesesuaian dengan hasil pengamatan saat ini, yaitu jarak dari planet Merkurius hingga Uranus. Yang menarik adalah planet Uranus, dimana planet ini baru ditemukan setelah prediksi Titus-Bode disampaikan. Sayangnya, prediksi jarak Matahari dengan Neptunus sangat jauh dengan hasil

pengamatan. Selanjutnya, prediksi Titus-Bode pada jarak 2.80 AU terdapat planet akhirnya terungkap bahwa memang ada objek yang mengorbit pada jarak orbit tersebut. Tetapi sayang, tidak hanya satu objek saja yang berada pada orbit tersebut melainkan banyak objek dan ukurannya jauh lebih kecil dibandingkan dengan planet yang disebut *asteroid*.

Semakin lama, semakin banyak lagi asteroid yang ditemukan dan pola yang menarik pada radius orbitnya ditemukan oleh seorang astronom bernama Daniel Kirkwood. Kirkwood menggambarkan distribusi asteroid seperti pada gambar 4.

Dari gambar 4 dapat diketahui bahwa terdapat beberapa jurang (*gap*) dimana pada jarak tersebut tidak ada asteroid. Jurang-jurang tersebut kini disebut dengan *Kirkwood gap*. Kirkwood juga memperlihatkan bahwa jurang-jurang tersebut berkaitan dengan keberadaan Jupiter. Dia menduga bahwa asteroid yang terletak pada salah satu jurang akan mengalami resonansi dengan Jupiter. Sebagai contoh, jurang yang terletak sekitar 3.3 AU berhubungan dengan setengah periode orbit Jupiter. Jurang ini disebut sebagai *gap 2/1* yang berarti bahwa asteroid yang menempatnya akan melakukan dua kali putaran ketika Jupiter baru menyelesaikan satu kali orbit. Demikian pula untuk jurang-jurang yang lainnya.



Gambar 5: Distribusi asteroid oleh Kirkwood. Jurang menandakan tidak ada asteroid yang berada pada jarak tersebut.

Dalam penelitian ini akan diambil sebuah gap dengan ditempati oleh beberapa asteroid. Kemudian akan disimulasikan untuk mengetahui gejala resonansi yang terjadi pada asteroid tersebut karena pengaruh dari Jupiter.

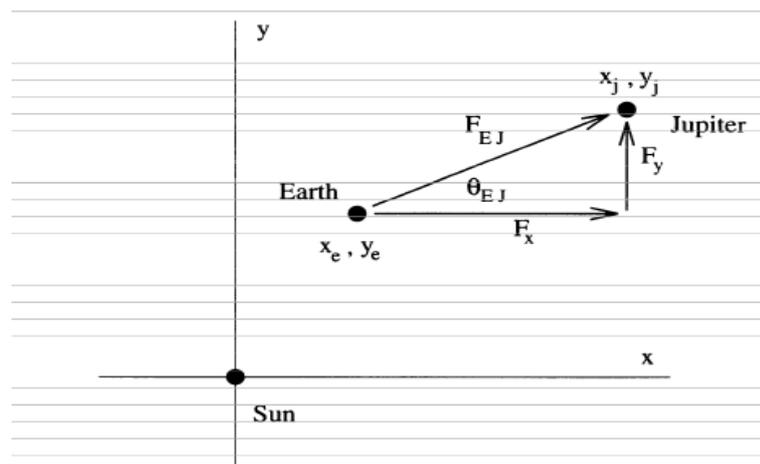
## BAB III

### METODE PENELITIAN

Berdasarkan kajian pustaka yang telah dilakukan di atas, maka jika ditulis kembali grafitasi yang terjadi antara Jupiter dan bumi sesuai dengan hukum kuadrat terbalik adalah

$$F_{E,J} = \frac{GM_J M_E}{r_{EJ}^2} \quad (14)$$

dimana  $M_E$  adalah massa Bumi dan  $M_J$  adalah massa Jupiter, sedangkan  $r_{EJ}$  merupakan jarak antara Bumi dan Jupiter. Lihat gambar



Gambar 5. Komponen grafitasi yang disebabkan oleh Jupiter

Penjabaran terhadap persamaan (14) dalam komponen x dan y diperoleh

$$\begin{aligned} F_{EJ,x} &= \frac{GM_J M_E}{r_{EJ}^2} \cos \theta_{EJ} = \frac{GM_J M_E (x_e - x_j)}{r_{EJ}^3} \\ F_{EJ,y} &= \frac{GM_J M_E}{r_{EJ}^2} \sin \theta_{EJ} = \frac{GM_J M_E (y_e - y_j)}{r_{EJ}^3} \end{aligned} \quad (11)$$

dimana  $x_e, x_j, y_e$  dan  $y_j$  merupakan koordinat Bumi dan Jupiter dan Matahari sebagai titik pusat. Selanjutnya gaya total yang bekerja pada Bumi adalah jumlahan dari gaya yang diakibatkan oleh Matahari dan Jupiter sehingga

menghasilkan persamaan gerak dalam komponen x dan y

$$\begin{aligned} M_E \frac{d^2 x_e}{dt^2} &= -\frac{GM_S M_E x_e}{r^3} - \frac{GM_J M_E (x_e - x_j)}{r_{EJ}^3} \\ M_E \frac{d^2 y_e}{dt^2} &= -\frac{GM_S M_E y_e}{r^3} - \frac{GM_J M_E (y_e - y_j)}{r_{EJ}^3} \end{aligned} \quad (12)$$

Dari persamaan (12) dapat disederhanakan menjadi bentuk persamaan diferensial orde pertama yaitu,

$$\begin{aligned} \frac{dv_{x,e}}{dt} &= -\frac{GM_S x_e}{r^3} - \frac{GM_J (x_e - x_j)}{r_{EJ}^3} \\ \frac{dx_e}{dt} &= v_{x,e} \\ \frac{dv_{y,e}}{dt} &= -\frac{GM_S y_e}{r^3} - \frac{GM_J (y_e - y_j)}{r_{EJ}^3} \\ \frac{dy_e}{dt} &= v_{y,e} \end{aligned} \quad (13)$$

Untuk memudahkan dalam perhitungan, maka perlu dinyatakan satuan untuk menyatakan radius orbit. Dalam hal ini satuan yang dikenal dalam dunia astronomi adalah AU atau *Astronomical Unit*. Satu satuan panjang astronomi atau 1 AU adalah jarak rerata antara matahari dengan bumi ( $\sim 1,5 \times 10^{11}$ ). Disamping itu, untuk lebih nyaman maka digunakan satuan dalam *year* dimana  $1 \text{ year} \approx 3,2 \times 10^7 \text{ s}$ .

Selanjutnya berdasarkan pada persamaan (13) kita dapat membawanya ke dalam algoritma *Euler-Cromer* sebagai berikut.

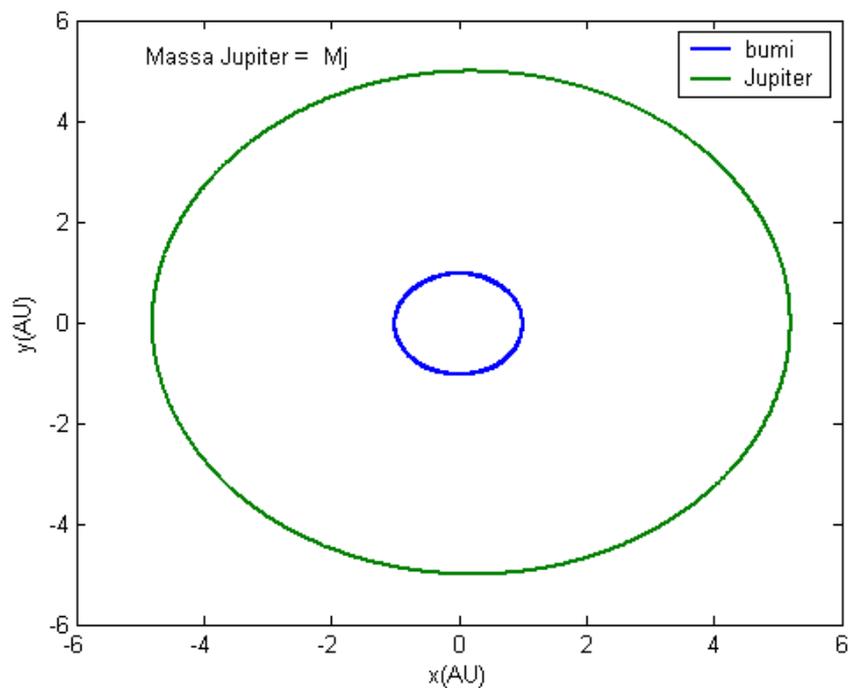
$$\begin{aligned} v_{x,e}^{i+1} &= v_{x,e}^i - \left( \frac{GM_S x_e^i}{r_i^3} + \frac{GM_J (x_e^i - x_j^i)}{r_{EJ}^3} \right) \Delta t \\ x_e^{i+1} &= x_e^i - v_{x,e}^{i+1} \Delta t \\ v_{y,e}^{i+1} &= v_{y,e}^i - \left( \frac{GM_S y_e^i}{r_i^3} + \frac{GM_J (y_e^i - y_j^i)}{r_{EJ}^3} \right) \Delta t \\ y_e^{i+1} &= y_e^i - v_{y,e}^{i+1} \Delta t \end{aligned} \quad (14)$$

Diagram alir untuk penyelesaian penelitian ini dapat dilihat pada gambar 4 di bawah ini.

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian untuk mengkaji adanya efek planet Jupiter terhadap orbit bumi mengelilingi matahari telah dilakukan. Untuk mengkaji masalah tersebut peneliti menggunakan metode Euler-Cromer dengan pertimbangan kesederhanaan dan keandalannya. Berdasarkan hasil running program yang sudah diuat, maka diperoleh 6 (enam) buah gambar utama. Gambar 6, 7, 8 dan 9 menggambarkan pengaruh planet Jupiter terhadap orbit bumi masing masing untuk massa Jupiter 1 Mj, 10 Mj, 70 Mj dan 700 Mj. Selanjutnya, gambar 4.7 menggambarkan asteroid 2 pada daerah 2/1 yang sedang mengorbit mengalami resonansi karena pengaruh Jupiter. Sedangkan gambar 4.8 menggambarkan asteroid 1 dan 3 pada daerah 2/1 jugasedang mengalami resonansi.

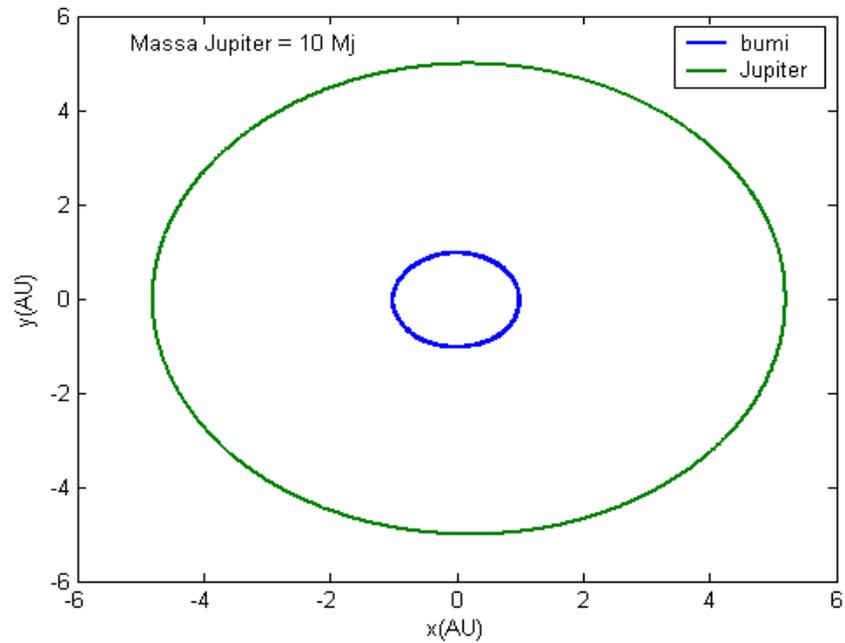


Gambar 6: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 1 Mj

Penelitian pertama yang dilakukan oleh peneliti adalah mengkaji pengaruh Jupiter terhadap orbit bumi mengelilingi matahari dengan mengambil mass Jupiter sebenarnya. Dari referensi diperoleh data massa untuk masing masing planet seperti terlihat pada tabel4.1. Jupiter merupakan planet paling besar dan memiliki massa  $\sim 10^{27}$  atau kira-kira 1000 kali massa bumi. Akan tetapi dengan massa sebesar itu belum dapat mempengaruhi orbit bumi mengelilingi matahari. Hal ini jelas bahwa keberadaan matahari sebagai pusat tatasurya masih terlalu besar pengaruhnya terhadap bumi. (Massa matahari  $\sim 10^{30}$ )

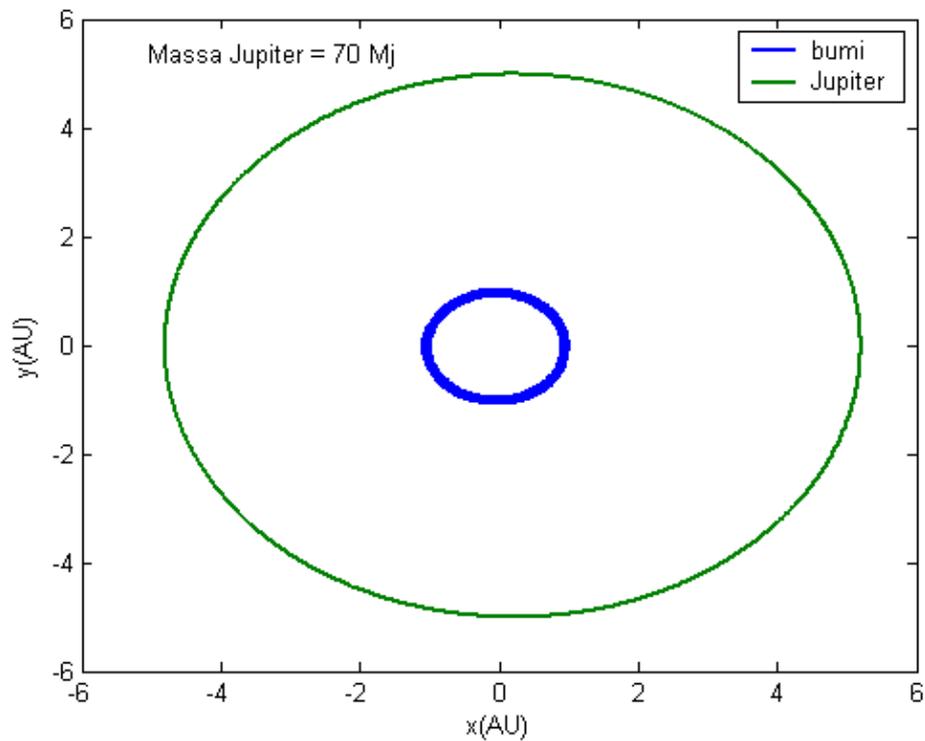
Tabel 4.1 Data planet

Planet	Massa (kg)	Radius (AU)	ecentricitas
Merkurius	$2.4 \times 10^{23}$	0.39	0.206
Venus	$4.9 \times 10^{24}$	0.72	0.007
Bumi	$6.0 \times 10^{24}$	1.00	0.017
Mars	$6.6 \times 10^{23}$	1.52	0.093
Jupiter	$1.9 \times 10^{27}$	5.20	0.048
Saturnus	$5.7 \times 10^{26}$	9.54	0.056
Uranus	$8.8 \times 10^{25}$	19.19	0.046
Nepturnus	$1.03 \times 10^{26}$	30.06	0.10



*Gambar 7: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 10 Mj*

Selanjutnya, diasumsikan bahwa massa Jupiter 10 kali lipatnya. Apa yang terjadi? Ternyata dengan mengasumsikan massa Jupiter sebesar ini, pengaruhnya belum tampak pada orbit bumi. (Lihat gambar 7). Berikutnya massa Jupiter diperbesar lagi menjadi 70 kali lipatnya. Dengan massa Jupiter sebesar ini, pengaruh Jupiter sudah tampak. Orbit bumi sudah tidak stabil lagi. Dapat dilihat pada gambar 8 bahwa ketidakstabilan digambarkan dengan hadirnya beberapa plot gambar yang saling tumpang tindih (gambar tampak lebih tebal).

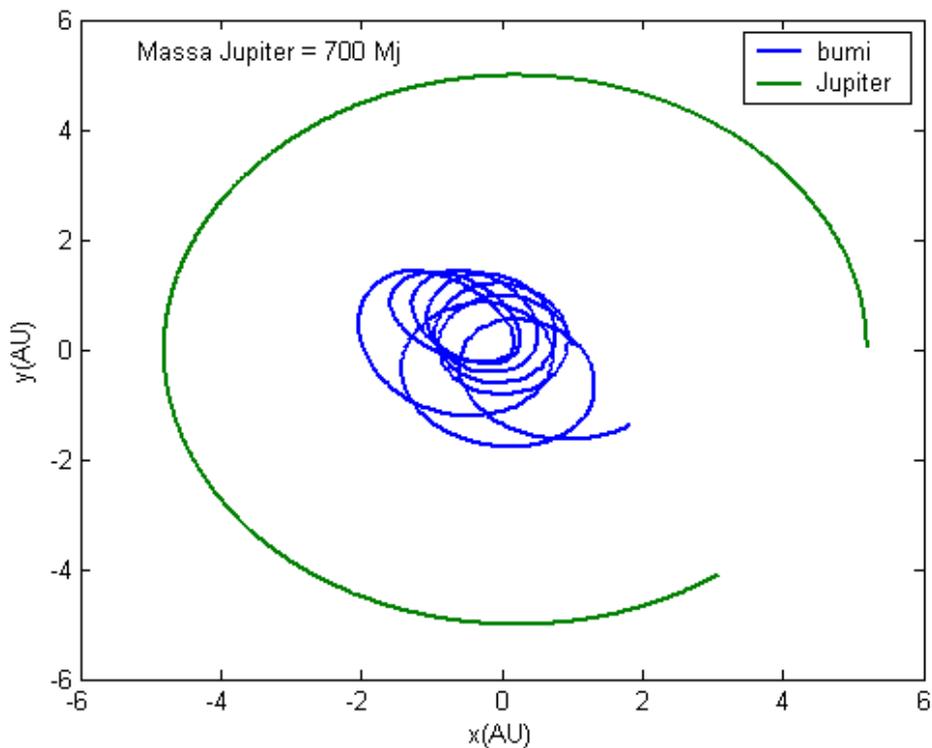


Gambar 8: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 70 Mj

Akhirnya, massa planet ditingkatkan menjadi 700 kali lipatnya. Dengan sebesar ini, massa Jupiter sudah sangat dekat dengan massa matahari sehingga keberadaannya sudah sangat mengganggu orbit bumi (lihat gambar 9). Tampak pada gambar bahwa orbit bumi sangat tidak stabil. Dari tahun ke tahun, orbitnya selalu mengalami pergeseran. Pada simulasi ini baik untuk massa Jupiter 1 Mj, 10 Mj, 70 Mj dan 700 Mj diambil data awal seperti terlihat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Data simulasi

Planet	Posisi awal		Kecepatan awal	
	Komp. x	Komp. y	Komp. x	Komp. y
Bumi	1.00	0.00	$2\pi$	0
Jupiter	5.20	0.00	2.7	0



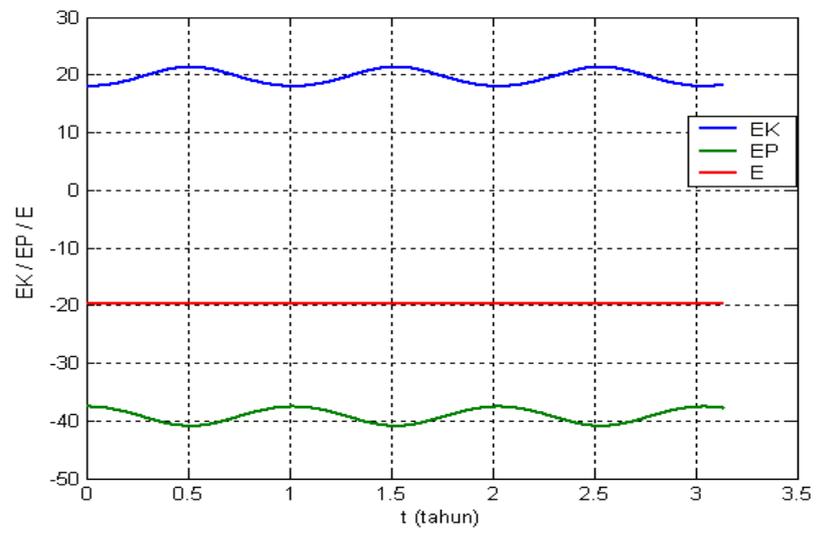
Gambar 9: Pengaruh Jupiter terhadap Bumi dengan massa Jupiter = 700 Mj

Dari hasil tersebut, maka kita dapat menarik kesimpulan bahwa energi total yang merupakan jumlahan dari kinetik dan energi potensial, serta momentum sudut bumi oleh karena mengelilingi bumi sama dengan penelitian yang dilakukan peneliti sebelumnya. Lihat gambar 10.

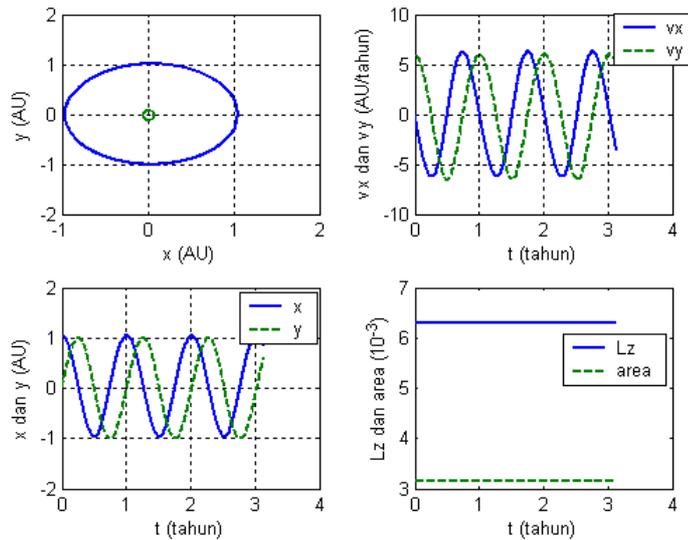
Gambar 11 mendeskripsikan dengan jelas bahwa lintasan bumi mengitari bumi berbentuk hampir circular atau seperti lingkaran. Hal ini ditunjukkan dengan hasil penelitian sebelumnya yang menunjukkan bahwa esentrisitasnya 0.042382. Sekedar diingatkan bahwa esentrisitas didefinisikan oleh hubungan

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

dimana  $a$  adalah sumbu semi mayor dan  $b$  sumbu semi minor.



Gambar 10: Energi kinetik, potensial dan energi total yang dialami oleh gerak planet bumi



Gambar 11: Grafik simulasi lintasan orbit planet, kecepatan, posisi, momentum sudut dan luasan yang disapu untuk planet bumi

Untuk melengkapi penelitian ini, peneliti melakukan penelitian untuk mengamati pengaruh Jupiter terhadap 3 (tiga) asteroid yang berada pada gap Kirkwood 2/1. Sebagaimana dijelaskan pada teori bahwa terdapat beberapa jurang (*gap*) dimana pada jarak tersebut tidak ada asteroid. Jurang-jurang tersebut disebut dengan *Kirkwood gap*. Kirkwood juga memperlihatkan bahwa jurang-jurang tersebut berkaitan dengan keberadaan Jupiter. Dia menduga bahwa asteroid yang terletak pada salah satu jurang akan mengalami resonansi dengan Jupiter. Sebagai contoh, jurang yang terletak sekitar 3.3 AU berhubungan dengan setengah periode orbit Jupiter. Jurang ini disebut sebagai *gap 2/1* yang berarti bahwa asteroid yang menempatnya akan melakukan dua kali putaran mengelilingi matahari ketika Jupiter baru menyelesaikan satu kali orbit. Demikian pula untuk jurang-jurang yang lainnya.

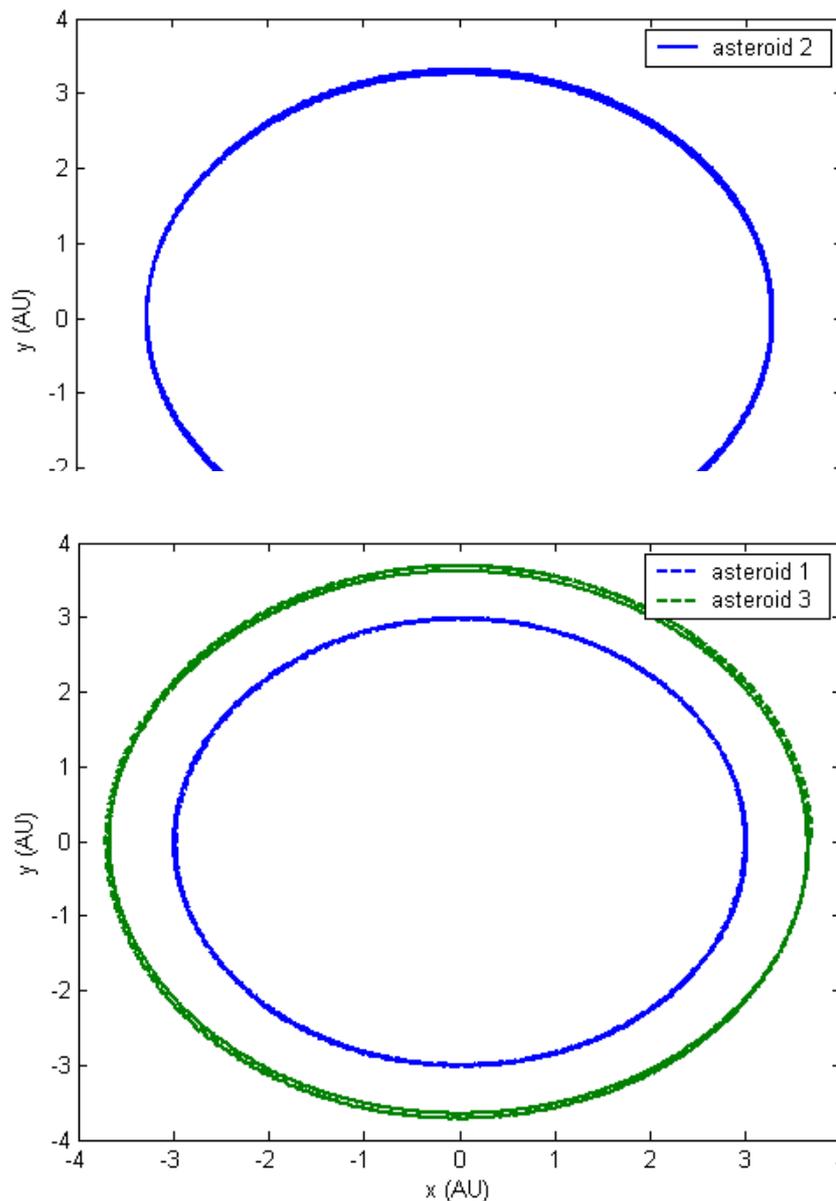
Dalam penelitian ini diambil tiga buah asteroid yang menempati gap 2/1. Data awal untuk ketiga asteroid dan Jupiter ditampilkan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Posisi dan kecepatan awal tiga asteroid pada gap 2/1

Objek	Radius (AU)	Kecepatan (AU/yr)
-------	-------------	-------------------

Asteroid 1	3.000	3.628
Asteroid 2	3.276	3.471
Asteroid 3	3.700	3.267
Jupiter	5.200	2.755

Berdasarkan hasil simulasi diperoleh bahwa pengaruh Jupiter terhadap ketiga asteroid sangat kentara. Gaya dari Jupiter mempengaruhi lintasan asteroid hingga berbentuk seperti ellips dan sumbu-sumbu ketiga lintasan bergeser terhadap waktu.



Gambar 13: Resonansi yang dialami asteroid 1 dan 3 pada gap 2/1 karena pengaruh Jupiter

## **BAB V**

### *Kesimpulan*

Dari hasil pembahasan di atas maka dapat ditarik kesimpulan

1. Metode Euler Cromer dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Dalam penelitian ini pendekatan Three Body Problems digunakan untuk mengetahui efek Jupiter terhadap orbit bumi mengelilingi matahari.
2. Simulasi menunjukkan bahwa Jupiter tidak mempengaruhi orbit bumi. Pengaruh Jupiter dapat dirasakan ketika massa Jupiter ditingkatkan menjadi 70 kalinya, dan ketika massa Jupiter dinaikkan menjadi kira-kira 700 kali maka orbit bumi sama sekali tidak stabil.
3. Esentrisitas lintasan bumi dengan demikian sama dengan penelitian sebelumnya yaitu sebesar  $e = 0.04282$

## DAFTAR PUSTAKA

Brian, H., Valentine, D., 2007. *Essential Matlab for Scientist and Engeneer*, Amsterdam: Elsevier.

DeVries, P., 1994. *A First Cource in Computational Physics*, New York: John Willey & Sons.

Giordano, N.J., 1997. *Computational Physics*, New York: Prentice Hall.

Otto, S.R, 2005. *An Introduction to Programming and Numerical Methods in Matlab*, London: Springer-Verlag London Limited.

## LISTING PROGRAM 1

```
%PROGRAM CODE BY SUPARDI
%MENENTUKAN ORBIT BUMI AKIBAT PENGARUH PLANET JUPITER
% Massa Jupiter bisa di setting 1, 10 , 70 dan 700
% untuk memperoleh gambaran orbit bumi.
clc; clear; close all;
GMs=4*pi^2; %Tetapan untuk G*Massa matahari
Mj=1000*1.9e27; %Massa Jupiter
Ms=2e30; %Mass of sun
Me=6e24; % mass of earth
h=0.01; %step size of time
t0=0;t1=3*pi; % starting and final time
N=round((t1-t0)/h); % number of step
xb0=1; xb=xb0;
yb0=0.0; yb=yb0;
xj0=5.2; xj=xj0;
yj0=0.0; yj=yj0;

vx_b0=0;vx_b=vx_b0;
vy_b0=2*pi;vy_b=vy_b0;

vx_j0=0;vx_j=vx_j0;
vy_j0=2.7;vy_j=vy_j0;
fid=fopen('penel.txt','w');
for i=1:N
    t=t0+i*h;
    r=sqrt(xb^2+yb^2);
    r_j=sqrt(xj^2+yj^2);
    r_bj=sqrt((xb-xj)^2+(yb-yj)^2);
    vx_b=vx_b-4*pi^2*(xb/r^3+(Mj/Ms)*(xb-xj)/r_bj^3)*h;
```

```

vy_b=vy_b-4*pi^2*(yb/r^3+(Mj/Ms)*(yb-yj)/r_bj^3)*h;
%Jupiter
vx_j=vx_j-4*pi^2*(xj/r_j^3+(Me/Ms)*(xj-xb)/r_bj^3)*h;
vy_j=vy_j-4*pi^2*(yj/r_j^3+(Me/Ms)*(yj-yb)/r_bj^3)*h;

xb=xb+vx_b*h;
yb=yb+vy_b*h;
xj=xj+vx_j*h;
yj=yj+vy_j*h;
fprintf('%f %f %f %f %f \n',t,xb,yb,xj,yj);
fprintf(fid,'%f %f %f %f %f \n',t,xb,yb,xj,yj);
end
fclose(fid)
load penel.txt;
t=penel(:,1);
xb=penel(:,2);
yb=penel(:,3);
xj=penel(:,4);
yj=penel(:,5);
plot(xb,yb,xj,yj,'lineWidth',1.5);
legend('bumi','Jupiter');
xlabel('x(AU)');
ylabel('y(AU)');
gtext('Massa Jupiter = 700 Mj');

```

## LISTING PROGRAM 2

```
%PROGRAM CODE BY SUPARDI
%MENENTUKAN ORBIT TIGA ASTEROID YANG BERADA PADA JURANG
KIRKWOOD
%Karena pengaruh Jupiter maka ketiga asteroid mengalami resonansi
%seperti ditunjukkan pada hasil simulasi komputer ini.
% sumber Comp. Phys. by N. Giordano
clc; clear; close all;
GMs=4*pi^2;
Mj=1.9e27;
Ms=2e30;
Me=6e24;
h=0.01;
t0=0;t1=10*pi;
N=round((t1-t0)/h);
xa10=3.0; xa1=xa10;
ya10=0.0; ya1=ya10;
xa20=3.276; xa2=xa20;
ya20=0.0; ya2=ya20;
xa30=3.7; xa3=xa30;
ya30=0.0; ya3=ya30;
xj0=5.2; xj=xj0;
yj0=0.0; yj=yj0;

vx_a10=0;vx_a1=vx_a10;
vy_a10=3.628;vy_a1=vy_a10;
vx_a20=0;vx_a2=vx_a20;
vy_a20=3.471;vy_a2=vy_a20;
vx_a30=0;vx_a3=vx_a30;
vy_a30=3.267;vy_a3=vy_a30;
```

```

vx_j0=0;vx_j=vx_j0;
vy_j0=2.755;vy_j=vy_j0;
fid=fopen('penel2.txt','w');
for i=1:N
    t=t0+i*h;
    ra1=sqrt(xa1^2+ya1^2);
    ra2=sqrt(xa2^2+ya2^2);
    ra3=sqrt(xa3^2+ya3^2);
    r_j=sqrt(xj^2+yj^2);

    r_a1j=sqrt((xa1-xj)^2+(ya1-yj)^2);
    r_a2j=sqrt((xa2-xj)^2+(ya2-yj)^2);
    r_a3j=sqrt((xa3-xj)^2+(ya3-yj)^2);

    vx_a1=vx_a1-GMs*(xa1/ra1^3+(Mj/Ms)*(xa1-xj)/r_a1j^3)*h;
    vy_a1=vy_a1-GMs*(ya1/ra1^3+(Mj/Ms)*(ya1-yj)/r_a1j^3)*h;

    vx_a2=vx_a2-GMs*(xa2/ra2^3+(Mj/Ms)*(xa2-xj)/r_a2j^3)*h;
    vy_a2=vy_a2-GMs*(ya2/ra2^3+(Mj/Ms)*(ya2-yj)/r_a2j^3)*h;

    vx_a3=vx_a3-GMs*(xa3/ra3^3+(Mj/Ms)*(xa3-xj)/r_a3j^3)*h;
    vy_a3=vy_a3-GMs*(ya3/ra3^3+(Mj/Ms)*(ya3-yj)/r_a3j^3)*h;
    %Jupiter
    vx_j=vx_j-GMs*(xj/r_j^3)*h;
    vy_j=vy_j-GMs*(yj/r_j^3)*h;

    xa1=xa1+vx_a1*h;
    ya1=ya1+vy_a1*h;
    xa2=xa2+vx_a2*h;
    ya2=ya2+vy_a2*h;

    xa3=xa3+vx_a3*h;

```

```

ya3=ya3+vy_a3*h;

xj=xj+vx_j*h;
yj=yj+vy_j*h;
fprintf('%f %f %f %f %f %f %f %f %f\n',t,xa1,ya1,xa2,ya2,xa3,ya3,xj,yj);
fprintf(fid,'%f %f %f %f %f %f %f %f %f\n',t,xa1,ya1,xa2,ya2,xa3,ya3,xj,yj);
end
fclose(fid)
load penel2.txt;
t=penel2(:,1);
xa1=penel2(:,2);
ya1=penel2(:,3);
xa2=penel2(:,4);
ya2=penel2(:,5);
xa3=penel2(:,6);
ya3=penel2(:,7);
xj=penel2(:,8);
yj=penel2(:,9);
figure(1);
plot(xa2,ya2,'lineWidth',1.5);
legend('asteroid 2');
xlabel('x (AU)');
ylabel('y (AU)');
figure(2)
plot(xa1,ya1,'--',xa3,ya3,'--','lineWidth',1.5);
legend('asteroid 1','asteroid 3')
xlabel('x (AU)');
ylabel('y (AU)');

```